

Instituto Politécnico Nacional  
Escuela Superior de Cómputo

# Matemáticas Avanzadas para la Ingeniería

Transformación de Variable Compleja

Integrantes:

Arellano Millan Gabriel  
Gomez Tovar Yoshua Oziel  
Herrera Tovar Karla Elena  
Vazquez Blancas Cesar Said  
Zarco Sosa Kevin

30 de Marzo de 2024

## 1.- Ejercicio 1

Encontrar  $f(3 + i), f(-1), f(-4 + 2i)$ , donde  $f(z)$  es igual a

$$z^2 + 2z$$

Para  $f(3 + i)$ :

1.- Calculamos

$$(3 + i)^2 + 2(3 + i)$$

2.-Expandimos parentesis

$$8 + 6i + 2(3 + i)$$

3.-Expandiendo los paréntesis

$$2(3 + i) + 8 + 6i$$

$$6 + 2i + 8 + 6i$$

4.-Solucion Calculada

$$14 + 8i$$

Para  $f(-i)$ :

1.- Calculamos

$$(-i)^2 + 2(-i)$$

2.-i elevado a 2 es -1

$$-1 + 2(-i)$$

3.-Solucion Calculada

$$-1 - 2i$$

Para  $f(-4+2i)$ :

1.- Calculamos

$$(-4 + 2i)^2 + 2(-4 + 2i)$$

2.-Expandimos Parentesis

$$12 - 16i + 2(-4 + 2i)$$

3.-Expandiendo parentesis

$$2(-4 + 2i) + 12 - 16i$$

$$-8 + 4i + 12 - 16i$$

4.-Solucion Calculada

$$4 - 12i$$

## 2.- Ejercicio 3

Encontrar  $f(3 + i), f(-1), f(-4 + 2i)$ , donde  $f(z)$  es igual a

$$\frac{1}{(z)^3}$$

Para  $f(3 + i)$ :

1.- Calculamos

$$\frac{1}{(3 + i)^3}$$

2.-Elevar a la potencia

$$\frac{1}{(3 + i) (3 + i)^2}$$

$$\frac{1}{(3 + i) (8 + 6i)}$$

3.-Multiplicar Numerador y denominador Conjugar

$$\overline{(3 + i) (8 + 6i)} = (3 - i) (8 - 6i)$$

$$(8 - 6i) (3 - i) (3 + i) (8 + 6i) = 1000$$

$$\frac{(8 - 6i) (3 - i)}{1000}$$

4.-Expandiendo los paréntesis

$$\frac{(8 - 6i) (3 - i)}{1000}$$

$$\frac{18 - 26i}{1000}$$

5.-La solucion es:

$$\frac{9}{500} - \frac{13i}{500}$$

Para  $f(-i)$ :

1.- Calculamos

$$\frac{1}{(-i)^3}$$

2.-i elevado a 3 es i

$$\frac{1}{(i)}$$

3.-Solucion Calculada

$$-i$$

Para  $f(-4+2i)$ :

