

Função logarítmica

Antes de definirmos função logarítmica, vamos revisar logaritmo

Definição 7:

Dados dois números reais positivos a e b , com $a \neq 1$, chama-se logaritmo de b , na base a , o número real c , em que a elevado a c seja igual ao número b

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

Exemplos:

$$\log_3 81 = 4 \Leftrightarrow 3^4 = 81$$

$$\log_{\sqrt{5}} 5 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{5}^2 = 5$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 32 = -5 \Leftrightarrow \frac{1}{2}^{-5} = 2^5 = 32$$

$$\log_8 0 = \#$$

Consequências da definição: Para qualquer $a > 0$ e $a \neq 1$, temos:

$$1^o) \log_a 1 = 0 \text{ pois } a^0 = 1$$

$$2^o) \log_a a = 1 \text{ pois } a^1 = a$$

$$3^o) \log_a a^n = n \text{ pois } a^n = a^n$$

$$4^o) a^{\log_a N} = N \text{ com } N > 0$$

Propriedades de logaritmos

$$1^o) \log_a (M \times N) = \log_a M + \log_a N$$

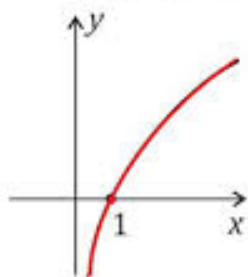
$$2^o) \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$3^o) \log_a M^N = N \times \log_a M$$

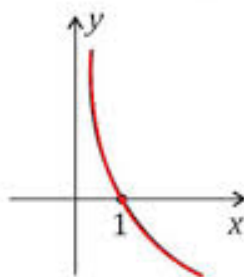
$$4^o) \log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}$$

Agora podemos definir função logarítmica. É toda função do tipo $f(x) = \log_a x$ em que $a > 0$ e $a \neq 1$. Seu gráfico é crescente se $a > 1$ e decrescente se $0 < a < 1$.

1º caso quando $a > 1$
 f será crescente:

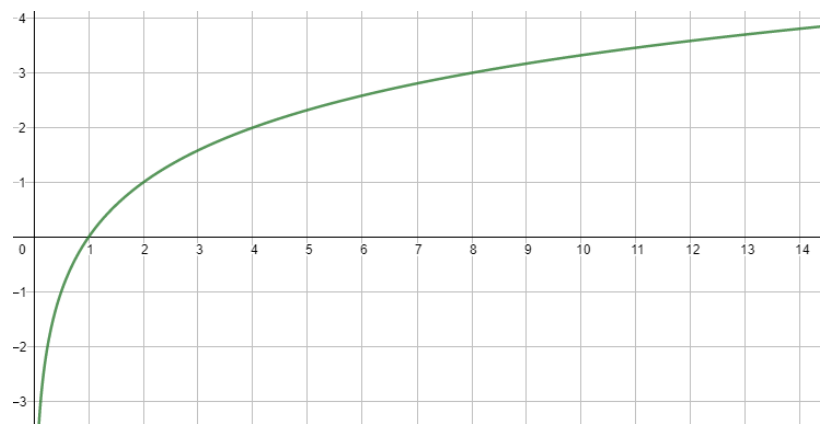


2º caso quando $0 < a < 1$
 f será decrescente:



Exemplos: Esboçar os gráficos das funções:

a) $f(x) = \log_2 x$



b) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$



Exercícios

1) Calcular

a) $\log_2 32 =$

b) $\log_{\sqrt{2}} 2 =$

c) $\log_5 1 =$

d) $\log_{128} 0,25 =$

2) Esboçar o gráfico de cada uma das funções:

a) $f(x) = \log_3 x$

b) $f(x) = -\log_4 x$

c) $f(x) = \log_{\frac{1}{5}} x$

d) $f(x) = \log_4(x - 1)$

3) Com o auxílio de uma calculadora, esboce o gráfico das funções:

a) $f(x) = \ln x$

b) $f(x) = \ln(x + 1)$

c) $f(x) = \ln(-x)$