

Wydział WIMiIP	Imię i nazwisko 1.Kacper Bielak	Rok 3	Grupa GL01	
Temat: Sprawozdanie końcowe				
Data wykonania 09.01.2022r.	Przedmiot: Metoda elementów skończonych			OCENA

1. Wstęp teoretyczny

Metoda elementów skończonych – zaawansowana metoda numerycznego rozwiązywania problemów brzegowych. Polega ona na zastosowaniu interpolacji poszukiwanej funkcji, na dyskretnym zbiorze jej węzłów, które powstają w wyniku dyskretyzacji dziedziny jej określoności na tzw. elementy skończone.

W ramach przedmiotu Metoda elementów skończonych opracowane zostało oprogramowanie metody elementów skończonych służące do symulacji procesu nieustalonego transportu ciepła z warunkiem brzegowym konwekcji napisane w języku C++.

Podczas pracy skorzystano z równania Fouriera dla procesu niestacjonarnego transportu ciepła:

$$\operatorname{div}(k(t)\operatorname{grad}(t)) + Q = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

Dla anizotropowych własności cieplnych sprowadza się ono do postaci:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x(t)\frac{\partial t}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y(t)\frac{\partial t}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k_z(t)\frac{\partial t}{\partial z}\right) + \left(Q - c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau}\right) = 0.$$

W określonej chwili czasu pochodne temperatury mogą być traktowane jako funkcje tylko współrzędnych x, y, z i wtedy rozwiązanie powyższego równania jest prowadzone analogicznie jak dla procesu ustalonego. Równanie Fouriera dla procesu ustalonego ma postać:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x(t)\frac{\partial t}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y(t)\frac{\partial t}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k_z(t)\frac{\partial t}{\partial z}\right) + Q = 0$$

Rozwiązanie takiego równania sprowadza się do wyznaczenia minimum funkcjonału, który to jest równaniem Eulera do powyższego równania. Ponadto przy założeniu $k_x(t) = k_y(t) = k_z(t) = k(t)$ dla materiałów izotropowych funkcjonał ten będzie miał postać:

$$J = \int_V \left(\frac{k(t)}{2} \left(\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)^2 \right) - Q t \right) dV$$

W programie rozpatrywany jest warunek brzegowy konwekcji, natomiast warunek stałego strumienia ciepła został pominięty. Po uwzględnieniu tych założeń równanie to przyjmuje postać:

$$J = \int_V \left(\frac{k(t)}{2} \left(\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)^2 \right) - Q t \right) dV + \int_S \frac{\alpha}{2} (t - t_\infty)^2 dS$$

Dyskretyzacja przedstawionego problemu polega na podzieleniu rozpatrywanego obszaru na elementy i przedstawieniu temperatury wewnątrz elementu, jako funkcji wartości węzłowych:

$$t = \sum_{i=1}^n N_i t_i = \{N\}^T \{t\}$$

Minimalizacja funkcjonału sprowadza się do obliczenia pochodnych cząstkowych tego funkcjonału względem wartości węzłowych temperatury $\{t\}$ co prowadzi do następującego równania:

$$\frac{\partial J}{\partial \{t\}} = \int_V k \left(\left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \right\} \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \right\} \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \right\} \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \right\}^T \right) \{t\} - Q\{N\} dV + \int_S \alpha \{N\}^T \{t\} - t_\infty \{N\} dS = 0$$

Zapisując układ ten w postaci macierzowej ma on postać:

$$[H]\{t\} + \{P\} = 0$$

Dla nieustalonego transportu ciepła układ ten wygląda następująco:

$$[H]\{t\} + [C] \frac{\partial}{\partial \tau} \{t\} + \{P\} = 0$$

Gdzie macierz C to:

$$[C] = \int_V c \rho \{N\} \{N\}^T dV$$

Wartości temperatury $\{t\}$ zależą od czasu więc można przyjąć, że:

$$\{t\} = \{N_0, N_1\} \begin{Bmatrix} \{t_0\} \\ \{t_1\} \end{Bmatrix}$$

Natomiast ich pochodne:

$$\frac{\partial \{t\}}{\partial \tau} = \frac{\{t_1\} - \{t_0\}}{\Delta \tau}$$

Podczas interpolacji czasowej wykorzystano liniowe funkcje kształtu i z tego też względu rezultat powyższego równania jest zbieżny z wynikiem, który można uzyskać za pomocą metody różnic skończonych. W celu rozwiązania układu równań można przyjąć, że $\{t\} = \{t_0\}$ i po jego redukcji układ ten ma już finalną postać:

$$\left([H] + \frac{[C]}{\Delta \tau} \right) \{t_1\} - \left(\frac{[C]}{\Delta \tau} \right) \{t_0\} + \{P\} = 0$$

Gdzie:

$$[H] = \int_V k \left(\left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \right\} \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \right\} \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \right\}^T \right) dV + \int_S \alpha \{N\} \{N\}^T dS$$

$$\{P\} = - \int_S \alpha \{N\} t_\infty dS$$

$$[C] = \int_V c \rho \{N\} \{N\}^T dV$$

Oznaczenia we wzorach:

- k – przewodność cieplna materiału;
- α – współczynnik konwekcyjnej wymiany ciepła;
- c – ciepło właściwe;
- ρ – gęstość;
- N – funkcje kształtu.

