

Physik in Medien und Informatik

Seminar im Grundstudium Digitale Medien
MIB 1, OMB 1

Fakultät DM – Hochschule Furtwangen

Autor: Prof. Dr. Th. Schneider

Dozent: Prof. Dr. M.A. García

Physik in Medien und Informatik



Einführung

1

Autor: Prof. Dr. Th. Schneider

Dozent: Prof. Dr. M.A. García

Stand: 22.09.2023



Inhalt

Hier Text eingeben

- 1 Physikalische Größen und Einheiten**
 - Größen, Größengleichungen, Einheiten
 - SI-Vorsätze
 - Umrechnung von Einheiten
 - Beispielaufgabe
 - Noch einmal: Umrechnung von Einheiten
- 2 Anhang**
 - Zur Genauigkeit von Größenangaben

Physikalische Größen und Einheiten

Physikalische Größen

- Eine physikalische Größe ist eine quantitativ bestimmbarer Eigenschaft von Materie.
- Ein Größenwert ist ein Produkt aus einem Zahlenwert und einer Maßeinheit.
- Messen heißt vergleichen / Verhältnisse bilden.

Physikalische Größen und Einheiten

Das internationale Einheitensystem – SI = Système International d'Unités

Das internationale Einheitensystem – SI ...

... legt Basisgrößen und Basiseinheiten sowie abgeleitete Größen und Einheiten fest:

Basisgröße	Basiseinheit	Einheitensymbol
Länge ℓ / Wegstrecke s		
Masse m		
Zeit t		
el. Stromstärke I		
Stoffmenge n	Mol	mol
Temperatur T		
Lichtstärke I_L	Candela	cd

Physikalische Größen und Einheiten

Das internationale Einheitensystem – SI = Système International d'Unités

Das internationale Einheitensystem – SI ...

... legt Basisgrößen und Basiseinheiten sowie abgeleitete Größen und Einheiten fest:

Basisgröße	Basiseinheit	Einheitensymbol
Länge ℓ / Wegstrecke s	Meter	m
Masse m	Kilogramm	kg
Zeit t	Sekunde	s
el. Stromstärke I	Ampère	A
Stoffmenge n	Mol	mol
Temperatur T	Kelvin	K
Lichtstärke I_L	Candela	cd

Physikalische Größen und Einheiten

Das internationale Einheitensystem

Abgeleitete Größen und Einheiten

- Alle physikalischen Größen, die keine Basisgrößen sind, heißen **abgeleitete Größen**, alle Einheiten, die keine Basiseinheiten sind, heißen entsprechend **abgeleitete Einheiten**.
- Die SI-Einheit einer beliebigen Größe Q kann immer als Produkt aus einem numerischen Faktor und dem Produkt aus Potenzen der Basiseinheiten ausgedrückt werden:

$$[Q] = 10^n \cdot m^{e_1} \cdot kg^{e_2} \cdot s^{e_3} \cdot A^{e_4} \cdot K^{e_5} \cdot mol^{e_6} \cdot cd^{e_7}$$

Hierin bedeutet $[Q]$ die SI-Einheit der Größe Q .

Kohärente SI-Einheiten

Bei einer **kohärente** SI-Einheit ist $n = 0$, d.h. in der Ableitungsgleichung steht kein numerischer Faktor.

Beispiele:

- Die Einheit Newton (N) ist eine kohärente SI-Einheit, denn $1 N = 1 \text{ kg m s}^{-2}$.
- Die Einheit km ist nicht kohärent, denn $1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$.

Physikalische Größen und Einheiten

Das internationale Einheitensystem

Größengleichung

Eine Größengleichung ist eine Beziehung zwischen physikalischen Größen.

Beispiel: $U = R \cdot I$.

Einheitengleichung

Eine **Einheitengleichung** ist eine Beziehung zwischen physikalischen Einheiten.

Beispiele: $1 \text{ V} = 1 \Omega \cdot \text{A}$.

Physikalische Größen und Einheiten

Bemerkung

Jeder Einheitengleichung entspricht eine Größengleichung.

$$\text{Bsp.: } v = \frac{s}{t} \iff [v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Abgeleitete Größen und Einheiten

- Geschwindigkeit $v = \frac{s}{t} \iff [v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Fläche $A = \ell_1 \cdot \ell_2 \iff [A] = [\ell_1] \cdot [\ell_2] = \text{m}^2$
- Volumen $V = \ell_1 \cdot \ell_2 \cdot \ell_3 \iff [V] = [\ell_1] \cdot [\ell_2] \cdot [\ell_3] = \text{m}^3$
- Dichte $\rho = \frac{m}{V} \iff [\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Physikalische Größen und Einheiten

SI-Vorsätze

SI-Vorsätze

Zur Vereinfachung (der Schreibweise oder mündlichen Aussprache) können Zehnerpotenzen durch sogenannte **Vorsätze** ersetzt werden.

Bsp.: $1 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1 \text{ mm}$ (Millimeter).

Physikalische Größen und Einheiten

SI-Vorsätze

10^{12}			10^{-1}		
10^9			10^{-2}		
10^6			10^{-3}	Milli	mm
10^3			10^{-6}		
10^2			10^{-9}		
10^1			10^{-12}		
			10^{-15}		

Physikalische Größen und Einheiten

SI-Vorsätze

10^{12}	Tera	T	10^{-1}	Dezi	d
10^9	Giga	G	10^{-2}	Zenti	c
10^6	Mega	M	10^{-3}	Milli	m
10^3	Kilo	k	10^{-6}	Mikro	μ
10^2	Hekto	h	10^{-9}	Nano	n
10^1	Deka	da	10^{-12}	Piko	p
			10^{-15}	Femto	f

Physikalische Größen und Einheiten

SI-Vorsätze

Bemerkung:

In der Informatik gelten abweichende Konventionen:

$$\begin{aligned}1 \text{ kByte} &= 2^{10} \text{ Byte} \\&= 1024 \text{ Byte} \\&\approx 1000 \text{ Byte}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1 \text{ MByte} &= 2^{20} \text{ Byte} \\&= 1024^2 \text{ Byte} \\&\approx 1\,000\,000 \text{ Byte}\end{aligned}$$

Physikalische Größen und Einheiten

Umrechnung von Einheiten

Hörsaalübung – Klausuraufgabe aus dem WiSe 2022/23:

Rechnen Sie die Einheit $\frac{\text{€}}{\text{MJ}}$ auf systematische und nachvollziehbare Weise in die Einheit $\frac{\text{ct}}{\text{kWh}}$ um.

Vorgehensweise:

Bestimmen Sie also also den Wert für x so, dass die Gleichung

$$1 \cdot \frac{\text{€}}{\text{MJ}} = x \cdot \frac{\text{ct}}{\text{kWh}} \quad \text{erfüllt ist.}$$

Physikalische Größen und Einheiten

Hörsaalübung – Aufgabenstellung

Hörsaalübung:

Bestimmen Sie einen plausiblen **Näherungswert** für die Masse m_E der Erde.

Vorgehensweise:

- Stellen Sie dazu **zunächst** eine Größengleichung auf.
- In dieser steht links die gesuchte Größe m_E und rechts ein Ausdruck, in dem die gegebenen bzw. Ihnen bekannten Größen auftreten.
- Setzen Sie **erst am Ende** Zahlenwerte in Ihre Größengleichung ein.

Gegeben ...

... sei (ein fiktiver Wert für) die mittlere Dichte der Erde:

$$\rho_0 = 5 \text{ g cm}^{-3} = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

Physikalische Größen und Einheiten

Übung – Ihr kollektives Wissen

Nützliche Werte / Gleichungen

Äquatorial-Umfang der Erde: $U_E = 40.000 \text{ km}$,

Kreisumfang: $U = 2\pi \cdot r$,

Kugelvolumen: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$.

Mittlere Dichte: $\rho_0 := 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Physikalische Größen und Einheiten

Übung – Lösung

Größengleichung:

$$\begin{aligned} m_E &= \rho_0 \cdot V \\ &= \rho_0 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_E^3 \\ &= \rho_0 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{U_E}{2\pi} \right)^3 \\ &= \rho_0 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \frac{U^3}{2^3 \cdot \pi^3} \\ &= \frac{\rho_0 \cdot U^3}{6 \cdot \pi^2} \\ &= \frac{1}{6 \cdot \pi^2} \cdot \rho_0 \cdot U^3 \end{aligned}$$

Physikalische Größen und Einheiten

Übung – Einheiten umrechnen

Vorgehen/Zwischenschritte

- Einheiten anpassen (Basiseinheiten)
- Zehnerpotenzen verwenden

$$\begin{aligned}U &= 40.000 \text{ km} \\&= 4 \cdot 10^4 \cdot 10^3 \text{ m} = 4 \cdot 10^7 \text{ m}\end{aligned}$$

Erinnerung: Potenzgesetze

$$x^a \cdot x^b = \dots$$

Physikalische Größen und Einheiten

Einheiten umrechnen

Umrechnung von $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$$\begin{aligned}1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} &= 1 \cdot \frac{10^{-3} \text{ kg}}{(10^{-2} \text{ m})^3} \\&= 1 \cdot \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} \\&= 1 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\end{aligned}$$

Erinnerung: Potenzgesetze

$$(x^a)^b = \dots \quad \frac{x^a}{x^b} = \dots$$

Physikalische Größen und Einheiten

Einsetzen in die Größengleichung

$$\begin{aligned}m_E &= \frac{1}{6 \cdot \pi^2} \cdot \rho_0 \cdot U^3 \\&= \frac{1}{6 \cdot \pi^2} \cdot 5 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (4 \cdot 10^7 \text{ m})^3 \\&= \frac{5 \cdot 4^3 \cdot 10^3 \cdot 10^{21}}{6 \cdot \pi^2} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{m}^3 \\&= \frac{5 \cdot 4^2 \cdot 2}{3 \pi^2} \cdot 10^{24} \text{ kg}\end{aligned}$$

Erinnerung: Potenzgesetze

$$(x \cdot y)^a = \dots$$

Physikalische Größen und Einheiten

Einsetzen in die Größengleichung

$$m_E = \frac{5 \cdot 4^2 \cdot 2}{3 \pi^2} \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Weiterrechnen mit dem Näherungswert $\pi \approx 3$

$$m \approx \frac{160}{27} \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Grobe Näherung für Überschlagsrechnung im Kopf: $\frac{160}{27} \approx \frac{180}{30}$

$$m_E \approx \frac{180}{30} \cdot 10^{24} \text{ kg} \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg.}$$

Physikalische Größen und Einheiten

Vergleichsbetrachtung

Unser Wert: $\approx 6 \cdot 10^{24}$ kg
Offizieller Wert: $5,9736 \cdot 10^{24}$ kg

Physikalische Größen und Einheiten

Vorgehen beim Lösen elementarer physikalischer Aufgaben

Was lehrt uns das Beispiel?

- Zehnerpotenzen verwenden
- Zahlfaktoren, Zehnerpotenzen und Einheiten gruppieren
- gegebenenfalls Einheiten umrechnen
- Ausdrücke so weit wie möglich vereinfachen.

Physikalische Größen und Einheiten

Vorgehen beim Lösen elementarer physikalischer Aufgaben

Plädoyer für Größengleichungen

Auch wenn ein bei einer physikalischen Aufgabe nach einem Größenwert gefragt ist,

- besteht die physikalische Lösung aus einer **Größengleichung**,
- werden Werte **ganz am Ende** in die ermittelte Größengleichung eingesetzt,
- ist es **nicht** empfehlenswert, ausschließlich mit numerischen Werten zu hantieren bzw. numerische Zwischenergebnisse in Zwischengleichungen einzusetzen.

Physikalische Größen und Einheiten

Vorgehen beim Lösen elementarer physikalischer Aufgaben

Vorteile von Größengleichungen

Größengleichungen

- stellen den funktionalen Zusammenhang zwischen Eingabegrößen und gesuchter Ausgabegröße her,
- lassen sich bei Bedarf algorithmisch umsetzen (Online-Applikation, App),
- sind einer Untersuchungen mit Methoden der mathematischen Analysis zugänglich, z.B. zur Ermittlung von Extrema / Optima.

Physikalische Größen und Einheiten

Umrechnung von Einheiten

Beispiel

Die Einheit m^2 soll in die Einheit mm^2 umgerechnet werden.

Das bedeutet, es soll die Gleichung

$$1 \text{ m}^2 = x \text{ mm}^2$$

gelöst werden.

Physikalische Größen und Einheiten

Umrechnung von Einheiten

Lösung

Umformung

$$1 \frac{\text{m}^2}{\text{mm}^2} = x.$$

Mit

$$1 \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

folgt

$$1 (\text{mm})^2 = (1 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Einsetzen liefert

$$x = 1 \frac{\text{m}^2}{1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 1 \cdot 10^6.$$

Alternative:

$$1 \text{ m}^2 = (1 \text{ m})^2 = (1 \cdot 10^3 \text{ mm})^2 = 1 \cdot 10^6 \text{ mm}^2.$$

Ergebnis

Somit ergibt sich die Gleichung

$$1 \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^6 \text{ mm}^2.$$

Physikalische Größen und Einheiten

Weitere Umrechnungen:

$$1 \text{ dm}^2 = 1 (\text{dm})^2 = 1 \cdot (10^{-1} \text{ m})^2 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ cm}^2 = 1 (\text{cm})^2 = 1 \cdot (10^{-2} \text{ m})^2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ mm}^2 = 1 (\text{mm})^2 = 1 \cdot (10^{-3} \text{ m})^2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 (\text{dm})^3 = 1 \cdot (10^{-1} \text{ m})^3 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 (\text{cm})^3 = 1 \cdot (10^{-2} \text{ m})^3 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$1 \text{ mm}^3 = 1 (\text{mm})^3 = 1 \cdot (10^{-3} \text{ m})^3 = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$$

Physikalische Größen und Einheiten

Umrechnung von Einheiten

Hörsaalübung

- Rechnen Sie die Einheit MWh (Megawattstunde) in die Einheit J (Joule) um. Bestimmen Sie hierzu den Wert von x so, dass die Gleichung

$$1 \text{ MWh} = x \text{ J}$$

erfüllt ist. *Hinweis:* $1 \text{ J} = 1 \text{ Ws}$

- Rechnen Sie die Einheit $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (Meter je Sekunde) in die Einheit $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ (Kilometer je Stunde) um. Bestimmen Sie hierzu den Wert von y so, dass die Gleichung

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = y \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

erfüllt ist.

- Rechnen Sie die Einheit $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ in die Einheit $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ um. Bestimmen Sie hierzu den Wert von z so, dass die Gleichung

$$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = z \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

erfüllt ist.

Physikalische Größen und Einheiten

Bemerkungen zur Genauigkeit von Größenangaben

Unsicherheiten bzw. Fehler bei Größenangaben

Alle Größenangaben, die nicht „erfunden“, sondern durch Messungen ermittelt werden, sind mit **Unsicherheiten** bzw. mit **Fehlern** behaftet.

Man unterscheidet

- statistische Abweichungen,
- systematische Fehler.

Physikalische Größen und Einheiten

Bemerkungen zur Genauigkeit von Größenangaben

Beispiel für systematische Fehler

Wiegt man eine Masse mit einer Waage, die schon länger nicht mehr geeicht wurde und daher ein zu geringes Gewicht anzeigt, so unterliegen alle Messungen einem systematischen Fehler.

Wenn dessen Vorhandensein und Größe bekannt sind, lässt er sich rechnerisch korrigieren, nicht immer jedoch sind systematische Fehler leicht zu entdecken.

Physikalische Größen und Einheiten

Bemerkungen zur Genauigkeit von Größenangaben

Beispiel für statistische Abweichungen

Wird eine Temperaturmessung im Freien über mehrere Minuten durchgeführt, so können die Messwerte wegen unterschiedlicher Windgeschwindigkeiten, Wolkenbedeckung (Sonneneinstrahlung) schwanken.

Ein „wahrer Temperaturwert“ ist daher nicht zu ermitteln, vielmehr wird man einen Mittelwert ausrechnen und die Streuung der Messwerte um den Mittelwert quantifizieren (Standardabweichung).

Physikalische Größen und Einheiten

Bemerkungen zur Genauigkeit von Größenangaben

Fehlerbehandlung in diesem Kurs

Wir treffen einige Vereinbarungen zur Behandlung von Größenangaben. Das hier vorgestellte **pragmatische** Vorgehen tritt an die Stelle der eigentlich notwendigen expliziten Fehlerrechnung / Fehlerbehandlung.

Vereinbarung 1

Die Anzahl der geltenden Stellen soll Information über die Genauigkeit geben.

Beispiele:

$$\ell \stackrel{(2)}{=} 1,2 \text{ m} \iff 1,15 \leq \ell < 1,25$$

$$\ell \stackrel{(3)}{=} 1,20 \text{ m} \iff 1,195 \leq \ell < 1,205$$

Physikalische Größen und Einheiten

Überlegungen zur Genauigkeit von Größenangaben

Vereinbarung 2

Wir verwenden die sogenannte **normierte Darstellung** von Größenangaben:

$$z \cdot 10^h u$$

mit

$$1 \leq z < 10 \text{ und } h \in \mathbb{Z}.$$

Das Symbol u steht hier für das Einheitensymbol.

Vereinbarung 3

Das Rechenergebnis wird mit höchstens so vielen geltenden Ziffern angegeben wie die (am wenigsten genau angegebene) Eingabegröße.

Physikalische Größen und Einheiten

Überlegungen zur Genauigkeit von Größenangaben

Beispiel

$$m = 1 \text{ g}; V = 3 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Eingabe in den Taschenrechner liefert $\rho = 0,33333333 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Es wäre Unsinn, diese Zahl für die Größenangabe zu verwenden.

Besser: $\rho_{(1)} = 3 \cdot 10^{-1} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Physikalische Größen und Einheiten

Überlegungen zur Genauigkeit von Größenangaben

Fehleranalyse

Bestimme das Intervall, in dem der wahre Wert von $\rho = \frac{m}{V}$ liegen kann, wenn $m = \underset{(1)}{1} \text{ g}$ und $V = \underset{(1)}{3} \text{ cm}^3$ angegeben sind.

Lösung

Nach unseren Vereinbarungen 1 und 2 gilt:

$$0,5 \text{ g} \leq m < 1,5 \text{ g} \quad \text{und} \quad 2,5 \text{ cm}^3 \leq V < 3,5 \text{ cm}^3.$$

Physikalische Größen und Einheiten

Überlegungen zur Genauigkeit von Größenangaben

Lösung – Fortsetzung

Somit ergibt sich

$$\frac{0,5 \text{ g}}{3,5 \text{ cm}^3} < \rho < \frac{1,5 \text{ g}}{2,5 \text{ cm}^3}$$

bzw.

$$\frac{1}{7} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} < \rho < \frac{3}{5} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

Bemerkung

Wir nennen $\frac{1}{7} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ die größte untere Schranke und $\frac{3}{5} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ die kleinste obere Schranke.

Physikalische Größen und Einheiten

Überlegungen zur Genauigkeit von Größenangaben

Bemerkung:

Der Wert für ρ kann somit zwischen 0,14 und 0,6 liegen, es kann also nicht einmal **eine** Nachkommastelle garantiert werden.

Noch einmal: Die (etwa von einem Taschenrechner-Display abgeschriebene) Angabe $\rho = 0,33333333$ ist daher völlig sinnlos.

Physikalische Größen und Einheiten

Überlegungen zur Genauigkeit von Größenangaben

Hausübung

Bestimmen Sie das Intervall, in dem der wahre Wert von $\rho = \frac{m}{V}$ liegen kann, wenn Werte von m und V mit zwei geltenden Ziffern angegeben sind:

$$m \underset{(2)}{=} 1,0 \text{ g} \quad \text{und} \quad V \underset{(2)}{=} 3,0 \text{ cm}^3.$$

Nach unseren Vereinbarungen 1 und 2 bedeutet das

$$0,95 \text{ g} \leq m < 1,05 \text{ g} \quad 2,95 \text{ cm}^3 \leq V < 3,05 \text{ cm}^3.$$

Physik in Medien und Informatik



Optik abbildender Systeme

2

Autor: Prof. Dr. Th. Schneider

Dozent: Prof. Dr. M. A. García

Stand: 22.09.2023



Inhalt

2 Optik abbildender Systeme

- Bezug der Lehreinheit zur Medientechnik
- Geometrische Optik / Strahlenoptik
- Optische Systeme
- Sphärische Linsen
- Paraxiale Optik – Brennpunkte/Hauptebenen
- Paraxiale Optik – Abbildungsgesetze
- Abbildungsgleichungen

Optik abbildender Systeme

Bezug der Lehreinheit zur Medientechnik

Optische Systeme / Kameras und Kameraobjektive

- Für die Fotografie und die Video-/Filmproduktion ist ein gutes Verständnis der optischen Eigenschaften von Kameraobjektiven nützlich.
- Objektive sind die wichtigsten Komponenten abbildender optischer Geräte und bestimmen wesentlich die Qualität der entstehenden Bilder.

Optik abbildender Systeme

Geometrische Optik / Strahlenoptik

Was ist geometrische Optik?

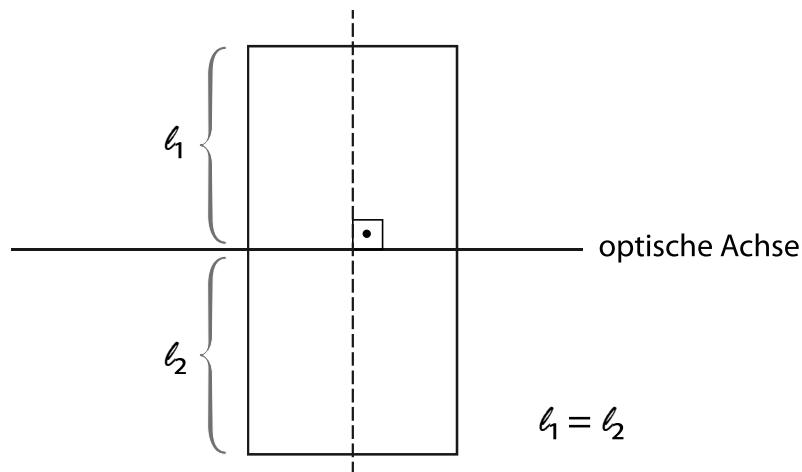
Im Rahmen der **geometrischen Optik (Strahlenoptik)** wird

- das Verhalten von Licht vereinfacht modelliert,
- Licht durch Strahlen dargestellt,
- der Wellencharakter von Licht weitgehend ignoriert (bzw. nur teilweise und implizit zur Beschreibung der Lichtausbreitung verwendet).

An Grenzflächen (z.B. Luft-Glas) erfolgt Richtungsänderung der Lichtstrahlen: **Reflexion und Brechung**.

Optik abbildender Systeme

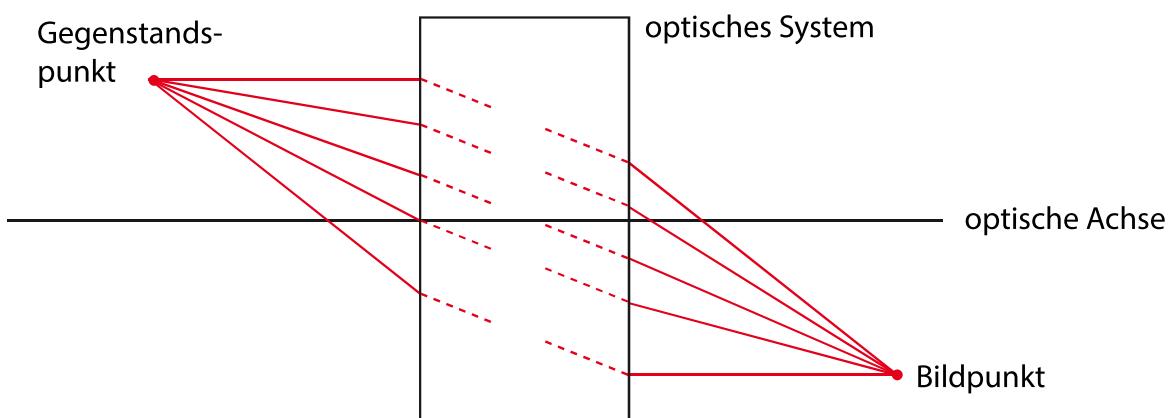
Optische Systeme



Wir betrachten grundsätzlich optische Systeme, die bezüglich einer so genannten **optischen Achse** zentriert und deren Komponenten senkrecht zur optischen Achse ausgerichtet sind.

Optische Systeme

Beispielhafter Strahlenverlauf durch ein optisches System



Optische Systeme

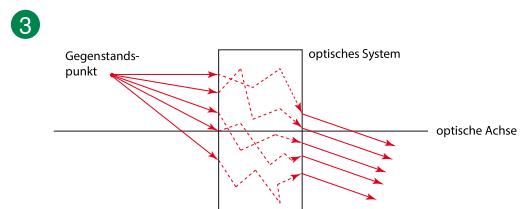
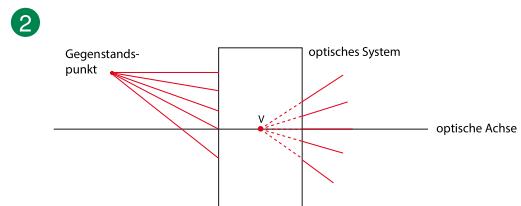
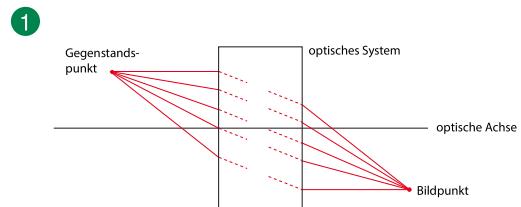
Mögliche Fälle von Strahlenverläufen

Mögliche Strahlenverläufe

Von einem besonderen Interesse sind optische Systeme mit der Eigenschaft, dass für jeden Gegenstandspunkt P eine der folgenden Aussagen zutrifft:

Die vom Gegenstandspunkt P ausgesandten Lichtstrahlen ...

- 1 ... treffen sich nach Durchgang durch das optische System in einem Punkt P' . Dieser heißt dann **reeller Bildpunkt**.
- 2 ... divergieren nach Durchgang durch das optische System, und die rückwärtigen Verlängerungen der Strahlen treffen sich in einem Punkt V . Dieser heißt dann **virtueller Bildpunkt**.
- 3 ... sind nach Durchgang durch das optische System parallel.



Optische Systeme

Unterscheidung virtuelle Bilder – reelle Bilder

Bemerkung

Selbstverständlich gibt es optische Systeme, bei denen keiner der zuvor genannten Fälle eintritt. Bei näherer Betrachtung ist dies in der Praxis oft der Regelfall.

Virtuelle vs. reelle Bilder

Virtuelle Bilder sind ebenso **real = wirklich** wie reelle Bilder.

- **Virtuelle Bilder** lassen sich mit dem Auge betrachten.
- **Reelle Bilder** lassen sich auf einer Leinwand oder Mattscheibe bzw. in einer Kamera auf einem Sensor auffangen.

Optische Systeme

Unterscheidung virtuelle Bilder – reelle Bilder

Menschliches Auge

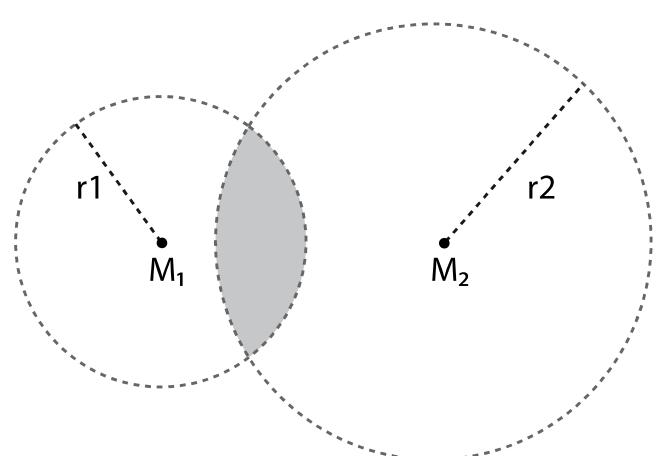
- Auch das optische System des menschlichen Auges erzeugt reelle Bilder (von Gegenständen oder auch von virtuellen Bildern, die wir betrachten) auf der Netzhaut.
- Diese reellen Bilder werden durch Fotorezeptoren (Zäpfchen und Stäbchen) aufgenommen und per Nervenleitung zur weiteren Verarbeitung ans Gehirn weitergeleitet.

Sphärische Linsen

Beschreibung

Definition

Sphärische Linsen besitzen Grenzflächen, die Teile von Kugelflächen sind.



Schnittbild einer (bikonvexen) sphärischen Linse mit Krümmungsradien r_1 und r_2 .

Sphärische Linsen

Verwendung und Eigenschaften

Verwendung sphärischer Linsen

- In Objektiven für Video- und Spiegelreflexkameras werden überwiegend sphärische Linsen aus Glas verwendet.
- Diese sind im Vergleich zu anderen Formen (**asphärischen Linsen oder Asphären**) einfach und damit kostengünstig zu fertigen.
- Allerdings haben sphärische Linsen auch Nachteile, ihr Abbildungsverhalten weicht nämlich vom Ideal der paraxialen Abbildung ab
~ **Linsenfehler / Aberrationen**.

Sphärische Linsen

Paraxiale Beschreibung / Näherung

Paraxiale Näherung

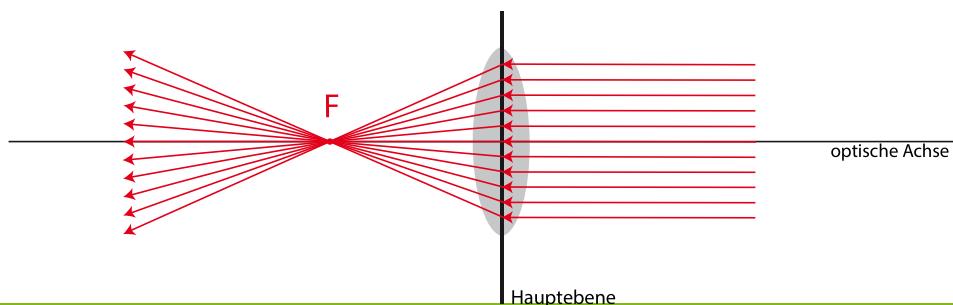
- Wir beschreiben im Folgenden das Verhalten von Lichtstrahlen beim Durchgang durch Linsen bzw. Linsensysteme für den Fall, dass die Strahlen **achsennah und rechtwinklig** auf die Linsenflächen auftreffen (**paraxiale Strahlen**).
- Dieser Fall ist in der Praxis zwar nicht immer erfüllt, jedoch liefert die **paraxiale Näherung** dennoch in vielen Fällen ein gutes qualitatives Verständnis der Abbildungseigenschaften einzelner Linsen bzw. ganzer Linsensysteme.

Paraxiale Optik

Sammellinsen (z.B. bikonvexe Linsen)

Brennpunkt

- **Achsenparallel einfallende** Strahlen treffen sich nach Durchgang durch eine Sammellinse in einem Punkt auf der optischen Achse, dem **Brennpunkt** (lateinisch und englisch: **focus**).
- Eigentlich ist diese Aussage nur für extrem achsennah verlaufende Strahlen wahr, im Rahmen der **paraxialen Näherung** lassen wir diese Aussage für achsparallele Strahlen mit beliebigem Abstand von der optischen Achse gelten.
- Wir bezeichnen den Brennpunkt achsenparallel **von rechts** einfallender Strahlen mit dem Buchstaben F .

