Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo

Ecuaciones de orden superior lineal homogenea con coeficientes constantes

Materia: Ecuaciones Diferenciales

Integrantes:

Saeed Priego Merino
Diaz Torres Jonathan Samuel
Arellano Millan Gabriel
Ocaña Castro Hector
Lopez Chavez Moises
Vazquez Blancas Cesar Said

Fecha: 9 de noviembre de 2023

Ejercicio 1

Priego Merino Saeed
    Ecuacion

$$y''' - 2\,y'' - y' + 2\,y = 0$$

Calcular:

$$y''' - 2\,y'' - y' + 2\,y = 0$$

Ecuacion lineal con coeficientes constantes:

$$\mathrm{a}_0\,y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\,y^{(\mathrm{n}-1)} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,y' + \mathrm{a}_{\mathrm{n}}\,y = 0$$

$$\mathrm{a}_0\,\lambda^{\mathrm{n}} + \mathrm{a}_1\,\lambda^{\mathrm{n}-1} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,\lambda + \mathrm{a}_{\mathrm{n}} = 0$$

$$\lambda^3 - 2\,\lambda^2 - \lambda + 2 = 0$$

$$(\lambda - 2)\;(\lambda - 1)\;(\lambda + 1) = 0$$

hallamos las raicez

$$\lambda - 2 \rightarrow\;\lambda_1 = 2$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : C\,e^{2\,x}$$

$$\lambda - 1 \rightarrow\;\lambda_2 = 1$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : C_1\,e^{x}$$

$$\lambda + 1 \rightarrow\;\lambda_3 = -1$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : \frac{C_2}{e^x}$$

Solucion general:

$$\overline{y} = \sum P_{\mathrm{k}-1}\,(x)\;e^{\alpha\,x}\;\operatorname{sen}\beta\,x + Q_{\mathrm{k}-1}\,(x)\;e^{\alpha\,x}\;\cos\beta\,x$$

con:

$$\lambda = \alpha \pm \beta\,i$$

y:

$$P_{\mathrm{k}-1}\,(x)\,,\;Q_{\mathrm{k}-1}\,(x)\;\rightarrow\;C_1 + \ldots + C_{\mathrm{k}}\,x^{\mathrm{k}-1}$$

Solucion general:

$$y = C\,e^{2\,x} + C_1\,e^{x} + \frac{C_2}{e^x}$$

Ejercicio 7

Diaz Torres Jonathan Samuel

Ecuacion

$$y''' - 11\,y'' + 35\,y' - 25\,y = 0$$

Calcular:

$$y''' - 11\,y'' + 35\,y' - 25\,y = 0$$

Ecuacion lineal con coeficientes constantes:

$$\mathrm{a}_0\,y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\,y^{(\mathrm{n}-1)} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,y' + \mathrm{a}_\mathrm{n}\,y = 0$$

$$\mathrm{a}_0\,\lambda^\mathrm{n} + \mathrm{a}_1\,\lambda^{\mathrm{n}-1} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,\lambda + \mathrm{a}_\mathrm{n} = 0$$

$$\lambda^3 - 11\,\lambda^2 + 35\,\lambda - 25 = 0$$

$$(\lambda - 5)^2\,(\lambda - 1) = 0$$

$$(\lambda - 5)^2 \rightarrow\ \lambda_{1,2} = 5$$

$$\mathrm{k} = 2$$

$$\tau :\ (C_1\,x + C)\,e^{5\,x}$$

$$\lambda - 1 \rightarrow\ \lambda_3 = 1$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : C_2\,e^x$$

Solucion general:

$$\overline{y} = \sum P_{\mathrm{k}-1}(x)\ e^{\alpha\,x}\ \operatorname{sen}\beta\,x + Q_{\mathrm{k}-1}(x)\ e^{\alpha\,x}\ \cos\beta\,x$$

con:

$$\lambda = \alpha \pm \beta\,i$$

y:

$$P_{\mathrm{k}-1}(x),\ Q_{\mathrm{k}-1}(x)\ \rightarrow\ C_1 + \ldots + C_\mathrm{k}\,x^{\mathrm{k}-1}$$

