Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Cómputo


# Ecuación de Euler-Cauchy

Materia: Ecuaciones Diferenciales


Integrantes:

Saeed Priego Merino
Diaz Torres Jonathan Samuel
Arellano Millan Gabriel
Ocaña Castro Hector
Lopez Chavez Moises
Vazquez Blancas Cesar Said



Fecha: 18 de noviembre de 2023

# Ejercicio 51

Priego Merino Saeed
Ecuacion

$$x^2\, y'' - 12\, y = 0$$

Calcular:

$$x^2\, y'' - 12\, y = 0$$

Ecuación de Euler

$$\mathrm{a}_0\, x^{\mathrm{n}} y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\, x^{\mathrm{n}-1}\, y^{(\mathrm{n})} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\, x\, y' + \mathrm{a}_{\mathrm{n}}\, y = f\,(x)$$

Sustitucion:

$$x = e^u$$

Calcular

$$(\lambda - 1)\ \lambda - 12 = 0$$

$$\lambda^2 - \lambda - 12 = 0$$

Ecuación lineal con coeficientes constantes

$$y'' - y' - 12\, y = 0$$

$$\mathrm{a}_0\, y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\, y^{(\mathrm{n}-1)} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\, y' + \mathrm{a}_{\mathrm{n}}\, y = 0$$

$$\lambda^2 - \lambda - 12 = 0$$

$$(\lambda - 4)\ (\lambda + 3) = 0$$

Hallamos las raicez

$$\lambda - 4 \to\ \lambda_1 = 4$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : C\, e^{4\, u}$$

$$\lambda + 3 \to\ \lambda_2 = -3$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : \frac{C_1}{e^{3\, u}}$$

Solucion general:

$$P_{\mathrm{k}-1}\,(u)\,,\ Q_{\mathrm{k}-1}\,(u)\ \to\ C_1 + \ldots + C_{\mathrm{k}}\, u^{\mathrm{k}-1}$$

Solucion:

$$y = C\, e^{4\, u} + \frac{C_1}{e^{3\, u}}$$

Sustituimos:

$$y = C\, x^4 + \frac{C_1}{x^3}$$

# Ejercicio 52

Diaz Torres Jonathan Samuel

Ecuacion

$$x^2\,y'' + \frac{2\,x\,y'}{3} - \frac{2\,y}{9} = 0$$

Calcular:

$$x^2\,y'' + \frac{2\,x\,y'}{3} - \frac{2\,y}{9} = 0$$

$$9\,x^2\,y'' + 6\,x\,y' - 2\,y = 0$$

Ecuación de Euler

$$\mathrm{a}_0\,x^{\mathrm{n}} y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\,x^{\mathrm{n}-1}\,y^{(\mathrm{n})} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,x\,y' + \mathrm{a}_{\mathrm{n}}\,y = f\,(x)$$

Sustitucion:

$$x = e^u$$

Calcular

$$9\,(\lambda - 1)\,\lambda + 6\,\lambda - 2 = 0$$

$$9\,\lambda^2 - 3\,\lambda - 2 = 0$$

Ecuación lineal con coeficientes constantes

$$9\,(y'' - y') + 6\,y' - 2\,y = 0$$

$$9\,\lambda^2 - 3\,\lambda - 2 = 0$$

$$(3\,\lambda - 2)\,(3\,\lambda + 1) = 0$$

Hallamos las raicez

$$3\,\lambda - 2 \rightarrow\ \lambda_1 = \frac{2}{3}$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : C\,e^{\frac{2\,u}{3}}$$

$$3\,\lambda + 1 \rightarrow\ \lambda_2 = -\frac{1}{3}$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : \frac{C_1}{e^{\frac{u}{3}}}$$