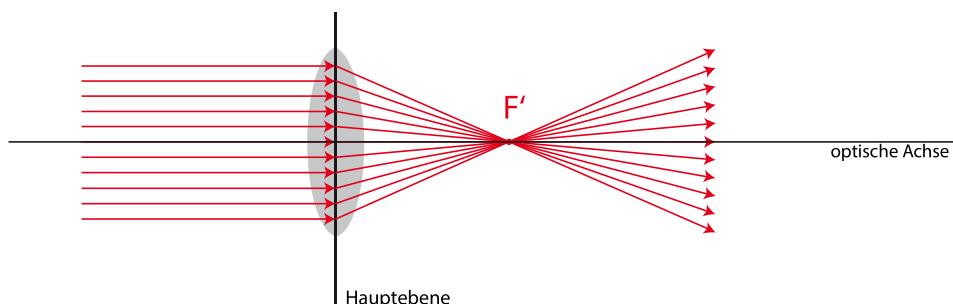


Paraxiale Optik

Sammellinsen (z.B. bikonvexe Linsen)

Brennpunkt

Achsenparallel **von links** einfallende Strahlen treffen sich nach Durchgang durch eine Sammellinse ebenfalls in einem Brennpunkt auf der optischen Achse, den wir mit F' bezeichnen.

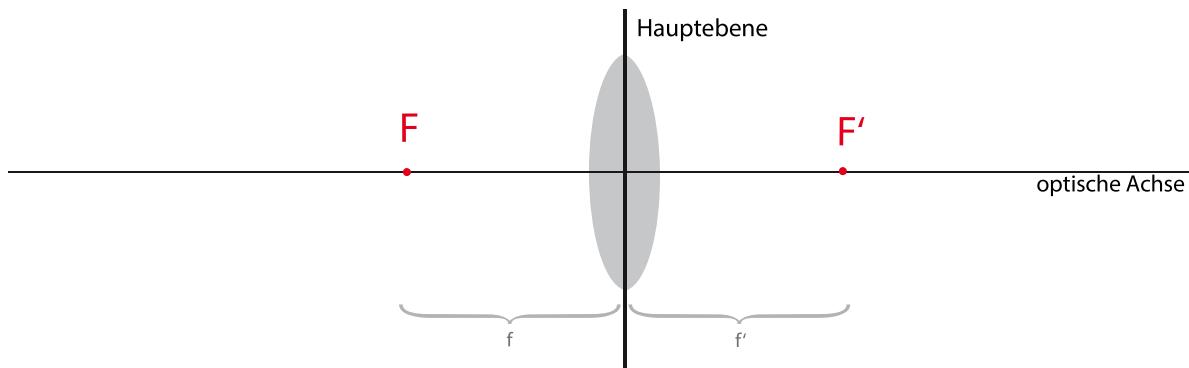


Paraxiale Optik

Dünne Sammellinsen (z.B. bikonvexe Linsen)

Brennweite einer dünnen Sammellinse in Luft

Die **Brennweite** (engl. *focal length*) f einer dünnen Sammellinse in Luft ist der Abstand des linken Brennpunktes von der Mittelebene (Hauptebene) der Linse (vgl. nächste Folie).

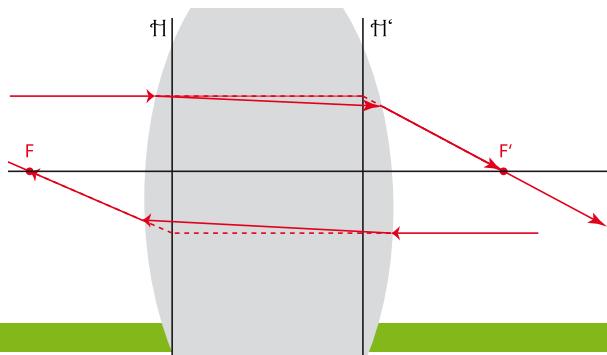


Paraxiale Optik

Paraxiale Größen

Brennpunkte und Hauptebenen

- Eigentlich werden die einfallenden Strahlen an den beiden Grenzflächen der Linse gebrochen. Wir verwenden eine vereinfachte Darstellung, in der die Richtungsänderung an einer Ebene, der so genannten **Hauptebene** erfolgt.
- Grundsätzlich gibt es
 - **eine Hauptebene \mathcal{H}'** (und **einen** Brennpunkt F') für achsenparallel **von links** und
 - **eine zweite Hauptebene \mathcal{H}** (und **einen zweiten** Brennpunkt F) für achsenparallel **von rechts** einfallendes Licht.

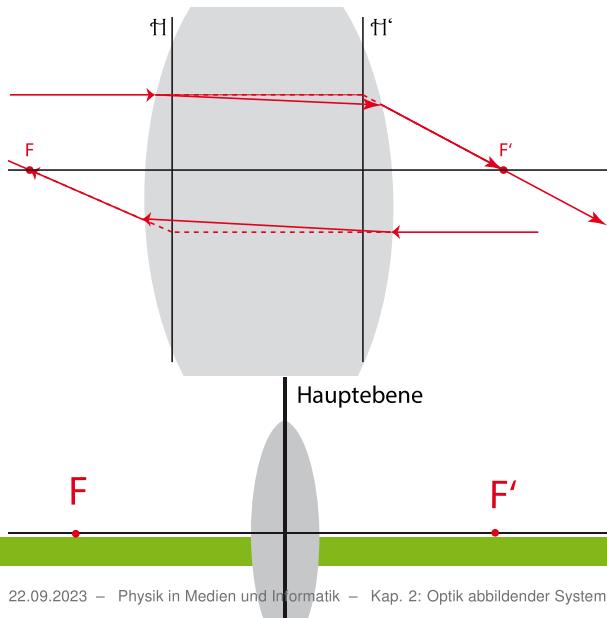


Paraxiale Optik

Paraxiale Größen

Brennpunkte und Hauptebenen

- Bei jeder symmetrischen Linse liegen die beiden Hauptebenen symmetrisch zur Mittelebene der Linse.
- Bei (sehr) dünnen Linsen fallen die beiden Hauptebenen zusammen.



22.09.2023 – Physik in Medien und Informatik – Kap. 2: Optik abbildender Systeme

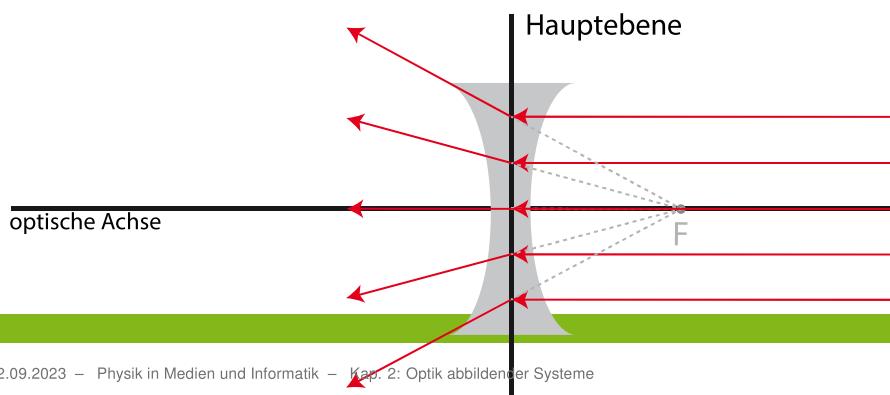
15/55

Paraxiale Optik

Dünne Zerstreuungslinsen (z.B. bikonkave Linsen)

Brennpunkt

- Für achsenparallel auf eine **Zerstreuungslinse** einfallende Strahlen scheinen die auslaufenden Strahlen von einem Punkt auf der optischen Achse auszugehen, auch dieser heißt **Brennpunkt**.
- Es wäre folgerichtig von einem *virtuellen Brennpunkt* zu sprechen, diese Bezeichnung ist jedoch nicht üblich.
- Auch bei Zerstreuungslinsen bezeichnen wir den Brennpunkt für Strahlen, die von rechts einfallen, mit dem Symbol *F*.



22.09.2023 – Physik in Medien und Informatik – Kap. 2: Optik abbildender Systeme

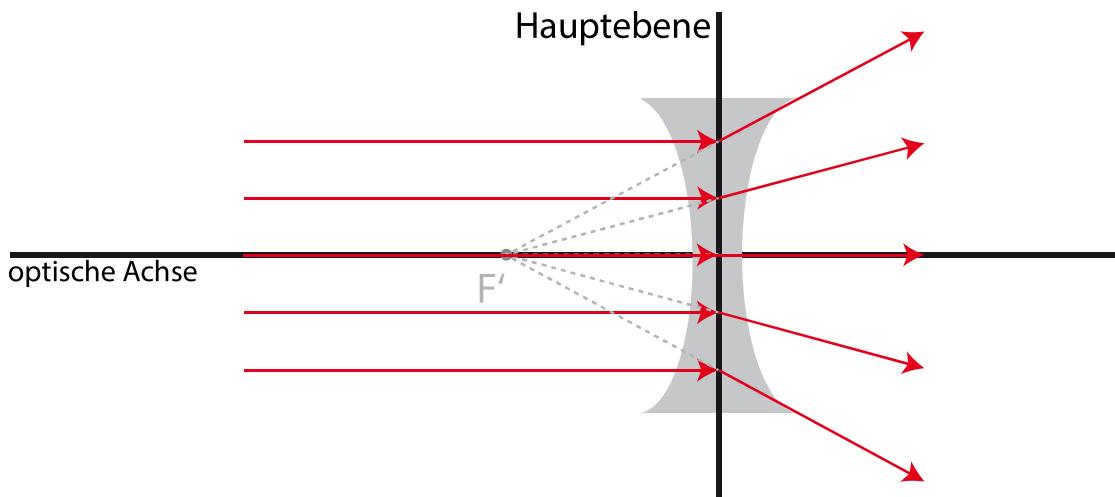
16/55

Paraxiale Optik

Dünne Zerstreuungslinsen (z.B. bikonkave Linsen)

Brennpunkt

Auch hier bezeichnen wir den Brennpunkt, der zu achsenparallel **von links** einfallende Strahlen gehört mit dem Symbol F' .

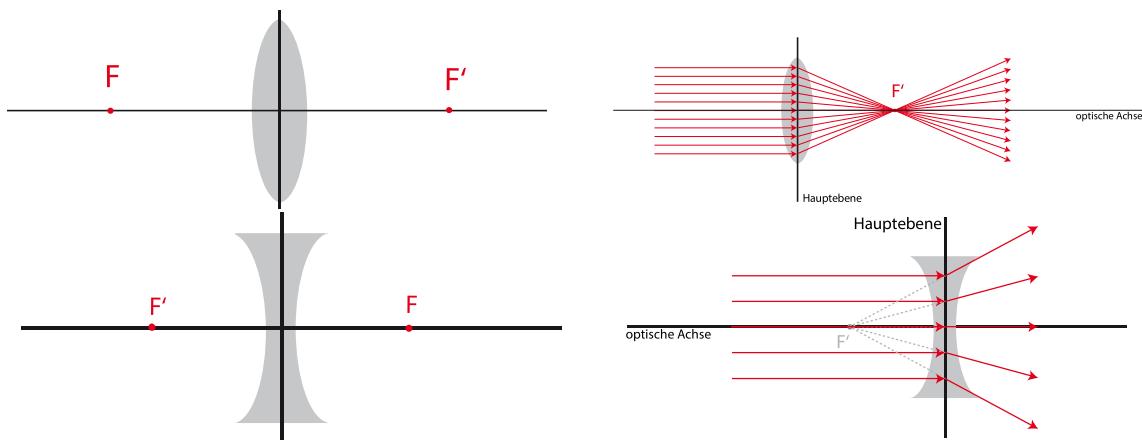


Paraxiale Optik

Brennpunkte

Sammellinsen vs. Zerstreuungslinsen

- Bei **Sammellinsen** liegt der Brennpunkt F' , in dem sich die achsenparallel **von links** einfallenden Strahlen bündeln, **rechts** von der Linse.
- Bei **Zerstreuungslinsen** liegt der Brennpunkt F' , der zu den achsenparallel **von links** einfallenden Strahlen gehört, **links** von der Linse.

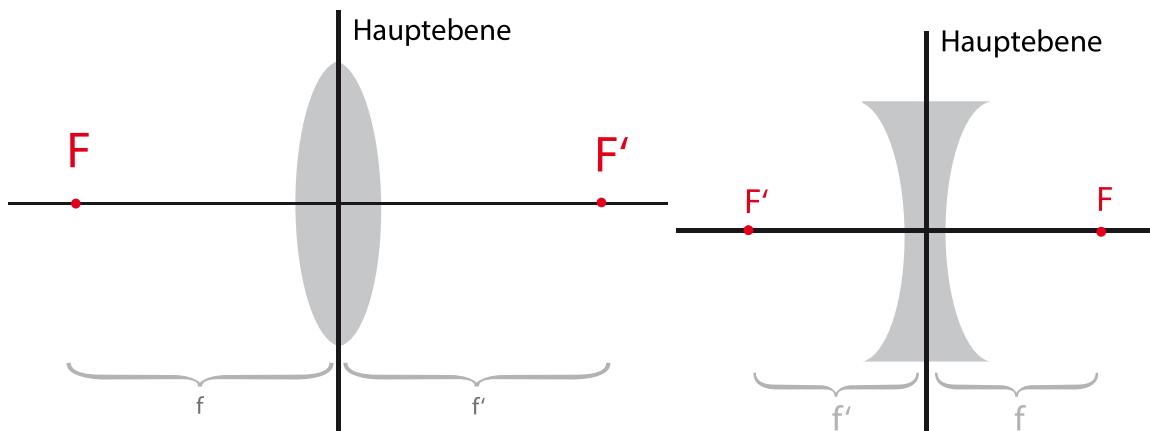


Paraxiale Optik

Brennweite f

Für Sammel und Zerstreuungslinsen gilt:

- Die Brennweite f bzw. f' (engl. *focal length*) ist der Abstand des Brennpunktes von der dazugehörigen Hauptebene.
- Für Linsen, die auf beiden Seiten vom gleichen Medium umgeben sind, z.B. für Linsen in Luft, gilt stets $f = f'$.



Paraxiale Optik

Abbildungsgesetze für ideal dünne Linsen und paraxiale Strahlen

Abbildungsgesetze

Für ideal dünne sphärische Linsen und sehr achsennah (paraxial) einfallende Strahlen gelten die folgenden Abbildungsgesetze:

Einfallender Strahl	Auslaufender Strahl
Achsenparallelstrahl	Brennpunktstrahl
Brennpunktstrahl	Achsenparallelstrahl
Mittelpunktstrahl	Mittelpunktstrahl

Bemerkung

Für reale Linsen(systeme) bzw. nicht achsennah einfallende Strahlen sind dies immerhin nützliche Näherungen, die bei vielen Systemen eine grobe qualitative Beschreibung des Abbildungsverhaltens ermöglichen.

Paraxiale Optik

Brennebenen

Brennebene

Eine zur optischen Achse einer Linse senkrechte Ebene, die einen Brennpunkt enthält, heißt **Brennebene** der Linse.

Schräge Parallelbündel

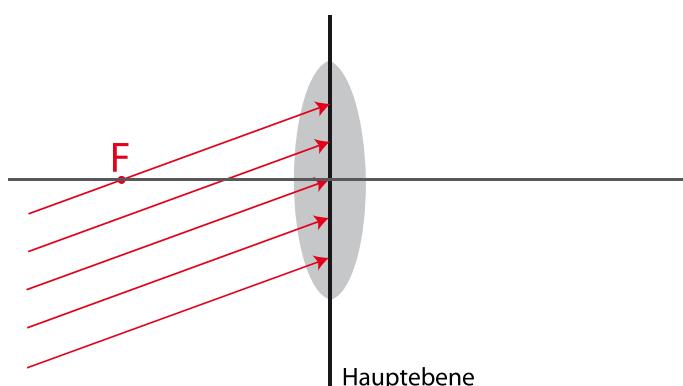
In paraxialer Näherung schneiden sich auch **schräg** auf eine Linse auftreffende **Parallelstrahlen**, und zwar in einem Punkt der entsprechenden Brennebene.

Paraxiale Optik

Übungsaufgabe

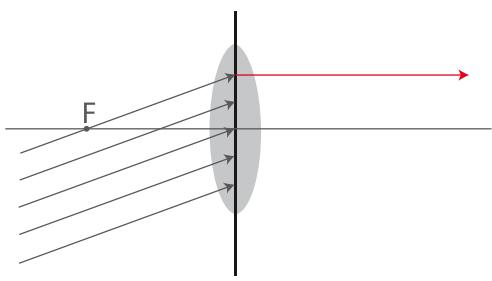
Aufgabe

Konstruieren Sie den Strahlenverlauf für ein leicht schräg auf eine Sammellinse auftreffendes Parallelstrahlenbündel.

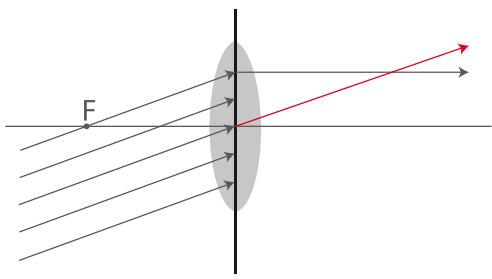


Paraxiale Optik

Übungsaufgabe – Arbeitsschritte



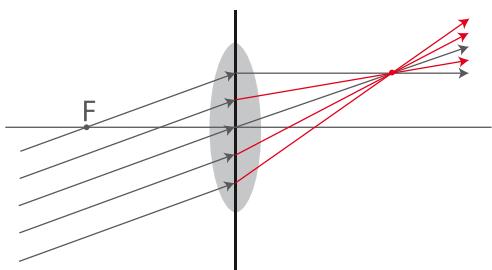
Brennpunktstrahl verläuft nach Passieren der Linse parallel zur optischen Achse,
(vgl. Abbildungsgesetze für sphärische Linsen)



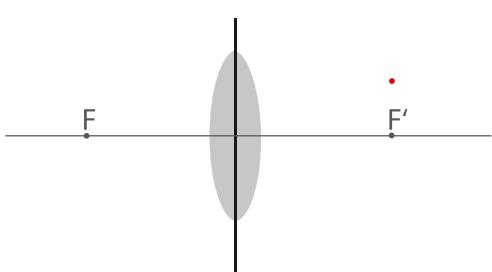
Einfallender Mittelpunktstrahl ist auch nach Passieren der Linse noch Mittelpunktstrahl.

Paraxiale Optik

Übungsaufgabe – Arbeitsschritte



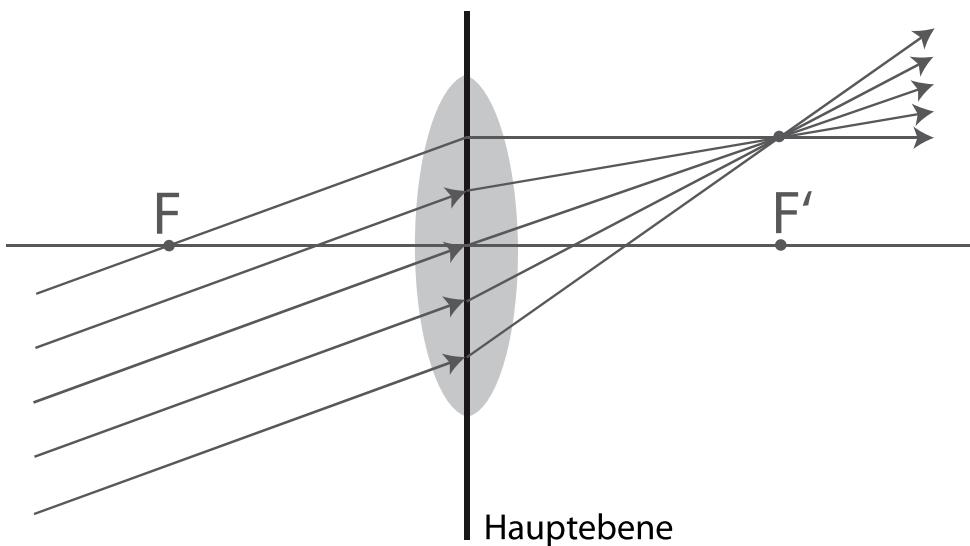
Alle weiteren Strahlen verlaufen durch diesen Schnittpunkt.



Der gefundene Schnittpunkt liegt genau über dem hinteren Brennpunkt F' in der sogenannten Brennebene der Linse.

Paraxiale Optik

Übungsaufgabe – Lösung



Paraxiale Optik

Parallelbündel vs. divergierende Strahlenbüschel

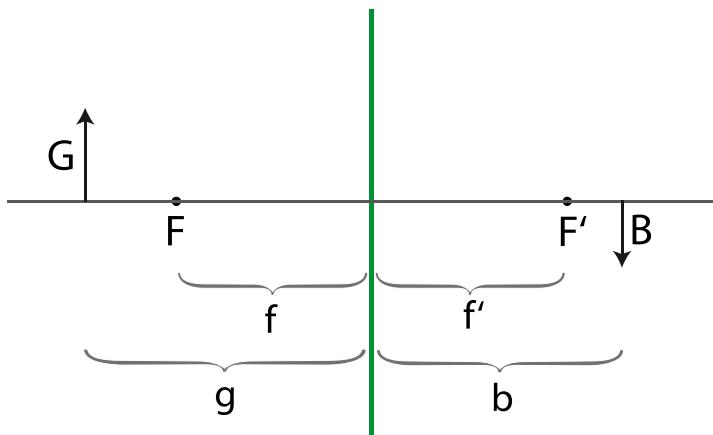
Fälle:

- Wenn Gegenstände unendlich (beziehungsweise sehr) weit von einem optischen System / einer Linse entfernt sind, so sind die einfallenden Strahlen (nahezu) parallel.
- Dagegen sind Strahlenbüschel, die von Gegenständen in endlicher Entfernung ausgesandt werden, beim Auftreffen auf das optische System divergent.

Wir untersuchen im Folgenden, wie Gegenstände, die **im Endlichen** liegen, durch Linsen abgebildet werden.

Paraxiale Optik

Gegenstände in endlicher Entfernung – relevante Größen



G	Gegenstandsgröße
g	Gegenstandsweite
B	Bildgröße
b	Bildweite
f	Brennweite

Erinnerung

Für optische Systeme, die auf beiden Seiten vom gleichen Medium (z.B. für Linsen in Luft) umgeben sind, gilt stets $f = f'$.

Paraxiale Optik

Übungsaufgaben

Hörsaalübung

Konstruieren Sie den Strahlenverlauf für eine Sammellinse mit der Brennweite $f = 2 \text{ cm}$. Platzieren Sie den Gegenstand (Pfeil) im Abstand

① $g = 3f$

② $g = 2f$

③ $g = 1,5f$

④ $g = f$

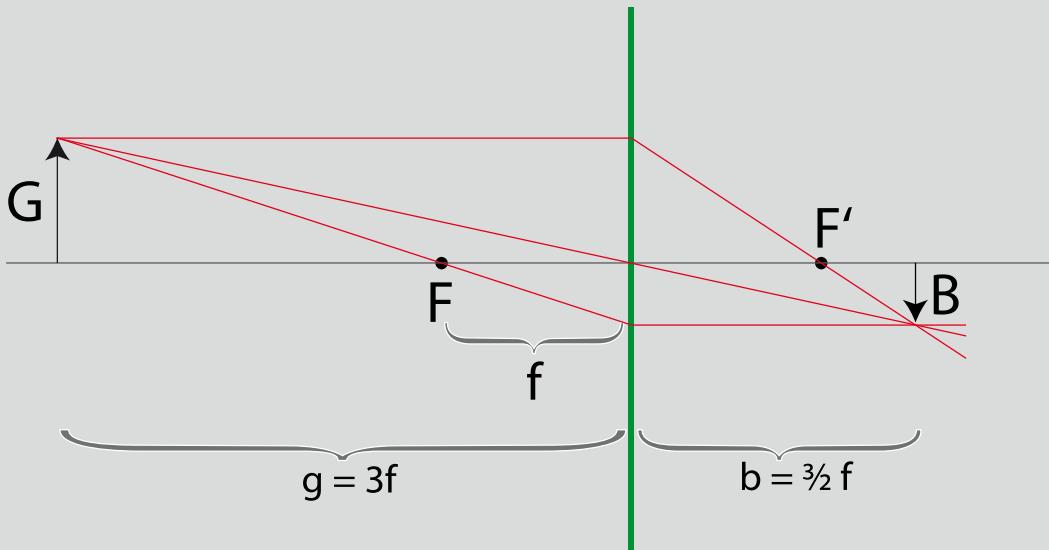
⑤ $g = \frac{1}{2}f$

vor der Linse und bestimmen Sie gegebenenfalls den Bildpfeil.

Paraxiale Optik

Lösung zum Fall $g = 3f$

Lösung zum Fall $g = 3f$

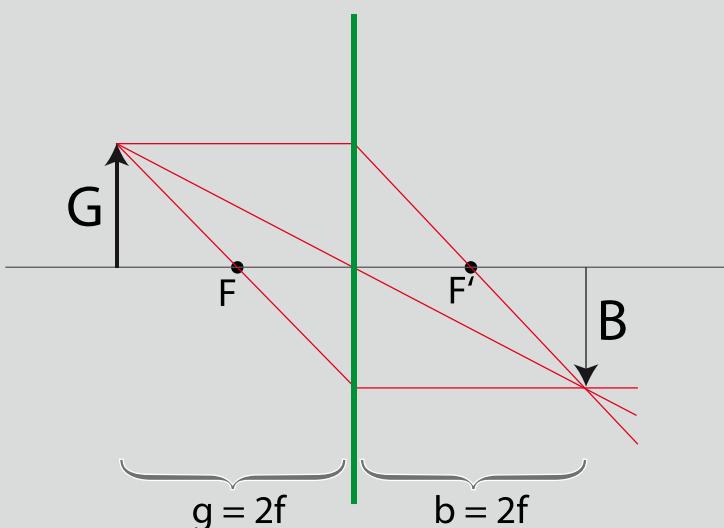


Verkleinertes, umgekehrtes, reelles Bild

Paraxiale Optik

Lösung zum Fall $g = 2f$

Lösung zum Fall $g = 2f$

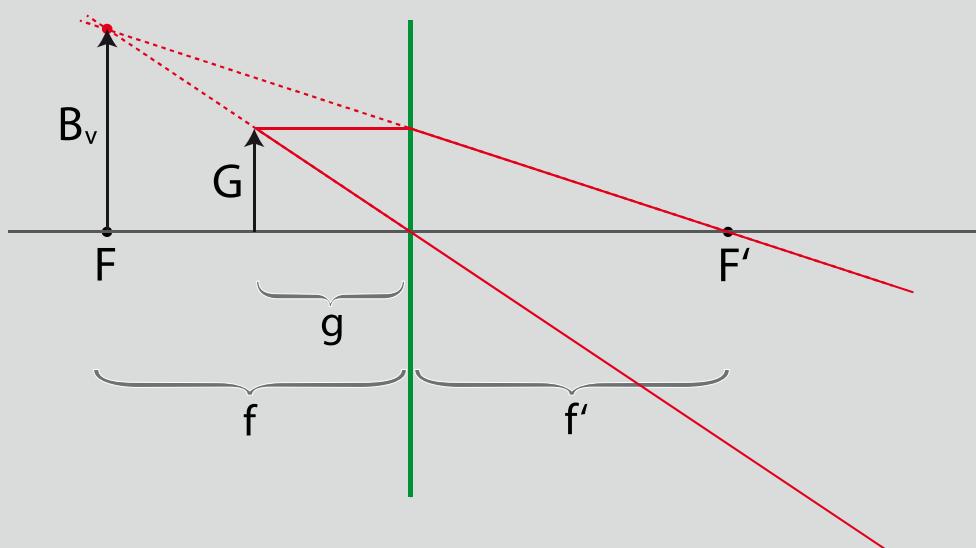


Gleich großes, umgekehrtes, reelles Bild

Paraxiale Optik

Lösung zum Fall $g = \frac{1}{2}f$

Lösung zum Fall $g = \frac{1}{2}f$

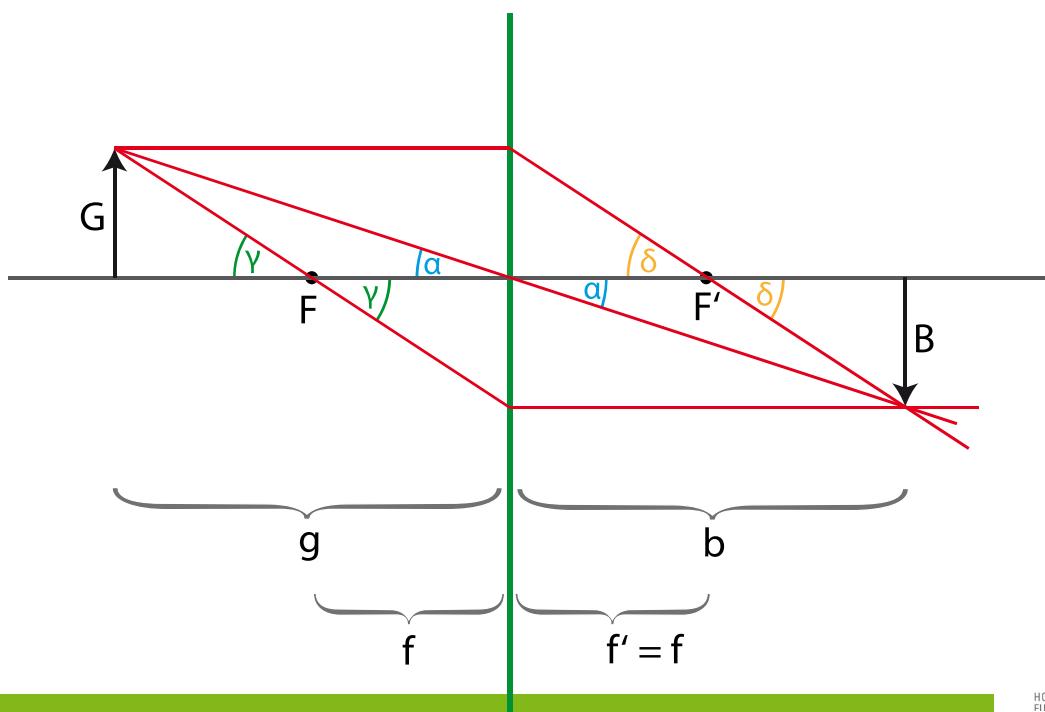


Vergrößertes, aufrechtes, virtuelles Bild

Paraxiale Optik

Abbildungsgleichungen

Wir leiten nun Gleichungen her, mit denen die Abbildungseigenschaften von Linsen in paraxialer Näherung rechnerisch beschrieben werden.



