计算几何课程实验选题报告

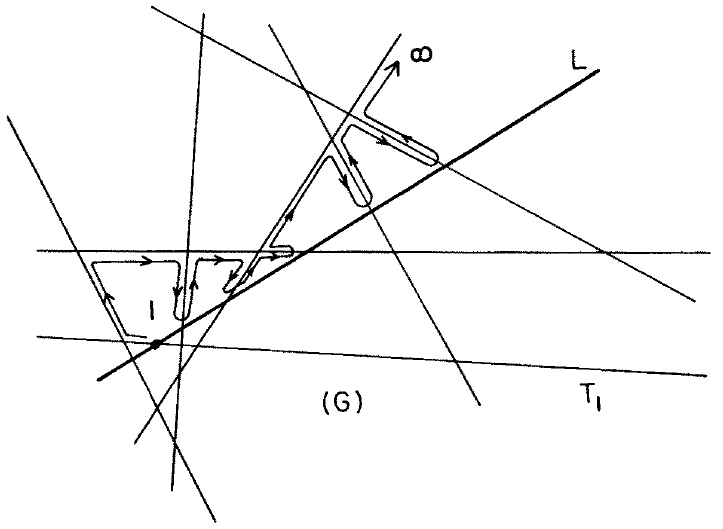
技术路线

如上文所述，我们需要解决的最基本的问题是对于一个平面含洞多边形P和其中的一点q，求q关于P的可见多边形。我们计划采用的算法是Asano[]，算法需要O(n2)的时间和空间进行预处理，但仅需线性时间计算可见多边形。下面将介绍算法的主要步骤。

预处理的部分分为计算直线排布和计算三角剖分：

（1）计算直线排布

由于在后面的算法中需要计算多边形P所有顶点关于q的极角序，并且一般的排序算法在O(nlogn)时间内完成无法满足线性时间的条件，因此在这里其参考了CHazelle[]中的算法。其中将平面内的点和直线按一定关系转化为相应的直线和点，这样就将原先的极角（q与P顶点所在直线的斜率）转化为了变换后直线间交点的横坐标。接着需要计算一组直线排布，如下图所示，其中的直线由原先多边形P的顶点转化而来，我们可以在O(n2)的时间内计算它们的交点以及将其表示为DCEL的形式。当加入一条新的直线L（由q转化）时，我们可以根据直线排布DECL表示中边之间的关系在线性时间内得到L与所有直线交点横坐标的有序关系，从而得到了多边形P所有顶点关于q的极角序。



（2）计算三角剖分

三角剖分用于计算多边形P中的边关于点q的一种偏序关系，有很多成熟的算法可在O(nlogn)的时间内完成。

算法的主体步骤包含计算顶点极角序、计算多边形边关于输入点的偏序关系以及线性集合并计算可视多边形三个方面：

（1）计算顶点极角序

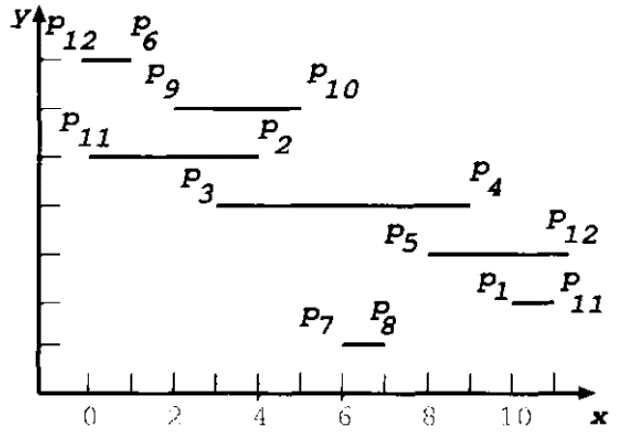
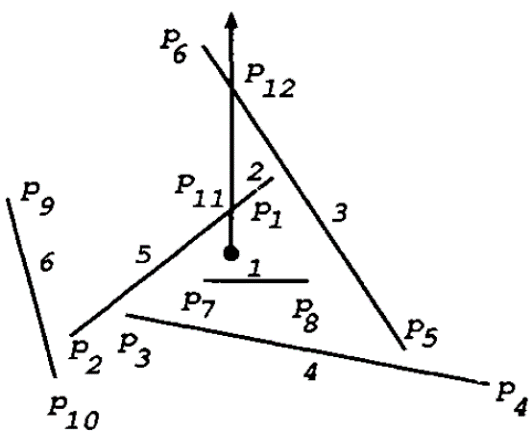
计算极角序的预处理工作已在前文介绍，当给定一个输入点q时，使用直线排布辅助便可以在线性时间内计算极角序从而使整个计算过程在线性时间内完成，对于提高实时更新可视多边形的效率是非常有利的。

（2）计算多边形关于输入点的偏序关系

在此处，算法中定义了一种多边形P中边关于输入点q的关系，即对于两条线段si和sj，从q引出一条射线与两线段均相交，若这条射线先与si相交，则记作si <q sj。利用预处理得到的多边形P的三角剖分T，我们可以根据输入点q在T上作一些更新，并根据T中三角形与q的位置关系得到一个关于<q关系的有向图G，对G作拓扑排序后便可得到多边形P中的顶点关于q的<q关系。

（3）线性集合并计算可视多边形

最终计算可见多边形的算法利用了前面两步的结果，其将多边形顶点的极角序转化为x坐标，多边形边关于输入点q的偏序关系转化为排序的序号值并进一步转化为y坐标，从而将原先如下面左图中的问题转化为了右图中对于每个x坐标求其对应的最低的线段。之后可以使用Gabow[]中的线性集合并算法计算，在线性时间内得出点q的可见多边形。对于我们设计的应用，算法可在最后一步轻松的求解某个x区间内的可见多边形，也就是守卫在一定角度范围内的可见区域。



参考文献

Asano T, Asano T, Guibas L, et al. Visibility of disjoint polygons[J]. Algorithmica, 1986, 1(1-4): 49-63.

Chazelle B, Guibas L J, Lee D T. The power of geometric duality[J]. BIT Numerical Mathematics, 1985, 25(1): 76-90.

Gabow H N, Tarjan R E. A linear-time algorithm for a special case of disjoint set union[C]//Proceedings of the fifteenth annual ACM symposium on Theory of computing. ACM, 1983: 246-251.