1.- Calculamos

$$\frac{1}{(-4+2i)^3}$$

2.-Elevar a una potencia

$$\frac{1}{(-4+2i)^2 (-4+2i)}$$

$$\frac{1}{(12-16i) (-4+2i)}$$

3.-Multiplicar Numerador y denominador Conjugar

$$\overline{(12-16i) (-4+2i)} = (12+16i) (-4-2i)$$

$$(12-16i) ((-4-2i) (-4+2i) (12+16i)) = 8000$$

$$\frac{(-4-2i) (12+16i)}{8000}$$

4.-Expandiendo los paréntesis

$$\frac{(-4-2i) (12+16i)}{8000}$$

$$\frac{-16-88i}{8000}$$

5.-Agrupamiento Parte real e imaginaria

$$-\frac{1}{500} - \frac{11i}{1000}$$

### 3.- Ejercicio 5

Encontrar las partes real e imaginaria de las siguientes funciones

$$f(z) = 2z^3 - 3z$$

1.- Calculamos

$$2(x+iy)^3 - 3(x+iy)$$

2.-Elevar a la potencia

$$2 \cdot (x+iy) (x+iy)^2 - 3(x+iy)$$

$$2(x+iy) (-y^2 + x^2 + 2ixy) - 3(x+iy)$$

3.-Expandimos parentesis

$$2(x + iy)(-y^2 + x^2 + 2ixy) - 3(x + iy)$$

$$2(-3xy^2 + x^3 - iy^3 + 3ix^2y) - 3x - 3iy$$

4.-Expandiendo los paréntesis

$$2(-3xy^2 + x^3 - iy^3 + 3ix^2y) - 3x - 3iy$$

$$-6xy^2 + 2x^3 - 2iy^3 + 6ix^2y - 3x - 3iy$$

5.-La solucion es:

$$-6xy^2 + 2x^3 - 3x + i(-2y^3 + 6x^2y - 3y)$$

## 4.- Ejercicio 7

Suponer que  $z$  varía en una región  $R$  del plano  $z$ . Encontrar la región (precisa) del plano  $w$  en que están los valores correspondientes de  $w = J(z)$ , y muestre gráficamente ambas regiones

$$f(z) = z^2, |z| > 3$$

1.- Calculamos a  $—w—$

$$w = (x^2 - y^2) + i(2xy)$$

2.-Calculamos el modulo

$$\begin{aligned} &|-y^2 + x^2 + 2ixy| \\ &\sqrt{x^4 - 2x^2y^2 + y^4 + 4x^2y^2} \\ &\sqrt{x^4 + 2x^2y^2 + y^4} \\ &\sqrt{(x^2 + y^2)^2} \\ &|w| = x^2 + y^2 \end{aligned}$$

3.- Calculamos el modulo de  $z$

$$\begin{aligned} &\sqrt{x^2 + y^2} > 3 \\ &x^2 + y^2 > 3^2 \\ &x^2 + y^2 > 9 \end{aligned}$$

4.- Sustituimos  $w$

$$|w| > 9$$

5.- La solucion es

$$|w| > 9$$

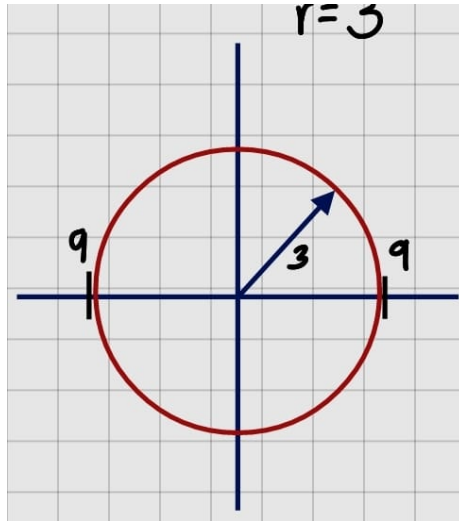
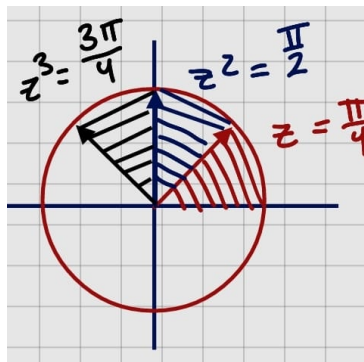


Figure 1: círculo creado con modulo mayor al radio al cuadrado.



## 5.- Ejercicio 9

Suponer que  $z$  varía en una región  $R$  del plano  $z$ . Encontrar la región (precisa) del plano  $w$  en que están los valores correspondientes de  $w = J(z)$ , y muestre gráficamente ambas regiones

$$f(z) = z^3, |argz| \leq \pi/4$$

1.- Damos 3 vueltas, por lo tanto

$$|argw| \leq \pi/4(3)$$

2.- La solución es

$$|argw| \leq 3\pi/4$$