Abbildungsgleichungen

Herleitung

Aus dem Diagramm von Folie 32 sind die folgenden Beziehungen ersichtlich:

$$\tan(\alpha) = \frac{G}{g}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{B}{b}$$

$$\leadsto \frac{G}{g} = \frac{B}{b}$$

$$\leadsto \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (1)$$

Abbildungsgleichungen

Abbildungsmaßstab

Definition

Das Verhältnis von Bildgröße und Gegenstandsgröße ist in der Praxis von großer Bedeutung, z.B. für die Frage, ob das Bild eines bestimmten Gegenstands auf den Bildsensor passt. Wir bezeichnen dieses Verhältnis als **Abbildungsmaßstab** β :

$$\beta := \frac{B}{G}.$$

Abbildungsgleichungen

Herleitung

Aus dem Diagramm von Folie 32 entnehmen wir die folgenden Beziehungen:

$$\tan(\delta) = \frac{B}{b-f}$$

$$\tan(\delta) = \frac{G}{f}$$

$$\frac{B}{G} = \frac{b-f}{f} \quad (2)$$

Abbildungsgleichungen

Herleitung

Aus dem Diagramm von Folie 32 lesen wir ab, dass gilt:

$$\tan(\gamma) = \frac{G}{g-f}$$

$$\tan(\gamma) = \frac{B}{f}$$

$$\frac{B}{G} = \frac{f}{g-f} \quad (3)$$

Abbildungsgleichungen

Newton'sche Form

Kombination von (2) und (3):

$$(2): \frac{B}{G} = \frac{b-f}{f}$$

$$(3): \frac{B}{G} = \frac{f}{g-f}$$

$$\leadsto \frac{b-f}{f} = \frac{f}{g-f}$$

Daraus ergibt sich die

Newton'sche (Form der) Abbildungsgleichung:

$$(g-f) \cdot (b-f) = f^2$$

Abbildungsgleichungen

Herleitung der Standardform

Kombination der Gleichungen (1) und (2) liefert:

$$\begin{aligned}\frac{b}{g} &= \frac{b-f}{f} \\ \leadsto \frac{b}{g} &= \frac{b}{f} - 1 \\ \leadsto \frac{1}{g} &= \frac{1}{f} - \frac{1}{b} \\ \leadsto \frac{1}{g} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{f}\end{aligned}$$

Abbildungsgleichungen

Standardform

Daraus ergibt sich die

Standardform der Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

Abbildungsgleichungen

Anwendungsbeispiele

Hörsaalübung:

Bestimmen Sie für jeden der folgenden Fälle (einen Ausdruck für) die Bildweite und den Abbildungsmaßstab β . Verwenden Sie zur Bestimmung der Bildweite b jeweils sowohl die Newton'sche Form

$$(g - f) \cdot (b - f) = f^2$$

als auch die Standardform

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

der Abbildungsgleichung.

- 1 $g = 3f$
- 2 $g = \frac{3}{2}f$
- 3 $g = \frac{1}{2}f$
- 4 $g = 2f$
- 5 $g = f$

Abbildungsgleichungen

Anwendungsbeispiele – Lösung zum Fall $g = 3f$:

Wir führen die Lösung des Falls $g = 3f$ mit der Standardform der Abbildungsgleichung $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ vor:

Einsetzen von $g = 3f$ ergibt

$$\begin{aligned}\frac{1}{3f} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{f} \\ \rightsquigarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{b} &= 1 \\ \rightsquigarrow \frac{1}{b} &= \frac{2}{3} \\ \rightsquigarrow f &= \frac{2}{3}b \\ \rightsquigarrow 3f &= 2b \\ \rightsquigarrow b &= \frac{3}{2}f.\end{aligned}$$

Abbildungsgleichungen

Anwendungsbeispiele – Lösung zum Fall $g = 3f$

Für den Abbildungsmaßstab β ergibt sich mit $\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$ und der eben errechneten Bildweite $b = \frac{3}{2}f$ der Wert

$$\beta = \frac{b}{g} = \frac{\frac{3}{2}f}{3f} = \frac{3}{2}f \cdot \frac{1}{3f} = \frac{1}{2},$$

(vgl. grafische Lösung auf Folie 29).

Abbildungsgleichungen

Anwendungsbeispiele – Lösung zum Fall $g = \frac{3}{2} f$

Wir führen die Lösung des Falls $g = \frac{3}{2} f$ mit der Newton'sche Form der Abbildungsgleichung $(g - f) \cdot (b - f) = f^2$ vor:

Einsetzen von $g = \frac{3}{2} f$ ergibt

$$\begin{aligned} & (\frac{3}{2} f - f) \cdot (b - f) = f^2 \\ \rightsquigarrow & \frac{1}{2} f \cdot (b - f) = f^2 \\ \rightsquigarrow & (b - f) = \frac{f^2}{\frac{1}{2} f} \\ \rightsquigarrow & b - f = 2 f \\ \rightsquigarrow & b = 2 f + f = 3 f \end{aligned}$$

Abbildungsgleichungen

Anwendungsbeispiele – Lösung zum Fall $g = \frac{3}{2} f$

Für den Abbildungsmaßstab β ergibt sich mit $\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$ und der eben errechneten Bildweite $b = 3 f$ der Wert

$$\beta = \frac{b}{g} = \frac{3 f}{\frac{3 f}{2}} = 2$$

Abbildungsgleichungen

Anwendungsbeispiele – Lösung zum Fall $g = \frac{1}{2}f$

Zur Behandlung des Falls $\frac{1}{2}f$ verwenden wir wiederum die Standardform $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$:

Einsetzen von $g = \frac{1}{2}f$ ergibt

$$\begin{aligned}\frac{1}{\frac{1}{2}f} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{f} \\ \rightsquigarrow b &= -f\end{aligned}$$

Bemerkung:

Das negative Vorzeichen von b bedeutet hier, dass das (virtuelle) Bild **auf der gleichen Seite** wie der Gegenstand liegt (im Gegensatz zum Normalfall reeller Bilder).

Abbildungsgleichungen

Anwendungsbeispiele - Lösung zum Fall $g = \frac{1}{2}f$

Für den Abbildungsmaßstab β ergibt sich mit $\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$ und der eben errechneten Bildweite $b = -f$ der Wert

$$\beta = \frac{b}{g} = \frac{-f}{\frac{1}{2}f} = -2,$$

(vgl. grafische Lösung auf Folie 31).

Bemerkung

Das negative Vorzeichen von β bedeutet hier, dass das (virtuelle) Bild **oberhalb** der optischen Achse liegt und somit aufrecht steht (im Gegensatz zum „Normalfall“ umgekehrter reeller Bilder).

Abbildungsgleichungen

Vorzeichenkonventionen

Vorzeichenkonventionen

Es gibt auch andere Vorzeichenkonventionen, etwa die Vorzeichenregeln für die technische Optik, wie sie in DIN 1335 festgeschrieben sind.

Abbildungsgleichungen

Zerstreuungslinsen

Bemerkungen:

- Wir weisen Zerstreuungslinsen **negative** Brennweiten zu.
- Wie wir noch sehen werden, sind die Bilder von Zerstreuungslinsen sind stets virtuell, daher ergeben sich auch negative Bildweiten.

Abbildungsgleichungen

Zerstreuungslinsen

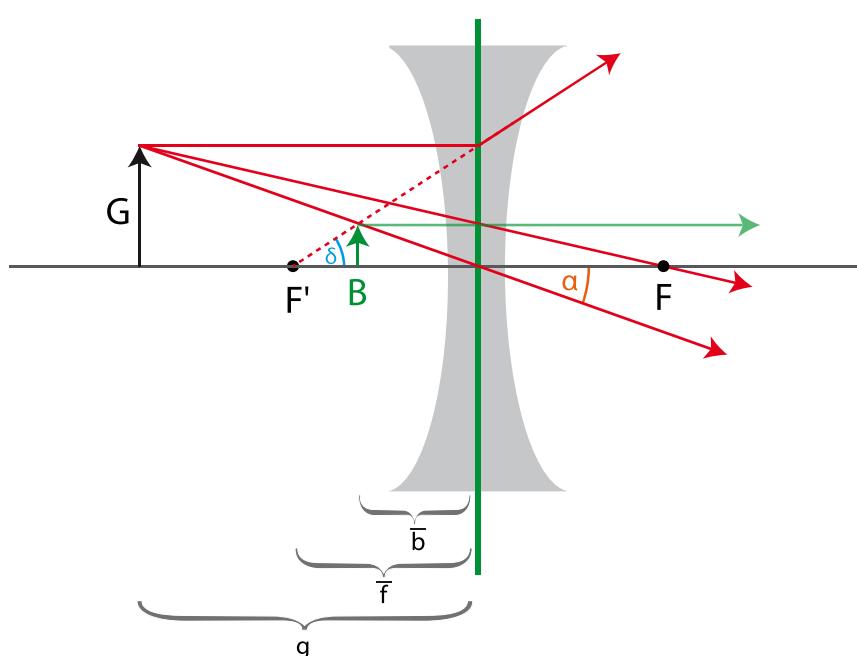
Hörsaalübung

- Skizzieren Sie eine (ideal dünne) Zerstreuungslinse mit Brennweite $f = -2 \text{ cm}$.
- Platzieren Sie einen Gegenstandspfeil im Abstand $g = 3 \text{ cm}$ vor der Linse.
- Konstruieren Sie das (virtuelle) Bild, das die Linse von diesem Gegenstand erzeugt.
- Berechnen Sie die Bildweite b sowie den Abbildungsmaßstab β mithilfe der Abbildungsgleichung und vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit Ihrer Skizze.

Abbildungsgleichungen

Herleitung für Zerstreuungslinsen

Die Gleichung $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$ gilt auch für Zerstreuungslinsen, allerdings mit $f < 0$. Hier ergeben sich bei positiven Gegenstandsweiten stets negative Bildweiten $b < 0$.



Abbildungsgleichungen

Zerstreuungslinsen

$$\begin{aligned}\tan(\alpha) &= \frac{B}{\bar{b}} = \frac{G}{g} \\ \leadsto \frac{B}{G} &= \frac{\bar{b}}{g}\end{aligned}\tag{1}$$

$$\begin{aligned}\tan(\delta) &= \frac{G}{\bar{f}} = \frac{B}{\bar{f} - \bar{b}} \\ \leadsto \frac{B}{G} &= \frac{\bar{f} - \bar{b}}{\bar{f}}\end{aligned}\tag{2}$$

Abbildungsgleichungen

Zerstreuungslinsen

$$\begin{aligned}\leadsto \frac{B}{G} &= \frac{\bar{b}}{g} = \frac{\bar{f} - b}{\bar{f}} \\ \leadsto \frac{\bar{b}}{g} &= 1 - \frac{b}{\bar{f}} \\ \frac{1}{g} &= \frac{1}{\bar{b}} - \frac{1}{\bar{f}}\end{aligned}$$

$$\frac{1}{g} - \frac{1}{\bar{b}} = -\frac{1}{\bar{f}}$$

Abbildungsgleichungen

Zerstreuungslinsen

Setze $f = -\bar{f}$, $b = -\bar{b}$

$$\leadsto \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Bemerkung

Wir weisen Zerstreuungslinsen also **negative** Brennweiten zu. Die Bilder von Zerstreuungslinsen sind stets virtuell, daher ergeben sich auch negative Bildweiten.

Abbildungsgleichungen

Zerstreuungslinsen

Bemerkung

Anstelle der Brennweite f wird etwa in der Augenoptik oft die Brechkraft D angegeben.

$$\text{Brechkraft: } D = \frac{1}{f}$$

$$\text{Einheit: } [D] = \frac{1}{[f]} = \frac{1}{m} = m^{-1} = \text{dpt (Dioptrie)}$$

Abbildungsgleichungen

Zerstreuungslinsen

Beispiel

Eine Zerstreuungslinse mit $D = -4$ dpt hat die Brennweite $f = -25$ cm.

$$D = -4 \text{ dpt}$$

$$f = -\frac{1}{4} \text{ m}$$
$$= -25 \text{ cm}$$

Physik in Medien und Informatik



Paraxiale Optik für
Linsensysteme

3

Autor: Prof. Dr. Th. Schneider Dozent: Prof. Dr. M. A. García

Stand: 22.09.2023

- 1 Linsensysteme**
- 2 System mit zwei Sammellinsen**
- 3 System mit Zerstreuungs- und Sammellinse (Retrofokussystem)**
- 4 Paraxiale Analyse von Linsensystemen**
- 5 Nachtrag: Alternative Bildkonstruktionen**

Linsensysteme

Einführung

Einzellinsen vs. Linsensysteme

- Bisher haben wir Einzellinsen und ihre optischen Eigenschaften betrachtet.
- Reale optische Systeme (z.B. Kameraobjektive) bestehen oft aus mehreren / vielen Linsen.

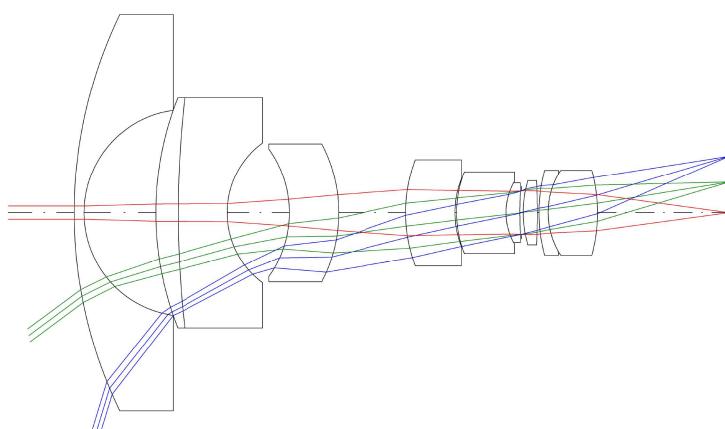


Abbildung: Schematische Darstellung des Objektivs einer Action Cam

Linsensysteme

Einführung

Systeme zweier Linsen

- Wir untersuchen im Folgenden optische Systeme, die aus **zwei** Linsen bestehen.
- Diese lassen sich noch „von Hand“ analysieren
- Dagegen ist die Konstruktion und Analyse von Mehrlinsensystemen aufwändig und wird heute ausschließlich mit Rechnerunterstützung betrieben.
- Manche Systeme bestehen aus zwei **Linsengruppen**, die sich mit den hier vorgestellten Methoden beschreiben lassen.

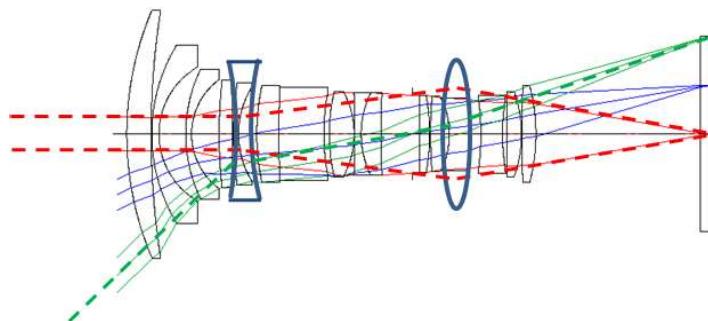


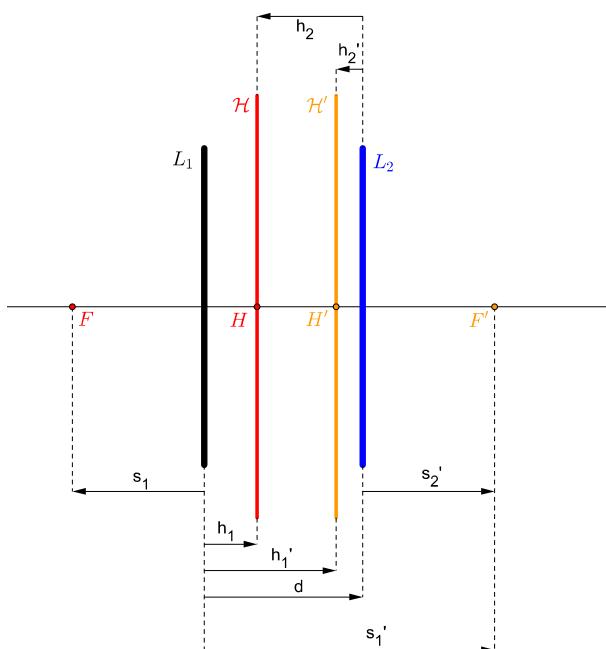
Abbildung: Objektiv in Retrofokusbauweise mit negativer und positiver Linsengruppe

Systeme zweier Linsen

Bezeichnungen

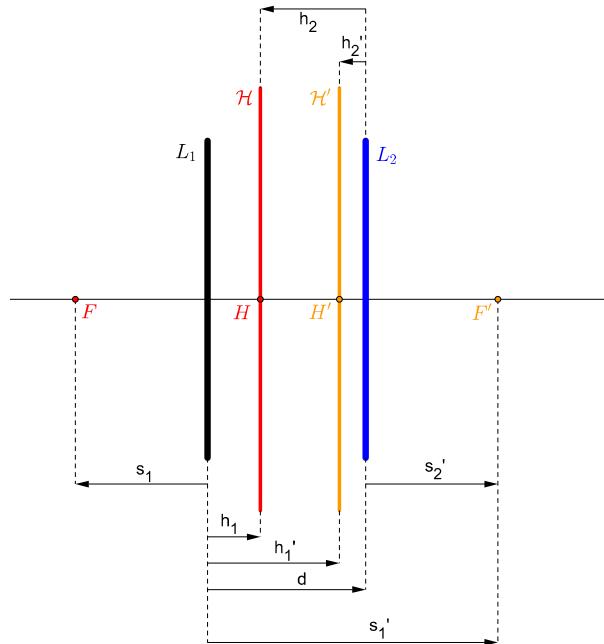
System zweier Linsen

System zweier (ideal dünner) Linsen mit Brennweiten f_1 (links) und f_2 (rechts), deren Hauptebenen sich Abstand d voneinander befinden:



Systeme zweier Linsen

Systembrennweite



Systembrennweite

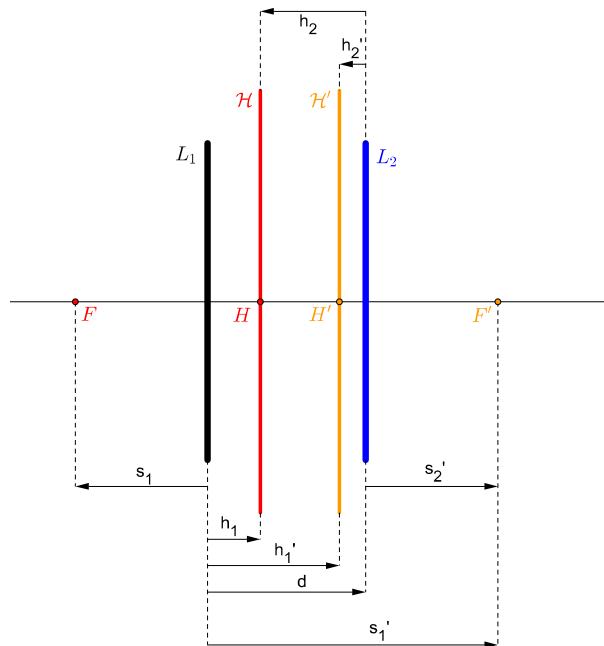
Die Systembrennweite f ist gleich dem Abstand

- des Brennpunktes F von der Hauptebene \mathcal{H} bzw.
- des Brennpunktes F' von der Hauptebene \mathcal{H}'

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad \leadsto \quad f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}.$$

Systeme zweier Linsen

Lage der Systembrennpunkte

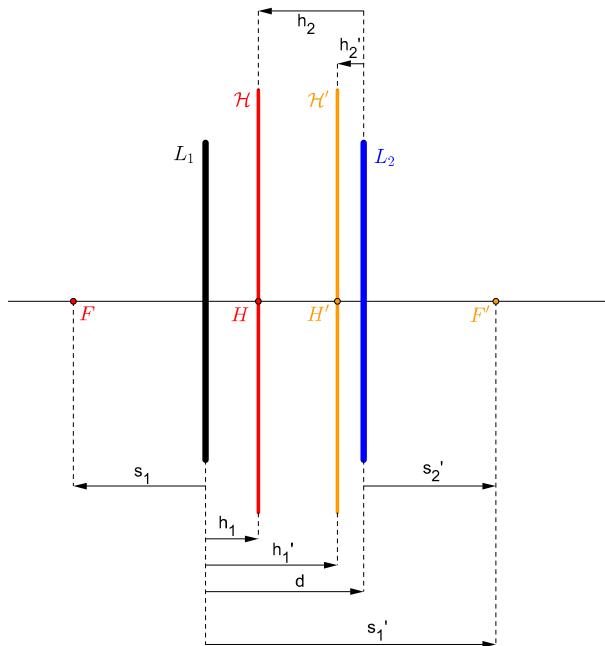


Lage der Systembrennpunkte:

$$s_1 = -\frac{f_1 (f_2 - d)}{f_1 + f_2 - d}, \quad s'_1 = \frac{f_1 f_2 + d (f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d}$$
$$s'_2 = \frac{f_2 (f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d}, \quad s_2 = s_1 - d.$$

Systeme zweier Linsen

Lage der Hauptebenen

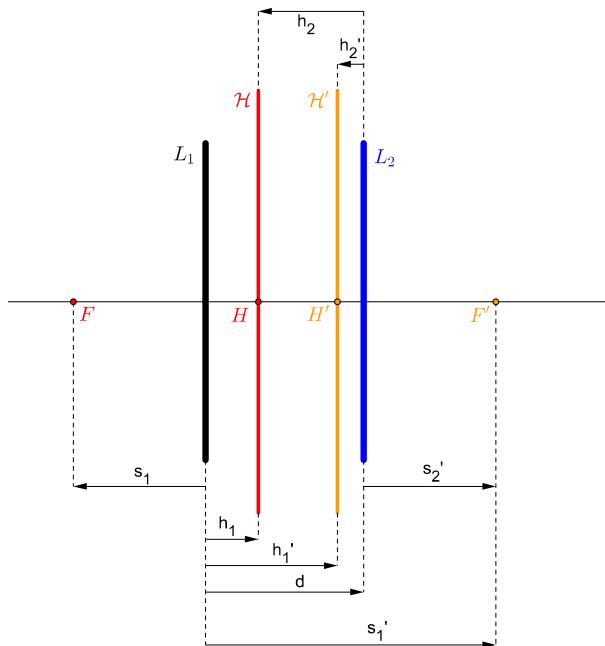


Lage der Hauptebenen:

$$h_1 = \frac{d f_1}{f_1 + f_2 - d}, \quad h'_1 = \frac{d (f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d}$$
$$h_2 = -\frac{d (f_2 - d)}{f_1 + f_2 - d},$$
$$h'_2 = h'_1 - d = -\frac{d f_2}{f_1 + f_2 - d}.$$

Systeme zweier Linsen

Abstand der Hauptebenen



Abstand der Hauptebenen:

$$h = h'_1 - h_1 = -\frac{d^2}{f_1 + f_2 - d}.$$

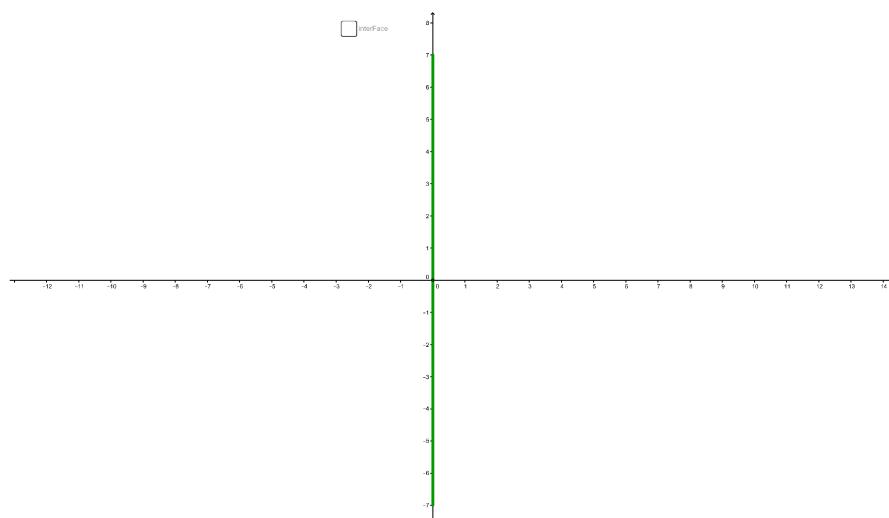
System zweier Sammellinsen

Erstes Beispielsystem: Zwei Sammellinsen

- Wir analysieren ein System zweier Sammellinsen. Diese werden jeweils als ideal dünne Linsen modelliert.
- Die (links platzierte) erste Linse hat die Brennweite $f_1 = 5 \text{ cm}$,
- die (rechts platzierte) zweite Linse hat die Brennweite $f_2 = 3 \text{ cm}$.
- Der Abstand (zwischen den Hauptebenen) der beiden Linsen ist $d = 2 \text{ cm}$.

System zweier Sammellinsen

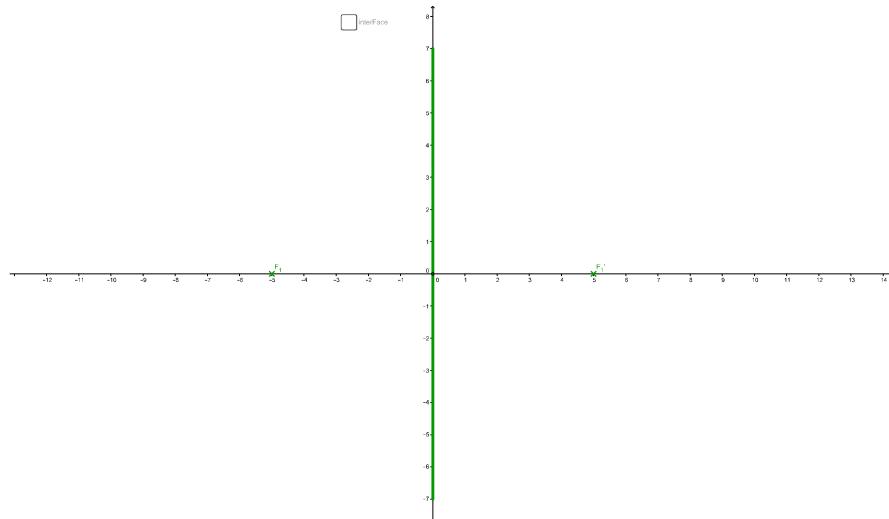
Aufbau



Die linke Linse mit einer Brennweite von $f_1 = 5 \text{ cm}$ wird eingezeichnet.

System zweier Sammellinsen

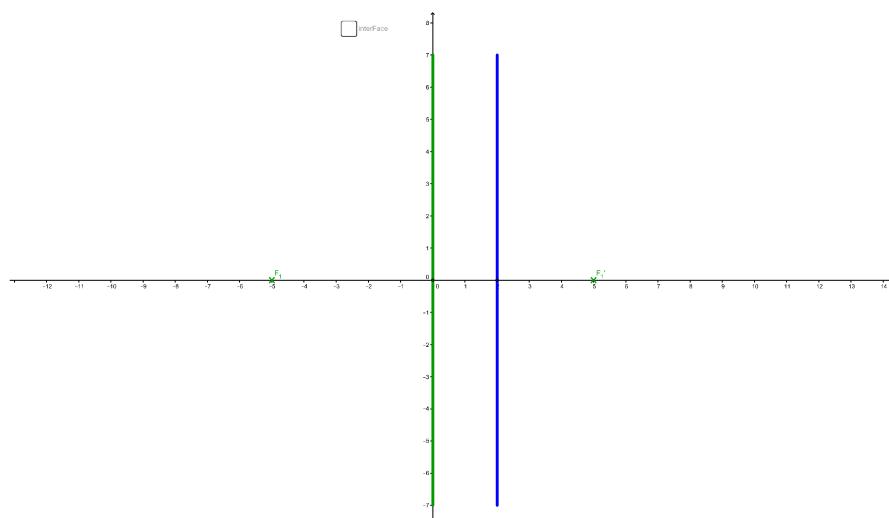
Aufbau



Die Brennpunkte der **linken Linse** werden eingezeichnet.

System zweier Sammellinsen

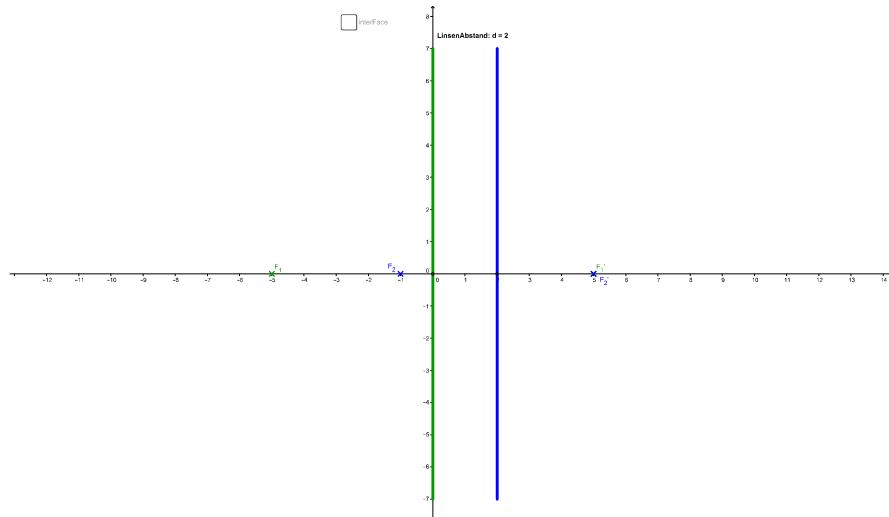
Aufbau



Die **rechte Linse**, mit einer Brennweite von $f_2 = 3 \text{ cm}$, wird eingezeichnet.
Die Linsen haben einen Abstand von $d = 2 \text{ cm}$.

System zweier Sammellinsen

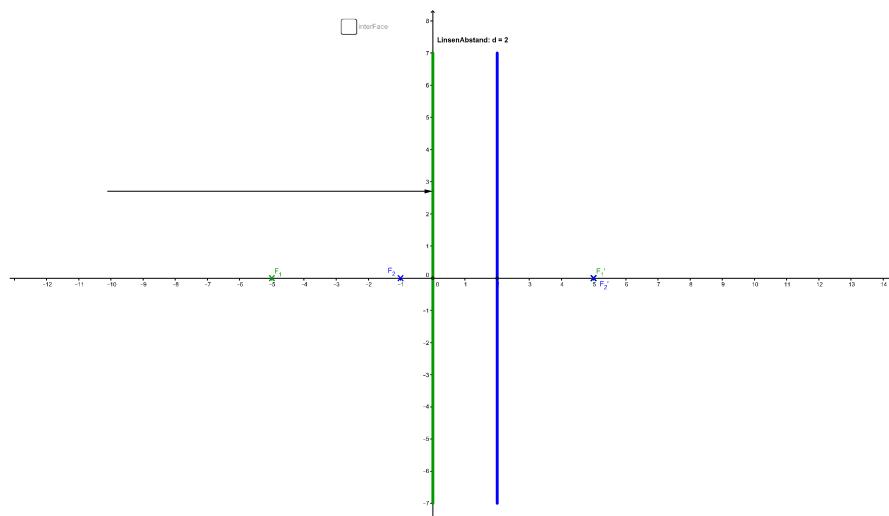
Aufbau



Die Brennpunkte der [rechten Linse](#) werden platziert.

