3^a Lista de Exercícios de Pré-Cálculo

Exercício 1 [9.1] Desenhe, em uma reta, os pontos A, B, C, D, E, que representam, respectivamente, os números $\frac{5}{2}$, -2, $\frac{3}{5}$, $\frac{-1}{4}$, $\frac{-5}{2}$.

Exercício 2 [9.2] Complete com sinal > (maior do que) ou com sinal < (menor do que):

- (a) 3...5
- (b) -10... 2
- $(c) \ 2 \dots -1$
- (d) 5...6
- $(e) -2 \dots 4$
- (f) -200... 199
- $(q) -100 \dots 20$
- $(h) -2 \dots -2, 5$
- (i) $\frac{-3}{2}$... 0
- (j) 1, 49 ... 1, 5
- (l) $1, 3 \dots -1, 3$
- $(m) \frac{-7}{2} \dots \frac{-5}{6}$

Exercício 3 [9.3] Verdadeiro ou falso? Quaisquer que sejam x, y, z reais tem-se:

- (a) Se x > y então 2x > 2y
- (b) Se x < y então zx < zy
- (c) Se x < y então x + 3 < y + 3
- (d) Se $x \le y$ então $-x \ge -y$
- (e) Se x < 0 então -2x > 0
- (f) Se x > 0 e y < 0 então xy < 0

Exercício 4 [9.4] Resolva as desigualdades (na $inc\'ognita\ x)$:

- (a) 7x 2 > 9
- (b) -12x + 5 < 2
- (c) 3-3x > -2 (d) $4-x \ge 2x-5$
- (e) 19x + 5 > -3x
- (f) 3 x + 23 < 9
- (q) ax < -ax + 1 (h) ax 2ax > a

Exercício 5 [10.1] Calcule:

- (a) |12|
- (b) |5|
- $(c) \mid -10 \mid$
- $(d) \mid -15 \mid$
- (e) |-2-0.5|

Exercício 6 [10.2] Resolva a equação, em cada caso:

- (a) |x| = 5
- (b) |x-5|=2
- (c) |2x 4| = 6 (d) |6 3x| = 10
- (e) |x| = -2
- (f) |x| = 2|-x|
- (q) |3x+1| = |x-2| (h) |(x-1)(x+2)| = 0

Exercício 7 [10.3] Resolva as desigualdades, em cada caso:

- (a) |x| < 1
- (b) |7x-4| < 10
- (c) |3+9x| < 1 (d) |1-5x| < 4
- (e) |x-2| < -2 (f) $|3x+4| \le 2$

Exercício 8 [10.4] Resolva a desigualdade, em cada caso:

- (a) $|4x 4| \ge 2$
- (b) |x+5| > 2
- (c) $|2-4x| \geq 3$
- (d) |x-3| > -1

Exercício 9 [10.5] Verdadeiro ou falso?

- (a) |a| é sempre positivo.
- (b) |a| é sempre negativo.
- (c) |a| pode ser nulo.
- (d) |a| = a para todo a real.
- (e) |abc| = |a||b||c|, para quaisquer a, b, c reais.
- (f) |ab| < |a||b|, para quaisquer a, b reais
- (g) |a+b| = |a| + |b|, para quaisquer a, b reais.
- (h) $|a^2| = |a|^2 = a^2$, para todo a real.
- (i) |(-2) + c| = 2 + |c|, para todo $c \le 0$.
- (j) |a-b| < |a| |b|, para quaisquer a, b reais.

Exercício 10 [11.1] Determine a raiz quadrada dos seguintes números:

- (a) 49
- (b) 81

(c) 1

- (d) 0
- (e) -1

Exercício 11 [11.2] Verdadeiro ou falso?

(a)
$$\sqrt{9} = -3$$

(b)
$$(\sqrt{9})^2 = 9$$

(c)
$$\sqrt{9} = \pm 3$$

- (d) A raiz quadrada de um número positivo é sempre um número positivo.
- (e) Se b ≥ 0, existem dois números que elevados ao quadrado são iguais a b.

Exercício 12 [11.3] Verdadeiro ou falso?

(a)
$$\sqrt{49} = 7$$
.