Resultado:

$$y = (C_1\,x + C)\ e^{5\,x} + C_2\,e^x$$

Ejercicio 13

Arellano Millan Gabriel

Ecuacion

$$y^{\mathrm{IV}} + 2\,y''' - 2\,y' - y = 0$$

Calcular:

$$y^{\mathrm{IV}} + 2\,y''' - 2\,y' - y = 0$$

Ecuacion lineal con coeficientes constantes:

$$\mathrm{a}_0\,y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\,y^{(\mathrm{n}-1)} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,y' + \mathrm{a}_{\mathrm{n}}\,y = 0$$

$$\mathrm{a}_0\,\lambda^{\mathrm{n}} + \mathrm{a}_1\,\lambda^{\mathrm{n}-1} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,\lambda + \mathrm{a}_{\mathrm{n}} = 0$$

$$\lambda^4 + 2\,\lambda^3 - 2\,\lambda - 1 = 0$$

$$(\lambda - 1)\,\left(\lambda + 1\right)^3 = 0$$

$$\lambda - 1 \rightarrow\ \lambda_1 = 1$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : C\,e^x$$

$$\left(\lambda + 1\right)^3 \rightarrow\ \lambda_{2,3,4} = -1$$

$$\mathrm{k} = 3$$

$$\tau : \frac{C_3\,x^2 + C_2\,x + C_1}{e^x}$$

Solucion general:

$$\overline{y} = \sum P_{\mathrm{k}-1}\,(x)\ e^{\alpha\,x}\ \operatorname{sen}\beta\,x + Q_{\mathrm{k}-1}\,(x)\ e^{\alpha\,x}\ \cos\beta\,x$$

con:

$$\lambda = \alpha \pm \beta\,i$$

y:

$$P_{\mathrm{k}-1}\,(x)\,,\ Q_{\mathrm{k}-1}\,(x)\ \rightarrow\ C_1 + \ldots + C_{\mathrm{k}}\,x^{\mathrm{k}-1}$$

Resultado:

$$y = C\,e^x + \frac{C_3\,x^2 + C_2\,x - C_1}{e^x}$$

Ejercicio 19

Ocaña Castro Hector Ecuacion

$$y = C_2\,x^2\,e^{3\,x} + C_1\,x\,e^{3\,x} + C\,e^{3\,x}$$

Solucion general:

$$\overline{y} = \sum P_{\mathrm{k}-1}\left(x\right)\ e^{\alpha\,x}\ \operatorname{sen}\beta\,x + Q_{\mathrm{k}-1}\left(x\right)\ e^{\alpha\,x}\ \cos\beta\,x$$

con:

$$\lambda = \alpha \pm \beta\,i$$

y:

$$P_{\mathrm{k}-1}\left(x\right),\ Q_{\mathrm{k}-1}\left(x\right)\ \rightarrow\ C_1 + \ldots + C_{\mathrm{k}}\,x^{\mathrm{k}-1}$$

$$\left(\lambda - 3\right)^3 \rightarrow\ \lambda_{1,2,3} = 3$$

$$\mathrm{k} = 3$$

$$\tau:\ \left(C_2\,x^2 + C_1\,x + C\right)\ e^{3\,x}$$

$$\left(\lambda - 3\right)^3 = 0$$

$$\lambda^3 - 9\,\lambda^2 + 27\,\lambda - 27 = 0$$

$$[\mathrm{a}_0\,\lambda^{\mathrm{n}} + \mathrm{a}_1\,\lambda^{\mathrm{n}-1} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,\lambda + \mathrm{a}_{\mathrm{n}} = 0$$

$$\mathrm{a}_0\,y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\,y^{(\mathrm{n}-1)} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,y' + \mathrm{a}_{\mathrm{n}}\,y = 0$$