System zweier Sammellinsen

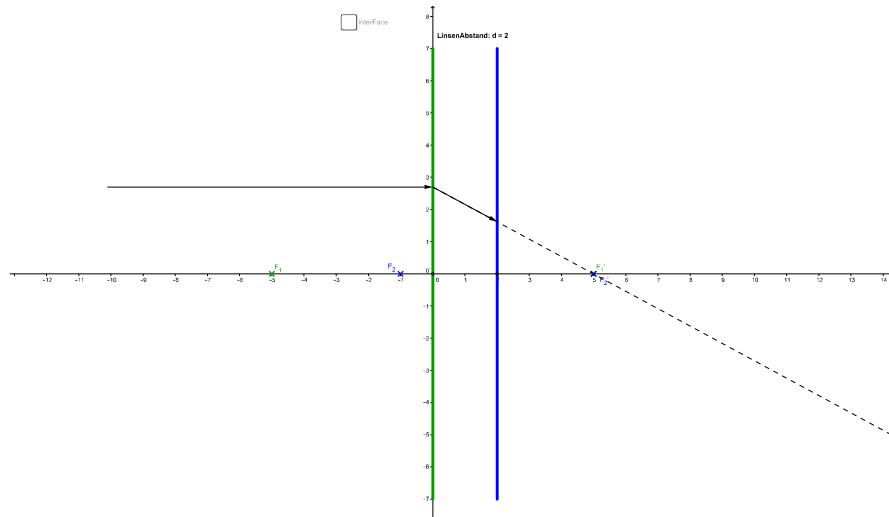
Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



Ein achsenparalleler Strahl fällt von links auf die [linke Linse](#).

System zweier Sammellinsen

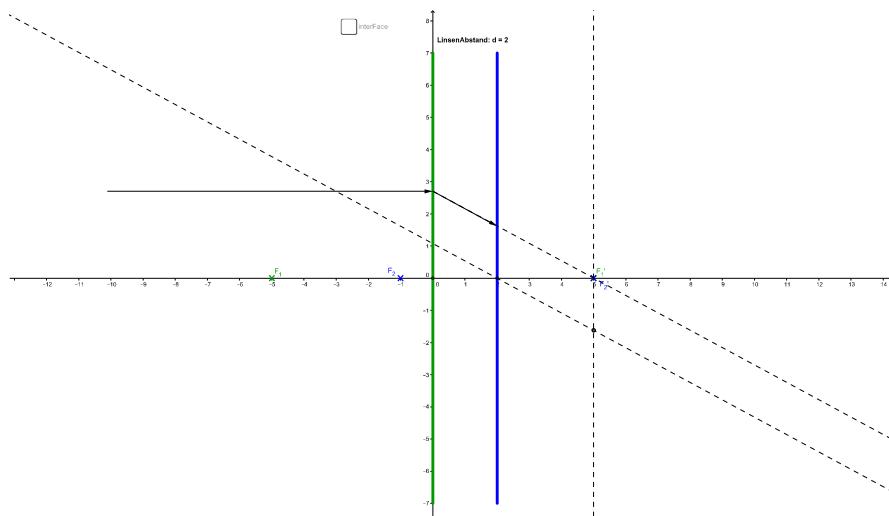
Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



Der achsenparallele Strahl wird in Richtung des Brennpunkts F'_1 gebrochen und trifft auf die rechte Linse.

System zweier Sammellinsen

Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



Da der Strahl bezogen auf die rechte Linse weder Brennpunkt-, noch Mittelpunkt-, noch achsenparalleler Strahl ist, wird der Strahlengang unter Verwendung eines Hilfsstrahls konstruiert.

System zweier Sammellinsen

Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .

Paraxiale Konstruktion für beliebig einfallende Strahlen:

Hierzu wird eine Parallelle zu dem auf die **rechte Linse** auftreffenden Strahl durch den Mittelpunkt dieser Linse gezogen. Der Schnittpunkt dieses Hilfsstrahls mit der Brennebene markiert den Punkt, durch den der einfallende Strahl nach der **rechte Linse** verläuft.

Regel:

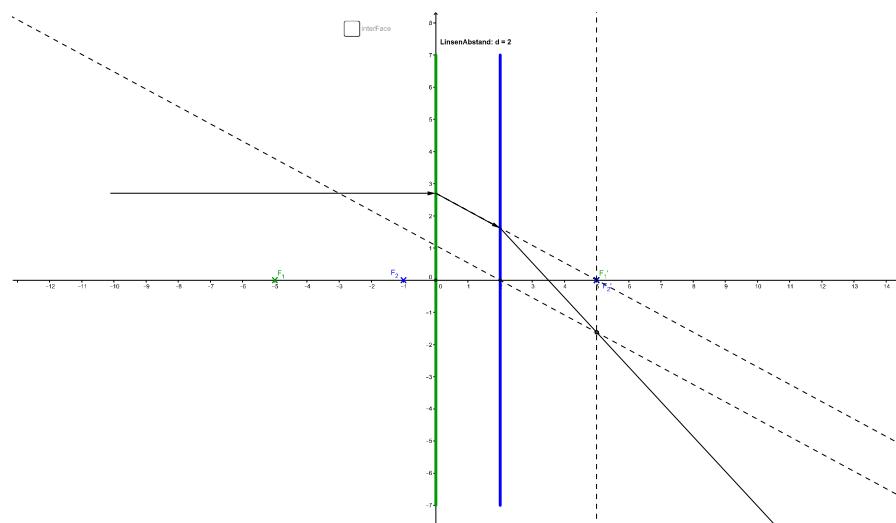
Alle parallel verlaufenden Strahlen, die auf eine Linse auftreffen, schneiden sich im selben Punkt auf der Brennebene. Da ein Mittelpunktstrahl nicht gebrochen wird, sondern unverändert durch die Linse verläuft, muss dessen Schnittpunkt mit der Brennebene auch der Punkt sein, durch den unser Strahl verläuft.

Bemerkung

Man muss nicht den Mittelpunktstrahl nehmen. Man kann z.B. auch den Brennpunktstrahl verwenden, da man dessen Verlauf auch ohne Hilfsstrahlen konstruieren kann.

System zweier Sammellinsen

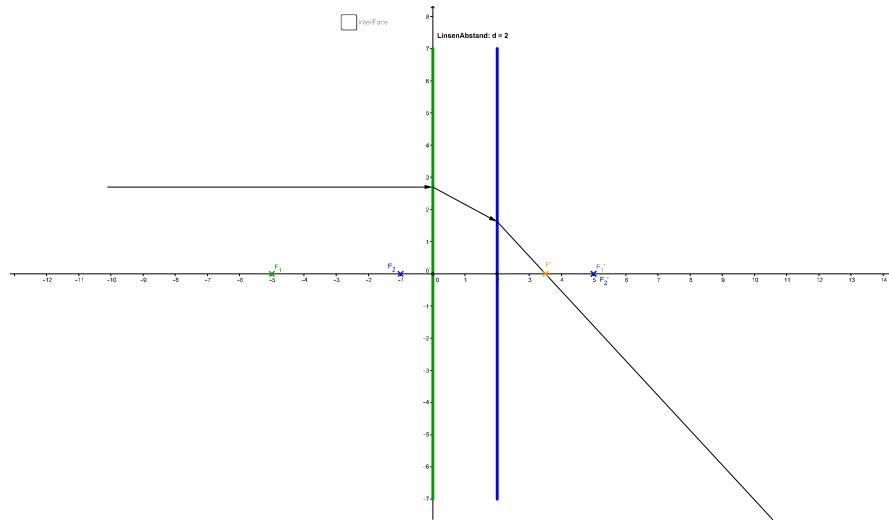
Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



Wie bei dem vorherigen Punkt erklärt, verläuft der auf die Linse auftreffende Strahl durch den entstandenen Schnittpunkt.

System zweier Sammellinsen

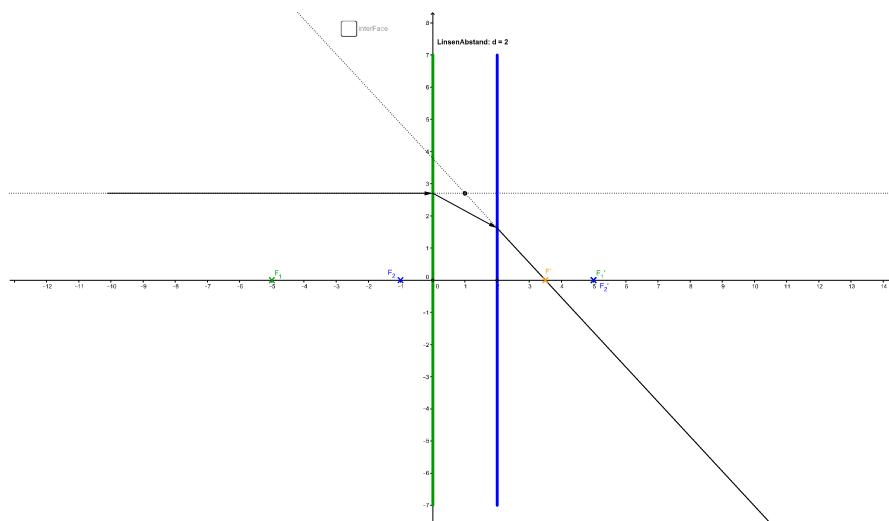
Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



An der Stelle, an der der Strahl die optische Achse schneidet, befindet sich der Brennpunkt F' der Hauptebene \mathcal{H}' .

System zweier Sammellinsen

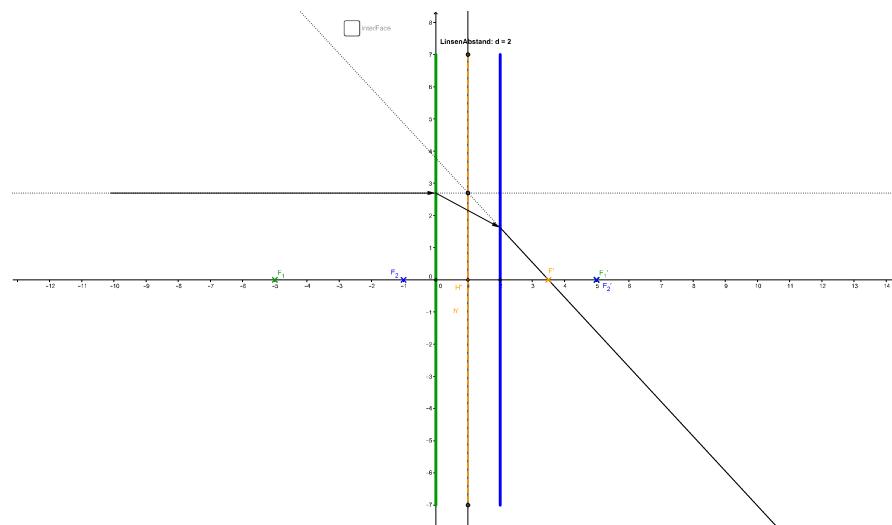
Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



Man verlängert den achsenparallelen Strahl in positiver und den endgültigen Strahl in negativer x-Richtung.
Deren Schnittpunkt liegt auf der Hauptebene \mathcal{H}' .

System zweier Sammellinsen

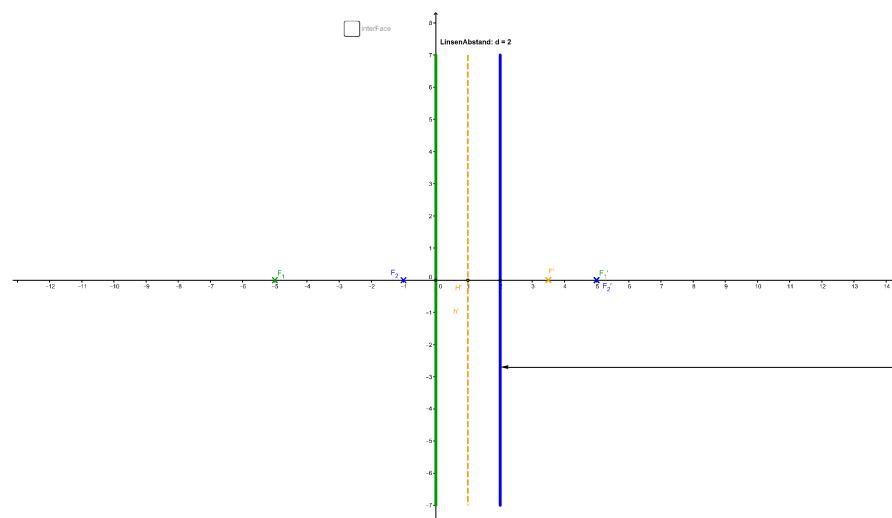
Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



Die Hauptebene \mathcal{H}' wird eingezeichnet.

System zweier Sammellinsen

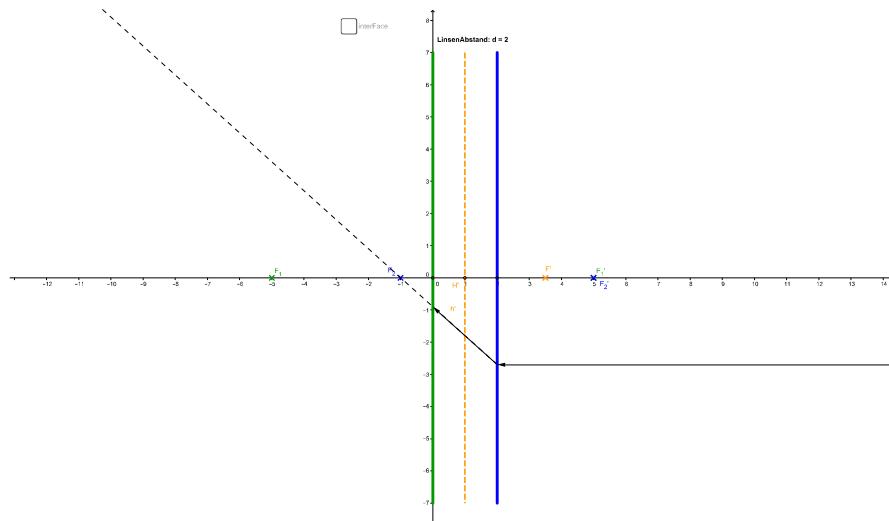
Konstruktion von Systembrennpunkt F und Hauptebene \mathcal{H} .



Ein achsenparalleler Strahl fällt von rechts auf die rechte Linse.

System zweier Sammellinsen

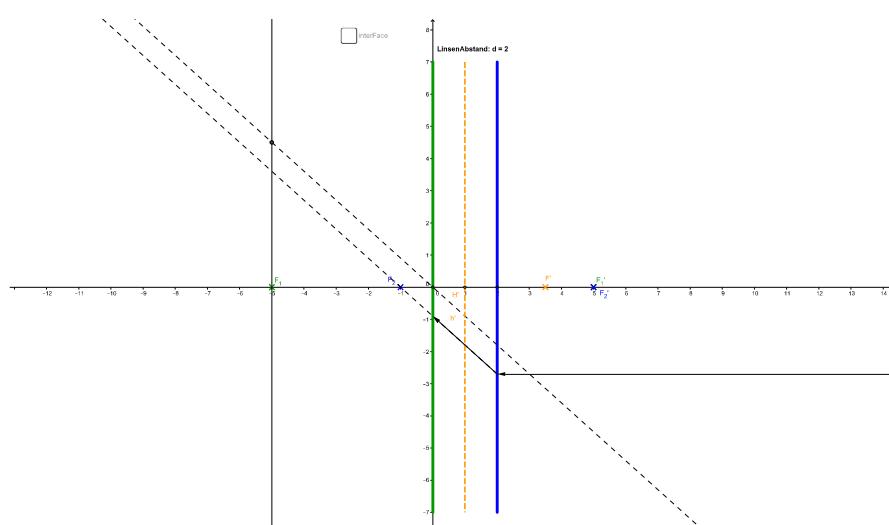
Konstruktion von Systembrennpunkt F und Hauptebene \mathcal{H} .



Der achsenparallele Strahl wird in Richtung des Brennpunkts gebrochen und trifft auf die linke Linse.

System zweier Sammellinsen

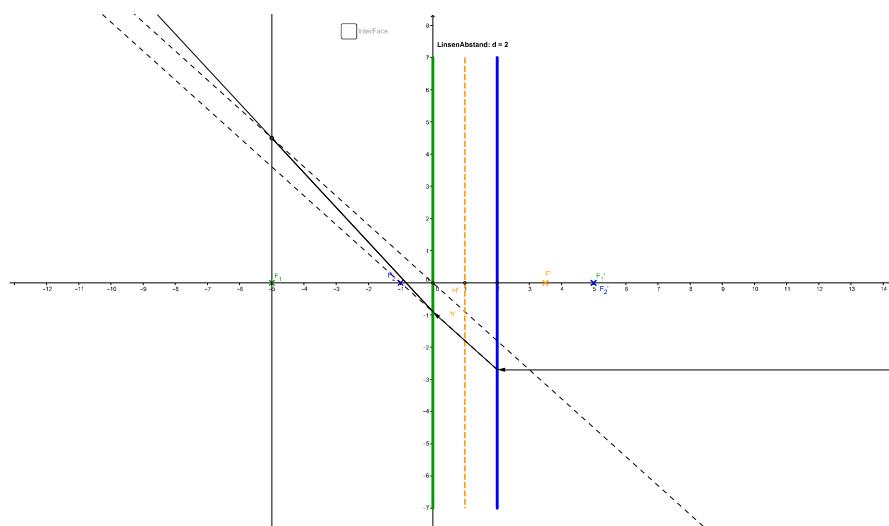
Konstruktion von Systembrennpunkt F und Hauptebene \mathcal{H} .



Der beliebige Strahl wird, wie auf Folie 8 erklärt, mit einem Hilfsstrahl konstruiert.

System zweier Sammellinsen

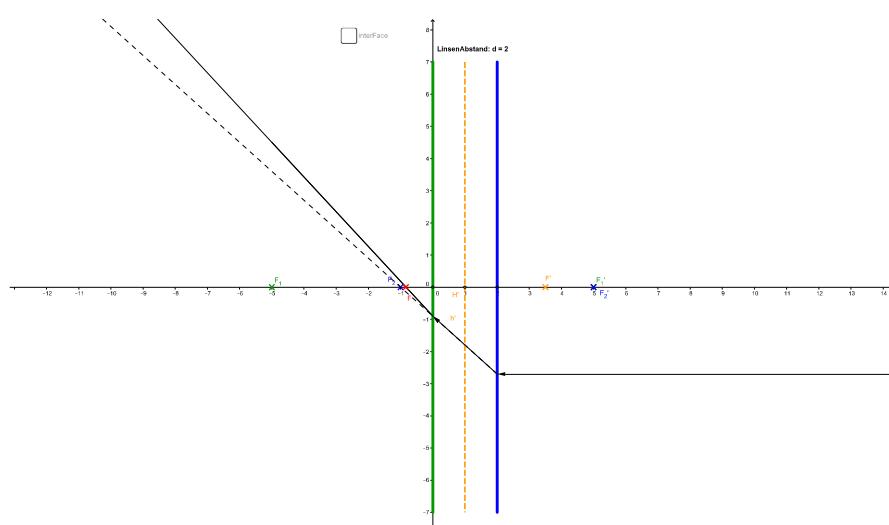
Konstruktion von Systembrennpunkt F und Hauptebene \mathcal{H} .



Der endgültige Strahl verläuft durch den Schnittpunkt des Mittelpunktsstahls mit der Brennebene.

System zweier Sammellinsen

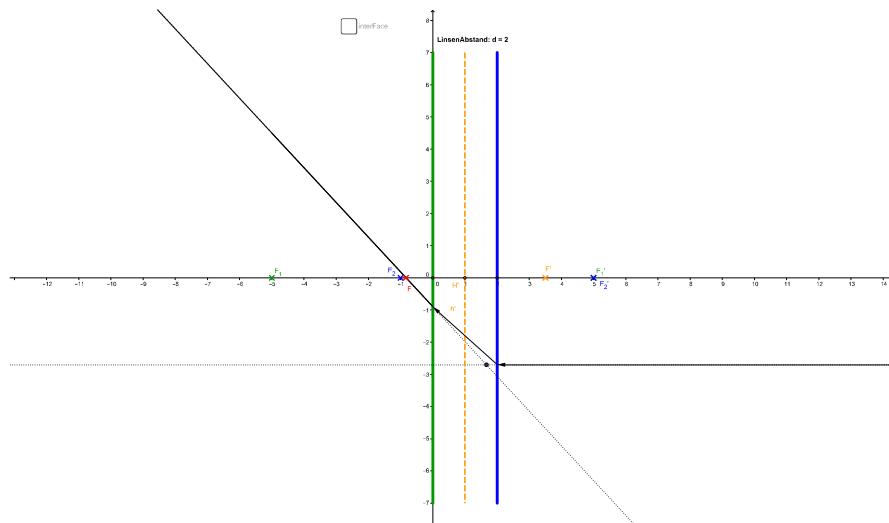
Konstruktion von Systembrennpunkt F und Hauptebene \mathcal{H} .



An der Stelle, an der der endgültige Strahl die x-Achse schneidet, befindet sich der **Brennpunkt F** der **Hauptebene \mathcal{H}** .

System zweier Sammellinsen

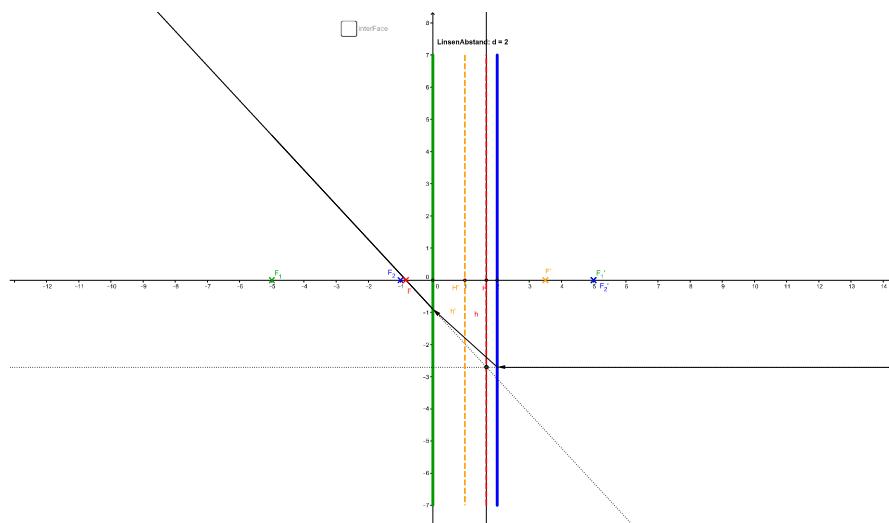
Konstruktion von Systembrennpunkt F und Hauptebene \mathcal{H} .



Man verlängert wieder den achsenparallelen Strahl in positiver und den endgültigen Strahl in negativer x-Richtung. Deren Schnittpunkt liegt wieder auf der **Hauptebene \mathcal{H}** .

System zweier Sammellinsen

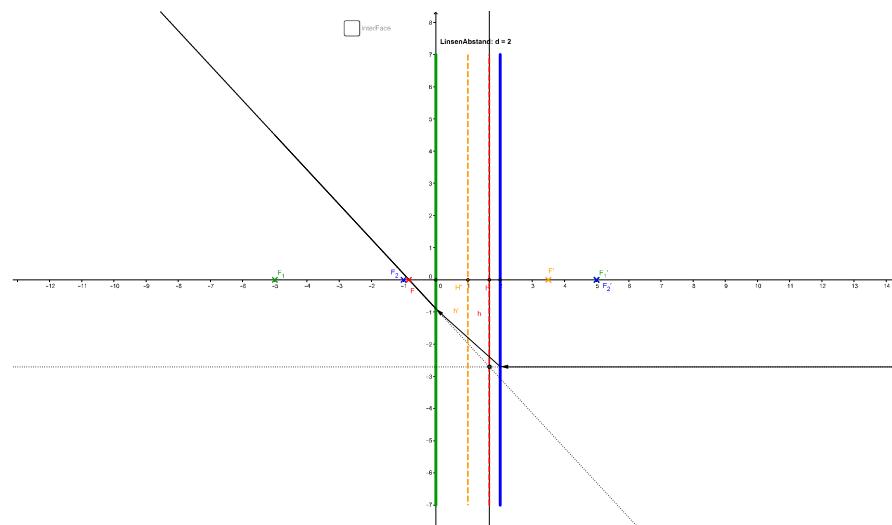
Konstruktion von Systembrennpunkt F und Hauptebene \mathcal{H} .



Die **zweite Hauptebene** wird eingezeichnet.

System zweier Sammellinsen

Systembrennweite



Bestimmung der Systembrennweite

Die Systembrennweite f ist nun gegeben durch den Abstand des Systembrennpunktes \mathcal{F} von der Hauptebebene \mathcal{H} . Die Systembrennweite f' ist entsprechend gleich dem Abstand des Systembrennpunktes \mathcal{F}' von der Hauptebebene \mathcal{H}' . Man erkennt, dass $f = f'$ gilt.

System zweier Sammellinsen

Berechnung der Systembrennweite

Rechnung

$$\begin{aligned}\frac{1}{f_{ges}} &= \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \\ &= \frac{f_2}{f_1 \cdot f_2} + \frac{f_1}{f_1 \cdot f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \\ &= \frac{(f_2 + f_1 - d)}{f_1 \cdot f_2} \\ f_{ges} &= \frac{f_1 \cdot f_2}{(f_2 + f_1 - d)}\end{aligned}$$

Einsetzen der Werte:

$$\begin{aligned}f_{ges} &= \frac{5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}}{3 \text{ cm} + 5 \text{ cm} - 2 \text{ cm}} \\ &= \frac{15 \text{ cm}^2}{6 \text{ cm}} \\ &= 2,5 \text{ cm}\end{aligned}$$

Paraxiale Analyse von Linsensystemen

Hauptebenen und Brennpunkte von Linsensystemen

Vereinbarungen:

- Wir beschreiben jedes von Luft umgebene Linsensystem durch zwei Brennpunkte und zwei Hauptebenen.
- Der Brennpunkt F und die Hauptebene \mathcal{H} beziehen sich auf Licht, das achsenparallel von rechts kommt.
- Der Brennpunkt F' und die Hauptebene \mathcal{H}' beziehen sich auf Licht, das achsenparallel von links kommt.
- Gegenstände werden normalerweise links platziert.

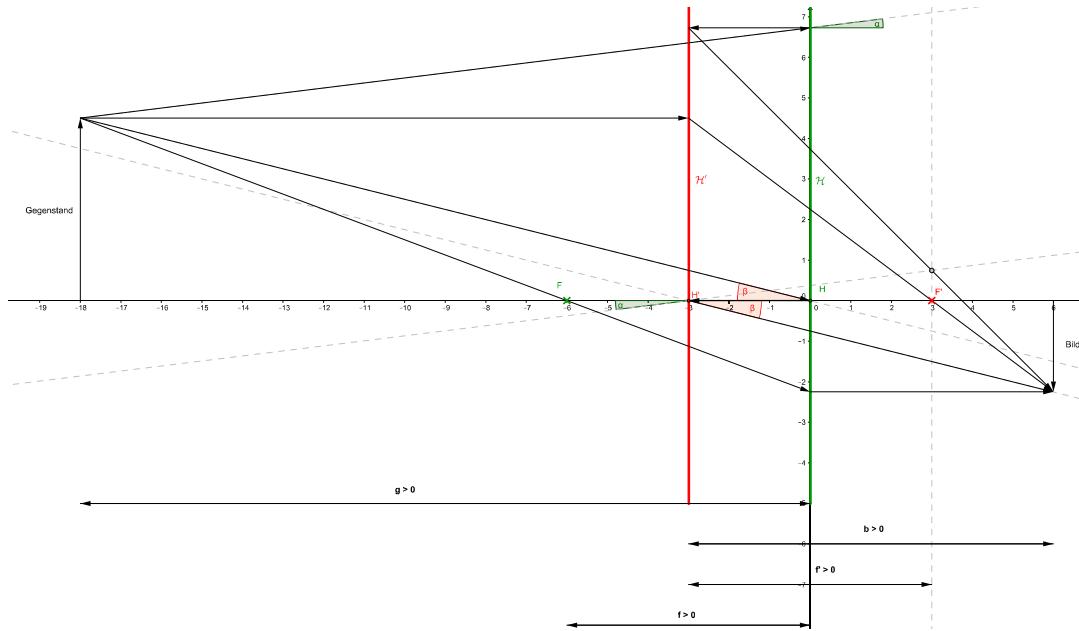
Paraxiale Analyse von Linsensystemen

Vereinbarungen:

- Von links kommende **achsenparallele** Strahlen werden **immer** an der Hauptebene \mathcal{H}' abgeknickt und in Richtung von F' gebrochen. Das Passieren der Hauptebene \mathcal{H} hat für jene Strahlen **keine** weitere Richtungsänderung zur Folge.
- Von rechts kommende **achsenparallele** Strahlen werden **immer** an der Hauptebene \mathcal{H} abgeknickt und in Richtung von F gebrochen. Das Passieren der Hauptebene \mathcal{H}' hat für jene Strahlen **keine** weitere Richtungsänderung zur Folge.
- Hauptpunktstrahlen treffen von links auf den Hauptpunkt H und treten aus h' im selben Winkel wieder aus.
- Für von rechts kommende Strahlen gilt dies entsprechend umgekehrt.
- Für beliebige von links kommende Strahlen erfolgt die Strahlkonstruktion wie folgt:
Nach Auftreffen auf \mathcal{H} verlaufen die Strahlen achsenparallel und werden an \mathcal{H}' abgeknickt.
Um den Austrittswinkel zu bestimmen, muss man eine Parallelle zum ursprünglichen Strahl durch H' legen und deren **Schnittpunkt** mit der zu F' gehörigen Brennebene bestimmen.
Der endgültige Strahl verläuft nun durch diesen Schnittpunkt.
- Für von rechts kommende Strahlen gilt dies wieder umgekehrt.

System zweier Sammellinsen

Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und -hauptebenen

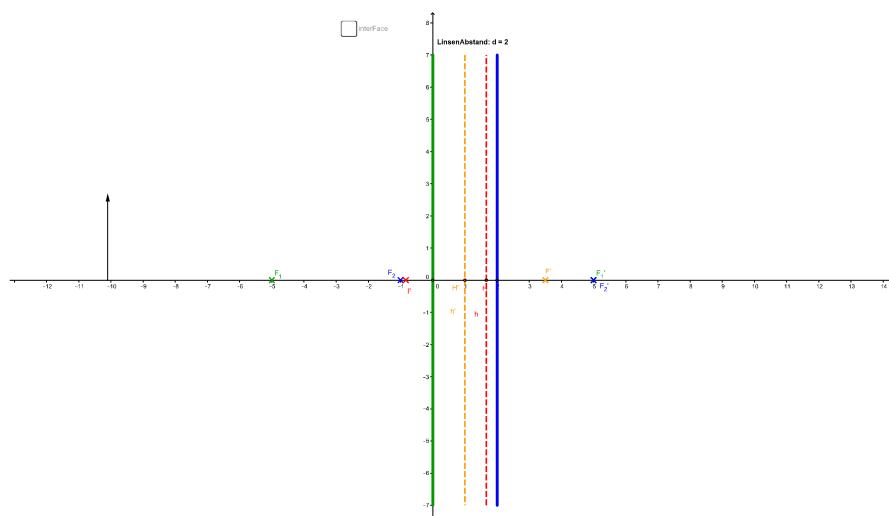


System mit positiver Systembrennweite, Abfolge F, H', H, F' .

Der auf F zielende **oBPS** passiert \mathcal{H}' und wird ab \mathcal{H} zum **bAPS**. Der **oAPSknick** an der Hauptebene \mathcal{H}' ab, passiert \mathcal{H} und läuft als **bBPS** auf F' zu. Der auf H zulaufende **oHPS** resultiert in einem aus H' im gleichen Winkel β auslaufenden **bHPS**. Für **positive** Gegenstandsweite ist die Bildweite **positiv**.

