Conjunto de todas las matrices de 2x2 de la forma

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix}$$ ① $\quad V \qquad a, b, c \ni \mathbb{R}$

1.- U+V en V ✓

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+a & b+b \\ c+c & 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 0 \end{bmatrix}$$

2- U + V = V + U ✓

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 0 \end{bmatrix}$$

3- U + (V + W) = (U + V) + W ✓

U + (V + W)

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3a & 3b \\ 3c & 0 \end{bmatrix}$$

(U + V) + W

$$\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 3a & 3b \\ 3c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3a & 3b \\ 3c & 0 \end{bmatrix}$$

4.- $u + 0 = u$ ✓

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+0 & b+0 \\ c+0 & 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix}$$

5.- $u + (-u) = 0$ ✓

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a & -b \\ -c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-a & b-b \\ c-c & 0-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6.- cu está en V ✓

$$2\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 0 \end{bmatrix}$$

7- $c(u+v) = cu + cv$

$c(u+v)$

$$2\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix}\right) = 2\left(\begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 4a & 4b \\ 4c & 0 \end{bmatrix}$$

$cu + cv$ ✓

$$2\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4a & 4b \\ 4c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4a & 4b \\ 4c & 0 \end{bmatrix}$$

8) $(c+d)u = cu + du$ ✓

$$(2+3)\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix}\right) = 5\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 5a & 5b \\ 5c & 0 \end{bmatrix}$$

$$2\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3a & 3b \\ 3c & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5a & 5b \\ 5c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5a & 5b \\ 5c & 0 \end{bmatrix}$$

9) $c(du) = (cd)u$ ✓

$c(du)$

$$3\left(2\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix}\right) = 3\left(\begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 6a & 6b \\ 6c & 0 \end{bmatrix}$$

$$(3\cdot 2)\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix}\right) = 6\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6a & 6b \\ 6c & 0 \end{bmatrix}$$

1

10- $1(u) = u$ ✓

$$1\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix}$$

$\boxed{\begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} \text{ es un espacio vectorial}}$

Escaneado con CamScanner

(2).. Conjunto de todas las matrices 2x2 de la forma

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix} \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

5.- $u + (-u) = 0$ ✓

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a & -b \\ -c & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix}$$

6- $u + v$ en V

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 2 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix}$$

$\boxed{\begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix} \text{ No es espacio vectoral}}$ (2)

Escaneado con CamScanner

③ - En conjunto de todas las matrices 3 x 3 de la forma

$$\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} \quad a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$$

1- $U + V$ en V ✓

$$\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2a & 2b \\ 2c & 0 & 2d \\ 2e & 2f & 0 \end{bmatrix}$$

2- $U + V = V + U$ ✓

$$\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2a & 2b \\ 2c & 0 & 2d \\ 2e & 2f & 0 \end{bmatrix}$$

3- $U + (V + W) = (U + V) + W$ ✓

$$\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} \right) \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2a & 2b \\ 2c & 0 & 2d \\ 2e & 2f & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3a & 3b \\ 3c & 0 & 3d \\ 3e & 3f & 0 \end{bmatrix}$$

$(U + V) + W$

$$\left(\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2a & 2b \\ 2c & 0 & 2d \\ 2e & 2f & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3a & 3b \\ 3c & 0 & 3d \\ 3e & 3f & 0 \end{bmatrix}$$

4.- $u + 0 = u$ ✓

$$\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix}$$

5- $u + (-u) = 0$ ✓

$$\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -a & -b \\ -c & 0 & -d \\ -e & -f & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6.- cu está en V ✓

$$2\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2a & 2b \\ 2c & 0 & 2d \\ 2e & 2f & 0 \end{bmatrix}$$

7- $c(u+v) = cu + cv$

$c(u+v)$

$$2\left(\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix}\right) = 2\left(\begin{bmatrix} 0 & 2a & 2b \\ 2c & 0 & 2d \\ 2e & 2f & 0 \end{bmatrix}\right)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 4a & 4b \\ 4c & 0 & 4d \\ 4e & 4f & 0 \end{bmatrix}$$

