Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Cómputo

Ecuaciones homogeneas

Materia: Ecuaciones Diferenciales

Integrantes:

Saeed Priego Merino
Diaz Torres Jonathan Samuel
Arellano Millan Gabriel
Ocaña Castro Hector
Lopez Chavez Moises
Vazquez Blancas Cesar Said

Fecha: 2 de octubre de 2023

Ejercicio 1

Saeed Priego Merino
Dada la ecuación diferencial $xy' - y + x = 0$

1. **Cambio de Variable**: Definimos $y = vx$. Esto nos permite reescribir la ecuación diferencial como:

$$xy' - y + x = 0 \to x(v'x + v) - vx + x = 0$$

2. **Expansión y Simplificación**: Distribuimos x en el primer término y simplificamos:

$$v'x^2 + vx - vx + x = 0$$

$$v'x^2 + x = 0$$

3. **Separación de Variables**: Obtenemos v' en un lado y x en el otro:

$$v' = -\frac{1}{x}$$

4. **Integración**: Integramos ambos lados con respecto a x:

$$\int v' \, dx = \int -\frac{1}{x} \, dx$$

$$v = -\ln |x| + C$$

5. **Recuperar la Solución**: Recordamos que $y = vx$, y sustituimos el valor de v:

$$y = -x \ln |x| + Cx$$

Ejercicio 7

Diaz Torres Jonathan Samuel

Dada la ecuación diferencial $x(x+y)dy = (x^2+y^2)dx$, procederemos a resolverla paso a paso.

1. **División por x^2**:

   Dividimos ambos lados de la ecuación por x^2 para simplificar:

$$(x + y)dy = \left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) dx$$

2. **Cambio de Variable**:

   Definimos $u = \frac{y}{x}$, lo cual implica que $y = ux$ y $dy = udx + xdu$. Sustituimos y reordenamos:

   $$udu + (1-u)dx = \frac{1}{x}dx$$

3. **Multiplicación por x**:

   Multiplicamos ambos lados por x para obtener:

   $$xudu + (x - xu)dx = dx$$

4. **Integración**:

   Notamos que el primer término a la izquierda es la derivada de $\frac{1}{2}u^2x^2$ y el segundo término es la derivada de $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}ux^2$. Por lo tanto, la ecuación se reduce a:

   $$\frac{1}{2}u^2x^2 - \frac{1}{2}ux^2 = \frac{1}{2}x^2 + C$$

5. **Resolución para u**:

   La ecuación $\frac{1}{2}u^2 - \frac{1}{2}u = 1 + \frac{2C}{x^2}$ es una ecuación cuadrática en u que puede resolverse con la fórmula cuadrática.

6. **Recuperar la Solución Original**:

   Recordamos que $u = \frac{y}{x}$, por lo que sustituimos de vuelta:

   $$-\frac{y}{x} = \ln|x|(1 - \frac{y}{x})^2 + C$$

   Esta es la solución general de la ecuación diferencial dada.

Ejercicio 13

Arellano Millan Gabriel

Dada la ecuación diferencial

$$(2xy + x^2 + 3y^2)y' + (y^2 + 2xy + 3x^2) = 0$$

procederemos a resolverla paso a paso.

1. **Simplificación inicial**:

   Reescribimos la ecuación de forma más manejable:

   $$y' + \frac{y^2 + 2xy + 3x^2}{2xy + x^2 + 3y^2} = 0$$

2. **Factorización y cambio de variable**:

   Factorizamos y hacemos el cambio de variable $v = y + x$, lo que nos lleva a:

   $$v' - 1 + \frac{v^2 + 3x^2}{v(2v + x)} = 0$$

3. **Eliminación de denominador**:

   Multiplicamos por $v(2v + x)$ para simplificar:

   $$2v^2v' + xv' - v + v^2 + 3x^2 = 0$$

4. **Integración**:

   Resolvemos la ecuación diferencial separable para obtener:

   $$v^3 + \frac{x^2}{2}v^2 - \frac{1}{2}v^2 + \frac{3}{2}x^2v + C = 0$$

5. **Sustitución de vuelta**:

   Sustituimos $v = y + x$ para obtener la solución final:

   $$(y + x)^3 + \frac{x^2}{2}(y + x)^2 - \frac{1}{2}(y + x)^2 + \frac{3}{2}x^2(y + x) + C = 0$$

   Simplificamos para llegar a la forma final:

   $$(y + x)(y^2 + x^2) = C$$

Ejercicio 19

Ocaña Castro Hector
Dada la ecuación diferencial $x^2 + 2xy\frac{dy}{dx} = -3x^2 - y^2 - 2xy$, procederemos a resolverla paso a paso.