System zweier Sammellinsen

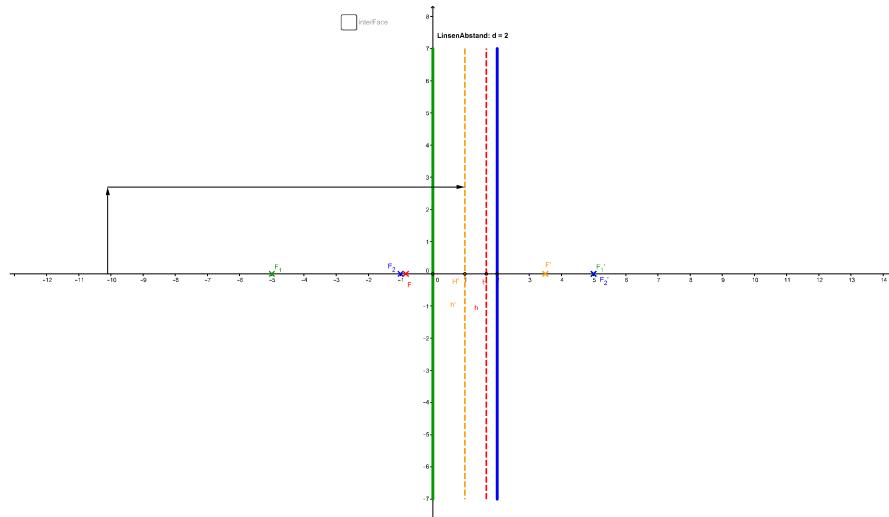
Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und -hauptebenen



Ein Gegenstand wird eingezeichnet vor der **linken Linse**.

System zweier Sammellinsen

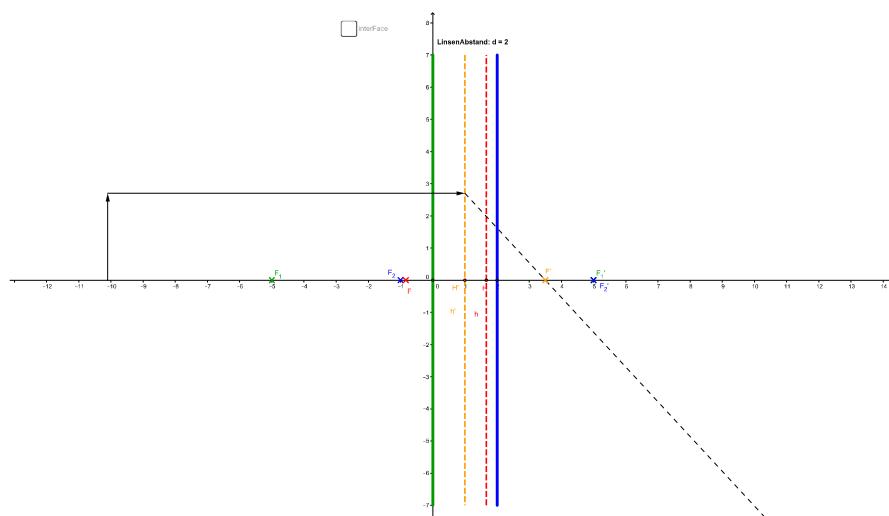
Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und -hauptebenen



Ein achsenparalleler Strahl trifft auf die **Hauptebene H'**.

System zweier Sammellinsen

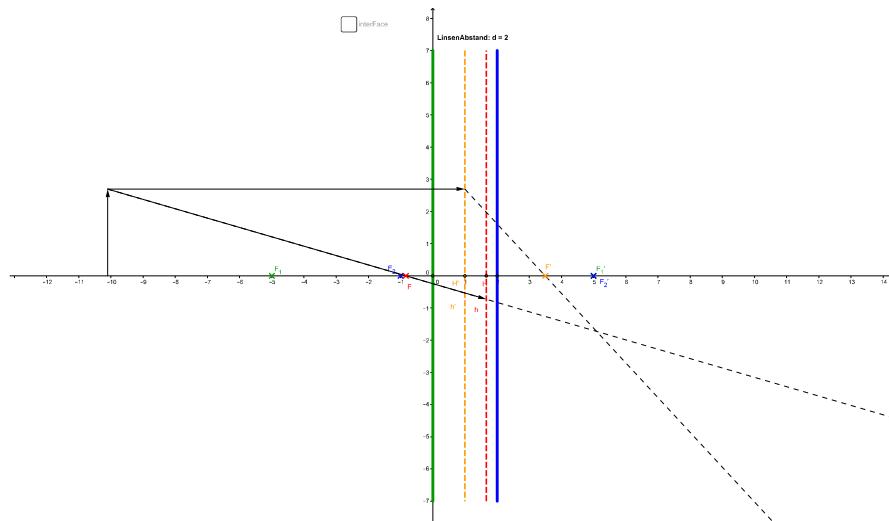
Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und -hauptebenen



Dieser Strahl wird nun in Richtung des **Brennpunkts F'** gebrochen.

System zweier Sammellinsen

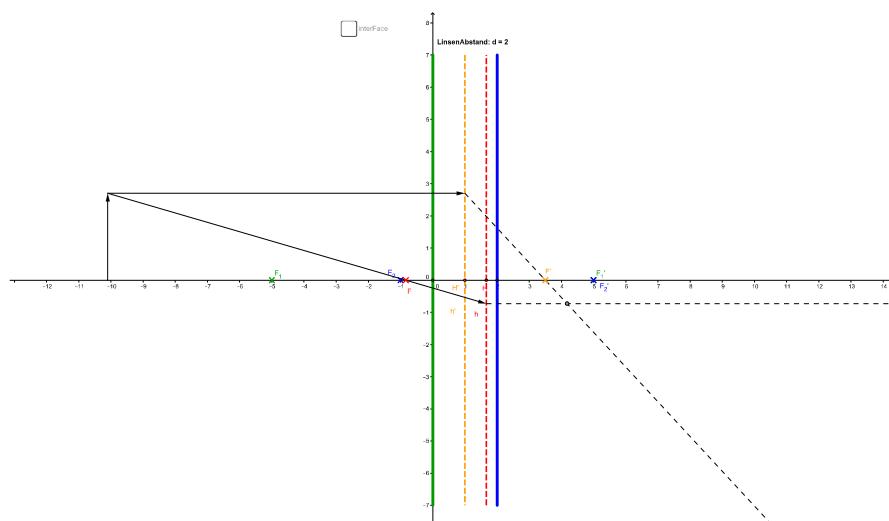
Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und -hauptebenen



Ein zweiter Strahl verläuft durch den **Brennpunkt F** und trifft auf die **Hauptebene H**.

System zweier Sammellinsen

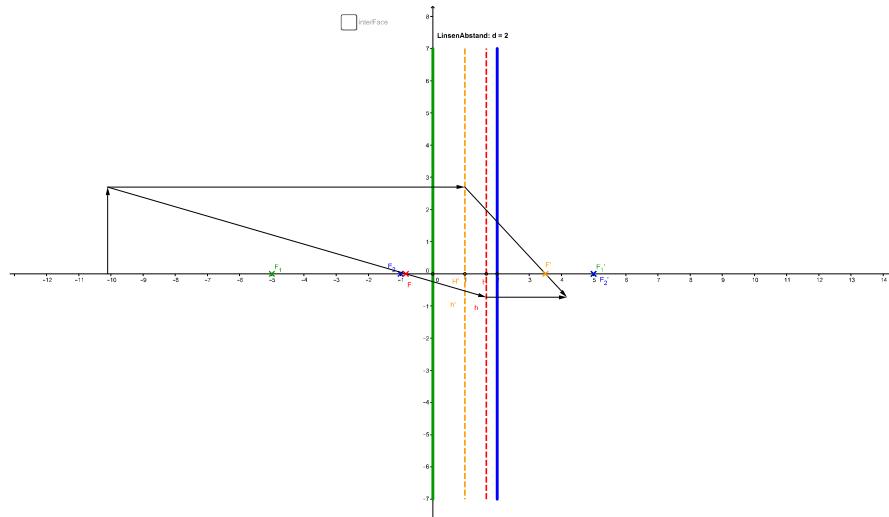
Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und -hauptebenen



Der Strahl wird an der **Hauptebene H** zu einem achsenparallelen Strahl.

System zweier Sammellinsen

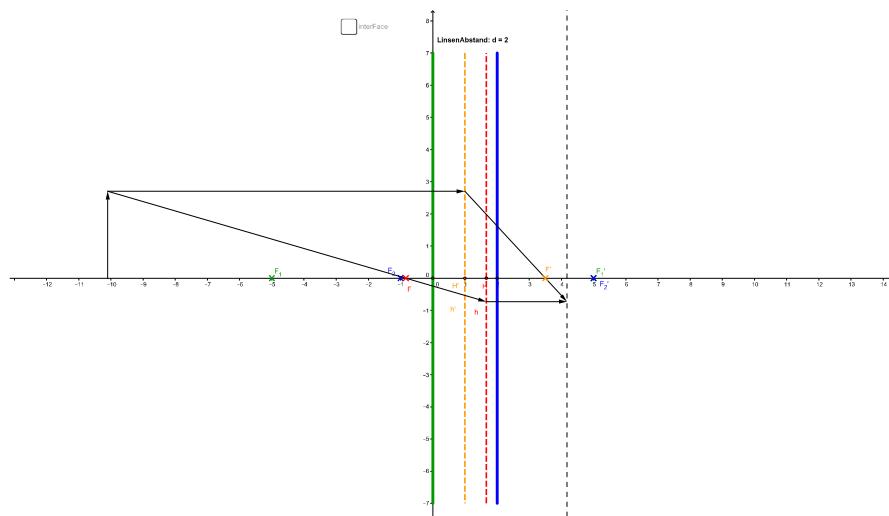
Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und -hauptebenen



Der Punkt an dem sich die beiden Strahlen schneiden, markiert die Spitze des Bildpfeils.

System zweier Sammellinsen

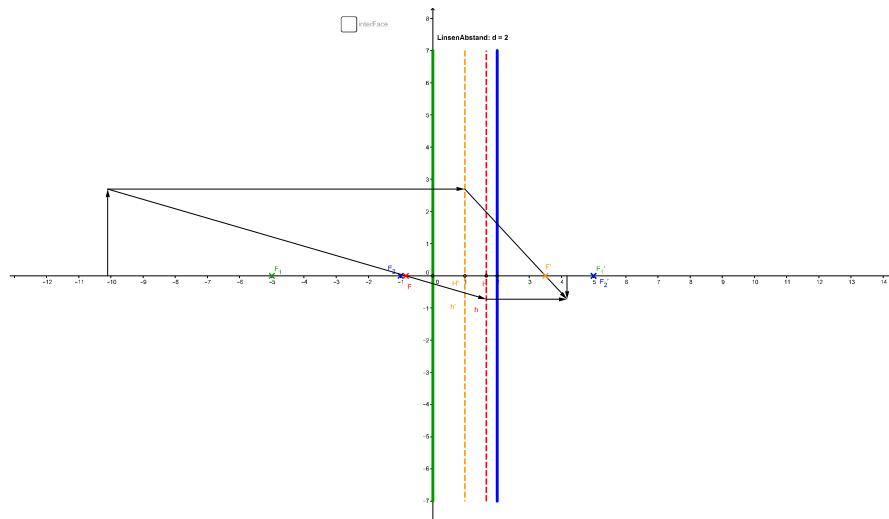
Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und -hauptebenen



Da der Gegenstand senkrecht auf der optischen Achse steht, muss auch der Fußpunkt des Bildpfeils auf einer Geraden liegen, die durch die Spitze des Bildpfeils verläuft und senkrecht auf der optischen Achse steht.

System zweier Sammellinsen

Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und -hauptebenen



Das Bild wird eingezeichnet.

Zwei-Linsen-System

Zerstreuungs- und Sammellinse (Retrofokussystem)

Zerstreuungs- und Sammellinse (Retrofokussystem)

- Wir analysieren ein System mit einer Zerstreuungslinse und einer Sammellinse. Diese werden jeweils als ideal dünne Linsen modelliert.
- Die (links platzierte) Zerstreuungslinse hat die Brennweite $f_1 = -2 \text{ cm}$,
- die (rechts platzierte) Sammellinse hat die Brennweite $f_2 = +2 \text{ cm}$.
- Der Abstand (zwischen den Hauptebenen) der beiden Linsen ist zunächst $d = 1 \text{ cm}$.

Zwei-Linsen-System

Hörsaalübung: Retrofokussystem

Konstruktive Bestimmung der Systembrennweite:

Konstruieren Sie den SystemBrennpunkt F' und die zugehörige Hauptebene \mathcal{H}' anhand eines achsparallel von links einfallenden Strahls. Konstruieren Sie ferner den Brennpunkt F und die Hauptebene \mathcal{H} mit einem achsparallel von rechts einfallenden Strahl.

Daten: Zerstreuungslinse 1 mit $f_1 = -20 \text{ mm}$, Sammellinse 2 mit $f_2 = 20 \text{ mm}$, Hauptebenenabstand $d = 10 \text{ mm}$.

Zwei-Linsen-System

Hörsaalübung: Retrofokussystem

Berechnung der Systembrennweite und der Hauptebenenlage:

- Berechnen Sie die Systembrennweite anhand der Formel

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} .$$

- Berechnen Sie die Lage der Hauptebene \mathcal{H}' anhand einer der folgenden Gleichungen:

$$h'_1 = \frac{d (f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d} \quad (\text{Abstand der Hauptebene } \mathcal{H}' \text{ von Linse 1})$$
$$h'_2 = h'_1 - d. \quad (\text{Abstand der Hauptebene } \mathcal{H}' \text{ von Linse 2})$$

Daten: Zerstreuungslinse 1 mit $f_1 = -20 \text{ mm}$, Sammellinse 2 mit $f_2 = 20 \text{ mm}$, Hauptebenenabstand $d = 10 \text{ mm}$.

Zwei-Linsen-System

Hörsaalübung

Konstruieren Sie das Bild eines Gegenstandspfeils G_1 , der sich im Abstand von 60 mm vor der Zerstreuungslinse befindet. Verwenden Sie hierzu die Systembrennpunkte F und F' sowie der Systemhauptebenen \mathcal{H} und \mathcal{H}' .

Daten: Zerstreuungslinse 1 mit $f_1 = -20 \text{ mm}$, Sammellinse 2 mit $f_2 = 20 \text{ mm}$, Hauptebenenabstand $d = 10 \text{ mm}$.

Zwei-Linsen-System

Zerstreuungs- und Sammellinse (Retrofokussystem)

Zerstreuungs- und Sammellinse (Retrofokussystem)

- Behalten Sie die Brennweiten der Linsen bei und erhöhen Sie den Abstand auf $d = 2 \text{ cm}$.
- Konstruieren Sie die Brennpunkte und Hauptebene dieses (neuen) Systems und überprüfen Sie Ihre Konstruktion mit den einschlägigen Formeln.
- Konstruieren Sie das Bild des Gegenstandspfeils G_1 , der sich im Abstand von 60 mm vor der Zerstreuungslinse befindet.
- Kontrollieren Sie die Lage des Bildpunktes anhand der Abbildungsgleichung.

Daten: Zerstreuungslinse 1 mit $f_1 = -20 \text{ mm}$, Sammellinse 2 mit $f_2 = 20 \text{ mm}$, Hauptebenenabstand $d = 20 \text{ mm}$.

Zerstreuungs- und Sammellinse

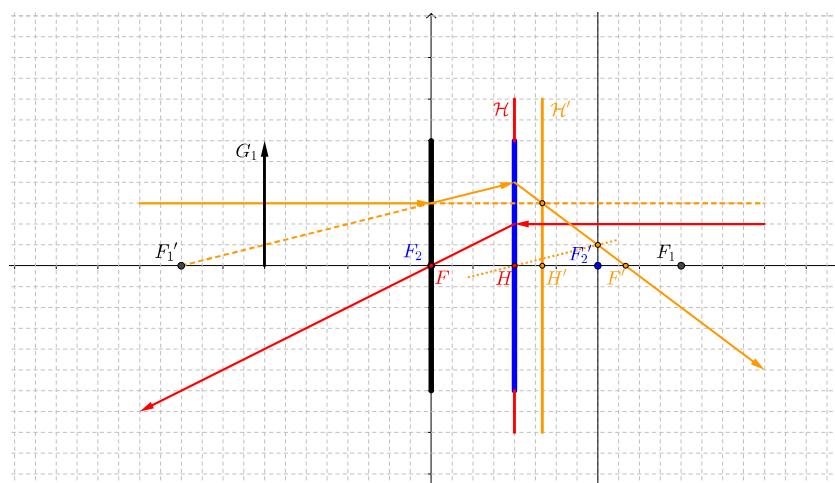
Zerstreuungs- und Sammellinse (Retrofokussystem)

- Wir analysieren ein System mit einer Zerstreuungslinse und einer Sammellinse. Diese werden jeweils als ideal dünne Linsen modelliert.
- Die (links platzierte) Zerstreuungslinse hat die Brennweite $f_1 = -6 \text{ cm}$,
- die (rechts platzierte) Sammellinse hat die Brennweite $f_2 = +2 \text{ cm}$.
- Der Abstand (zwischen den Hauptebenen) der beiden Linsen ist $d = 2 \text{ cm}$.

Zwei-Linsen-System

Retrofokussystem

Betrachten Sie das System bestehend aus einer Zerstreuungslinse 1 mit $f_1 = -60 \text{ mm}$ und einer Sammellinse 2 mit $f_2 = 20 \text{ mm}$ mit Hauptebenenabstand $d = 20 \text{ mm}$.



Zwei-Linsen-System

Retrofokussystem

- Berechnen Sie die Systembrennweite anhand der Formel

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}.$$

- Berechnen Sie die Lage der Hauptebene \mathcal{H}' anhand einer der folgenden Gleichungen:

$$h'_1 = \frac{d (f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d} \quad (\text{Abstand der Hauptebene } \mathcal{H}' \text{ von Linse 1})$$

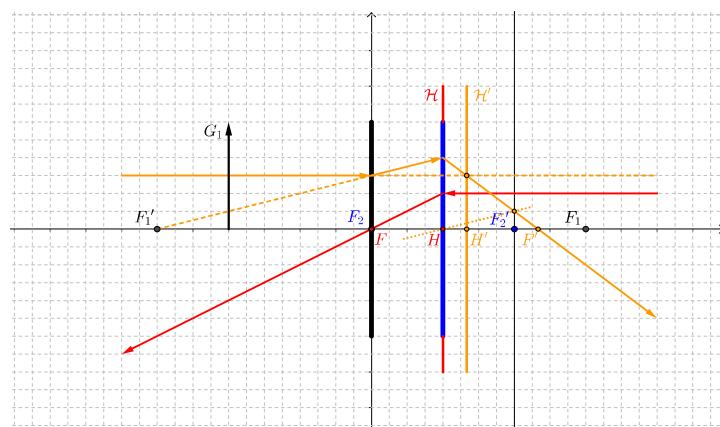
$$h'_2 = h'_1 - d. \quad (\text{Abstand der Hauptebene } \mathcal{H}' \text{ von Linse 2})$$

Daten: Zerstreuungslinse 1 mit $f_1 = -60 \text{ mm}$, Sammellinse 2 mit $f_2 = 20 \text{ mm}$, Hauptebenenabstand $d = 20 \text{ mm}$.

Zwei-Linsen-System

Retrofokussystem

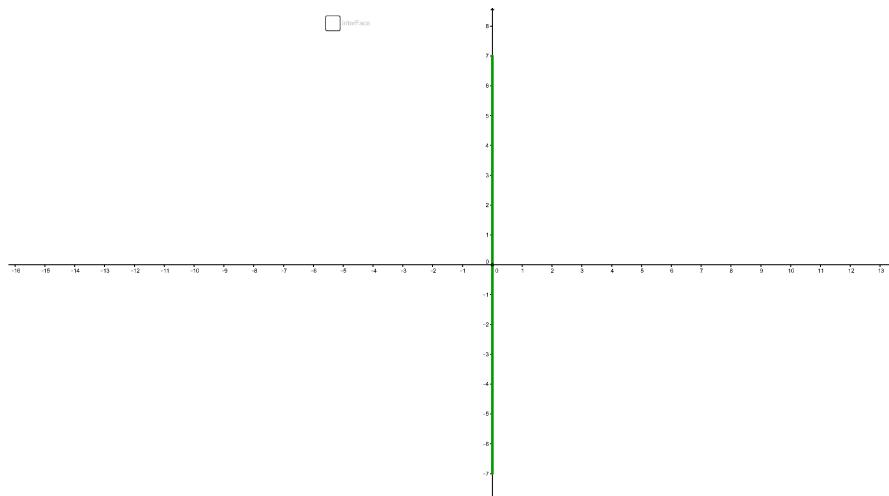
- Konstruieren Sie das Bild des Gegenstandspfeils G_1 unter Verwendung der Systembrennpunkte F und F' sowie der Systemhauptebenen \mathcal{H} und \mathcal{H}' .
- Konstruieren Sie das Bild des Gegenstandspfeils G_1 durch Anwendung der Abbildungsgesetze, die für die einzelnen Linsen gelten.



Daten: Zerstreuungslinse 1 mit $f_1 = -60 \text{ mm}$, Sammellinse 2 mit $f_2 = 20 \text{ mm}$, Hauptebenenabstand $d = 20 \text{ mm}$.

Zerstreuungs- und Sammellinse

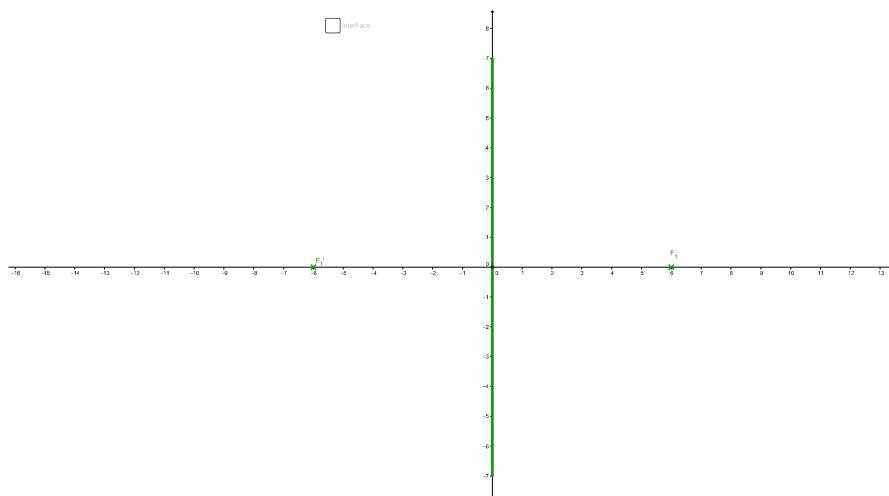
Aufbau des Linsensystems



Die linke Linse mit einer Brennweite von $f_1 = -6 \text{ cm}$ wird eingezeichnet.

Zerstreuungs- und Sammellinse

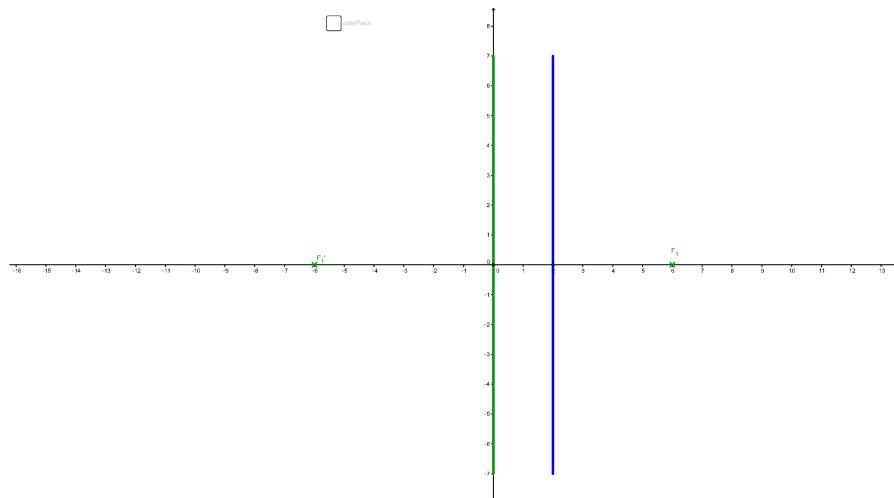
Aufbau des Linsensystems



Die Brennpunkte der Linse werden eingezeichnet.

Zerstreuungs- und Sammellinse

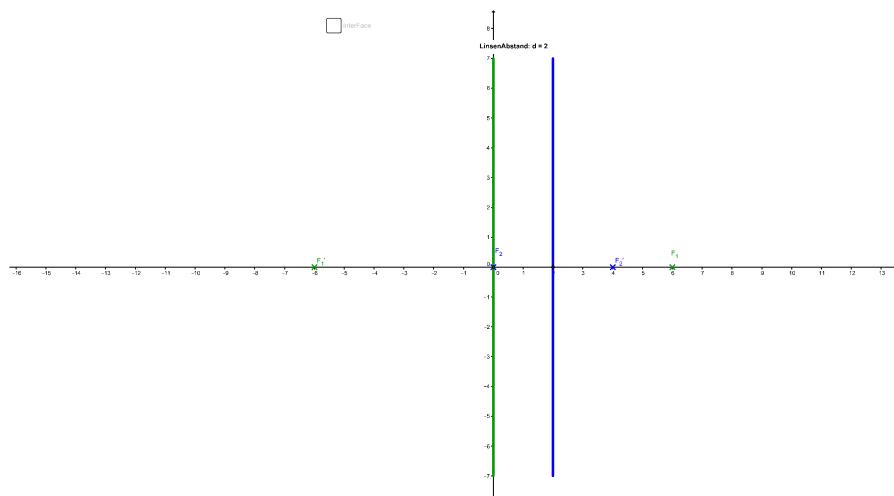
Aufbau des Linsensystems



Die **rechte Linse** mit einer Brennweite von $f_2 = 2$ cm wird eingezeichnet.
Die Linsen haben einen Abstand von $d = 2$ cm.

Zerstreuungs- und Sammellinse

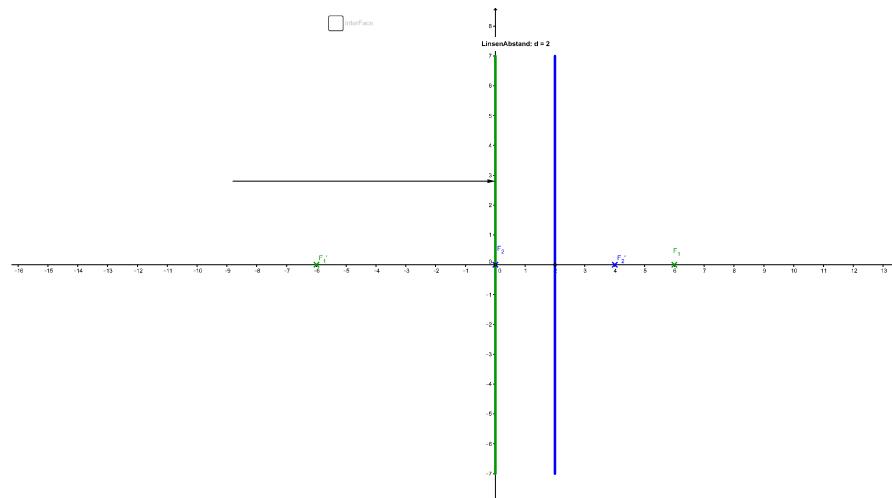
Aufbau des Linsensystems



Die **Brennpunkte** werden eingezeichnet.

Zerstreuungs- und Sammellinse

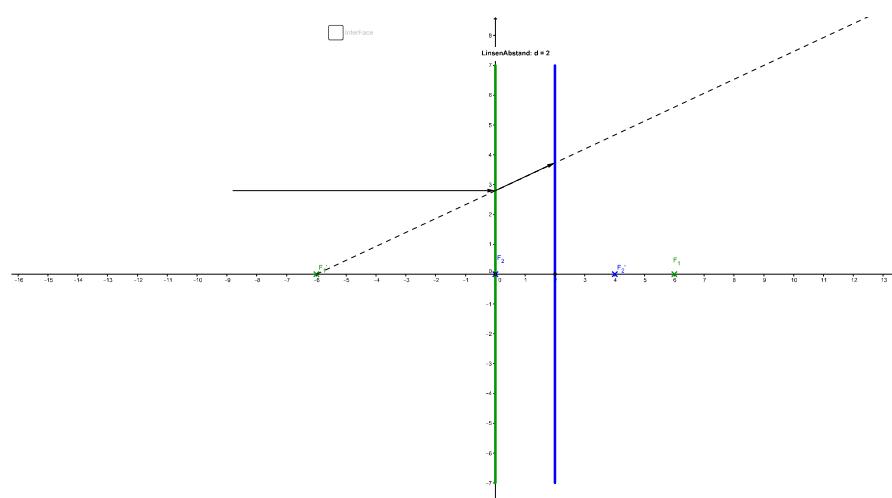
Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



Ein achsenparalleler Strahl fällt von links auf die **linke Linse**.

Zerstreuungs- und Sammellinse

Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



Der achsenparalleler Strahl wird zu einem Brennpunktstrahl und trifft auf die **rechte Linse**.

Zerstreuungs- und Sammellinse

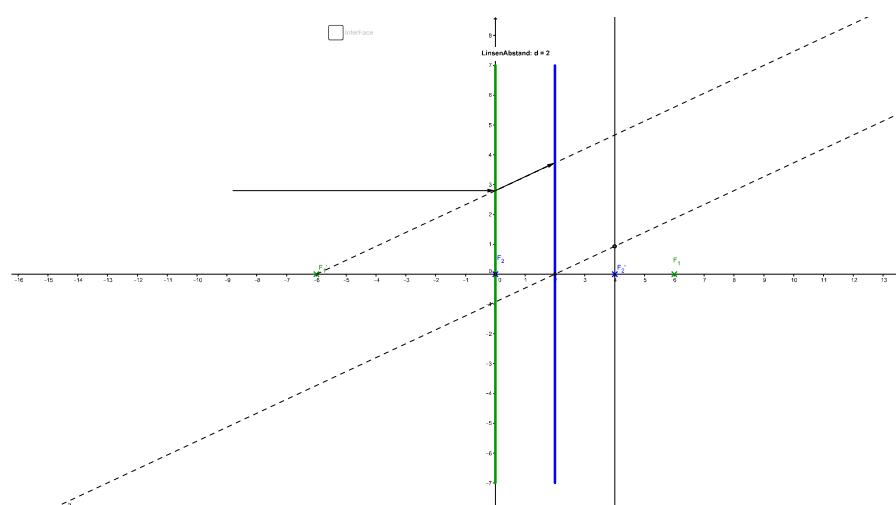
Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .

Regel:

Anders als bei Sammellinsen verlaufen Brennpunktstrahlen bei Zerstreuungslinsen nicht zu dem Brennpunkt hin, sondern von ihm weg. Genauer gesagt werden sie in Richtung des Strahls, der durch den Brennpunkt des Sammellinse sowie den Schnittpunkt des achsenparallelens Strahls mit der Linse verläuft, abgelenkt.

Zerstreuungs- und Sammellinse

Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



Da der Strahl bezogen auf die zweite **rechte Linse** weder Brennpunkt-, noch Mittelpunkt-, noch achsenparalleler Strahl ist, wird der Strahlengang unter Verwendung eines Hilfsstrahls konstruiert.

