



INSTITUTO FEDERAL

Sul de Minas Gerais
Campus Muzambinho

Lógica Matemática

Aula 01 – Apresentação e Introdução

Prof. Dr. Diego Saqui

Email: diego.saqui@muz.ifsuldeminas.edu.br



INSTITUTO FEDERAL

Roteiro

- Apresentações
- Ementa
- Avaliações
- Introdução a Lógica Matemática



Eu...

- Prof. Diego Saqui
- Bacharel em Ciência da Computação
- Licenciado em Matemática
- Mestre em Ciência da Computação (Inteligência Artificial).
- Doutor em Ciência da Computação (Processamento de Imagens – Reconhecimento de Padrões).



LABSOFT
Laboratório de Tecnologias
de Software e Computação
Aplicada à Educação



INSTITUTO FEDERAL

Carga Horária

- Carga semanal: 3 aulas, 2:45:00
- 54 semestral, 49:30:00.



Ementa

- Relação entre Lógica Matemática e Computação (Paradoxos; Linguagem, Sintaxe, Semântica, Sistemas Dedutivos; Teoremas Principais (Corretude, Completude); Computabilidade e aspectos computacionais; Decidibilidade; Máquina de Turing; Provas matemáticas por indução e dedução);
- Raciocínio lógico-matemático (resolução de problemas);



Ementa

- Cálculo Proposicional (Linguagem: Proposições e Conectivos, Sintaxe: alfabeto e regras proposicionais; Semântica: valores lógicos das proposições; Tabela-verdade; Operações lógicas sobre proposições; Tautologia, contradições e contingências; Validade e Contravalidade dedutiva; Método de Provas formais; Consistência e Inconsistência de proposições, argumentos e sistemas; Árvores Semânticas);



Ementa

- Cálculo de Predicados (Sintaxe e semântica; Quantificador universal e existencial; Proposições quantificadas; Prova de validade e contravalidade de argumentos envolvendo quantificadores; Método de Provas Formais; Árvores Semânticas).



Ementa (nova)

- Introdução a teoria dos conjuntos e aplicações na computação; Lógica Proposicional, Tabelas Verdade e relações com a Lógica de programação, Regras de Dedução e Inferência; Análise Combinatória.



Regras

- Limite até 25% de faltas, mais que isso está retido.
- Chegar atrasado ou sair mais cedo sem autorização gera falta.
- Perder trabalho/prova sem atestado não tem direito de fazer outro.
- Não aceito trabalhos atrasados.
- Não filme a aula sem autorização.



Avaliações

- Média das Listas/Exercícios (3,5 pts).
 - Listas testes ou exercícios.
 - Alguns deles serão participativos.
- Média de provas (6,5 pts): 2 provas
 - Vídeo, Listas, Seminários etc.



Bibliografia

- Bibliografia Básica
 - ALENCAR FILHO, Edgard de. Iniciação à lógica matemática. 18. ed. São Paulo: Editora Nobel, 2000.
 - MORTARI, Cezar A. Introdução à lógica. 1. ed. reimp. São Paulo: FEU, 2001.
 - CARNIELLI, W. A. & EPSTEIN, R. L. Computabilidade, Funções Computáveis, Lógica e os Fundamentos da Matemática. 2. ed. São Paulo: Editora UNESP, 2009.
 - <https://www.logicthrupython.org>
 - ROSEN, K. H. Matemática Discreta e suas Aplicações. Rio de Janeiro: Editora: Mc-Graw Hill, 2009.



Bibliografia

- Bibliografia Complementar
 - MORTARI C. A. & DUTRA L. H. A. A Concepção Semântica da Verdade: Textos Clássicos de Tarski. São Paulo: Editora Unesp, 2007.
 - MENDELSON, E. Introduction to Mathematical Logic. 4 ed. London: Chapman & Hall, 1997.
 - HAACK, S. [1978]. Filosofia das lógicas. Tradução: Cezar Augusto Mortari e Luiz Henrique de Araújo Dutra. São Paulo: Editora Unesp, 2002.
 - SILVA, F. S. C.; FINGER, M.; MELO, A. C. V. Lógica para Computação. São Paulo: Thomson, 2006.
 - COSTA, N. C. A. Introdução aos Fundamentos da Matemática. 2. ed. São Paulo: Hucitec, 1977.



