INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA SUL DE MINAS GERAIS

Derivada

0.1 A Regra da Cadeia

Teorema: Se $y = f(u)$, $u = g(x)$ e as derivadas $\dfrac{dy}{du}$ e $\dfrac{du}{dx}$ existem, então a função composta $y = f(g(x))$ tem derivada dada por

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

ou seja, $(f'(x) = f'(u) \cdot g'(x))$

Observação: O teorema se estende para a composta de um número finito de funções.

Exemplos:

a) Se $y = (x^2 - 3x + 8)^3$ encontre $\dfrac{dy}{dx}$

b) Dado que $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, calcule $f'(x)$

c) Se $y = \left(\dfrac{2x + 1}{4x - 5}\right)^8$, calcule y'

d) Calcule $\dfrac{dy}{dx}$, sabendo que $y = (4x^2 + 1)^2 (3x^3 - 4)^3$

e) Se $y = \left(\sqrt{x^2 + 4}\right)^5$, obtenha $\dfrac{dy}{dx}$

Exercícios

1. Nos Exercícios a seguir, encontre a derivada da função dada:

a) $f(x) = (3x + 5)^{10}$

b) $f(x) = (x^2 - 2x + 6)^5$

c) $f(x) = (x + 5)^{-3}$

d) $g(x) = (17x - 5)^{1000}$

e) $g(x) = \left(x^4 + 5x + \dfrac{1}{6x}\right)^3$

f) $g(x) = (x^2 + 1)^2 (x^3 - 2x)^2$

g) $h(x) = (x^3 + 2x - 6)^3 (x^2 - 4x + 5)^7$

h) $h(x) = \dfrac{x}{(x^2 - 1)^4}$

i) $h(x) = \dfrac{(x^2 + 1)^3}{(x^2 + 2)^2}$

j) $f(x) = \dfrac{7x + \frac{1}{x}}{x^2 + 2x - 1}$

k) $f(x) = \dfrac{(4x - 1)^3 (x^2 + 2)^4}{(3x^2 + 5)^2}$

l) $f(x) = \sqrt[3]{(x + 1)^2}\sqrt{x - 1}$

m) $g(x) = \left(\sqrt{5x} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \sqrt{\pi}\right)^8$

n) $g(x) = \sqrt{\dfrac{3x - 2}{2x + 3}}$