Zerstreuungs- und Sammellinse

Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .

Paraxiale Konstruktion:

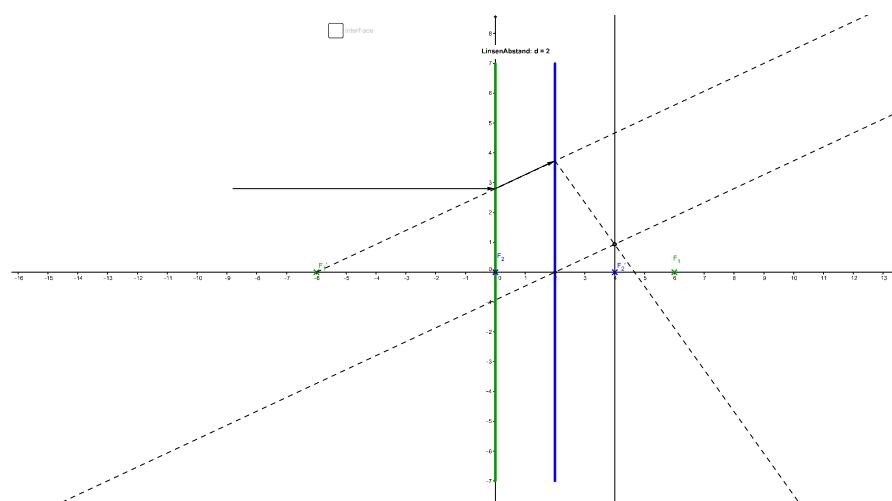
Hierzu wird eine Parallele zu unserem, auf die **rechte Linse** auftreffenden Strahl, durch den Mittelpunkt dieser gezogen. Der Schnittpunkt dieses Hilfsstrahls mit der Brennebene markiert den Punkt durch den der einfallende Strahl nach der **rechte Linse** verläuft.

Regel:

Alle parallel verlaufenden Strahlen, die auf eine Linse treffen schneiden sich im selben Punkt auf der Brennebene. Da ein Mittelpunktstrahl nicht gebrochen wird, sondern unverändert durch die Linse verläuft, muss deren Schnittpunkt mit der Brennebene auch der Punkt sein, durch den unser Strahl verläuft. (Man muss nicht den Mittelpunktstrahl nehmen. Man kann z.B. auch den Brennpunktstrahl verwenden, da man dessen Verlauf auch ohne Hilfsstrahlen konstruieren kann)

Zerstreuungs- und Sammellinse

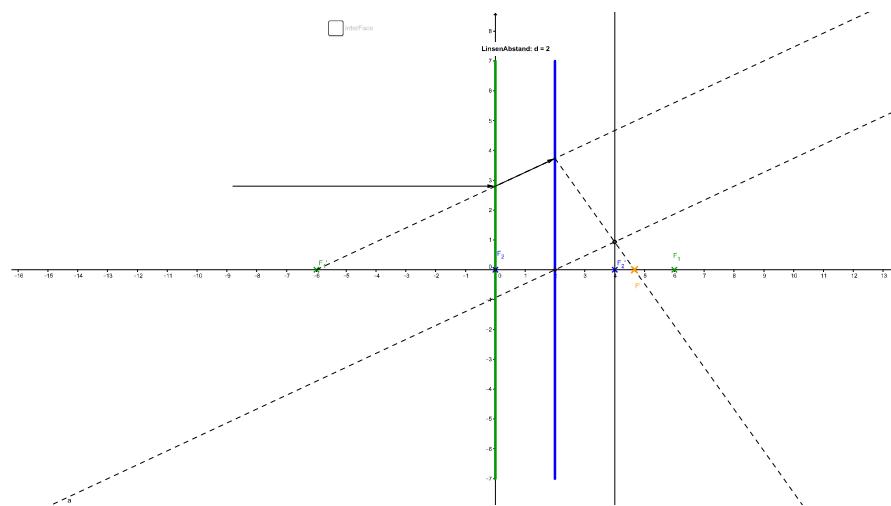
Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



Der auf die Linse auftreffende Strahl verläuft durch den entstandenen Schnittpunkt.

Zerstreuungs- und Sammellinse

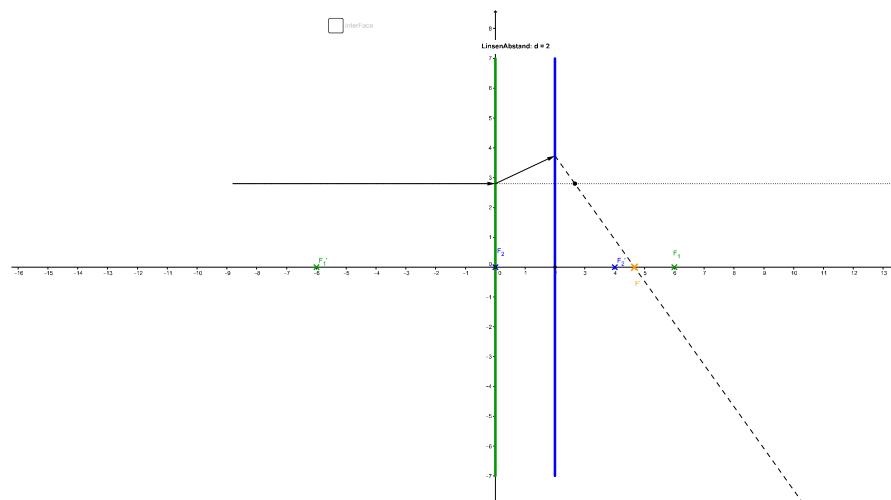
Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



An der Stelle an der dieser Strahl die optische Achse schneidet, befindet sich der **Brennpunkt F'** der **Hauptebene \mathcal{H}'** .

Zerstreuungs- und Sammellinse

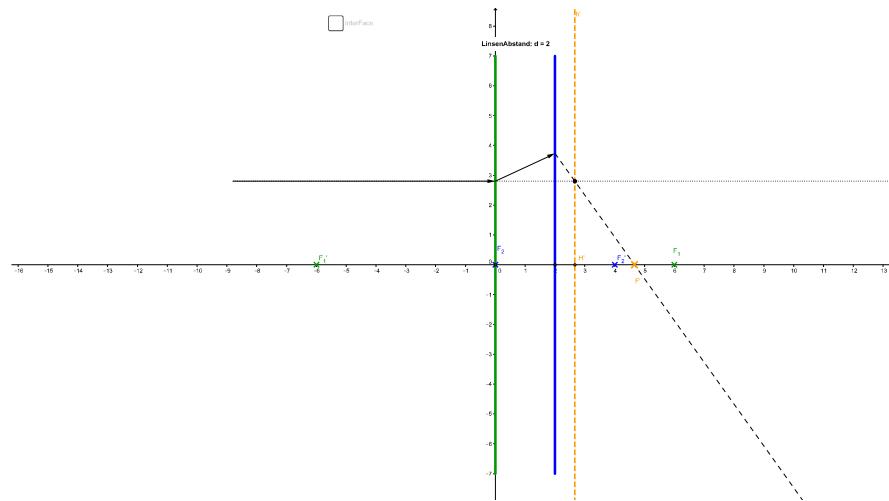
Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



Man verlängert den achsenparallelen Strahl in positiver - und den endgültigen Strahl in negativer x-Richtung.
Deren Schnittpunkt liegt auf der **Hauptebene \mathcal{H}'** .

Zerstreuungs- und Sammellinse

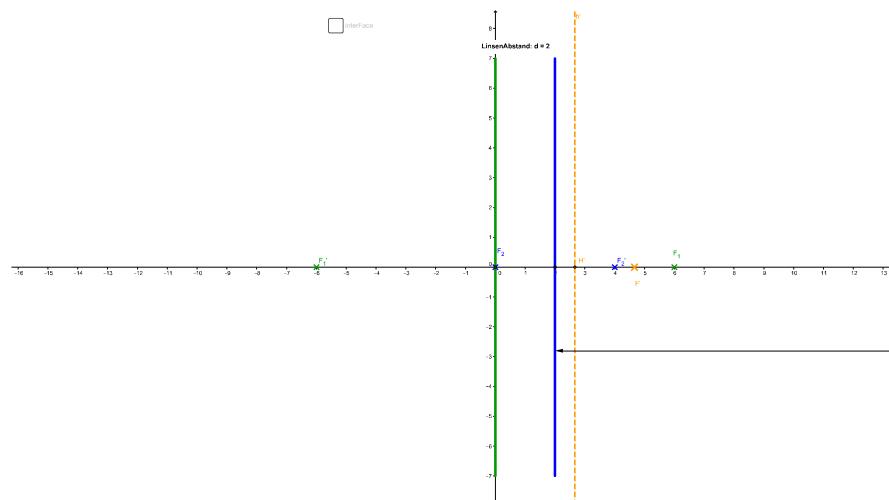
Konstruktion von Systembrennpunkt F' und Hauptebene \mathcal{H}' .



Die Hauptebene \mathcal{H}' wird eingezeichnet.

Zerstreuungs- und Sammellinse

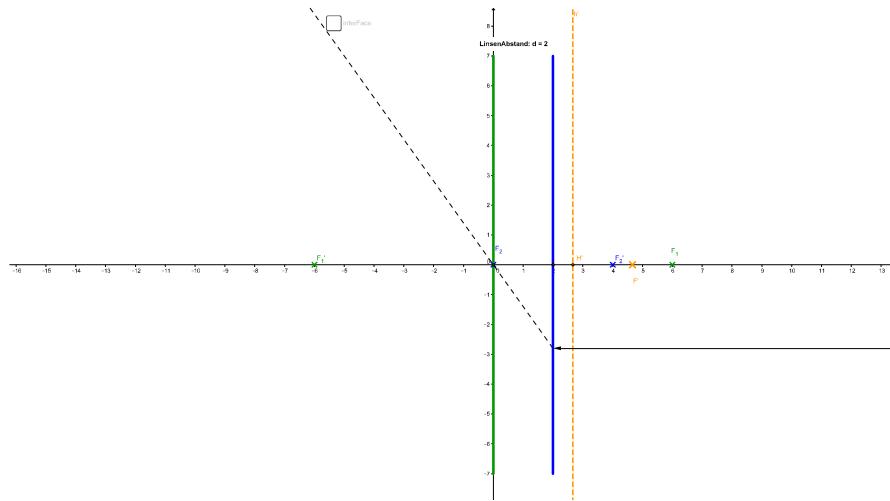
Konstruktion von Systembrennpunkt F und Hauptebene \mathcal{H} .



Ein achsenparalleler Strahl fällt von rechts auf die rechte Linse.

Zerstreuungs- und Sammellinse

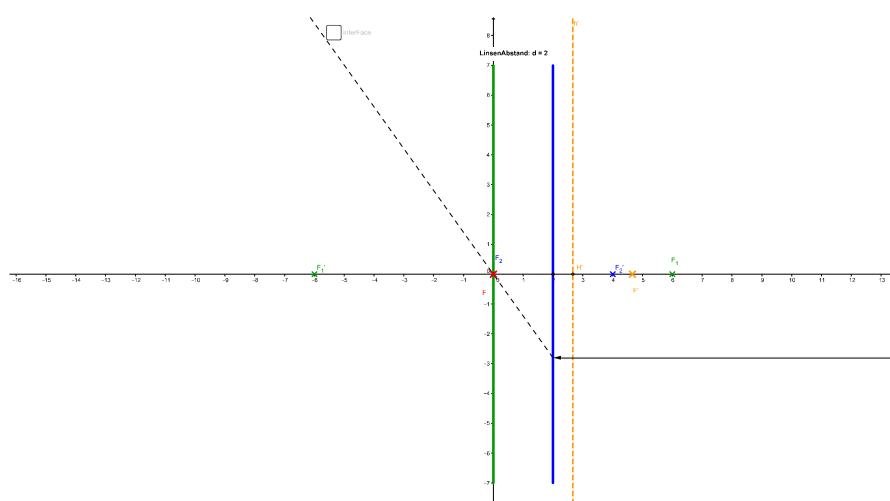
Konstruktion von Systembrennpunkt F und Hauptebene \mathcal{H} .



Der Strahl wird in Richtung des **Brennpunkts** gebrochen. Nun müsste man den beliebigen Strahl mit Hilfe des virtuellen Bildes der Zerstreuungslinse konstruieren. Aber da er in unserem Beispiel durch den Mittelpunkt der **linken Linse** verläuft, wird er nicht gebrochen.

Zerstreuungs- und Sammellinse

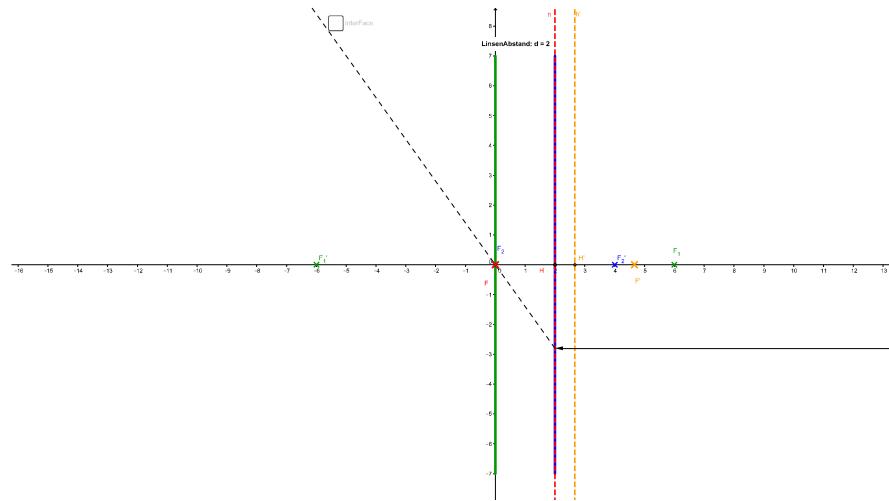
Konstruktion von Systembrennpunkt F und Hauptebene \mathcal{H} .



Der Punkt, an dem der Strahl die optische Achse schneidet markiert / ist der **Brennpunkt F** der **Hauptebene H**.

Zerstreuungs- und Sammellinse

Konstruktion von Systembrennpunkt F und Hauptebene H .



Man verlängert den achsenparallelen Strahl in positiver - und den endgültigen Strahl in negativer x-Richtung.
Deren Schnittpunkt liegt auf der **Hauptebene H**.

Zerstreuungs- und Sammellinse

Berechnung der Systembrennweite

Rechnung

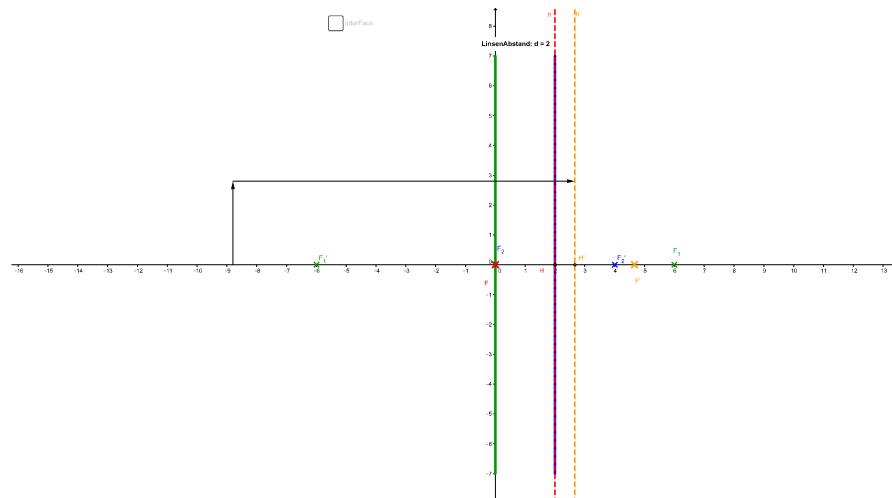
$$\begin{aligned}\frac{1}{f_{ges}} &= \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \\ &= \frac{f_2}{f_1 \cdot f_2} + \frac{f_1}{f_1 \cdot f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \\ &= \frac{(f_2 + f_1 + d)}{f_1 \cdot f_2} \\ f_{ges} &= \frac{f_2 \cdot f_1}{(f_2 + f_1 + d)}\end{aligned}$$

Einsetzen der Werte:

$$\begin{aligned}&= \frac{-6 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}}{2 \text{ cm} - 6 \text{ cm} - 2 \text{ cm}} \\ &= \frac{-12 \text{ cm}^2}{-6 \text{ cm}} \\ f_{ges} &= 2 \text{ cm}\end{aligned}$$

Zerstreuungs- und Sammellinse

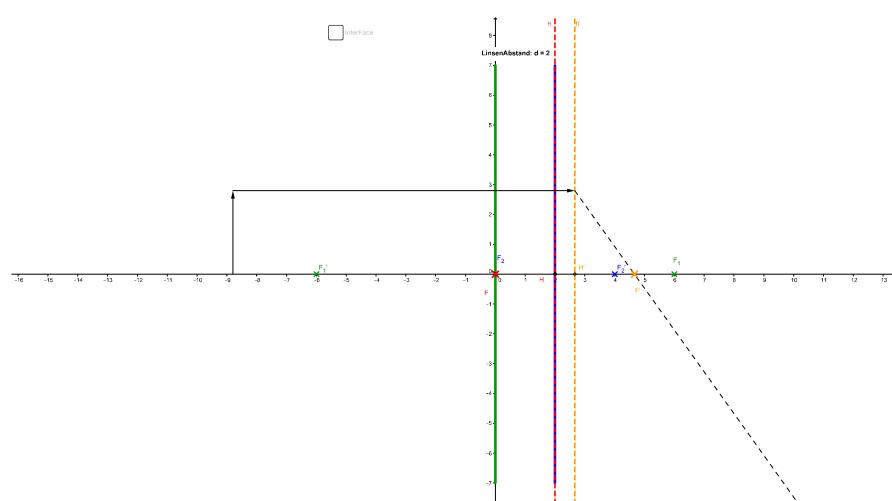
Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und Hauptebenen



Ein Gegenstand wird links des Systems platziert. Ein achsenparalleler Strahl trifft von links auf die **Hauptebene H'** .

Zerstreuungs- und Sammellinse

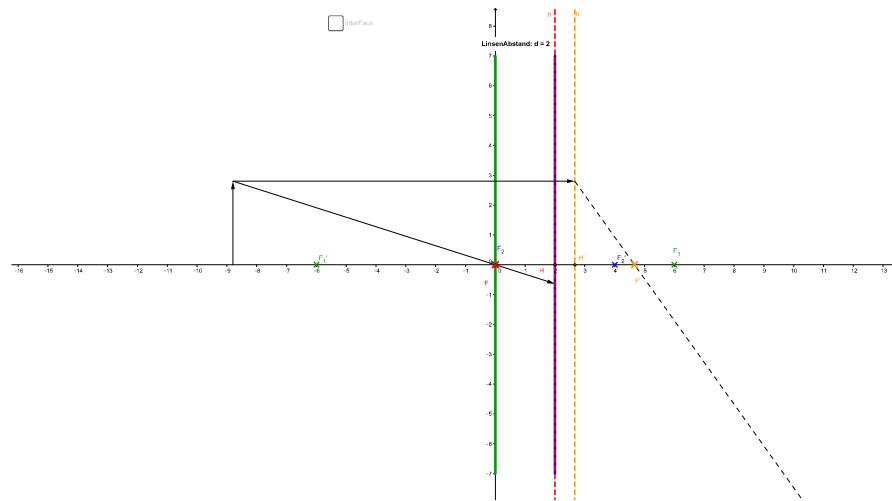
Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und Hauptebenen



Dieser Strahl wird nun in Richtung des **Brennpunkts F'** gebrochen.

Zerstreuungs- und Sammellinse

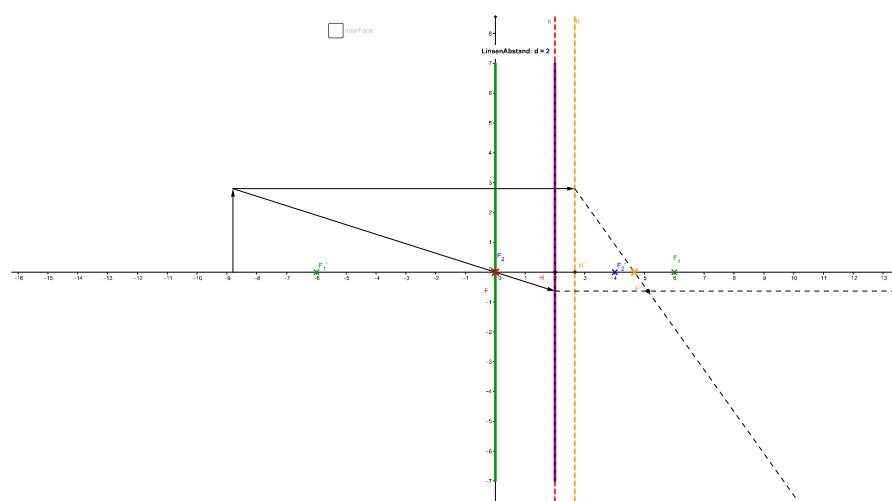
Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und Hauptebenen



Ein zweiter Strahl verläuft durch den **Brennpunkt F** und trifft auf die **Hauptebene H** .

Zerstreuungs- und Sammellinse

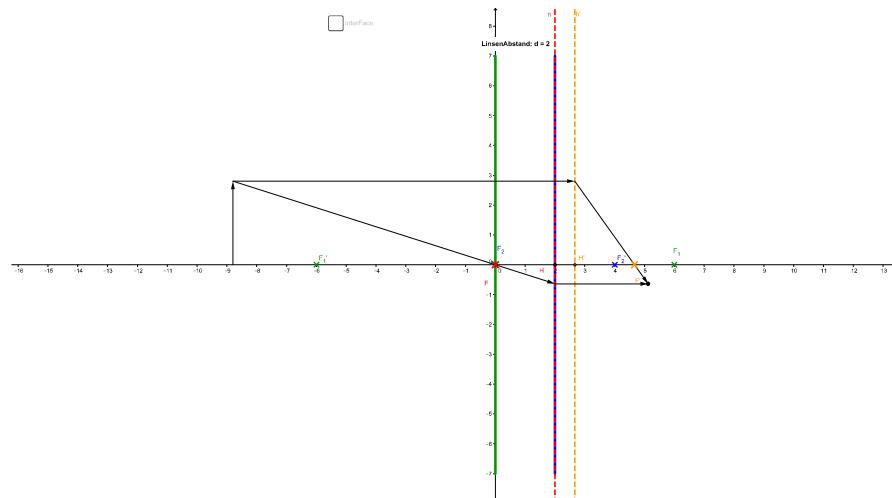
Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und Hauptebenen



Der Strahl wird hinter der **Hauptebene** zu einem achsenparallelen Strahl.

Zerstreuungs- und Sammellinse

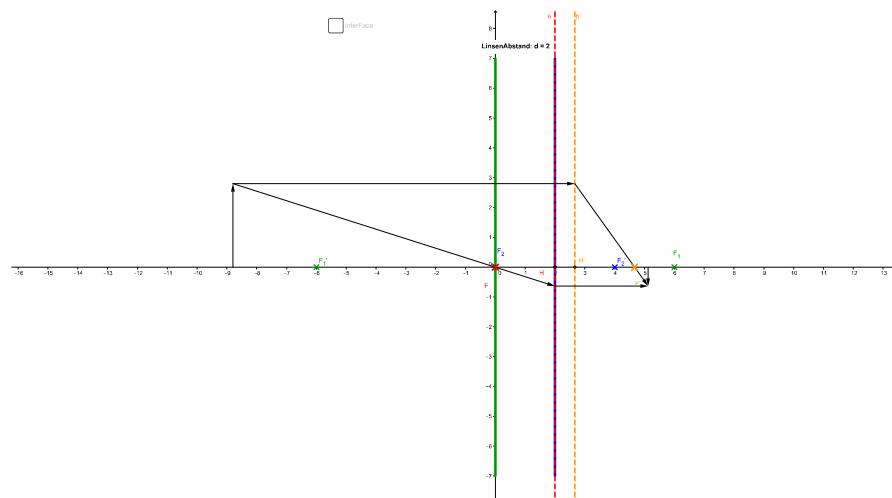
Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und Hauptebenen



Der Punkt an dem sich die beiden Strahlen schneiden, markiert die Spitze des Bildpfeils.

Zerstreuungs- und Sammellinse

Bildkonstruktion mit Systembrennpunkten und Hauptebenen



Das Bild wird eingezeichnet.

Paraxiale Analyse von Linsensystemen

Hauptebenen und Brennpunkte von Linsensystemen

Vereinbarungen:

- Wir beschreiben jedes von Luft umgebene Linsensystem durch zwei Brennpunkte und zwei Hauptebenen.
- Der Brennpunkt F und die Hauptebene \mathcal{H} beziehen sich auf Licht, das achsenparallel von rechts kommt.
- Der Brennpunkt F' und die Hauptebene \mathcal{H}' beziehen sich auf Licht, das achsenparallel von links kommt.
- Gegenstände werden normalerweise links platziert.

Paraxiale Analyse von Linsensystemen

Vereinbarungen:

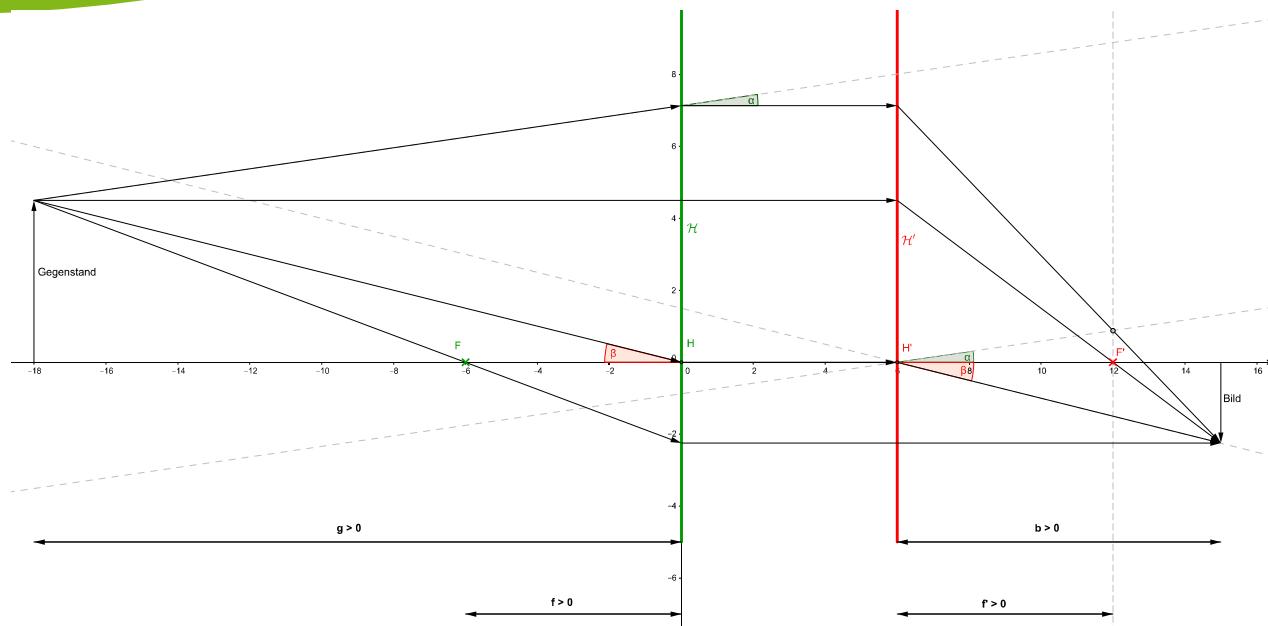
- Von links kommende **achsenparallele** Strahlen werden **immer** an der Hauptebene \mathcal{H}' abgeknickt und in Richtung von F' gebrochen. Das Passieren der Hauptebene \mathcal{H} hat für jene Strahlen **keine** weitere Richtungsänderung zur Folge.
- Von rechts kommende **achsenparallele** Strahlen werden **immer** an der Hauptebene \mathcal{H} abgeknickt und in Richtung von F gebrochen. Das Passieren der Hauptebene \mathcal{H}' hat für jene Strahlen **keine** weitere Richtungsänderung zur Folge.
- Hauptpunktstrahlen treffen von links auf den Hauptpunkt H und treten aus h' im selben Winkel wieder aus.
- Für von rechts kommende Strahlen gilt dies entsprechend umgekehrt.
- Für beliebige von links kommende Strahlen erfolgt die Strahlkonstruktion wie folgt:
Nach Auftreffen auf \mathcal{H} verlaufen die Strahlen achsenparallel und werden an \mathcal{H}' abgeknickt.
Um den Austrittswinkel zu bestimmen, muss man eine Parallelle zum ursprünglichen Strahl durch H' legen und deren **Schnittpunkt** mit der zu F' gehörigen Brennebene bestimmen.
Der endgültige Strahl verläuft nun durch diesen Schnittpunkt.
- Für von rechts kommende Strahlen gilt dies wieder umgekehrt.

Paraxiale Analyse von Linsensystemen

Abkürzungen:

- **oAPS:** objektseitiger Achsenparallelstrahl
- **bAPS:** bildseitiger Achsenparallelstrahl
- **oBPS:** objektseitiger Brennpunktstrahl
- **bBPS:** bildseitiger Brennpunktstrahl
- **oHPS:** objektseitiger Hauptpunktstrahl
- **bHPS:** bildseitiger Hauptpunktstrahl

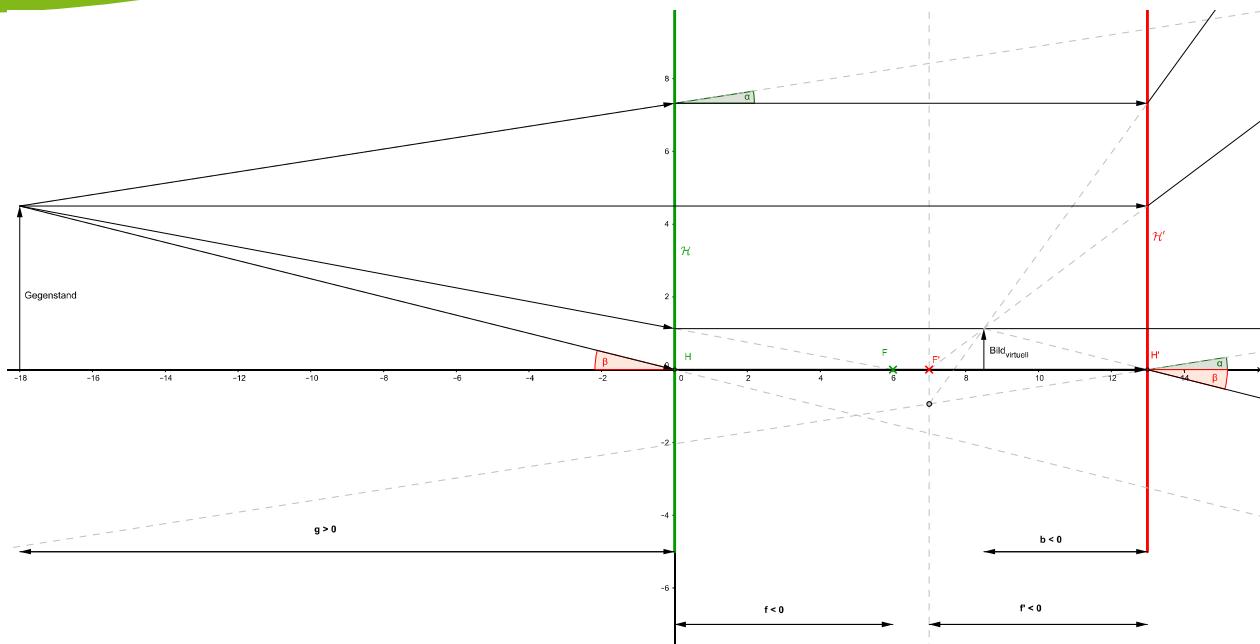
FHH'H'



System mit positiver Systembrennweite, Abfolge F, H, H' und F' .