2. Program w wersji podstawowej

Napisany program tworzy siatkę o zadanych w programie wymiarach i wyznacza w niej rozkład temperatury w zależności od temperatury wewnętrznej i zewnętrznej, a także od tego z jakiego materiału jest ona stworzona. Umożliwia przeprowadzenia symulacji pokazującej wartość temperatury minimalnej i maksymalnej dla każdego kroku czasowego. Poniżej opisane zostały najważniejsze składowe programu:

- `struct node` – struktura przechowująca dane pojedynczego węzła: jego współrzędne i czy obejmuje go warunek brzegowy.
- `struct element` – struktura przechowująca dane o elemencie: *ID*-ki węzłów, macierz H , macierz HBC (do warunku brzegowego), macierz C oraz wektor P .
- `struct Grid` – struktura przechowująca dane o siatce. Ponadto zawiera funkcje inicjalizujące węzły i elementy w siatce.
- `class gauss` – klasa przechowująca współrzędne punktów całkowania oraz wartości współczynników A dla dwu i trój punktowego schematu całkowania. Wykorzystuje całkowanie *Gaussa*.
- `struct jakobian` – struktura przechowująca jakobian, jego wyznacznik oraz jakobian odwrócony.
- `double dlugoscOdcinka` – zwraca długość odcinka z podanych jako argumenty współrzędnych krańcowych.
- `struct sciana` – struktura przechowująca współrzędne punktów całkowania, ich wagi oraz wartości pochodnych funkcji kształtu po ξ i η w tychże punktach. Używa się jej przy wyznaczaniu warunków brzegowych.
- `struct Element4_2D` – reprezentuje uniwersalny element 2D w układzie lokalnym. Przechowuje tablice wartości pochodnych funkcji kształtu po ξ i η , tablice ścian z warunkami brzegowymi, wybrany schemat całkowania, wartości funkcji kształtu w punktach całkowania i wagi punktów całkowania wykorzystywane do obliczenia macierzy C .
- `void function_jakobian` – funkcja obliczająca jakobian przekształcenia, jego wyznacznik oraz jakobian odwrócony.
- `void dNdx_dNdy` – funkcja obliczająca pochodne funkcji kształtu po x i y .
- `void H` – funkcja obliczająca składowe macierzy H dla danego punktu całkowania w danym elemencie.
- `void HBC` – funkcja obliczająca składowe macierzy HBC (warunek brzegowy) dla danego punktu całkowania w danym elemencie.
- `void P` – funkcja obliczająca składowe wektora P dla danego punktu całkowania w danym elemencie.
- `void C` – funkcja obliczająca składowe macierzy C dla danego punktu całkowania w danym elemencie.
- `void UkładGauss` – funkcja rozwiązująca układ równań wykorzystując metodę *gaussa*.

3. Testy programu w wersji podstawowej

Test 1 – wykorzystanie dwupunktowego schematu całkowania

Wartości początkowe:

- 100 – initial temperature
- 500 – simulation time [s],
- 50 – simulation step time [s],
- 1200 – ambient temperature [C],
- 300 – alfa [W/m²K],
- 0.100 – H [m],
- 0.100 – B [m],
- 4 – N_H,
- 4 – N_B,
- 700 – specific heat [J/(kg°C)],
- 25 – conductivity [W/(m°C)],
- 7800 – density [kg/m³].

Wyniki symulacji:

Time: 50	temp min: 110.038	temp max: 365.815
Time: 100	temp min: 168.837	temp max: 502.592
Time: 150	temp min: 242.801	temp max: 587.373
Time: 200	temp min: 318.615	temp max: 649.387
Time: 250	temp min: 391.256	temp max: 700.068
Time: 300	temp min: 459.037	temp max: 744.063
Time: 350	temp min: 521.586	temp max: 783.383
Time: 400	temp min: 579.034	temp max: 818.992
Time: 450	temp min: 631.689	temp max: 851.431
Time: 500	temp min: 679.908	temp max: 881.058

Test 2 – wykorzystanie trójpunktowego schematu całkowania

Wartości początkowe:

- 100 – initial temperature
- 10 – simulation time [s],
- 1 – simulation step time [s],
- 1200 – ambient temperature [C],
- 300 – alfa [W/m²K],
- 0.100 – H [m],
- 0.100 – B [m],
- 31 – N_H,
- 31 – N_B,
- 700 – specific heat [J/(kg°C)],
- 25 – conductivity [W/(m°C)],
- 7800 – density [kg/m³].