Introdução



INSTITUTO FEDERAL

O que é Lógica?

- Lógica: ciência que estuda **princípios** e **métodos** de **inferência**, tendo o objetivo de determinar em que condições certas coisas se seguem, ou seja, são consequências ou não de outras (MORTARI, 2001).
 - **Princípio**: causa primária, base, fundamento, origem.
 - **Método**: maneira de proceder; processo racional para chegar ao conhecimento ou à demonstração da verdade.
 - **Inferência**: dedução, conclusão.
 - raciocínio = processo de inferência (a partir do que acreditamos ou sabemos que é verdadeiro extraímos consequências).



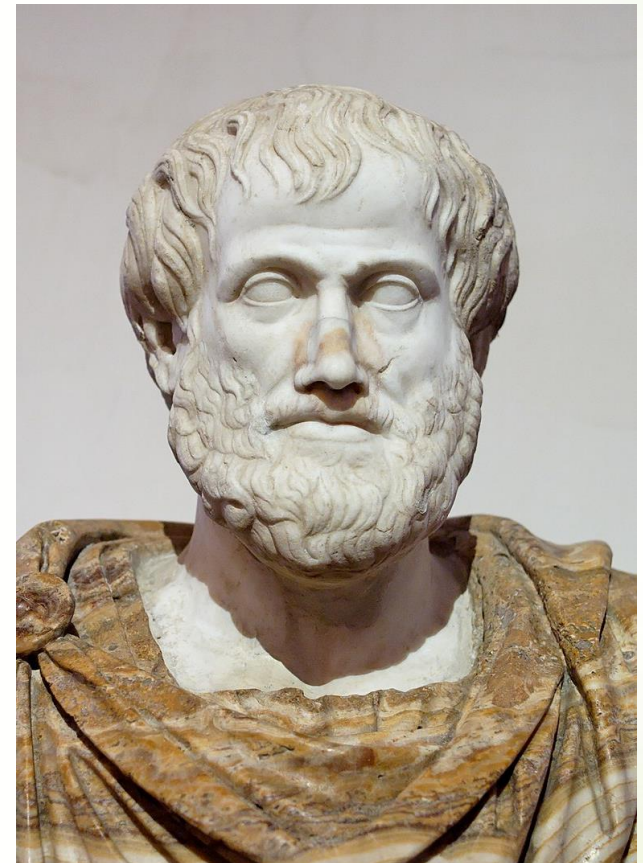
Por que estudar Lógica Matemática?

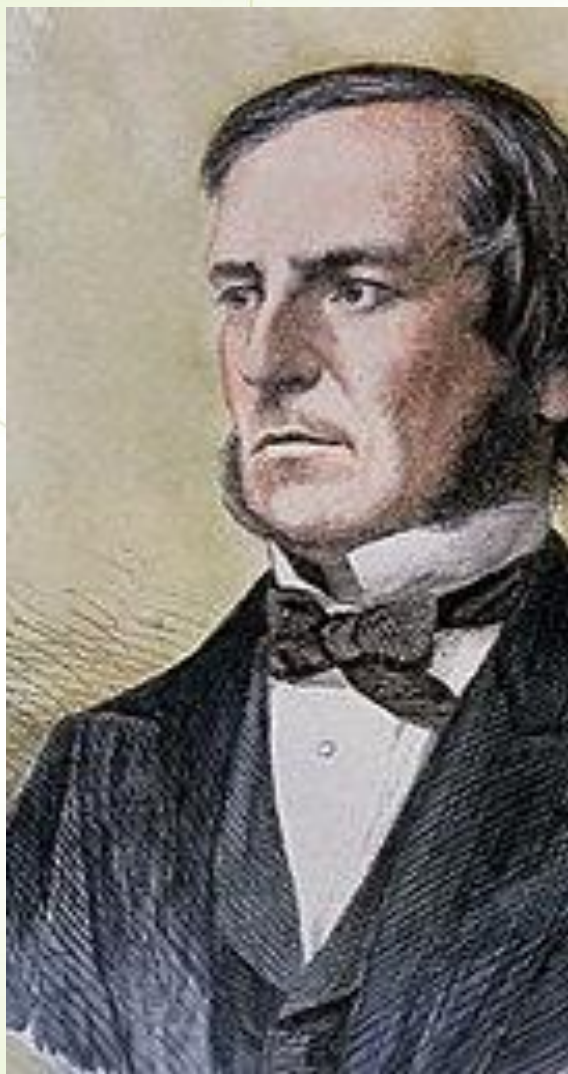
- Lógica – Importante em áreas como Filosofia, Matemática e Computação.
 - Desenvolvimento de linguagens (naturais e artificiais) para modelar situações e problemas visando às suas soluções.
 - Raciocinar sobre essas situações: construir argumentos formais sobre situações de maneira que a prova da validade de argumentos possa ser automatizada.
 - Para computação ainda abrange áreas da inteligência artificial, à programação de computadores, às linguagens de programação, etc.