Der auf F zielende **oBPS** wird ab \mathcal{H} zum **bAPS**. Der **oAPS** passiert \mathcal{H} , knickt an der Hauptebene \mathcal{H}' ab und läuft als **bBPS** auf F' zu. Der auf H zulaufende **oHPS** resultiert in einem aus H' im gleichen Winkel β auslaufenden **bHPS**. Für positive Gegenstandsweite ist die Bildweite **positiv**.

HFF'H'

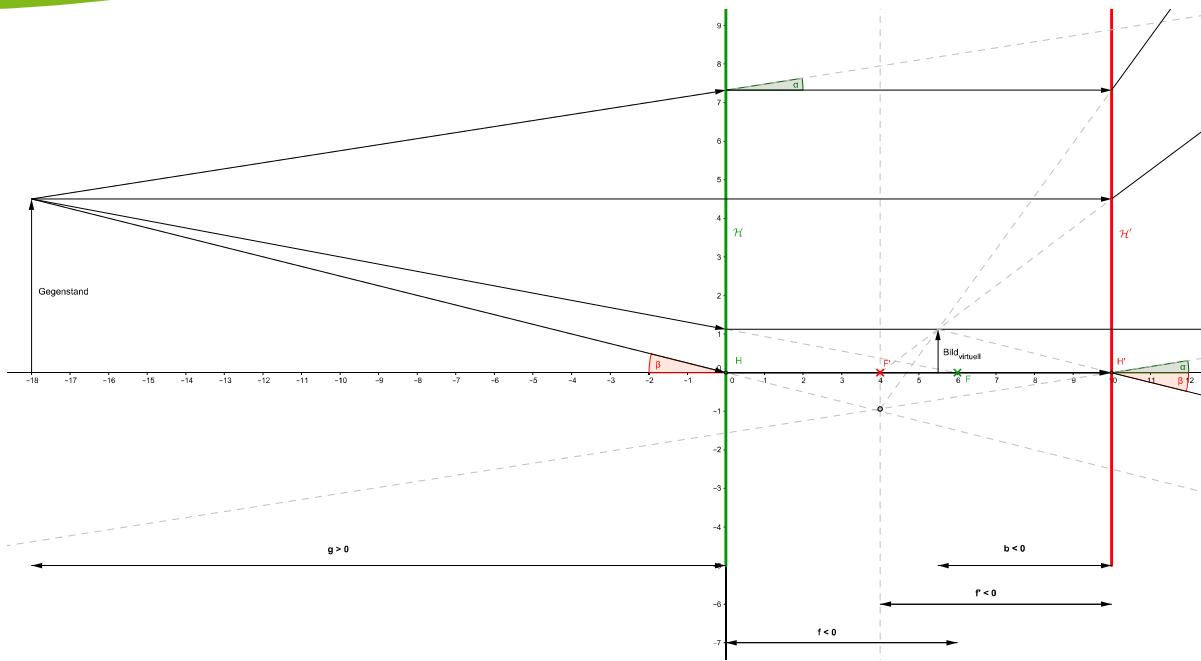


System mit negativer Systembrennweite, Abfolge H, F, F', H' .

Anders als bei dem vorhergegangenen Beispiel, befinden sich nun die Brennpunkte F und F' zwischen den Hauptebenen. Der auf F zielende **oBPS** wird ab \mathcal{H} zum **bAPS**. Der **oAPS** passiert \mathcal{H} , knickt an der Hauptebene \mathcal{H}' ab und läuft als **bBPS** vom F' weg. Der auf H zulaufende **oHPS** resultiert in einem aus H' im gleichen Winkel β auslaufenden **bHPS**. Für **positive** Gegenstandsweite ist die Bildweite **negativ**.



HF'FH'

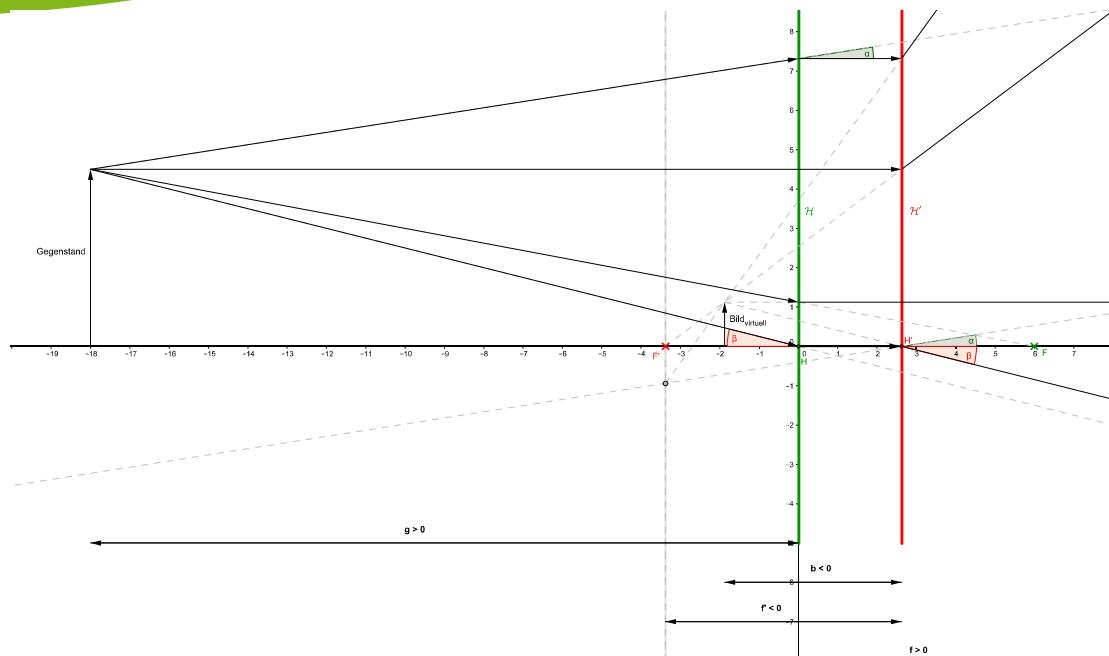


System mit negativer Systembrennweite, Abfolge H, F', F, H' .

Es gibt keinen qualitativen Unterschied zum vorigen Fall, der „Platztausch“ der Brennpunkte zwischen den Hauptebenen resultiert lediglich in einer betragsmäßig größeren negativen Brennweite. Für **positive** Gegenstandsweite ist die Bildweite **negativ**.



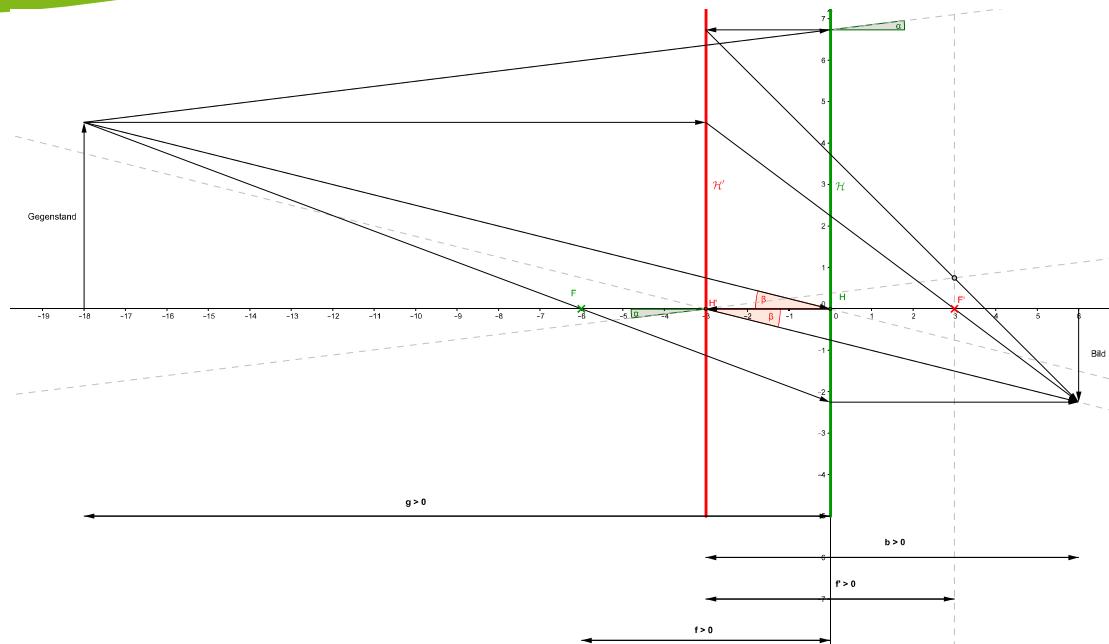
$F'HH'F$



System mit negativer Systembrennweite, Abfolge F', H, H', F .

Der auf F zielende **oBPS** wird ab \mathcal{H} zum **bAPS**. Der **oAPS** passiert \mathcal{H} , knickt an der Hauptebene \mathcal{H}' (nach oben) ab und läuft als **bBPS** von F' weg. Der auf H zulaufende **oHPS** resultiert in einem aus H' im gleichen Winkel β auslaufenden **bHPS**. Für **positive** Gegenstandsweite ist die Bildweite **negativ**.

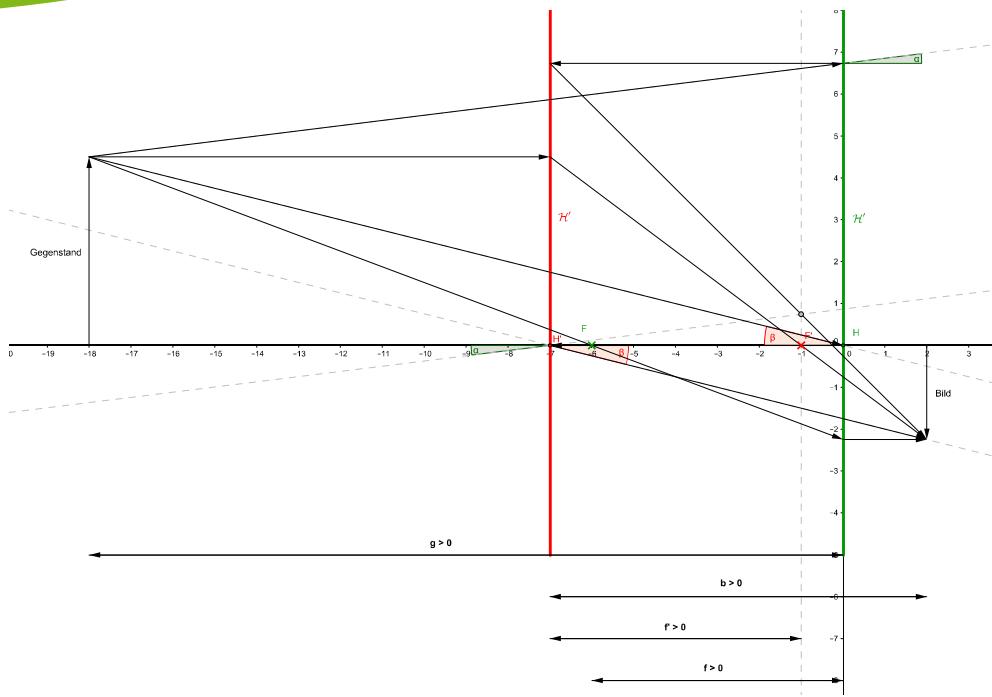
$FH'HF'$



System mit positiver Systembrennweite, Abfolge F, H', H, F' .

Der auf F zielende **oBPS** passiert \mathcal{H}' und wird ab \mathcal{H} zum **bAPS**. Der **oAPSKnickt an der Hauptebene \mathcal{H}' ab**, passiert \mathcal{H} und läuft als **bBPS** auf F' zu. Der auf H zulaufende **oHPS** resultiert in einem aus H' im gleichen Winkel β auslaufenden **bHPS**. Für **positive** Gegenstandsweite ist die Bildweite **positiv**.

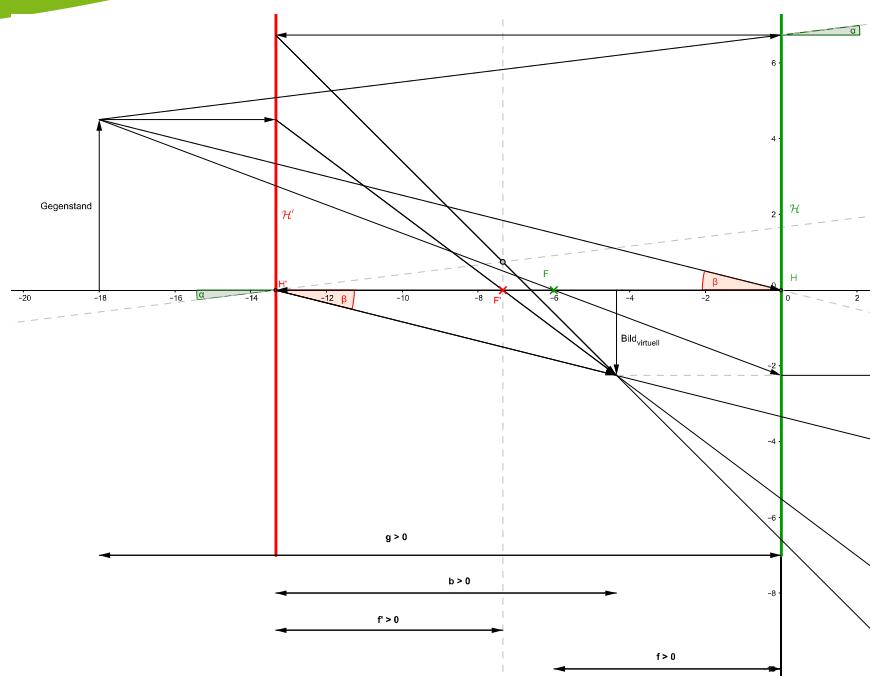
$H'FF'H$



System mit positiver Systembrennweite, Abfolge H', F, F', H .

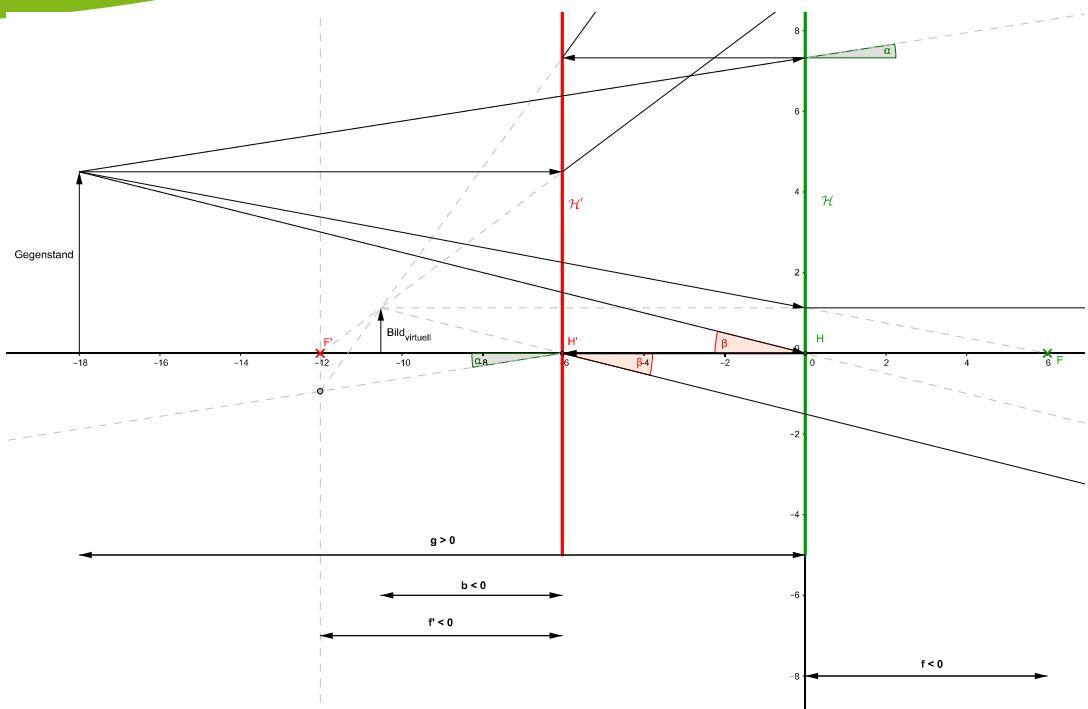
Obwohl die Brennpunkte zwischen den Linsen liegen, gibt es keinen qualitativen Unterschied im Vergleich zum vorhergehenden Beispiel. Für **positive** Gegenstandsweite ist die Bildweite **positiv**.

$H'F'FH$



System mit positiver Systembrennweite, Abfolge H', F', F, H .

Hier sind die Hauptebenen so weit voneinander entfernt, dass die Brennpunkte im Vergleich zum vorigen System die Plätze getauscht haben. Ein solches System erzeugt kein reelles Bild mehr. Vielmehr stattdessen entsteht ein **virtuelles** Bild zwischen den Hauptebenen. Trotz **positiver Brennweite** ist ein solches System **streuend**.



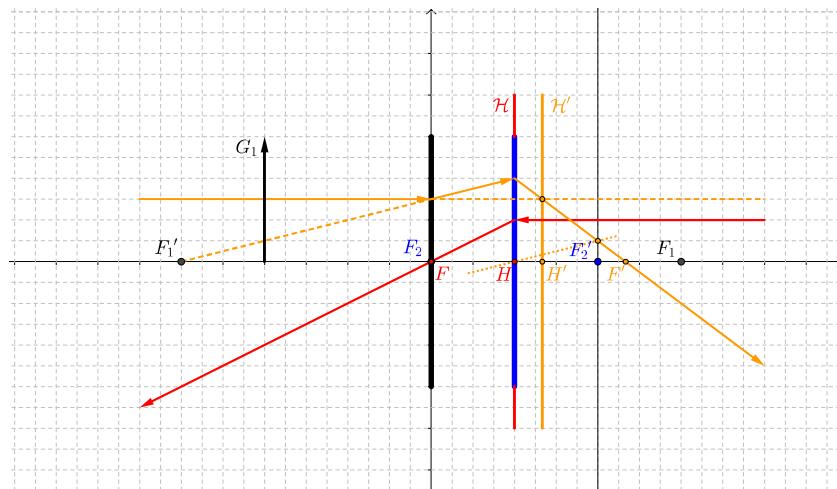
System mit negativer Systembrennweite, Abfolge F', H', H, F .

Dieses System verhält sich qualitativ wie das Beispiel 4. Es entsteht ein **virtuelles** Bild vor der Hauptebene H' .

Zwei-Linsen-System

Hörsaalübung

Betrachten Sie noch einmal das System bestehend aus Zerstreuungslinse 1 mit $f_1 = -60 \text{ mm}$, Sammellinse 2 mit $f_2 = 20 \text{ mm}$, Hauptebenenabstand $d = 20 \text{ mm}$.



Zwei-Linsen-System

Hörsaalübung

- Berechnen Sie die Systembrennweite anhand der Formel

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} .$$

- Berechnen Sie die Lage der Hauptebene \mathcal{H}' anhand einer der folgenden Gleichungen:

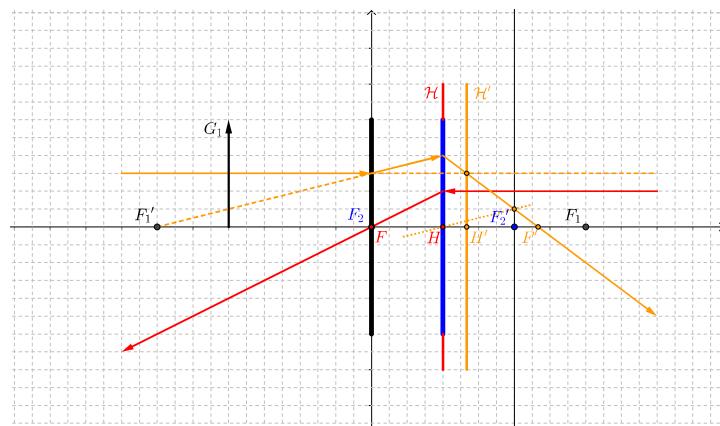
$$h'_1 = \frac{d (f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d} \quad (\text{Abstand der Hauptebene } \mathcal{H}' \text{ von Linse 1})$$
$$h'_2 = h'_1 - d. \quad (\text{Abstand der Hauptebene } \mathcal{H}' \text{ von Linse 2})$$

Daten: Zerstreuungslinse 1 mit $f_1 = -60 \text{ mm}$, Sammellinse 2 mit $f_2 = 20 \text{ mm}$, Hauptebenenabstand $d = 20 \text{ mm}$.

Zwei-Linsen-System

Hörsaalübung

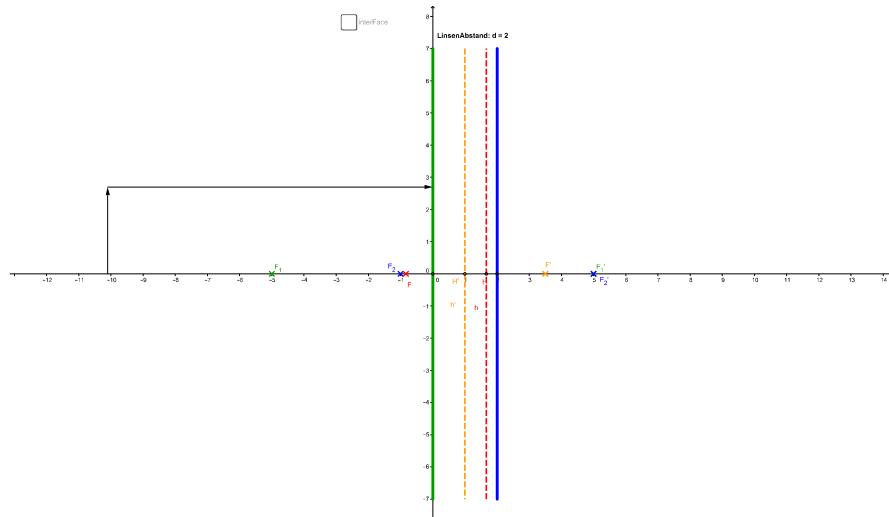
- Konstruieren Sie das Bild des Gegenstandspfeils G_1 unter Verwendung der Systembrennpunkte F und F' sowie der Systemhauptebenen \mathcal{H} und \mathcal{H}' .
- Konstruieren Sie das Bild des Gegenstandspfeils G_1 durch Anwendung der Abbildungsgesetze, die für die einzelnen Linsen gelten.



Daten: Zerstreuungslinse 1 mit $f_1 = -60 \text{ mm}$, Sammellinse 2 mit $f_2 = 20 \text{ mm}$, Hauptebenenabstand $d = 20 \text{ mm}$.

System zweier Sammellinsen

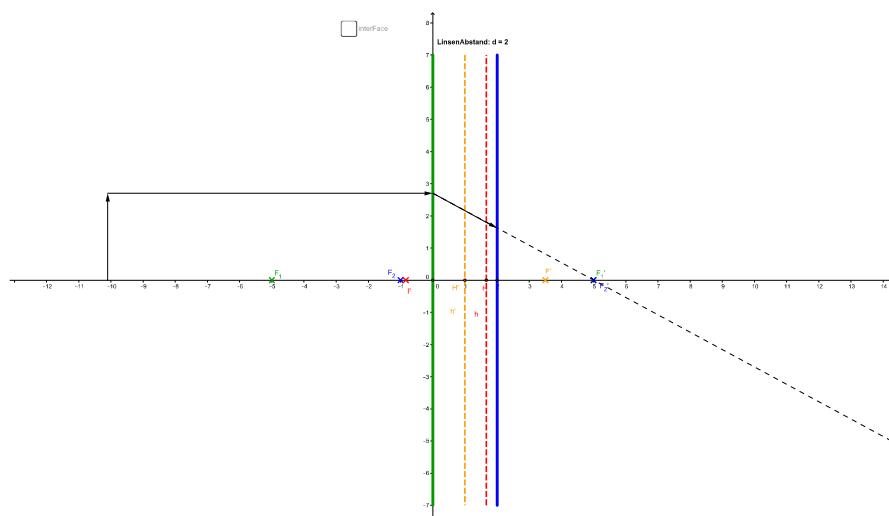
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Ein achsenparalleler Strahl fällt von links auf die linke Linse.

System zweier Sammellinsen

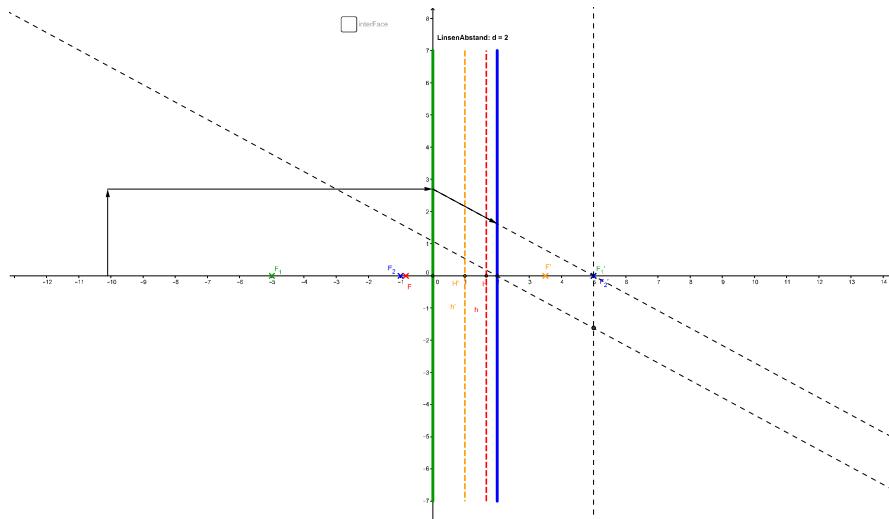
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Die achsenparallele Strahl wird in Richtung des Brennpunkts gebrochen und trifft auf die rechte Linse.

System zweier Sammellinsen

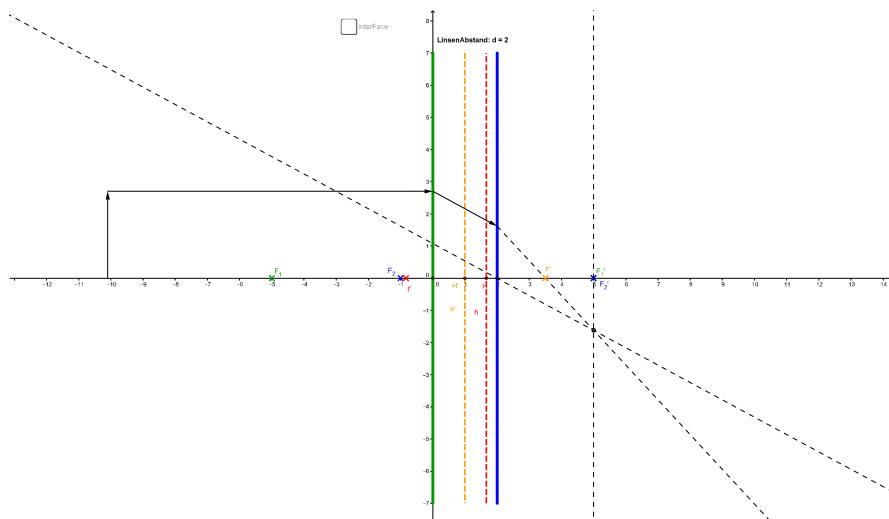
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Da der Strahl bezogen auf die rechte Linse weder ein Brennpunkt-, noch ein Mittelpunkt-, noch ein achsenparallelster Strahl ist, wird der Strahlengang, wie auf Folie 8 beschrieben, unter Verwendung eines Hilfsstrahls konstruiert.

System zweier Sammellinsen

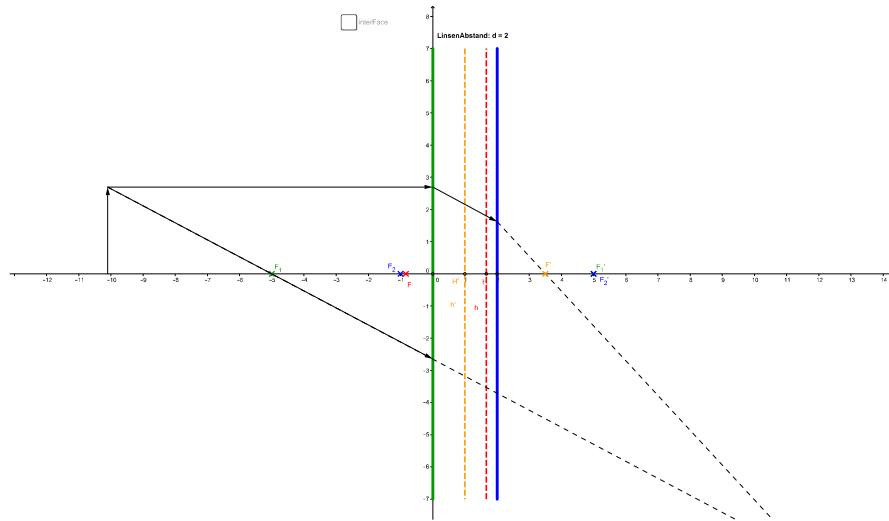
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Der gebrochene Strahl verläuft durch den entstandenen Schnittpunkt.

System zweier Sammellinsen

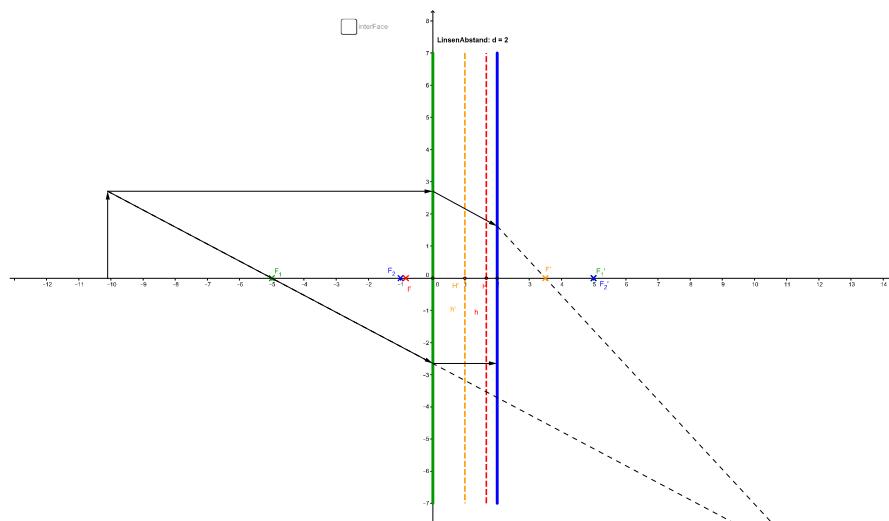
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Ein Brennpunktstrahl durch F'_1 trifft auf die linke Linse.