Solucion general:

$$y = C\,e^{\frac{2\,u}{3}} + \frac{C_1}{e^{\frac{u}{3}}}$$

Solucion:

$$y = C\,\sqrt[3]{x^2} + \frac{C_1}{\sqrt[3]{x}}$$

Sustituimos:

$$y = C\,\sqrt[3]{x^2} + \frac{C_1}{\sqrt[3]{x}}$$

## Ejercicio 53

Arellano Millan Gabriel

Ecuacion

$$x^2\,y'' + 2\,x\,y' - 12\,y = 0$$

Calcular:

$$x^2\,y'' + 2\,x\,y' - 12\,y = 0$$

Ecuación de Euler

$$\mathrm{a}_0\,x^{\mathrm{n}} y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\,x^{\mathrm{n}-1}\,y^{(\mathrm{n})} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,x\,y' + \mathrm{a}_{\mathrm{n}}\,y = f\,(x)$$

Sustitucion:

$$x = e^u$$

Calcular

$$(\lambda - 1)\;\lambda + 2\,\lambda - 12 = 0$$

$$\lambda^2 + \lambda - 12 = 0$$

Ecuación lineal con coeficientes constantes

$$y'' + y' - 12\,y = 0$$

$$\lambda^2 + \lambda - 12 = 0$$

$$(\lambda - 3)\;(\lambda + 4) = 0$$

Hallamos las raicez

$$\lambda - 3 \rightarrow\; \lambda_1 = 3$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : C\,e^{3\,u}$$

$$\lambda + 4 \rightarrow\; \lambda_2 = -4$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : \frac{C_1}{e^{4\,u}}$$

Solucion general:

$$y = C\,e^{3\,u} + \frac{C_1}{e^{4\,u}}$$

Solucion:

$$y = C\,x^3 + \frac{C_1}{x^4}$$

Sustituimos:

$$y = C\,x^3 + \frac{C_1}{x^4}$$

# Ejercicio 54

Ocaña Castro Hector Ecuacion

$$x^2\, y'' + 5\, x\, y' + 4\, y = 0$$

Calcular:

$$x^2\, y'' + 5\, x\, y' + 4\, y = 0$$

Ecuación de Euler

$$\mathrm{a}_0\, x^{\mathrm{n}} y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\, x^{\mathrm{n}-1}\, y^{(\mathrm{n})} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\, x\, y' + \mathrm{a}_{\mathrm{n}}\, y = f\,(x)$$

Sustitucion:

$$x = e^u$$

Calcular

$$(\lambda - 1)\ \lambda + 5\,\lambda + 4 = 0$$

$$\lambda^2 + 4\,\lambda + 4 = 0$$

Ecuación lineal con coeficientes constantes

$$y'' + 4\, y' + 4\, y = 0$$

$$\lambda^2 + 4\,\lambda + 4 = 0$$

$$(\lambda + 2)^2 = 0$$

Hallamos las raicez

$$(\lambda + 2)^2 \rightarrow\ \lambda_{1,2} = -2$$

$$\mathrm{k} = 2$$

$$\tau : \frac{C_1\, u + C}{e^{2\,u}}$$

Solucion general:

$$y = \frac{C_1\, u + C}{e^{2\,u}}$$

Solucion:

$$y = \frac{C_1\ \ln(x) + C}{x^2}$$

Sustituimos:

$$y = \frac{C_1\ \ln(x) + C}{x^2}$$

# Ejercicio 55

Lopez Chavez Moises

Ecuacion

$$x^2\, y'' + 5\, x\, y' - 5\, y = 0$$

Calcular:

$$x^2\, y'' + 5\, x\, y' - 5\, y = 0$$

Ecuación de Euler

$$\mathrm{a}_0\, x^{\mathrm{n}} y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\, x^{\mathrm{n}-1}\, y^{(\mathrm{n})} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\, x\, y' + \mathrm{a}_{\mathrm{n}}\, y = f\,(x)$$

Sustitucion:

$$x = e^u$$

Calcular

$$(\lambda - 1)\ \lambda + 5\,\lambda - 5 = 0$$

$$\lambda^2 + 4\,\lambda - 5 = 0$$

Ecuación lineal con coeficientes constantes

$$y'' + 4\, y' - 5\, y = 0$$

$$\lambda^2 + 4\,\lambda - 5 = 0$$

$$(\lambda - 1)\ (\lambda + 5) = 0$$

Hallamos las raicez

$$\lambda - 1 \rightarrow\ \lambda_1 = 1$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : C\, e^u$$

$$\lambda + 5 \rightarrow\ \lambda_2 = -5$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : \frac{C_1}{e^{5\, u}}$$