Wyniki symulacji:

Time: 1	temp min: 100	temp max: 149.557
Time: 2	temp min: 100	temp max: 177.445
Time: 3	temp min: 100	temp max: 197.267
Time: 4	temp min: 100	temp max: 213.153
Time: 5	temp min: 100	temp max: 226.683
Time: 6	temp min: 100	temp max: 238.607
Time: 7	temp min: 100	temp max: 249.347
Time: 8	temp min: 100	temp max: 259.165
Time: 9	temp min: 100	temp max: 268.241
Time: 10	temp min: 100	temp max: 276.701

4. Program w wersji z wczytywaniem siatki z pliku

Program w tej wersji umożliwia wczytanie siatki z pliku tekstowego w odpowiednim formacie, zarówno współrzędnych wszystkich węzłów jak i określenia warunków brzegowych. Plik z taką siatką można otrzymać za pomocą np. programu *Abaqus*. W tym celu w programie przeciążono konstruktor struktury *Grid* przyjmujący ilość węzłów w pionie i poziomie, a także dodano funkcję:

- `void wczytajSiatke` – funkcja odpowiedzialna za wczytywanie siatki z pliku.

5. Test programu w wersji z wczytywaniem siatki z pliku

Test 1 – wykorzystanie trójpunktowego schematu całkowania

Siatka 31x31 TRAPEZ – plik Test4_31_31_trapez

Wartości początkowe:

- 100 – initial temperature[°C],
- 20 – simulation time[s],
- 1 – simulation step time[s].
- 1200 – ambient temperature[°C],
- 300 – alfa[W/m²K]
- 700 – specific heat[J/(kg°C)]
- 25 – conductivity[W/(m°C)]
- 7800 – density[kg/m³]
- 961 – nodes number
- 900 – elements numer

Wyniki symulacji:

Time: 1	temp min: 100	temp max: 166.936
Time: 2	temp min: 100	temp max: 207.233
Time: 3	temp min: 100	temp max: 236.287
Time: 4	temp min: 100	temp max: 259.465
Time: 5	temp min: 100	temp max: 279.031
Time: 6	temp min: 100	temp max: 296.121
Time: 7	temp min: 100.001	temp max: 311.385
Time: 8	temp min: 100.001	temp max: 325.235
Time: 9	temp min: 100.003	temp max: 337.951
Time: 10	temp min: 100.005	temp max: 349.731
Time: 11	temp min: 100.01	temp max: 360.723
Time: 12	temp min: 100.018	temp max: 371.04
Time: 13	temp min: 100.03	temp max: 380.771
Time: 14	temp min: 100.047	temp max: 389.987
Time: 15	temp min: 100.072	temp max: 398.747
Time: 16	temp min: 100.105	temp max: 407.099
Time: 17	temp min: 100.149	temp max: 415.083
Time: 18	temp min: 100.205	temp max: 422.734
Time: 19	temp min: 100.276	temp max: 430.081
Time: 20	temp min: 100.364	temp max: 437.15

6. Problem rzeczywisty

Program został użyty do wyznaczenia rozkładu temperatury w domku letniskowym w zależności od użytego izolatora. Umożliwia on podanie wymiaru domku(2D), temperatury na zewnątrz i w jego wnętrzu oraz czas i krok symulacji. Ponadto umożliwia on wybór izolatora i podanie jego grubości jakim został ocieplony domek.

Ze znaczących modyfikacji jakie zostały wprowadzone do programu jest modyfikacja warunku brzegowego. W tym przypadku warunek brzegowy występuje tylko na ścianach pionowych, bez ścian poziomych(sufit/podłoga). Ponadto należało zwrócić uwagę na zmieniającą się wartość współczynnika przewodzenia ciepła(inny dla różnych materiałów), zależy on od elementu w siatce(liczona jest średnia wartość współrzędnej x za pomocą funkcji `double srednia` i na jej podstawie ustala się wartość parametru k). Program w tej wersji zapisuje również otrzymane wyniki do pliku `csv`. Ponadto zapisuje on temperatury jakie zostały uzyskane w danych węzłach w danym czasie również do pliku `csv`.

Do obliczenia wartości współczynnika konwekcyjnej wymiany ciepła w programie użyto wzoru:

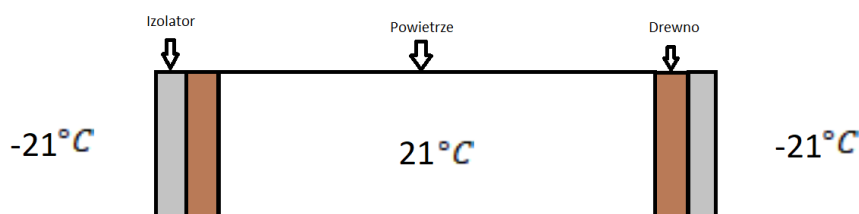
$$U = \frac{\lambda}{d} [W/(m^2\text{°C})]$$

gdzie: λ – przewodność cieplna materiału, d – grubość przegrody.

W poniższej tabeli przedstawione zostały wartości odpowiednich parametrów dla materiałów użytych w programie.

Materiał / Parametr	Gęstość[kg/m ³]	Przewodność cieplna [W/(m ² °C)]	Ciepło właściwe [J/(kg°°C)]
Powietrze	1.20	0.0250	1000
Drewno	650.00	0.1600	2400
Styropian biały	13.50	0.0415	1300
Styropian grafitowy	13.50	0.0325	1300
Wełna szklana	13.50	0.0375	1300

Poniżej zamieszczony został obraz przedstawiający uproszczony obraz domku w celu lepszego zrozumienia założonego problemu i jego rozwiązania.