System zweier Sammellinsen

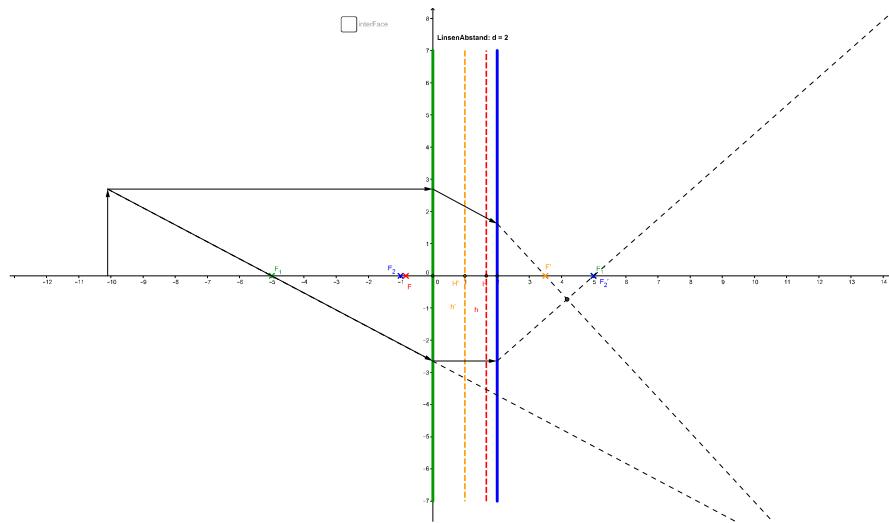
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Der Brennpunktstrahl wird nach der linken Linse zu einem achsenparallelen Strahl und trifft auf die rechte Linse.

System zweier Sammellinsen

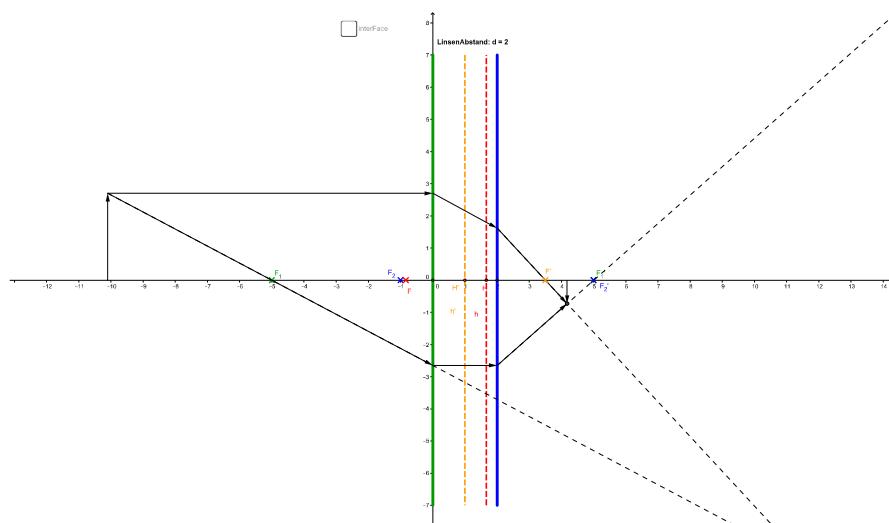
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Der achsenparallele Strahl wird nach der rechten Linse zu einem Brennpunktstrahl durch F_2 .

System zweier Sammellinsen

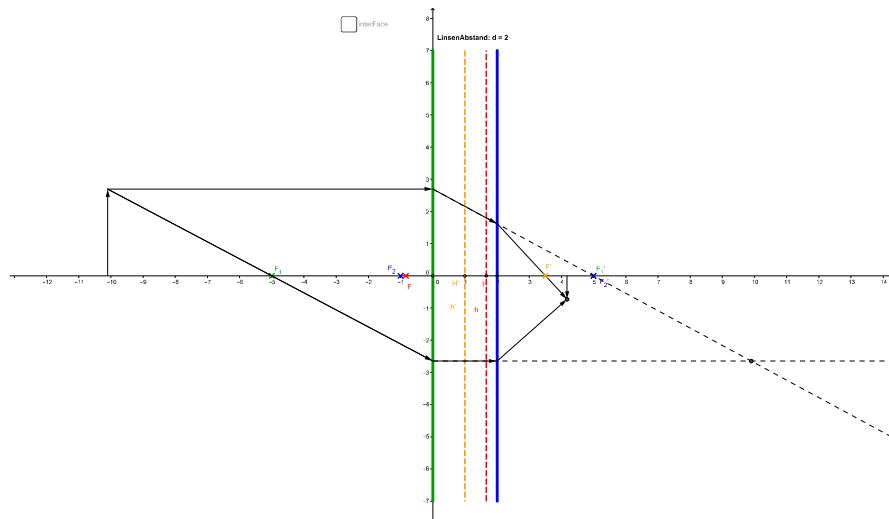
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



An dem Punkt an dem sich die beiden Strahlen hinter der rechten Linse schneiden, befindet sich die Pfeilspitze des Bildpfeils und senkrecht dazu auf der x-Achse befindet sich der „untere“ Punkt des Bildes.

System zweier Sammellinsen

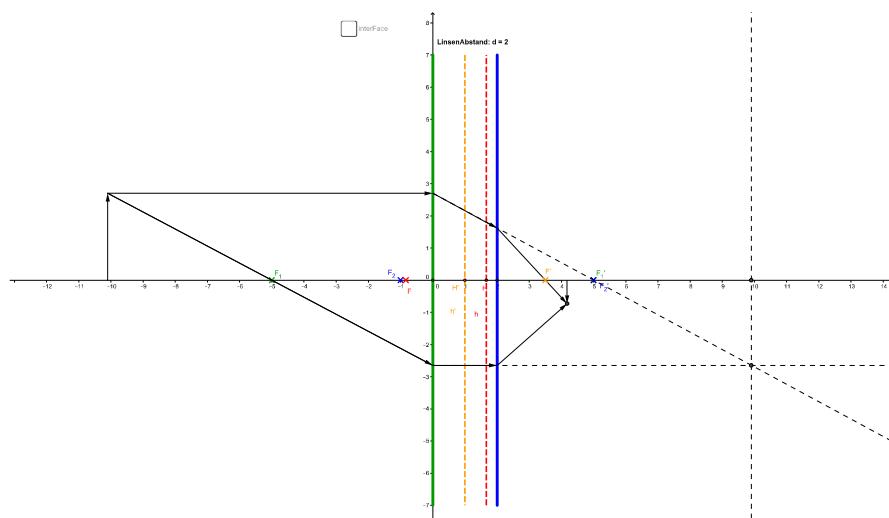
Bildkonstruktion mithilfe eines Zwischenbildes



Wenn man die Strahlen, die von der **linken Linse** in positiver x-Richtung und man diese nicht an der **rechten Linse** bricht, erhält man die Pfeilspitze des Zwischenbildpfeils.

System zweier Sammellinsen

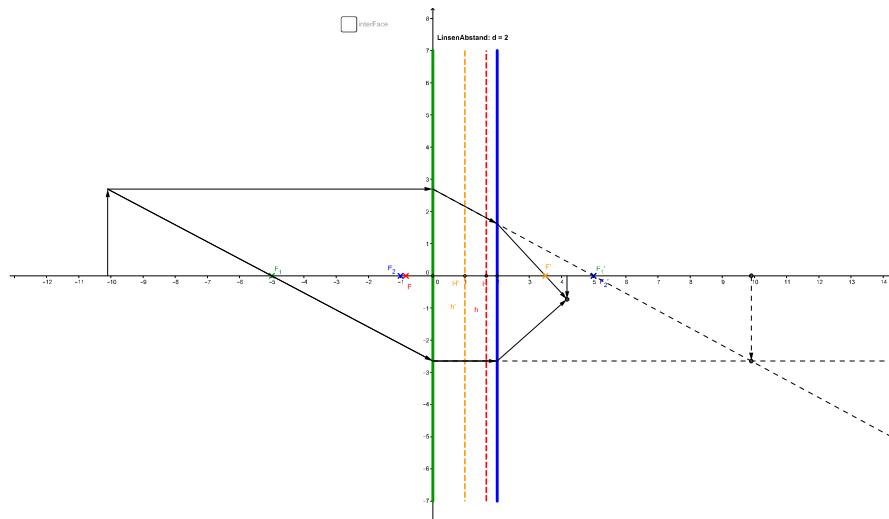
Bildkonstruktion mithilfe eines Zwischenbildes



Eine Senkrechte zur x-Achse durch diesen Punkt zeigt uns den „unteren“ Punkt des Zwischenbildes.

System zweier Sammellinsen

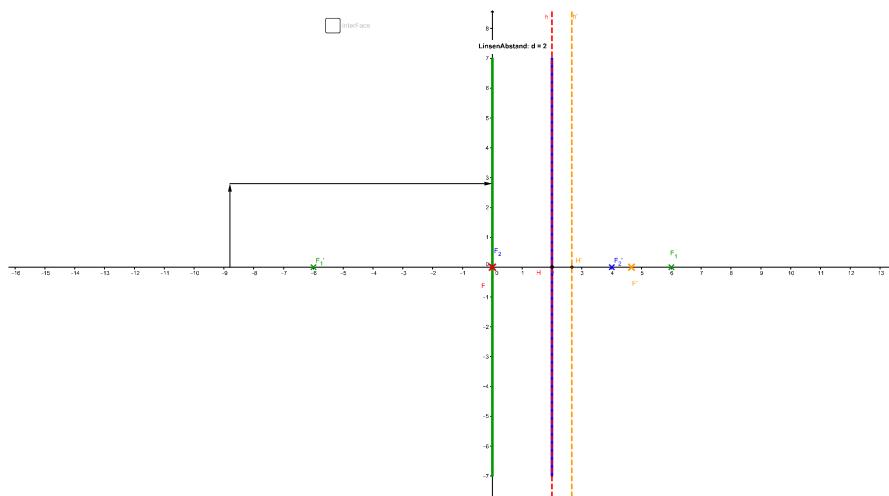
Bildkonstruktion mithilfe eines Zwischenbildes



Das Zwischenbild wird eingezeichnet.

Zerstreuungs- und Sammellinse

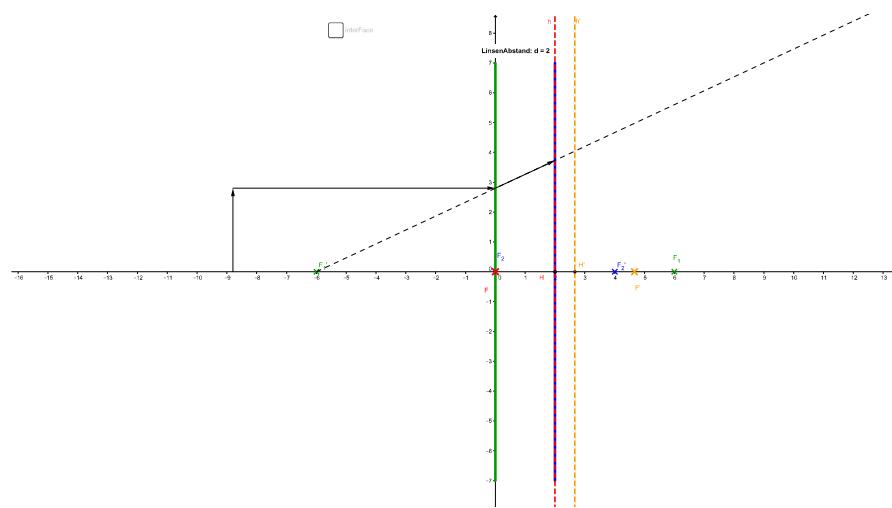
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Ein achsenparalleler Strahl fällt von links auf die linke Linse.

Zerstreuungs- und Sammellinse

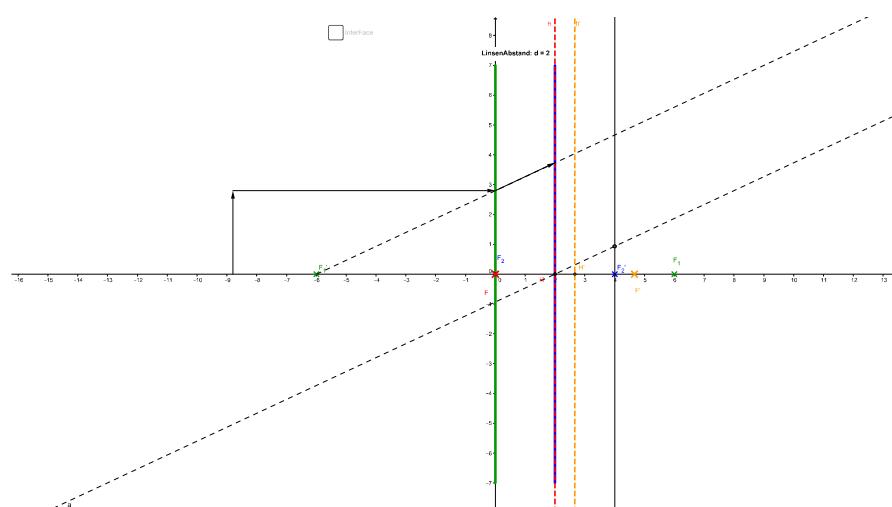
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Der achsenparalleler Strahl wird zu einem Brennpunktstrahl und trifft auf die **rechte Linse**.

Zerstreuungs- und Sammellinse

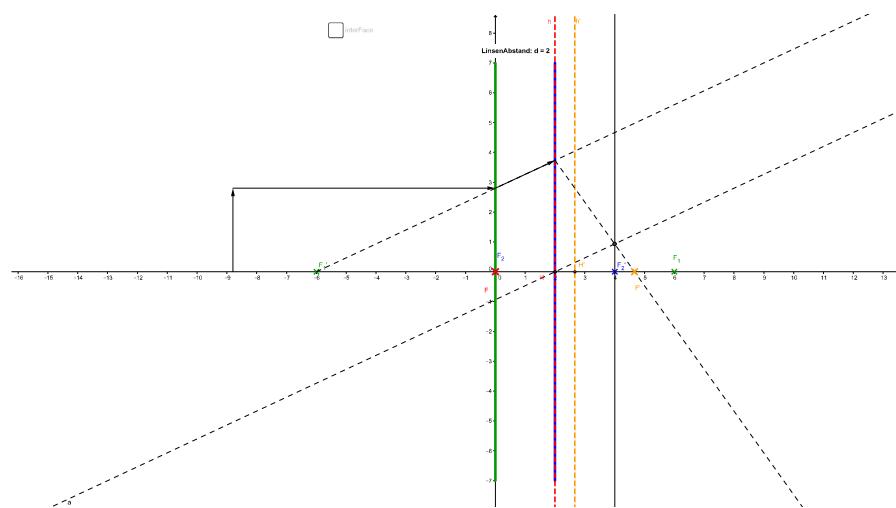
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Der beliebige Strahl wird, wie auf Folie 10 erklärt, mit einem Hilfsstrahl konstruiert.

Zerstreuungs- und Sammellinse

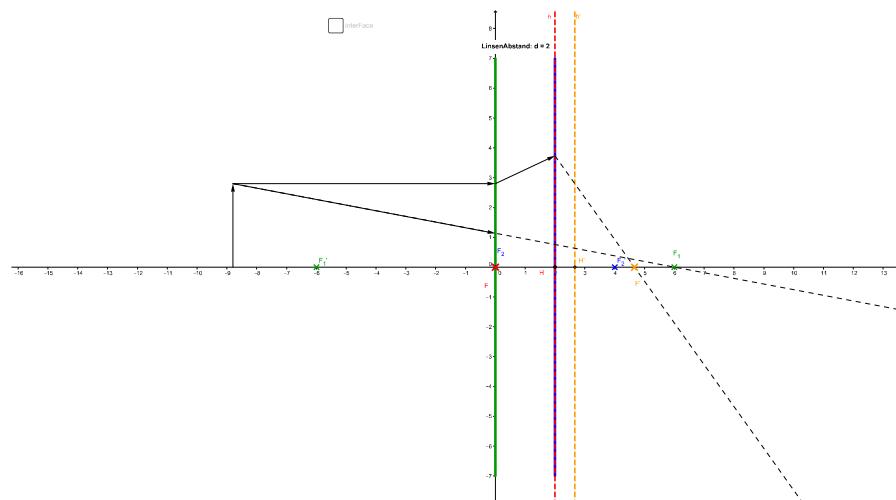
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Der gebrochene Strahl verläuft durch den entstandenen Schnittpunkt.

Zerstreuungs- und Sammellinse

Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Ein Brennpunktstrahl wird eingezeichnet.

Zerstreuungs- und Sammellinse

Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen

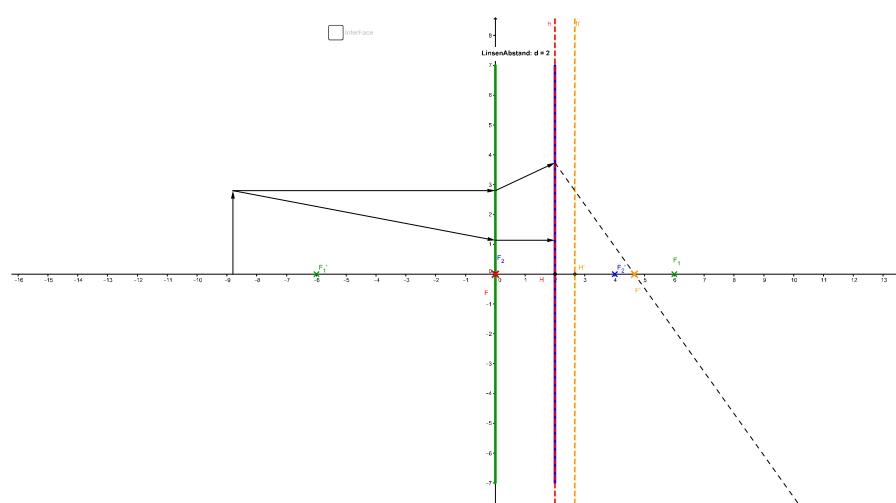
Regel:

Ähnlich wie bei der vorhergehenden Brechung bedeutet "Brennpunktstrahl" bei Zerstreuungslinsen etwas anderes als bei Sammellinsen.

Brennpunktsstrahlen bei Zerstreuungslinsen verlaufen nicht durch den vorderen Brennpunkt, sondern laufen auf den hinteren zu und treffen dann auf die Linse, OHNE den Brennpunkt durchlaufen zu haben.

Zerstreuungs- und Sammellinse

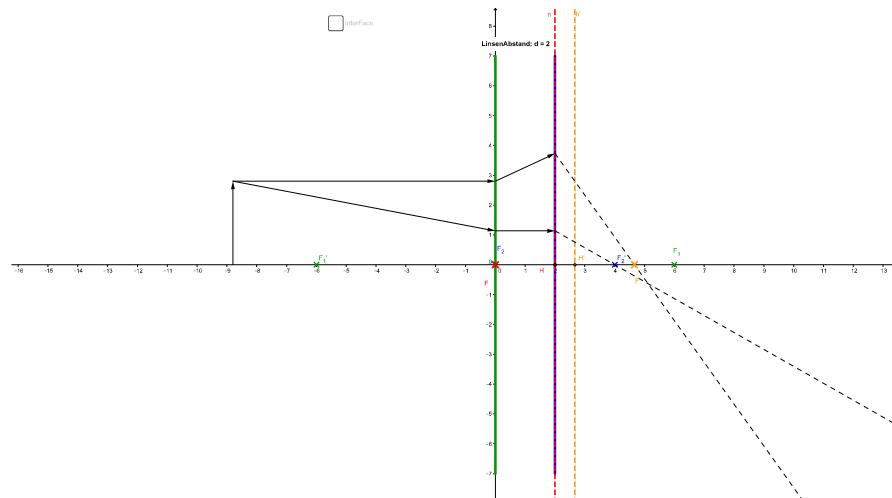
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Der Brennpunktstrahl wird nach der Linse zu einem achsenparallelen Strahl und trifft auf die [rechte Linse](#).

Zerstreuungs- und Sammellinse

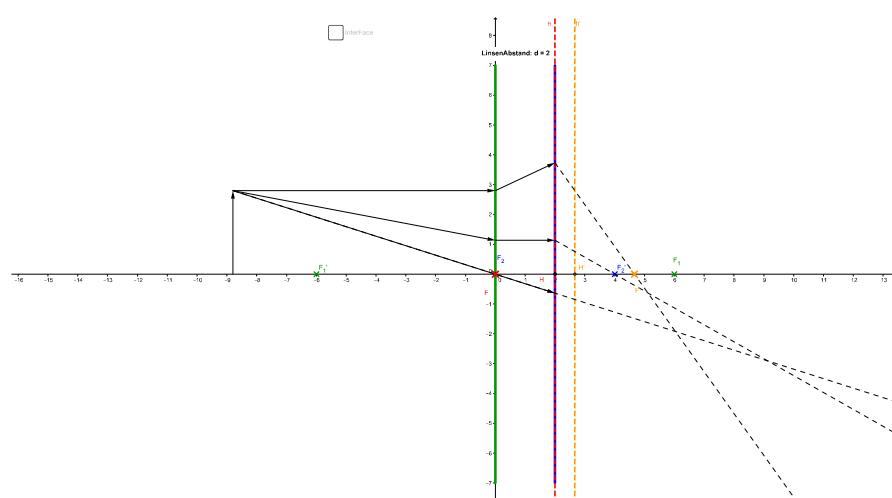
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Der achsenparallele Strahl wird nach der **rechten Linse** zu einem Brennpunktstrahl.

Zerstreuungs- und Sammellinse

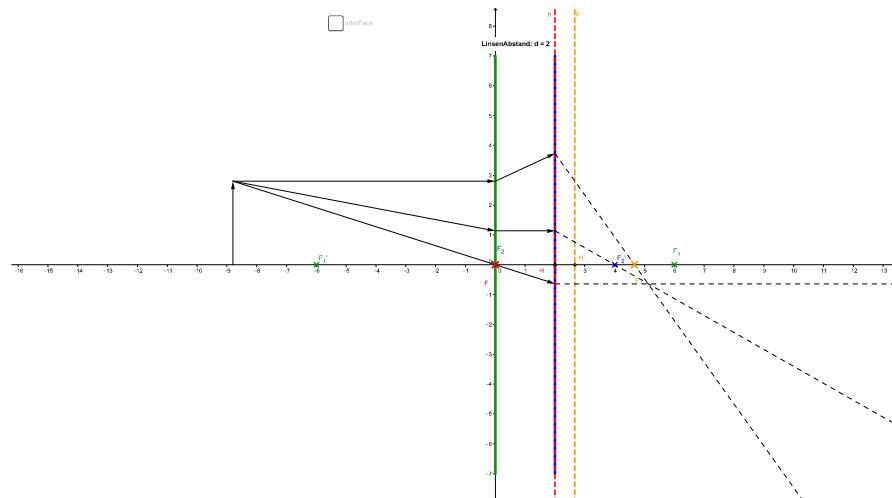
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Ein Mittelpunktsstrahl der **linken Linse** wird eingezeichnet und ist gleichzeitig ein Brennpunktstrahl der **rechten Linse**.

Zerstreuungs- und Sammellinse

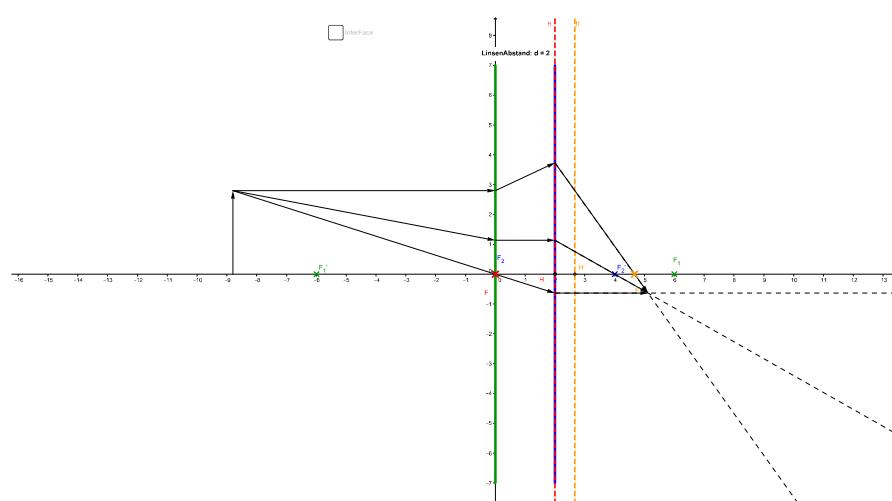
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Der Brennpunktstrahl wird nach der **rechten Linse** zu einem achsenparallelen Strahl.

Zerstreuungs- und Sammellinse

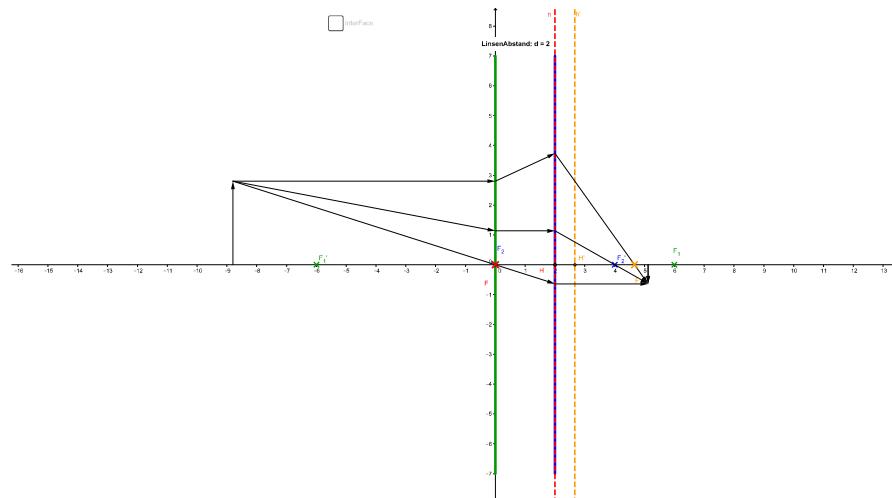
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Der Schnittpunkt dieser drei Strahlen markiert den oberen Punkt des Bildes.

Zerstreuungs- und Sammellinse

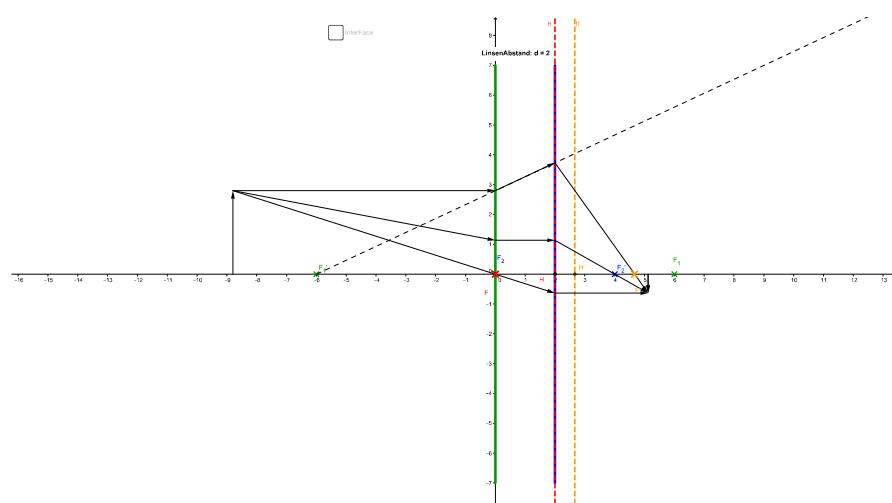
Bildkonstruktion mit Raytracing durch die Einzellinsen



Das Bild wird eingezeichnet.

Zerstreuungs- und Sammellinse

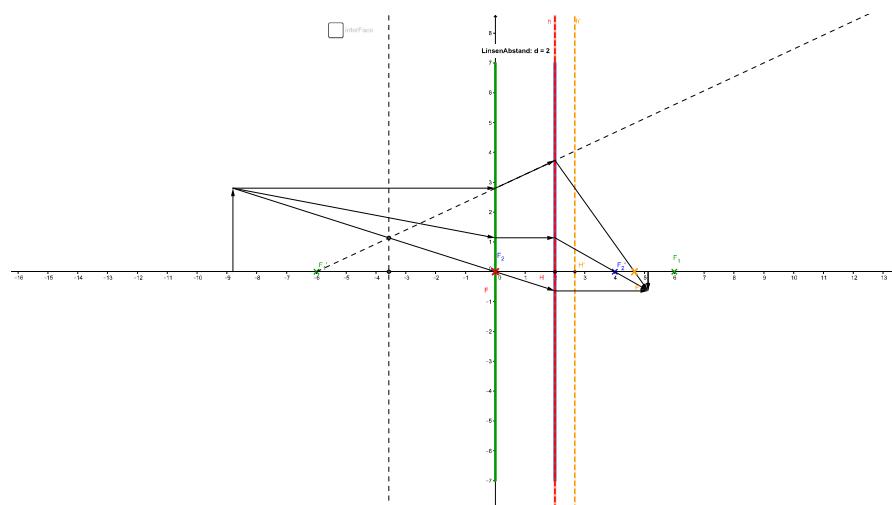
Bildkonstruktion mithilfe eines Zwischenbildes



Man verlängert den Brennpunktstrahl der Zerstreuungslinse in negative x-Richtung.

Zerstreuungs- und Sammellinse

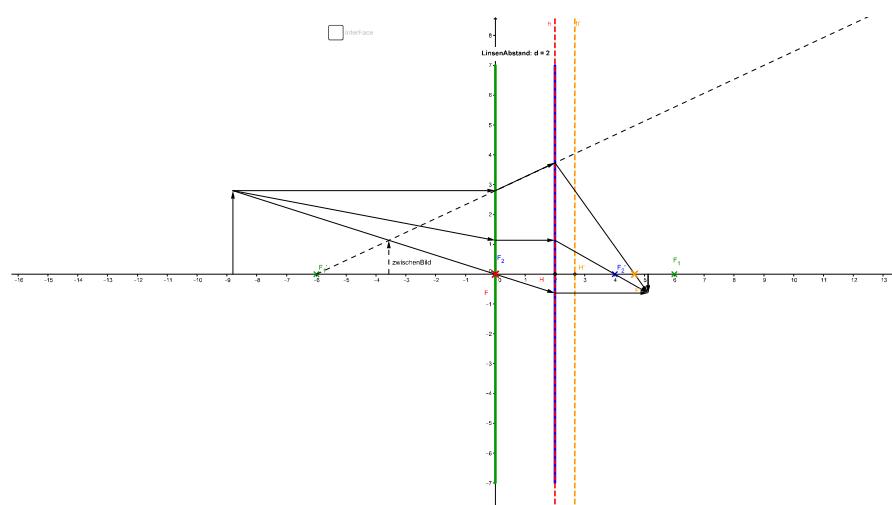
Bildkonstruktion mithilfe eines Zwischenbildes



Der Schnittpunkt dieses Strahl mit dem Mittelpunktstrahl markiert den oberen Punkt des virtuellen Bildes.

Zerstreuungs- und Sammellinse

Bildkonstruktion mithilfe eines Zwischenbildes



Das virtuelle Bild wird eingezeichnet.