1. **Reescribimos**:

   Reescribimos la ecuacion:

   $$3x^2 + y^2 + 2xy + (x^2 + 2xy)\frac{dy}{dx} = 0$$

2. **Integramos**:

   $$\int (x^2 + 2xy)\, dy = x^2y + xy^2 + C$$

3. **Sustituimos c por f(x):** x:

$$x^2y + xy^2 + f(x)$$

4. **Calculamos la derivada con respecto a x y queda**:

$$2yx + y^2 + f(x)'$$

5. **Igualamos y despejamos f(x)'**:

$$3x^2 + y^2 + 2xy = 2yx + y^2 + f(x)'$$

$$3x^2 + 2xy - 2yx = f(x)'$$

$$3x^2 - 2yx + 2xy = f(x)'$$

$$f(x)' = 3x^2$$

6. **Integramos y queda** :

$$f(x)' = \int 3x^2$$

$$f(x)' = x^3 + c$$

Sustituimos para llegar a la forma final:

$$x^2y + xy^2 + x^3 = c$$

Ejercicio 25

Vazquez Blancas Cesar Said

Dada la ecuación diferencial $(y - x)y' + y = 0, y(0) = 1$, procederemos a resolverla paso a paso.

1. **Reescribimos**:

   Reescribimos la ecuacion:

$$\frac{1}{y} + \frac{y-x}{y^2}\ y' = 0$$

2. **Integramos**:

$$\int \frac{y-x}{y^2} \ dy = \frac{x}{y} + \ln|y| + C$$

3. **Sustituimos c por f(x)**:

$$\frac{x}{y} + \ln|y| + f(x)$$

4. **Calculamos la derivada con respecto a x y queda**:

$$\frac{1}{y} + f(x)'$$

5. **Igualamos y despejamos f(x)'**:

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{y} + f(x)'$$

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{y} = f(x)'$$

$$f(x)' = 0$$

Sustituimos para llegar a la forma final:

$$\frac{x}{y} + \ln(y) = c$$

6. **Aplicamos condiciones iniciales**:

$$\frac{0}{1} + \ln(1) = c$$

$$c = \frac{0}{1} + \ln(1)$$

$$c = 0$$

Sustituimos para llegar a la forma final:

$$\frac{x}{y} + \ln(y) = 0$$

Ejercicio 31

Lopez Chavez Moises

Dada la ecuación diferencial $x(e^{\frac{y}{x}}-1)y' = e^{\frac{y}{x}}(y-x), y(1)=0$, procederemos a resolverla paso a paso.

1. **Reescribimos**:

   Reescribimos la ecuacion:

$$-\frac{e^{\frac{y}{x}}(y-x)}{x} + (e^{\frac{y}{x}}-1)y' = 0$$

2. **Integramos**:

$$\int (e^{\frac{y}{x}}-1)dy = -y + xe^{\frac{y}{x}} + C$$

3. **Sustituimos c por f(x)**:

$$-y + xe^{\frac{y}{x}} + f(x)$$

4. **Calculamos la derivada con respecto a x y queda**:

$$e^{\frac{y}{x}} - \frac{e^{\frac{y}{x}}y}{x} + f(x)'$$

5. **Igualamos y despejamos f(x)'**:

$$-\frac{e^{\frac{y}{x}}(y-x)}{x} = e^{\frac{y}{x}} - \frac{e^{\frac{y}{x}}y}{x} + f(x)'$$
$$f(x)' = 0$$

   Sustituimos para llegar a la forma final:

$$-y + xe^{\frac{y}{x}} = c$$

6. **Aplicamos condiciones iniciales**:

$$-0 + 1e^{\frac{0}{1}} = c$$

$$c = -0 + 1e^{0}$$

$$c = 0 + 1(1)$$

$$c = 1$$

Sustituimos para llegar a la forma final:

$$-y + xe^{\frac{y}{x}} = 1$$