Problem rzeczywisty został rozbity na dwa przypadki. Pierwszy z nich obejmuje okres zimowy, w którym to domek jest ogrzewany, po ogrzaniu do pewnej temperatury zostaje ono wyłączone i wtedy następuje wyznaczenie rozkładu temperatury w domku. Drugi przypadek obejmuje okres letni w którym to wewnątrz domku pracuje klimatyzacja. Włączona ona jest do osiągnięcia pewnej temperatury, następnie przestaje ona pracować. W tym momencie po raz kolejny wyznaczany jest rozkład temperatury w domku.

7. Pierwszy przypadek problemu rzeczywistego

Jak już wspomniane było wcześniej, przypadek ten obejmuje okres zimowy. Domek nagrzany jest do pewnej temperatury, następnie ogrzewanie jest wyłączone i następuje oziębianie jego wnętrza.

Symulacja została przeprowadzona dla wszystkich możliwych izolatorów jakie udostępnił program. Są nimi: styropian biały, styropian grafitowy oraz wełna szklana. Ponadto dokonano również pomiarów dla przypadku bez izolatora. W każdej z wersji założono takie same parametry:

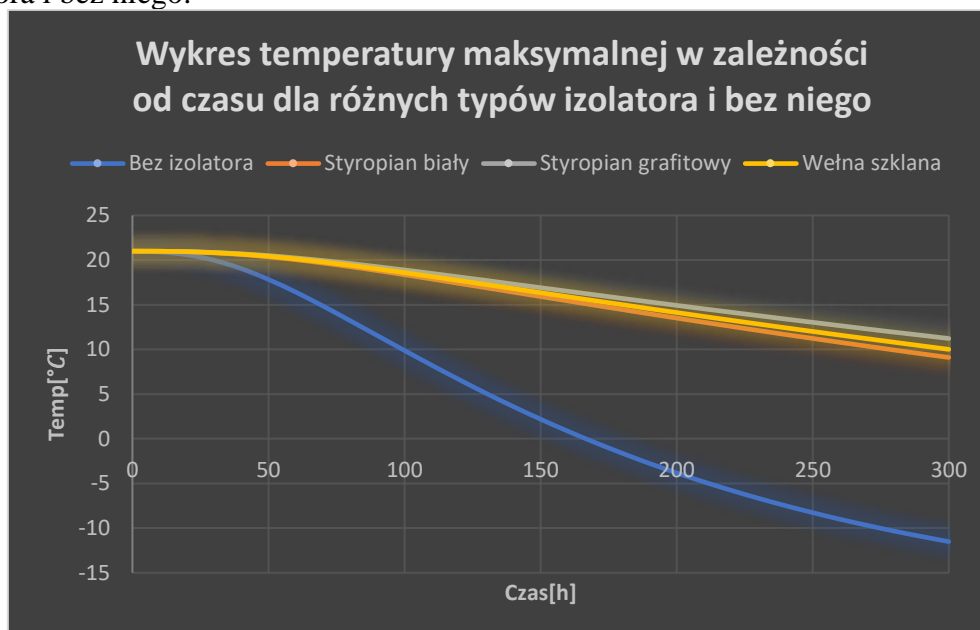
- Temperatura wewnętrzna - 21°C
- Temperatura zewnętrzna - -20°C
- Wymiary domku – 5x2m
- Grubość ściany(drewno) – 0.2m
- Grubość izolatora(jeśli jest) – 0.15m
- Czas symulacji – 1080000s
- Krok czasowy – 36000s

W poniższej tabeli zamieszczono otrzymane wyniki symulacji:

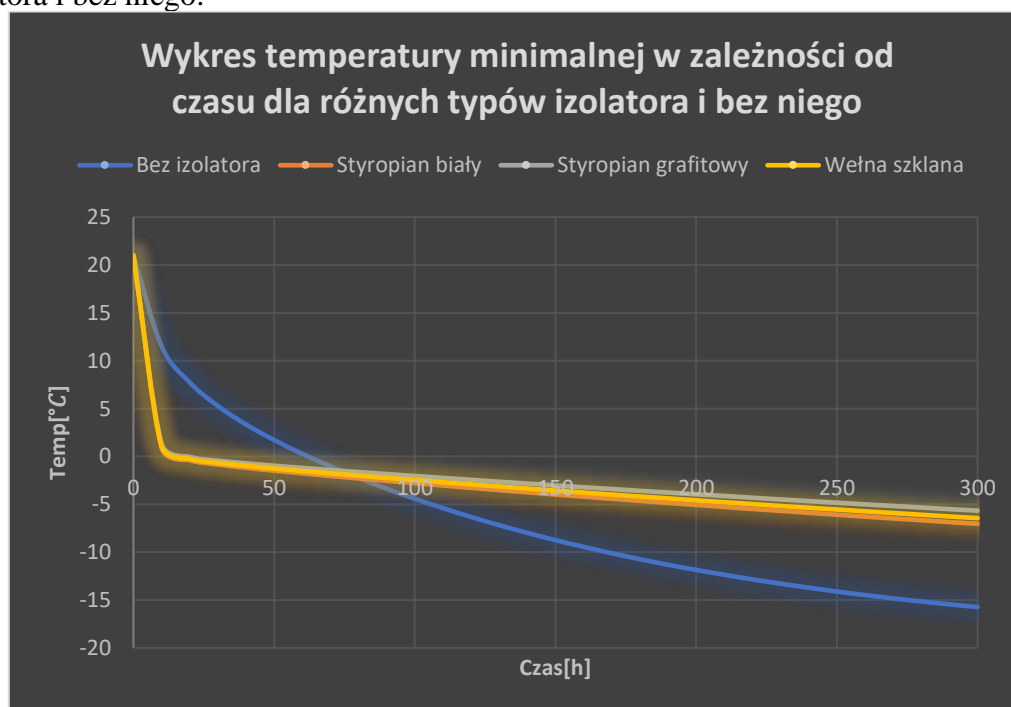
Izolator	Brak izolatora		Styropian biały		Styropian grafitowy		Wełna szklana	
Czas[h]	Temp. min[$^{\circ}\text{C}$]	Temp. max[$^{\circ}\text{C}$]	Temp. min[$^{\circ}\text{C}$]	Temp. max[$^{\circ}\text{C}$]	Temp. min[$^{\circ}\text{C}$]	Temp. max[$^{\circ}\text{C}$]	Temp. min[$^{\circ}\text{C}$]	Temp. max[$^{\circ}\text{C}$]
10	11,52	20,91	0,91	20,99	1,33	20,99	1,09	20,99
20	7,73	20,59	-0,40	20,93	-0,05	20,95	-0,25	20,94
30	5,26	19,98	-0,85	20,81	-0,45	20,85	-0,68	20,83
40	3,34	19,04	-1,19	20,62	-0,73	20,70	-0,99	20,66
50	1,71	17,83	-1,49	20,36	-0,98	20,50	-1,27	20,42
60	0,27	16,42	-1,77	20,04	-1,21	20,24	-1,53	20,13
70	-1,04	14,86	-2,04	19,67	-1,43	19,95	-1,77	19,79
80	-2,25	13,22	-2,30	19,26	-1,64	19,62	-2,01	19,42
90	-3,38	11,55	-2,55	18,82	-1,85	19,26	-2,25	19,01
100	-4,43	9,88	-2,80	18,36	-2,05	18,89	-2,47	18,59
110	-5,41	8,23	-3,04	17,88	-2,25	18,51	-2,70	18,15
120	-6,33	6,63	-3,28	17,39	-2,45	18,11	-2,92	17,71
130	-7,19	5,08	-3,52	16,90	-2,65	17,72	-3,14	17,26
140	-7,99	3,60	-3,75	16,41	-2,84	17,31	-3,36	16,81
150	-8,75	2,19	-3,98	15,92	-3,04	16,91	-3,57	16,35
160	-9,45	0,85	-4,20	15,43	-3,23	16,51	-3,78	15,90
170	-10,12	-0,42	-4,43	14,94	-3,41	16,11	-3,99	15,45
180	-10,74	-1,62	-4,64	14,46	-3,60	15,71	-4,19	15,01
190	-11,32	-2,76	-4,86	13,98	-3,78	15,32	-4,39	14,56
200	-11,86	-3,82	-5,07	13,51	-3,96	14,93	-4,59	14,13
210	-12,37	-4,83	-5,28	13,04	-4,14	14,54	-4,79	13,69
220	-12,85	-5,77	-5,49	12,58	-4,32	14,16	-4,98	13,26

230	-13,30	-6,66	-5,69	12,12	-4,50	13,78	-5,18	12,84
240	-13,72	-7,49	-5,89	11,67	-4,67	13,40	-5,37	12,42
250	-14,12	-8,27	-6,09	11,23	-4,84	13,03	-5,55	12,01
260	-14,49	-9,01	-6,29	10,79	-5,01	12,66	-5,74	11,60
270	-14,83	-9,69	-6,48	10,36	-5,18	12,29	-5,92	11,20
280	-15,16	-10,34	-6,67	9,93	-5,34	11,93	-6,10	10,80
290	-15,46	-10,94	-6,86	9,51	-5,51	11,58	-6,28	10,40
300	-15,74	-11,51	-7,04	9,10	-5,67	11,22	-6,45	10,01