$cu + cv$

$$2\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2a & 2b \\ 2c & 0 & 2d \\ 2e & 2f & 0 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2a & 2b \\ 2c & 0 & 2d \\ 2e & 2f & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4a & 4b \\ 4c & 0 & 4d \\ 4e & 4f & 0 \end{bmatrix}$$

8.- $(c+d)u = cu + du$ ✓

$(c+d)u$

$$(3+2)\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} = 5\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 5a & 5b \\ 5c & 0 & 5d \\ 5e & 5f & 0 \end{bmatrix}$$

$cu + du$

$$3\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3a & 3b \\ 3c & 0 & 3d \\ 3e & 3f & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2a & 2b \\ 2c & 0 & 2d \\ 2e & 2f & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 5a & 5b \\ 5c & 0 & 5d \\ 5e & 5f & 0 \end{bmatrix}$$

9- $c(du) = (cd)u$ ✓

$c(du)$

$$5\left(3\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix}\right) = 5\left(\begin{bmatrix} 0 & 3a & 3b \\ 3c & 0 & 3d \\ 3e & 3f & 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 15a & 15b \\ 15c & 0 & 15d \\ 15e & 15f & 0 \end{bmatrix}$$

$(cd)u$

$$(5 \cdot 3)\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} = 15\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 15a & 15b \\ 15c & 0 & 15d \\ 15e & 15f & 0 \end{bmatrix}$$

10.- $1(u) = u$

$$1\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix}$$

$\boxed{\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix} \text{ es un espacio vectorial}}$

3

(4) El conjunto de todas las matrices 3×3

$$\begin{bmatrix} 1 & a & b \\ c & 1 & d \\ e & f & 1 \end{bmatrix}$$

5- $U + (-U) = 0$

$$\begin{bmatrix} 1 & a & b \\ c & 1 & d \\ e & f & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -a & -b \\ -c & -1 & -d \\ -e & -f & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ c & 1 & d \\ e & f & 1 \end{bmatrix}$$

6- $U + V$ en V

$$\begin{bmatrix} 1 & a & b \\ c & 1 & d \\ e & f & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ c & 1 & d \\ e & f & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2a & 2b \\ 2c & 2 & 2d \\ 2e & 2f & 2 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ c & 1 & d \\ e & f & 1 \end{bmatrix}$$

$\boxed{\begin{bmatrix} 1 & a & b \\ c & 1 & d \\ e & f & 1 \end{bmatrix} \text{ no es un espacio vectorial}}$ (4)

(2).. Dado el espacio W definido en cada caso V el espacio V, tal que $W \subseteq V$, determina si W es subespacio de V.

(1).. $W = \{(x_1, x_2, x_3, 0) = x_1, x_2, x_3$ son números reales$\}$

$V = R^4$

1) $(x_1, x_2, x_3, 0) + (x_1', x_2', x_3', 0') = (x_1 + x_1', x_2 + x_2', x_3 + x_3', 0)$

11) $c(x_1, x_2, x_3, 0) = (cx_1, cx_2, cx_3, 0)$

(1)

| Al cumplirse se tiene que W es subespacio de V |

(2) $W = \{(x, y, 2x - 3y) : x$ y y son números reales$\}$ $V = R^3$

1) $(x, y, 2x-3y) + (x', y', 2x'-3y') = (x + x', y + y', 2x - 3y + 3x' -$

11) $c(x, y, 2x-3y) = (cx, cy, c(2x-3y))$

(2)

| Al cumplirse se tiene que W es subespacio de V |

(3).. W es el conjunto de todas las matrices 2x2

$\begin{bmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{bmatrix}$ $V = M_{2,2}$

1) $\begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & a' \\ b' & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a + a' \\ b + b' & 0 \end{pmatrix}$

11) $c\begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & ca \\ cb & 0 \end{pmatrix}$

(3)

| Al cumplirse se tiene que W es subespacio de V |

4. W es el conjunto de todas las matrices 3 x 2 de la forma

$$\begin{bmatrix} a & b \\ a+b & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \qquad V = M_{3\times 2}$$

1) $$\begin{pmatrix} a & b \\ a+b & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b \\ a+b & 0 \\ 0 & -c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 2a+2b & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\boxed{\text{No se cumple} \therefore W \not\subseteq V}$ 4