História: Aristóteles (Séc IV a.C.)

- Uma de suas contribuições: **Teoria do Silogismo**
 - **Silogismo**: argumento de possui sempre duas premissas e uma conclusão. Usa apenas proposições categóricas (asserções V ou F).
- **Exemplo:**
 - Todo gato é mamífero. (Premissa 1)
 - Miau é um gato. (Premissa 2)
 - Miau é um mamífero. (Conclusão)



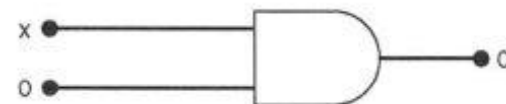


História: George Boole (1815-1864)

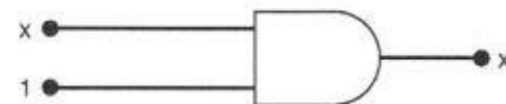
Teoremas Booleanos (teoremas com apenas uma variável)

X é uma variável lógica que pode ser igual a 0 ou 1

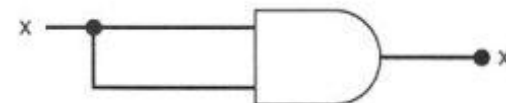
(1) $x \cdot 0 = 0$



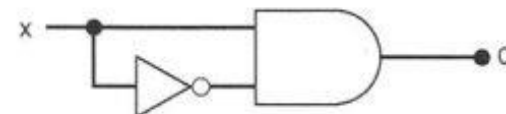
(2) $x \cdot 1 = x$



(3) $x \cdot x = x$



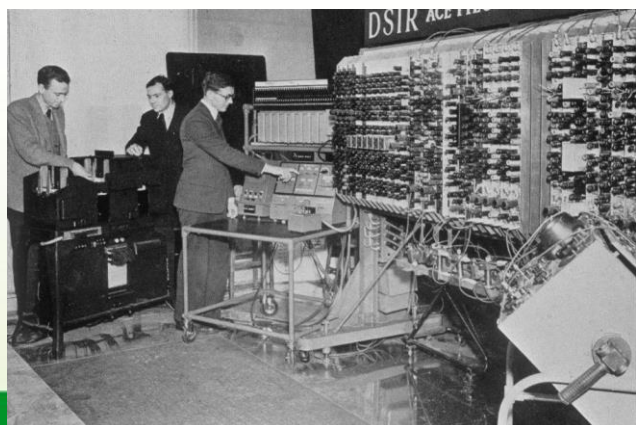
(4) $x \cdot \bar{x} = 0$






História: Alan Turing (1912-1954)

- Matemático, lógico, criptoanalista e cientista da computação britânico.
 - formalização do conceito de algoritmo e de computação (Máquina de Turing)
 - funções computáveis = programas para máquina de Turing
 - pioneiro em Inteligência Artificial (Teste de Turing)





Definindo Proposições e elementos da Lógica...



