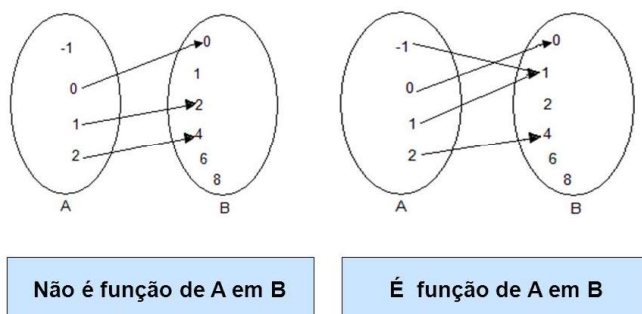


FUNÇÕES

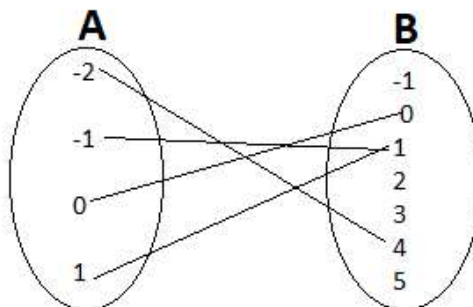
Definição 1: sejam A e B dois conjuntos, $A \neq \emptyset$; $B \neq \emptyset$. Uma função definida em A com valores em B é uma lei que associa a todo elemento $x \in A$ um único elemento $y \in B$.



Observação: Se $A \subset \mathbb{R}$ e $B \subset \mathbb{R}$, a função é dita real de variável real. Notação: $f : A \rightarrow B$ ou $y = f(x)$.

Definição 2: O conjunto A é chamado de domínio da função f , denominado de $D(f)$. O conjunto B é o contradomínio de f , denominado de $CD(f)$ e o conjunto $I = \{y \in B | y = f(x), x \in A\}$ é a imagem da função f , denominado de $Im(f)$:

Exemplo: Sejam $A = \{x \in \mathbb{Z} | -2 \leq x \leq 1\}$ e $B = \{y \in \mathbb{Z} | -1 \leq y \leq 5\}$ e considere a função $f : A \rightarrow B$, $f(x) = x^2$.



Observação: Quando não se especificar o domínio de uma dada função, subentende-se que ele seja o conjunto de todos os números reais para os quais a função exista.

Exemplo: Dada a função $f(x) = \frac{1}{x-2}$, o domínio dessa função é $D(f) = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 2\}$, salvo menção contrária.

Definição 3: O gráfico de uma função f é o conjunto dos pontos $(x; y)$ em \mathbb{R}^2 para os quais $x \in A$, $y \in B$ e $y = f(x)$.

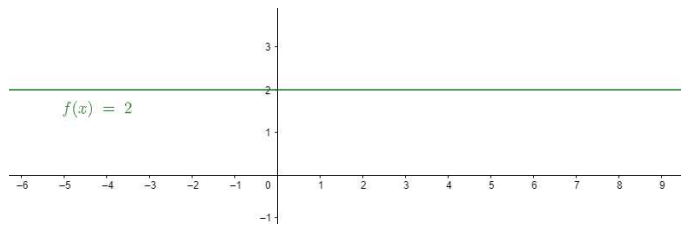
Observação: O gráfico de uma função pode ser interceptado por uma reta vertical qualquer em no máximo um ponto.

Exemplos: Encontre o domínio e a imagem da função f e faça um esboço de seu gráfico.

