INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA SUL DE MINAS GERAIS

Derivada

0.1 Derivada de Funções Básicas

Teorema 1: Se $f(x) = \text{sen}(x)$, então $f'(x) = \cos(x)$.

Teorema 2: Se $f(x) = \cos(x)$, então $f'(x) = \text{-sen}(x)$.

Teorema 3: Se $f(x) = \tan(x)$, então $f'(x) = \sec^2(x)$, em que $\sec(x) = \dfrac{1}{\cos(x)}$.

Exemplos: Calcule as derivadas das seguintes funções:

a) $f(x) = \dfrac{\text{sen}(x)}{2 + \cos(x)}$ b)$f(x) = \tan(3x)$ c) $y = \text{sen}^2(4x)$

Exercícios

Encontre a derivada das funções a seguir:

a) $f(x) = 3\text{sen}(7x)$ b) $y = \cos(5x^3 + x)$ c) $f(x) = \text{sen}(3x) \cdot \cos(3x)$

d) $y = \dfrac{\text{sen}x + \cos x}{\text{sen}x - \cos x}$ e)$y = \dfrac{\text{sen}(2x)}{x^5}$ f) $y = \text{sen}^4(5x)$

g) $y = \text{sen}\sqrt{x} + \sqrt{\text{sen}x}$ h)$y = (1 - 2\cos x)^{\frac{5}{2}}$ i) $y = \text{sen}\left[\tan(4x^3)\right]$

j) $y = \left(\dfrac{x}{\tan x}\right)^3$ k)$y = \text{sen}\left(\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x^3}\right)$ l) $y = \sqrt{1 + \text{sen}^2(3x)}$

Teorema 4: Se $f(x) = \log_a x$, então $f'(x) = \dfrac{1}{x} \cdot \dfrac{\log_e e}{\log_e a} = \dfrac{1}{x \ln a}$, $x > 0$, $a > 0$ e $a \neq 1$.

Consequência: Se $f(x) = \ln x$, então $f'(x) = \dfrac{1}{x}$, $x \neq 0$.

Exemplos: Calcule as derivadas das seguintes funções:

a) $f(x) = 3\log_a(x^2 + 1)$ b) $y = \log_3(x^2\text{sen}x)$ c) $y = \ln|\text{sen}x|$

Exercícios

Encontre a derivada das funções a seguir:

a) $y = \log_3(x^3+1)$ b) $y = \log\left(\dfrac{2x}{1+x}\right)$ c) $y = \ln(2x+3)$

d) $y = \ln(x^2+2x+3)$ e) $y = \ln x^4$ f) $y = \ln\sqrt{x} + \sqrt{\ln x}$

g) $y = \ln(2-3x)^5$ h) $y = \ln\left(\sqrt[3]{6x+7}\right)$ i) $y = \ln^3 x$

j) $y = \ln\left(x^2\sqrt{x^2+1}\right)$ k) $y = \ln(\ln x)$ l) $y = \dfrac{\ln^2 x}{1+x^2}$

m) $y = \ln x \log x - \ln a \log_a x$ n) $y = \log(\text{sen}x)$ o) $y = \ln[\cos(x^2)]$

p) $y = \sqrt{\ln x + 1} + \ln(\sqrt{x}+1)$ q) $y = \ln\left(\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}\right)$ r) $y = \text{sen}(\ln x)$

Teorema 5: Se $f(x) = a^x$, então $f'(x) = a^x \cdot \ln a$.

Consequência: Se $f(x) = e^x$, então $f'(x) = e^x$

Exemplos: Calcule as derivadas das seguintes funções:

a) $y = 3^{5x}$ b) $y = 2^{-5x} \cdot 3^{4x^2}$ c) $y = e^{x^2-3x+7}$

Exercícios

Encontre a derivada das funções a seguir:

a) $y = 2^{5x}$ b) $y = 4^{-2x}$ c) $y = 2^{7x^2}$ d) $y = (x^3+3)\cdot 2^{-7x}$

e) $y = 2^{\tan x^2}$ f) $y = 7^{\sqrt{x^2+9}}$ g) $y = \pi^x$ h) $y = e^{2x}\ln x$

i) $y = e^{x\cdot\ln x}$ j) $y = e^{\dfrac{x}{\sqrt{4+x^2}}}$ k) $y = x^\pi \pi^x$ l) $y = 3e^{\sqrt{x}}$

m) $y = \dfrac{e^x-1}{e^x+1}$ n) $y = \sqrt{xe^x+x}$ o) $y = e^{\text{sen}^2 x}$ p) $y = e^x \ln(\text{sen}x)$

q) $y = \ln\left(\dfrac{e^{4x-1}}{e^{4x+1}}\right)$ r) $y = \ln\left(\dfrac{e^x}{1+e^x}\right)$ s) $y = e^{\log_4 x}$ t) $y = \log\left(\dfrac{3^x}{1+5^x}\right)$