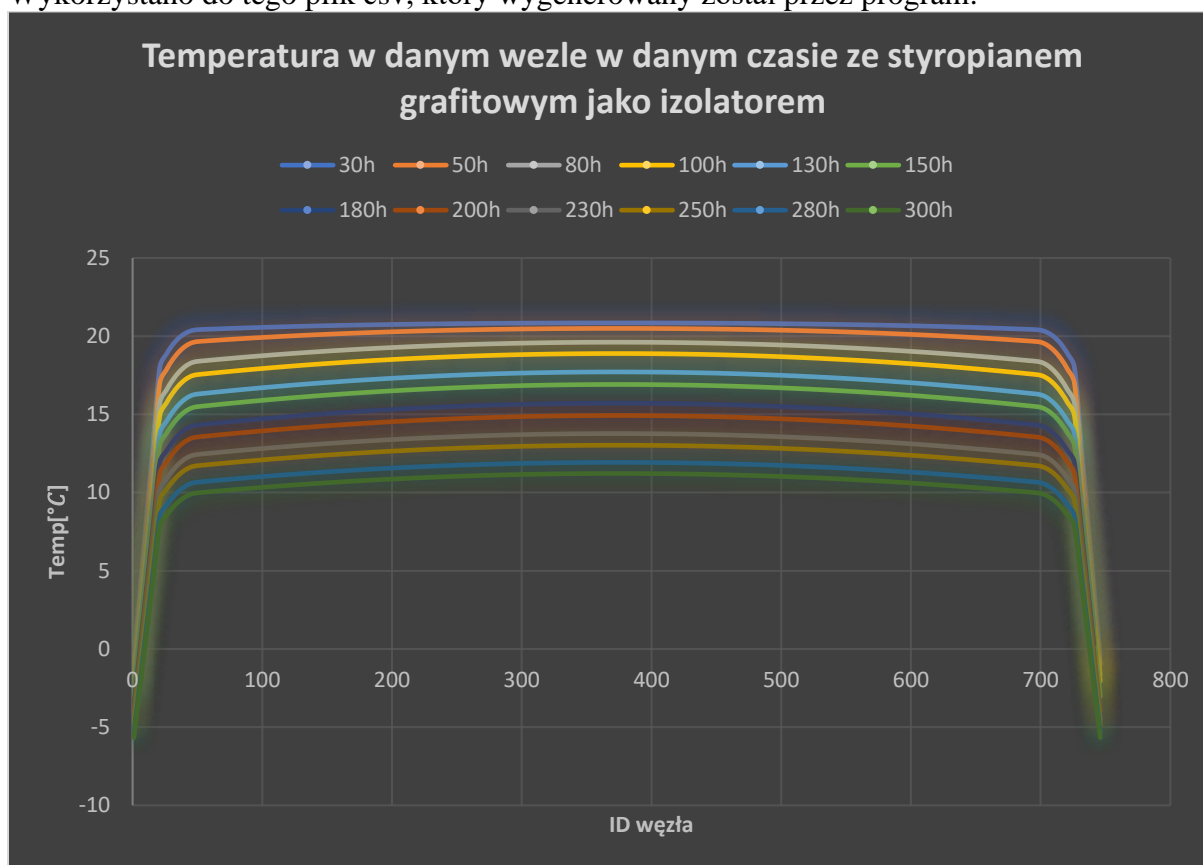
Wykres przedstawiający zależność temperatury maksymalnej od czasu dla różnych typów izolatora i bez niego:



Wykres przedstawiający zależność temperatury minimalnej od czasu dla różnych typów izolatora i bez niego:



W celu lepszego pokazania co się dzieje w węzłach siatki utworzono poniższy wykres przedstawiający temperaturę w danym węźle w danym czasie dla jednego z przypadków. Wykorzystano do tego plik csv, który wygenerowany został przez program.



8. Drugi przypadek problemu rzeczywistego

W tymże przypadku domek oziębiany jest do pewnej temperatury przez klimatyzację, następnie zostaje ona wyłączona i domek ociepla się ze względu na wyższą temperaturę na zewnątrz.

Po raz kolejny symulacja przeprowadzona została dla wszystkich rodzajów izolatorów oraz dla przypadku bez niego. Parametry zostały identyczne jak wcześniej, jedyną różnicą były wartości temperatury:

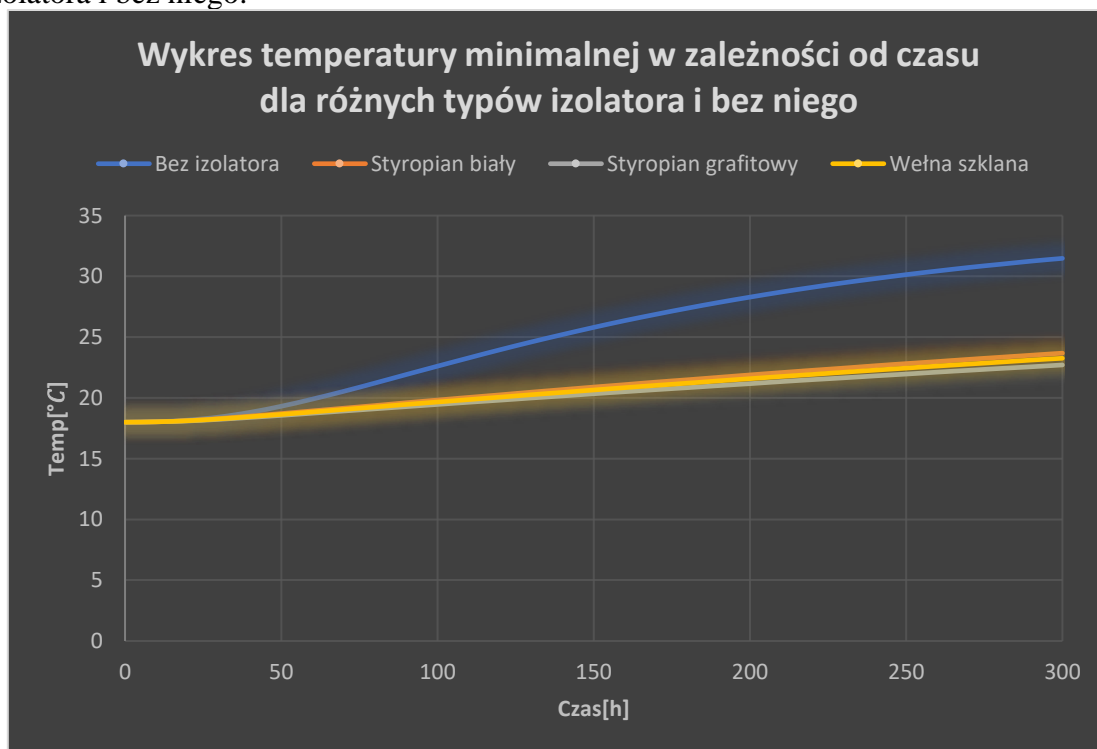
- Temperatura wewnętrzna - 18°C
- Temperatura zewnętrzna - 35°C

W poniższej tabeli zamieszczono otrzymane wyniki symulacji:

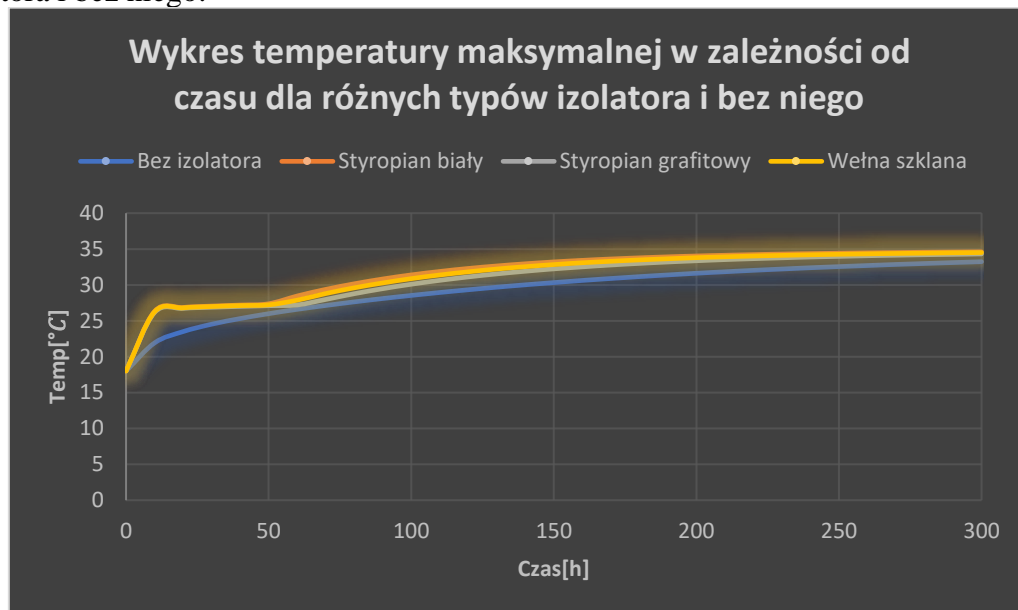
Izolator	Brak izolatora		Styropian biały		Styropian grafitowy		Wełna szklana	
Czas[h]	Temp. min[°C]	Temp. max[°C]	Temp. min[°C]	Temp. max[°C]	Temp. min[°C]	Temp. max[°C]	Temp. min[°C]	Temp. max[°C]
10	18,04	21,93	18,03	26,33	18,03	26,16	18,03	26,26
20	18,17	23,50	18,13	26,87	18,10	26,73	18,12	26,81
30	18,42	24,53	18,30	27,06	18,23	26,89	18,27	26,99
40	18,81	25,32	18,50	27,20	18,39	27,01	18,45	27,12
50	19,31	26,00	18,71	27,38	18,56	27,11	18,64	27,23
60	19,90	26,60	18,93	28,46	18,74	27,21	18,84	27,88