- (b) $\sqrt{49}$ pode ser -7.
- (c) $\sqrt{|x|^2} = |x|$, para todo x real.
- (d) $\sqrt{x^2} = x$, para todo x real.
- (e) $\sqrt{x^2} = x$, se $x \ge 0$.
- (f) $\sqrt{(x-1)^2} = x 1$, se x < 1.

Exercício 13 [11.4] Resolva a equação na incógnita x, em cada caso:

(a)
$$(2x-1)^2 = 25$$

(b)
$$(x+2)^2 = a^2$$

(c)
$$(3x-1)^2 = (x+2)^2$$

Exercício 14 [11.5] Calcule:

- (a) $\sqrt[4]{1}$
- $(b) \sqrt[16]{1}$
- (c) $\sqrt[4]{81}$
- $(d) \sqrt[4]{-8}$

Exercício 15 [11.6] Calcule:

- (a) $\sqrt[3]{27}$
- (b) $\sqrt[3]{-27}$
- (c) $\sqrt[13]{-1}$
- $(d) \sqrt[5]{-32}$
- (e) $\sqrt[31]{0}$

Exercício 16 [11.7] Decomponha 729 em fatores primos, e extraia a raiz sexta de 729, isto é, calcule $\sqrt[6]{729}$

Exercício 17 [11.8] Decomponha 13824 em fatores primos, e extraia a raiz cúbica desse número.

Exercício 18 [11.9] Simplifique:

- (a) $5\sqrt[5]{4} 8\sqrt[5]{4}$
- (b) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}$
- $(c) \ \frac{\sqrt{320}}{\sqrt{5}}$
- $(d) (\sqrt[4]{9})^2$
- (e) $\sqrt[3]{729}$

Exercício 19 [11.10] Racionalize:

- (a) $\frac{3}{\sqrt{3}}$
- (b) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$
- $(c) \ \frac{1}{\sqrt{5} \sqrt{3}}$
- $(d) \ \frac{2}{\sqrt{11} \sqrt{5}}$
- $(e) \ \frac{2}{\sqrt{11}-1}$
- (f) $\frac{1}{\sqrt[3]{4} \sqrt[3]{2}}$
- $(g) \frac{5}{\sqrt[3]{3} 2}$
- $(h) \ \frac{1}{\sqrt[4]{x} \sqrt[4]{a}}$

Exercício 20 [11.11] Diga qual dos dois números é o maior, em cada caso:

(a)
$$\frac{1}{\sqrt{13} - \sqrt{10}} e^{\frac{\sqrt{13} + \sqrt{10}}{2}}$$

(b)
$$\frac{2}{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{6}} e \sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{42} + \sqrt[3]{36}$$

Exercício 21 [11.12] Simplifique:

- (a) $\sqrt[24]{4^{12}}$
- (b) $\sqrt[45]{8^{15}}$
- (c) $\sqrt[15]{8^{45}}$
- (d) $\sqrt[28]{2^{32}}$
- (e) $\sqrt[3]{a\sqrt{a}}$

Exercício 22 [12.1] Simplifique:

- (a) $x\sqrt[3]{x} + 4x^{\frac{4}{3}} 5\sqrt[3]{x^4}$
- (b) $\frac{\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3} 2x^2 \cdot \sqrt[6]{x}}{\sqrt[6]{x^{13}}}$
- $(c) \ \frac{\sqrt[5]{x} \cdot x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}} (\sqrt[15]{x^2})^2 \cdot x}{\sqrt[15]{x^{19}}}$
- $(d) (\sqrt[3]{5} a^{\frac{2}{3}})^9$
- (e) $\frac{\sqrt[4]{3\sqrt[3]{3}}}{\sqrt[3]{3}}$

Exercício 23 [12.2] Simplifique:

- (a) $\sqrt[3]{1024}$
- (b) $\sqrt[5]{15552}$
- (c) $\sqrt{18000}$
- (d) $\sqrt[3]{56}$
- $(e) \sqrt[4]{14256}$
- $(f) \frac{32\sqrt[3]{3}\sqrt{2}}{\sqrt{512}}$
- $(g) \sqrt[3]{a^4b^7}$
- $\sqrt{512}$ $\sqrt[3]{a^{10}b^6}$
- $(h) \ \frac{\sqrt[3]{a^{10}b^6}}{\sqrt[4]{a^2b^5}}$

Exercício 24 [13.1] Resolva a equação, em cada caso:

(a)
$$3x^2 - 12 = 0$$

(b)
$$4x^2 - 20 = 0$$

(c)
$$-x^2 + 1 = 0$$

$$(d) \ x^2 + 1 = 0$$

(e)
$$2x^2 - x = 0$$

$$(f) \ 3x^2 + 4x = 0$$

(q)
$$x = -4x^2$$

(h)
$$x^3 - 2x = 3x^3$$

Exercício 25 [13.2] Complete quadrados:

(a)
$$x^2 + 2x$$

(b)
$$2x - x^2$$

$$(c) -4x - x^2$$

(c)
$$-4x - x^2$$
 (d) $x^2 + \frac{x}{3}$

(e)
$$4x^2 - 16x$$

$$(f) -x^2 + 3x$$

Exercício 26 [13.3] Um indivíduo tem um filho aos 20 anos de idade. Qual a idade do filho quando o produto de sua idade pela do pai vale 224?

Exercício 27 [13.4] Fatore:

(a)
$$y = x^2 - 3x + 3$$

(a)
$$y = x^2 - 3x + 2$$
 (b) $y = 2x^2 - 11x + 5$

(c)
$$y = 3x^2 - x - x$$

(c)
$$y = 3x^2 - x - 4$$
 (d) $y = 2x^2 - x - 1$

(e)
$$y = 16x^2 - 8x +$$

(e)
$$y = 16x^2 - 8x + 1$$
 (f) $y = \frac{x^2}{16} - x + 3$

(g)
$$y = -x^2 + 2x - 1$$

(i) $y = -4x^2 + 4x - 1$

$$(h) \ y = -3x^2 + 6x + 2$$

Exercício 28 [13.5] Um sitiante tem um pomar retangular de 20 metros por 10 metros. Ele deseja aumentá-lo prolongando seus lados de uma mesma quantidade, de modo que a área seja de 264 metros quadrados. Quais as novas dimensões do pomar?

Exercício 29 [13.6] Considere a equação x^2 – $(\sqrt{3}-1)x-\sqrt{3}=0.$

- (a) Mostre que ela tem duas raízes reaiz p e q.
- (b) Calcule p + q e pq sem calcular p e q.
- (c) Calcule $p^2 + q^2$.
- (d) Calcule $p^3 + q^3$.

Exercício 30 [13.7] Considere a equação (na $incógnita x) x^2 - 6mx + m^2$, onde $m \neq 0$ é um número real.

- (a) Mostre que ela tem sempre duas raízes reais.
- (b) Calcule a soma e o produto das raízes.
- (c) Calcule a soma dos quadrados das raízes.

- (d) Calcule a soma dos inversos dos quadrados das raízes $(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{a^2})$.
- (e) Calcule a soma dos inversos dos cubos das raízes.

Exercício 31 [13.8] Determine dois números de soma S e produto P, nos casos:

(a)
$$S = 11$$
, $P = 30$

(b)
$$S = \frac{3}{4}$$
, $P = \frac{1}{8}$

(c)
$$S = -1$$
, $P = -6$

(d)
$$S = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$
, $P = \sqrt{6}$

Exercício 32 [13.10] Determine dois números cuja soma é $\sqrt{2}$ e cujo produto é $-6-2\sqrt{3}$.

Exercício 33 [14.1] Dê o conjunto-solução da equação, em cada caso.

(a)
$$x^{14} - x^7 - 2 = 0$$

(b)
$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

(c)
$$2\sqrt[5]{x^2} - 3\sqrt[5]{x} + 1 = 0$$

Exercício 34 [14.2] Resolva a equação, em cada caso:

(a)
$$\sqrt{2x+4} = 10 - x$$
 (b) $\sqrt{2x+4} = x - 10$

(c)
$$4\sqrt{x-2} = x+1$$
 (d) $2\sqrt{x} + x = 3$

Exercício 35 [14.3] Resolva a equação, em cada caso:

(a)
$$\sqrt{1+4x} = 3 + \sqrt{x-2}$$

(b)
$$\sqrt{1+3x} - \sqrt{4+x} = 1$$

(c)
$$\sqrt{3+2x} - \sqrt{x-2} + \sqrt{1+x} = 0$$

Exercício 36 [14.4] Resolva a equação

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 = 0$$