Resultado:

$$y''' - 9\,y'' + 27\,y' - 27\,y = 0$$

Ejercicio 25

Lopez Chavez Moises

Ecuacion

$$y = C_3\ \mathrm{sen}\,(3\,x) + C_2\ \cos\,(3\,x) + C_1\,x\,e^{x} + C\,e^{x}$$

Solucion general:

$$\overline{y} = \sum P_{\mathrm{k}-1}\,(x)\ e^{\alpha\,x}\ \mathrm{sen}\,\beta\,x + Q_{\mathrm{k}-1}\,(x)\ e^{\alpha\,x}\ \cos\beta\,x$$

con:

$$\lambda = \alpha \pm \beta\,i$$

y:

$$P_{\mathrm{k}-1}\,(x)\,,\ Q_{\mathrm{k}-1}\,(x)\ \rightarrow\ C_1 + \ldots + C_{\mathrm{k}}\,x^{\mathrm{k}-1}$$

$$(\lambda-1)^2 \rightarrow\ \lambda_{1,2} = 1$$

$$\mathrm{k} = 2$$

$$\tau :\ (C_1\,x + C)\ e^{x}$$

$$\lambda^2 + 9 \rightarrow\ \lambda_{3,4} = \pm 3\,i$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : C_3\ \mathrm{sen}\,(3\,x) + C_2\ \cos\,(3\,x)$$

$$(\lambda-1)^2\ \left(\lambda^2+9\right) = 0$$

$$\lambda^4 - 2\,\lambda^3 + 10\,\lambda^2 - 18\,\lambda + 9 = 0$$

$$\mathrm{a}_0\,y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\,y^{(\mathrm{n}-1)} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,y' + \mathrm{a}_{\mathrm{n}}\,y = 0$$

$$\mathrm{a}_0\,\lambda^{\mathrm{n}} + \mathrm{a}_1\,\lambda^{\mathrm{n}-1} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,\lambda + \mathrm{a}_{\mathrm{n}} = 0$$

Resultado:

$$y^{\mathrm{IV}} - 2\,y''' + 10\,y'' - 18\,y' + 9\,y = 0$$

Ejercicio 31

Vazquez Blancas Cesar Said

Ecuacion

$$y^{\mathrm{IV}} + 8\,y'' + 16\,y = 0$$

Calcular:

$$y^{\mathrm{IV}} + 8\,y'' + 16\,y = 0$$

Ecuacion lineal con coeficientes constantes:

$$\mathrm{a}_0\,y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\,y^{(\mathrm{n}-1)} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,y' + \mathrm{a}_{\mathrm{n}}\,y = 0$$

$$\mathrm{a}_0\,\lambda^{\mathrm{n}} + \mathrm{a}_1\,\lambda^{\mathrm{n}-1} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,\lambda + \mathrm{a}_{\mathrm{n}} = 0$$

$$\lambda^4 + 8\,\lambda^2 + 16 = 0$$

$$\left(\lambda^2 + 4\right)^2 = 0$$

$$\left(\lambda^2 + 4\right)^2 \rightarrow \ \lambda_{1,2,3,4} = \pm 2\,i$$

$$\mathrm{k} = 2$$

$$\tau:\ \left(C_3\,x + C_2\right)\ \mathrm{sen}\,(2\,x) + \left(C_1\,x + C\right)\ \cos\,(2\,x)$$

Solucion general:

$$\overline{y} = \sum P_{\mathrm{k}-1}\,(x)\ e^{\alpha\,x}\ \mathrm{sen}\,\beta\,x + Q_{\mathrm{k}-1}\,(x)\ e^{\alpha\,x}\ \cos\beta\,x$$

con:

$$\lambda = \alpha \pm \beta\,i$$

y:

$$P_{\mathrm{k}-1}\,(x)\,,\ Q_{\mathrm{k}-1}\,(x)\ \rightarrow\ C_1 + \ldots + C_{\mathrm{k}}\,x^{\mathrm{k}-1}$$

Resultado:

$$y = C_3\,x\ \mathrm{sen}\,(2\,x) + C_2\ \mathrm{sen}\,(2\,x) + C_1\,x\ \cos\,(2\,x) + C\ \cos\,(2\,x)$$