INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

PRIMER EXAMEN DE LA UA DE MATEMÁTICAS DISCRETAS

Instrucciones: Lea cuidadosamente cada problema antes de proceder a resolverlo, justifique todas sus respuestas de manera clara y ordenada. Resolver todos los problemas. Subir el examen de donde lo descargaste en formato pdf, nombre del archivo: exa1MD_nombrecompleto_grupo.pdf.

1. Establezca el valor de verdad de las siguientes afirmaciones utilizando definiciones, diagramas de Venn o leyes del álgebra de conjuntos:
   a) $A = B \leftrightarrow A \subseteq B \ o \ B \subseteq A$
   b) $A \subset B \leftrightarrow A \subseteq B \ y \ A \neq B$
   Sea $B = \{5,6,x,y,\{1,2,3,4\}\} = \{5,6,x,y,A\}$
   c) |B|=8
   d) $A \in B$
   e) $\{A\} \subseteq B$
   f) $A \not\subset B$
   g) $\emptyset = \{0\}$
   h) $\emptyset \Delta A = A$
   i) $A \Delta A = A$
   j) $B - A = A \cap \bar{B}$
2. Concluya con diagramas de Venn si se cumplen las siguientes igualdades indicando los pasos a seguir,

$$\left[\overline{\bar{A} \cup (\bar{B} \cup C)}\right] \cup \left[\left(\overline{\bar{A} \cup B}\right) \cup (\bar{A} \cup C)\right] = \emptyset$$

$$A\Delta(B \cup C) = (A\Delta B) \cup (A\Delta C)$$

3. Demuestre si se cumplen las siguientes igualdades utilizando las leyes del álgebra de conjuntos, en caso contrario de un contraejemplo.
   Sean $A, B, C \subseteq U = \{0,1,2,3,\ldots\}$ y los productos cartesianos a pares subconjuntos de UxU,

$$(\overline{A\Delta B}) = A\Delta\bar{B}$$

$$\overline{AxB} = (\bar{A}xB) \cup (Ax\bar{B})$$

4. Supóngase que el conjunto universo consta de todos los puntos (x, y) cuyas coordenadas son enteros y quedan dentro o sobre el contorno del cuadrado acotado por las rectas x=0, y=0, x=6, y=6. Indique los elementos de los conjuntos en el plano cartesiano, de sus elementos de manera extensiva y determine sus cardinalidades de los siguientes conjuntos: $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, B \cap C \ y \ (\overline{\bar{A} \cap B}) \cap \bar{C}$. Tal que,
   $A = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 9\}$
   $B = \{(x,y) | y \leq x^3\}$
   $C = \{(x,y) | x \leq y^3\}$
5. Sean $A, B, C \subseteq \boldsymbol{Z}$ tales que: $|A| = 25, |B| = 30, |C| = 35, |A \cap B| = 10, |B \cap C| = 20, |A \cup C| = 55, |\overline{A \cap C}| = 105$. Encuentre las siguientes cardinalidades,
   a) $|B - C|$
   b) $|A - (B - C)|$
   c) $|(\overline{A \cup B \cup C})|$