Importante para disciplina!

- Considere o seguinte exemplo de uma **sentença** em **linguagem natural** que tem alguma **estrutura lógica**:
 - “Se chover na segunda-feira, então vamos distribuir guarda-chuvas ou alugar um ônibus”.
- Esta frase fala sobre três proposições básicas, cada uma das quais pode ser potencialmente verdadeira ou falsa:
 - $p1 = \text{“chove na segunda – feira”}$,
 - $p2 = \text{“vamos entregar guarda – chuvas”}$ e
 - $p3 = \text{“vamos alugar um ônibus”}$.
- Essas três **proposições** estão conectadas logicamente da seguinte forma: $p1 \text{ implica } (p2 \text{ ou } p3)$, que escreveremos como $(p1 \rightarrow (p2 \mid p3))$.



Sentenças e gramática

- **Gramática:** Conjunto de regras que dizem de que forma se podem combinar as palavras.
 - O que determina quais sequencias de palavras de uma língua constituem sentenças é sua **gramática**.



Sentenças e argumentos

- **Sentença:** sequência de palavras que contém ao menos um verbo respeitando as regras gramáticas, como por exemplo:
 - O gato está no quarto.
 - Toda vez que faz sol, eu vou à praia.
- Exemplos de sentenças não admitidas como **argumentos**:
 - Que horas são? (pergunta = sentença interrogativa)
 - Feche a porta! (ordem = sentença imperativa).
- Elas não podem ser afirmadas, negadas ou consideradas verdadeiras ou falsas.
 - As sentenças que nos interessam na lógica são as **sentenças declarativas**, aquelas que podemos afirmar ou negar.



Sentenças e argumentos

Algo sabido ou aceito

- **Sentença:**

- Existem apenas dois pares de brincos de rubi; logo, se tanto Geovana quanto Griselda estivessem com brincos de rubi, Guilhermina, a primeira, saberia que os seus são de esmeralda.

Descobrimos
algo novo

- **Podemos dividir a sentença em duas partes:**

- 1ª Afirmação: Existem dois pares de brincos de rubi;
- 2ª Afirmação: Guilhermina saberia que os seus são de esmeralda, se Geovana e Griselda estivessem usando brincos de rubi.
 - ‘**logo**’ tem a função de indicar que a segunda afirmação segue da primeira.



Sentenças e argumentos

- **Outra forma de representar:**

P: Existem apenas dois pares de brinco de rubi.

Algo sabido ou aceito

- Se tanto Geovana quanto Griselda tivessem brincos de rubi, Guilhermina saberia que os seus são de esmeralda.

Descobrimos algo novo

- **Argumento:** Raciocínio **dedutivo** estruturado com um conjunto de sentenças, das quais uma é chamada de conclusão, as outras de premissas, e pretende-se que as premissas justifiquem, garantam ou deem evidência para a conclusão.

Deduções e lógica

- Suponha que todos os gregos sejam homens e que todos os homens são mortais.
Segue-se logicamente que todos os gregos são mortais.
 - Essa dedução é notável no sentido de que podemos fazê-la mesmo sem entender nada sobre gregos, homens ou mortalidade.
 - A mesma dedução pode assumir que todos os gregos são peixes e que todos os peixes voam e concluir que todos os gregos voam.
- Contanto que as suposições estejam corretas, a conclusão também está.
- O campo da Lógica lida com esses tipos de deduções - aquelas que não requerem nenhum conhecimento específico, mas tomam declarações sobre o mundo e deduzem novas declarações que devem ser verdadeiras se as originais forem.



Dedução e indução

- Além de válidos e inválidos, argumentos podem ser categorizados como dedutivos ou indutivos.
 - Dedutivos são não-ampliativos, isto é, num argumento dedutivo, tudo que está dito na conclusão já foi dito, ainda que implicitamente, nas premissas.
 - **Argumentos anteriores são dedutivos.**
 - Indutivos são ampliativos, a conclusão diz mais, vai além, do que o afirmado nas premissas.