a) $f(x) = 2$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

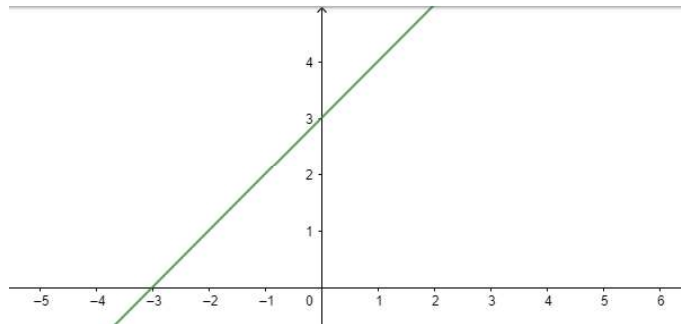
$$Im(f) = \{2\}$$



b) $f(x) = x + 3$

$D(f) = \mathbb{R}$

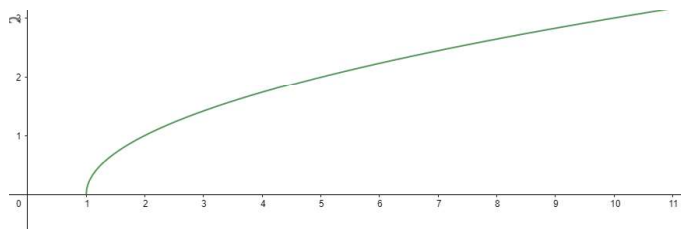
$Im(f) = \mathbb{R}$



c) $f(x) = \sqrt{x - 1}$

$D(f) = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 1\}$

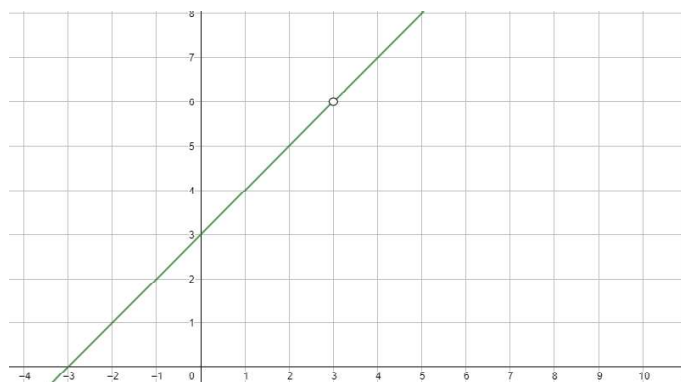
$Im(f) = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 0\}$



d) $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

$D(f) = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 3\}$

$Im(f) = \{y \in \mathbb{R} | y \neq 6\}$



Definição 4: Uma função $f : A \rightarrow B$ é dita:

i) crescente se $x_1 < x_2$ então $f(x_1) < f(x_2)$ $\forall x_1, x_2 \in A$

ii) decrecente se $x_1 < x_2$ então $f(x_1) > f(x_2)$ $\forall x_1, x_2 \in A$

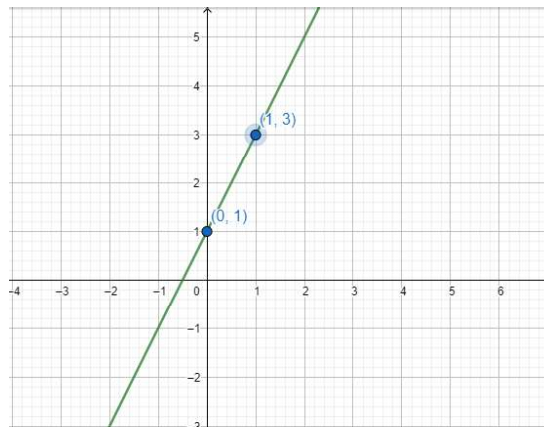
Se uma função é apenas crescente ou apenas decrescente em A , dizemos que ela é monótona em A .

Funções Básicas

Função afim

É toda função do tipo $f(x) = ax + b$ em que $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. Seu gráfico é uma reta tendo inclinação ou coeficiente angular a e intercepto b .

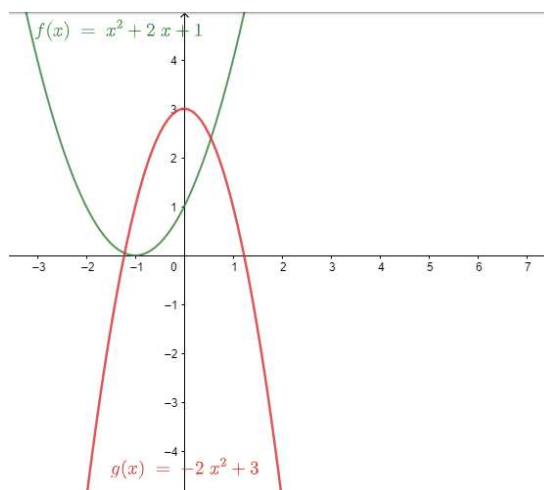
Exemplo: A função $f(x) = 2x + 1$ é uma função afim. Seu gráfico é uma reta como faremos abaixo:



Função quadrática

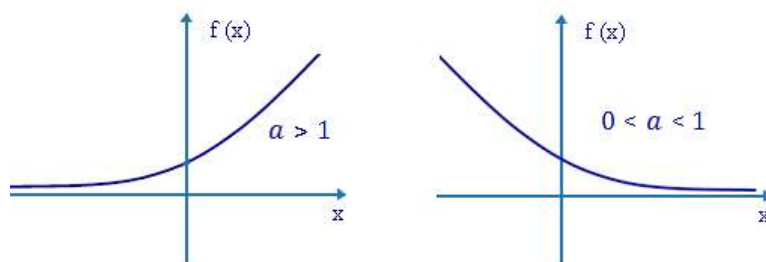
É toda função da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ em que $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. Seu gráfico é uma parábola com concavidade para cima caso $a > 0$ e concavidade para baixo caso $a < 0$.

Exemplo: Dadas as funções quadráticas $f(x) = x^2 + 2x + 1$ e $g(x) = -2x^2 + 3$ seus gráficos são parábolas como faremos abaixo:



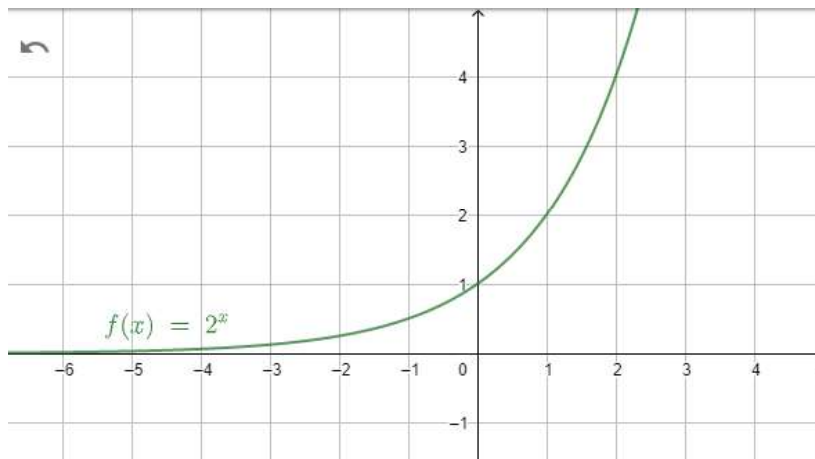
Função exponencial

É toda função do tipo $f(x) = a^x$ em que $a > 0$ e $a \neq 1$. Seu gráfico é crescente se $a > 1$ e decrescente se $0 < a < 1$, como mostrado nas figuras abaixo:

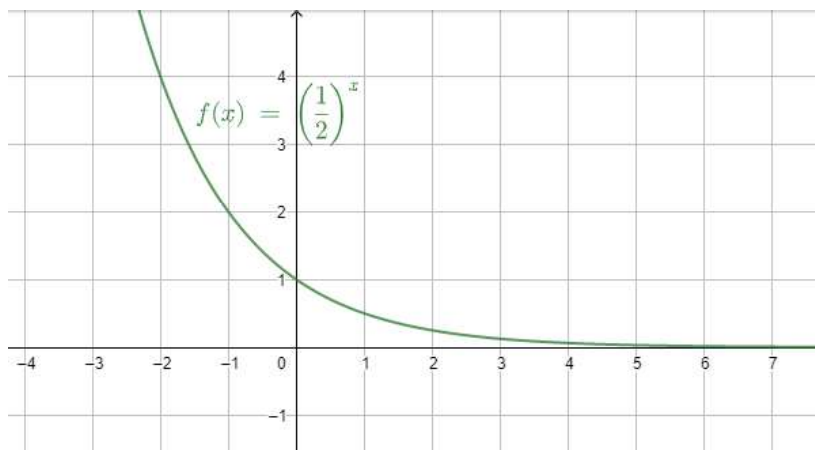


Exemplos: Esboce os gráficos das funções:

a) $f(x) = 2^x$



b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Exercícios

1) Esboce os gráficos das seguintes funções:

a) $f(x) = 3x$

b) $f(x) = 2x + 5$

c) $f(x) = -x - 4$

d) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

e) $f(x) = -x^2 + 5x$

f) $f(x) = x^2 - 4x + 4$

g) $f(x) = 3^x$

h) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

i) $f(x) = 4^{x-1}$

j) $f(x) = 3^{-x}$

k) $f(x) = 2^x - 2$