Solucion general:

$$y = C\, e^u + \frac{C_1}{e^{5\, u}}$$

Solucion:

$$y = C\, x + \frac{C_1}{x^5}$$

Sustituimos:

$$y = C\, x + \frac{C_1}{x^5}$$

## Ejercicio 56

Vazquez Blancas Cesar Said

Ecuacion

$$x^2\,y'' + 8\,x\,y' + 10\,y = 0$$

Calcular:

$$x^2\,y'' + 8\,x\,y' + 10\,y = 0$$

Ecuación de Euler

$$\mathrm{a}_0\,x^{\mathrm{n}} y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\,x^{\mathrm{n}-1}\,y^{(\mathrm{n})} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\,x\,y' + \mathrm{a}_{\mathrm{n}}\,y = f\,(x)$$

Sustitucion:

$$x = e^u$$

Calcular

$$(\lambda - 1)\ \lambda + 8\,\lambda + 10 = 0$$

$$\lambda^2 + 7\,\lambda + 10 = 0$$

Ecuación lineal con coeficientes constantes

$$y'' + 7\,y' + 10\,y = 0$$

$$\lambda^2 + 7\,\lambda + 10 = 0$$

$$(\lambda + 2)\ (\lambda + 5) = 0$$

Hallamos las raicez

$$\lambda + 2 \rightarrow\ \lambda_1 = -2$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : \frac{C}{e^{2\,u}}$$

$$\lambda + 5 \rightarrow\ \lambda_2 = -5$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : \frac{C_1}{e^{5\,u}}$$

Solucion general:

$$y = \frac{C}{e^{2\,u}} + \frac{C_1}{e^{5\,u}}$$

Solucion:

$$y = \frac{C}{x^2} + \frac{C_1}{x^5}$$

Sustituimos:

$$y = \frac{C}{x^2} + \frac{C_1}{x^5}$$

# Ejercicio 57

Vazquez Blancas Cesar Said

Ecuacion

$$x^2\, y'' - 3\, x\, y' + 5\, y = 0$$

Calcular:

$$x^2\, y'' - 3\, x\, y' + 5\, y = 0$$

Ecuación de Euler

$$\mathrm{a}_0\, x^{\mathrm{n}} y^{(\mathrm{n})} + \mathrm{a}_1\, x^{\mathrm{n}-1}\, y^{(\mathrm{n})} + \ldots + \mathrm{a}_{\mathrm{n}-1}\, x\, y' + \mathrm{a}_{\mathrm{n}}\, y = f\,(x)$$

Sustitucion:

$$x = e^u$$

Calcular

$$(\lambda - 1)\ \lambda - 3\,\lambda + 5 = 0$$

$$\lambda^2 - 4\,\lambda + 5 = 0$$

Ecuación lineal con coeficientes constantes

$$y'' - 4\, y' + 5\, y = 0$$

$$\lambda^2 - 4\,\lambda + 5 = 0$$

Hallamos las raicez

$$\lambda^2 - 4\,\lambda + 5 \rightarrow\ \lambda_{1,2} = \pm i + 2$$

$$\mathrm{k} = 1$$

$$\tau : C_1\, e^{2\,u}\ \mathrm{sen}\,(u) + C\, e^{2\,u}\ \cos\,(u)$$

Solucion general:

$$y = C_1\, e^{2\,u}\ \mathrm{sen}\,(u) + C\, e^{2\,u}\ \cos\,(u)$$

Solucion:

$$y = C_1\, x^2\ \mathrm{sen}\,(\ln\,(x)) + C\, x^2\ \cos\,(\ln\,(x))$$

Sustituimos:

$$y = C_1\, x^2\ \mathrm{sen}\,(\ln\,(x)) + C\, x^2\ \cos\,(\ln\,(x))$$