Argumentos indutivos

Usado na IA

- Exemplos:
- (A6)
 - P1: 80% dos entrevistados vão votar no candidato X.
 - 80% de todos os eleitores vão votar em X.
- (A7)
 - P1: Esta vacina funcionou bem em macacos.
 - P2: Esta vacina funcionou bem em porcos.
 - Essa vacina vai funcionar bem em seres humanos.

Não há a pretensão de que a conclusão seja verdadeira caso as premissas o forem – apenas que ela seja provavelmente verdadeira.



Sentenças e proposições

- Exemplo:
 - Sentença 1: Miau rasgou a cortina.
 - Sentença 2: A cortina foi rasgada por Miau.
- São sentenças diferentes para expressar a mesma **proposição**:
 - Miau rasgou a cortina.
- **Proposição**: Conjuntos de mundos possíveis, pensamentos, sentenças sinônimas, estados de coisas, etc.
 - Usamos para falar de coisas que são verdadeiras ou falsas.



Proposições

- Todo conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo.
 - Afirma um fato.
 - Exprime juízo a respeito de algo.
- Exemplos:
 - (a) Natal é a capital do Rio Grande do Norte.
 - (b) O Real Madrid venceu a Champions League.
 - (c) O Palmeiras é melhor que o Real Madrid.
 - (d) Todo político é honesto.



Importante para disciplina!

- Considere o seguinte exemplo de uma **sentença** em **linguagem natural** que tem alguma **estrutura lógica**:
 - “Se chover na segunda-feira, então vamos distribuir guarda-chuvas ou alugar um ônibus”.
- Esta frase fala sobre três proposições básicas, cada uma das quais pode ser potencialmente verdadeira ou falsa:
 - $p1 = \text{“chove na segunda – feira”}$,
 - $p2 = \text{“vamos entregar guarda – chuvas”}$ e
 - $p3 = \text{“vamos alugar um ônibus”}$.
- Essas três **proposições** estão conectadas logicamente da seguinte forma: “ $p1$ implica ($p2$ ou $p3$)”, que escreveremos como $(p1 \rightarrow (p2 \mid p3))$.





Algumas Regras!



Regras Fundamentais (Axiomas)

- Princípio da não contradição
 - Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
 - Um objeto não pode ser e não ser, ao mesmo tempo.
 - Não é possível afirmar e negar o mesmo predicado para o mesmo objeto ao mesmo tempo;
 - Dentre duas afirmações contraditórias, uma é necessariamente falsa;
- Princípio do terceiro excluído
 - Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, isto é, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro.



Sentenças e proposições

- Gordo (Hardy) e Magro (Laurel):
 - Eu sou gordo.
 - Hardy usa a sentença para expressar a proposição verdadeira de que :
“Hardy é gordo”.
 - Laurel usa a sentença para expressar a proposição falsa de que :
“Laurel é gordo”.



Validade e forma

- Lógica investiga princípios e métodos de dedução e inferência:
 - Estamos interessados em algo que resulta desse processo quando se faz uma listagem de razões para que se acredite em uma conclusão: **argumentos**.
- Raciocínio é o processo de construir argumentos para aceitar ou rejeitar uma certa proposição e a lógica se preocupa com a análise desses argumentos (bom ou não).



Validade e forma

- Exemplo de argumento:

- (A1)

- P1: Todo gato é mamífero.
- P2: Miau é um gato.
- Miau é mamífero.

Premissas justificam a conclusão, pois não há muita dúvida: Miau é um mamífero

Consequência lógica das premissas onde argumento é válido e correto!

- Exemplo de argumento:

- (A2)

- P1: Todo gato é mamífero.
- P2: Lulu é um mamífero.
- Lulu é gato.

Premissas verdadeiras, mas conclusão pode ser falsa: Lulu pode ser um cachorro.

Consequência lógica das premissas onde argumento é inválido.



Validade e forma

- Exemplo de argumento (Cleo é um peixinho dourado):
- (A3)

- P1: Todo peixe é dourado.
- P2: Cleo é um peixe.
- Cleo é dourado.

Conclusão verdadeira. Porém, não é certo dizer que conclusão é justificada pela premissa, pois não é verdade que todo peixe é dourado. Logo, uma **proposição falsa** não é uma boa justificativa para outra proposição.

Consequência lógica das premissas onde argumento é válido, porém incorreto.



Validade e correção

- **Argumento válido:** quando é possível justificar adequadamente a conclusão através das premissas
 - Se é válido, dizemos que a conclusão é consequência lógica das premissas.
 - determinar, para cada argumento, se suas premissas são verdadeiras ou não, não é uma questão lógica.
 - a lógica não se ocupa de conteúdos, mas apenas da forma e eis a razão pela qual ela é chamada de **lógica formal**.
- **Argumento correto:** Um argumento é correto se for válido e, além disso, tiver premissas verdadeiras.



Validade e forma

- Exemplo de argumento:
 - (A1)
 - P1: Todo gato é mamífero.
 - P2: Miau é um gato.
 - Miau é mamífero.
 - Exemplo de argumento:
 - (A3)
 - P1: Todo peixe é dourado.
 - P2: Cleo é um peixe.
 - Cleo é dourado.
 - Estrutura comum:
 - P1: Todo [gato, peixe] é [mamífero, dourado].
 - P2: [Miau, Cleo] é um [gato, peixe].
 - [Miau, Cleo] é [mamífero, dourado].
 - Estrutura ou forma (F1):
 - P1: Todo A é B .
 - P2: c é um A .
 - c é B .
- Validade depende da forma
- Trocar elementos de posição pode tornar inválido (ex.: P2: c é um B , c é A)



Linguagens



INSTITUTO FEDERAL

Linguagem

- Linguagem: sistema de símbolos que serve como meio de comunicação.
 - Entre humanos (linguagens naturais ou línguas), e
 - Entre humanos e máquinas (Linguagens de programação = Linguagens artificiais = linguagens formais → também usadas na Lógica).
 - Conjunto finito ou infinito de sentenças, cada uma de comprimento finito e formado a partir de um conjunto finito de símbolos.
 - No caso de uma língua, com o português, os elementos básicos correspondem aos morfemas:
 - Menores unidades dotadas de significado.
 - Combinações de morfemas: palavras, combinações de palavras com regras (gramática) formam frases e sentenças.



Linguagem

- Há 3 níveis em que se pode estudar a linguagem:
 - **1º sintaxe:** Nível puramente formal que se preocupa com o aspecto estrutural de objetos linguísticos. Regras gramaticais, são, em geral, regras sintáticas e não se preocupam com significados.
 - Exemplo: A palavra gato começa com a letra g
 - **2º semântica:** se preocupa com os significados das expressões linguísticas, isto é, das relações entre expressões linguísticas e seus significados
 - **3º pragmática:** estuda o uso das construções linguísticas pelos falantes de uma língua (diferente da semântica).



Semântica e pragmática

- Exemplo:
 - S1: Está muito quente aqui.
 - Significa que no local onde o falante se encontra está fazendo muito calor.
 - Parece óbvio que não significa algo como:
 - S2: abra a janela, por favor.
 - Porém, em termos pragmáticos, pode ser exatamente o que o falante quer dizer.



Linguagem Artificial

- Consiste de um conjunto de símbolos chamados de alfabeto da linguagem
- Gramática (regras de formação) que determinam como combinar os símbolos para formar termos e fórmulas.



Linguagem Artificial: Sintaxe e Semântica

```
#include <stdio.h> /*
print("a")
""" */
int main() { printf("b\n"); }
// """
```

• Python

```
#include <stdio.h> /*
print("a")
""" */
int main() { printf("b\n"); }
// """
```

Linguagem C

- Enquanto a sintaxe é válida em ambas linguagens a semântica em cada uma das linguagens é completamente diferente.
- Em C o que será impresso é o **'b'** e em Python o **'a'**



Referência

- Cezar A. Mortari - Introdução à Lógica (2001)



Fim



INSTITUTO FEDERAL