70	20,54	27,14	19,15	29,38	18,92	27,98	19,05	28,80
80	21,22	27,64	19,37	30,16	19,10	28,78	19,25	29,60
90	21,92	28,11	19,60	30,83	19,28	29,48	19,46	30,28
100	22,61	28,54	19,82	31,40	19,46	30,10	19,66	30,88
110	23,29	28,95	20,04	31,88	19,64	30,64	19,86	31,39
120	23,96	29,33	20,25	32,30	19,81	31,12	20,06	31,83
130	24,60	29,69	20,47	32,65	19,99	31,54	20,26	32,22
140	25,21	30,02	20,68	32,95	20,16	31,91	20,45	32,55
150	25,80	30,33	20,89	33,21	20,34	32,24	20,65	32,84
160	26,36	30,63	21,09	33,43	20,51	32,52	20,84	33,09
170	26,88	30,90	21,30	33,62	20,68	32,78	21,03	33,30
180	27,38	31,16	21,49	33,78	20,84	33,00	21,21	33,49
190	27,85	31,40	21,69	33,92	21,01	33,20	21,40	33,65
200	28,29	31,63	21,89	34,04	21,17	33,37	21,58	33,80
210	28,71	31,84	22,08	34,14	21,34	33,53	21,76	33,92
220	29,10	32,04	22,27	34,23	21,50	33,66	21,93	34,03
230	29,47	32,22	22,45	34,31	21,65	33,78	22,11	34,12
240	29,81	32,40	22,64	34,37	21,81	33,89	22,28	34,20
250	30,14	32,56	22,82	34,43	21,96	33,98	22,45	34,27
260	30,44	32,71	22,99	34,48	22,12	34,07	22,62	34,33
270	30,73	32,86	23,17	34,52	22,27	34,14	22,78	34,39
280	30,99	32,99	23,34	34,56	22,42	34,21	22,94	34,43
290	31,25	33,12	23,51	34,59	22,56	34,26	23,11	34,48
300	31,48	33,24	23,68	34,62	22,71	34,32	23,26	34,51

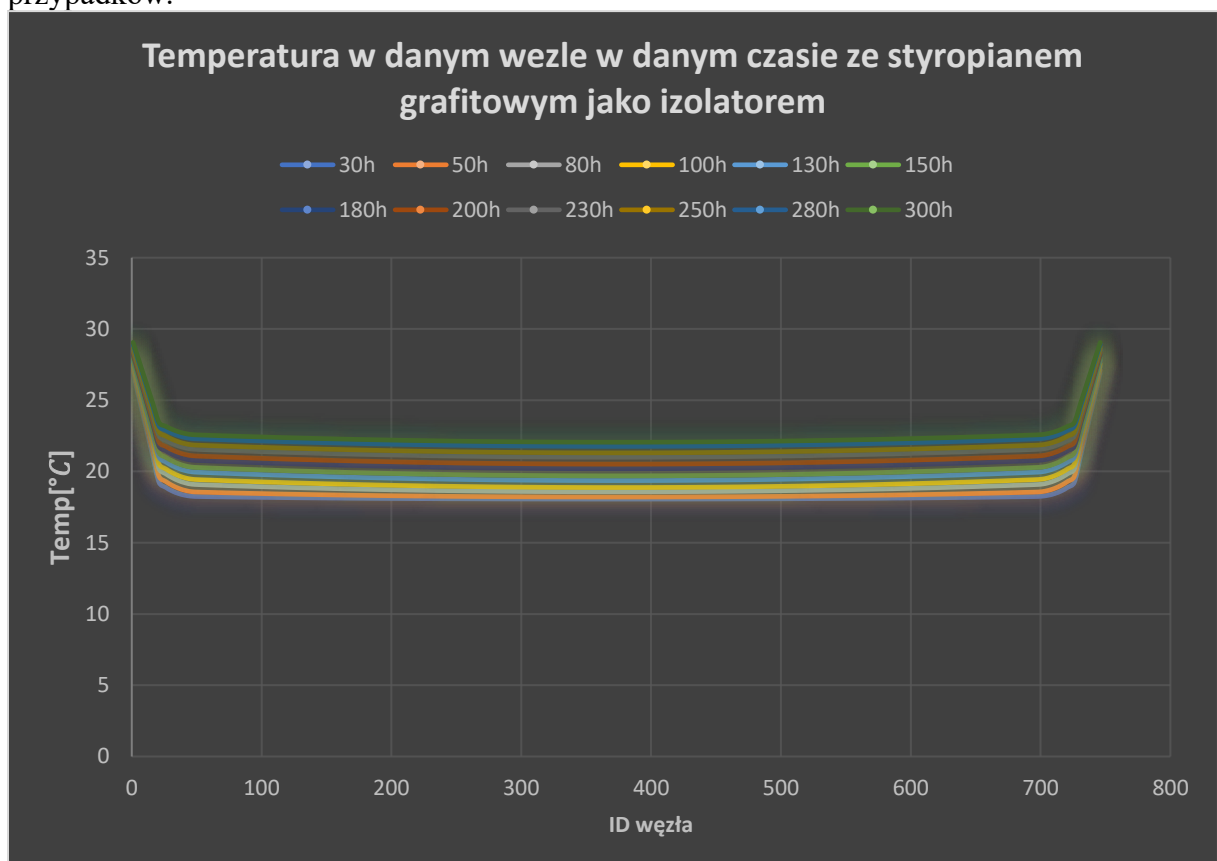
Wykres przedstawiający zależność temperatury minimalnej od czasu dla różnych typów izolatora i bez niego:



Wykres przedstawiający zależność temperatury maksymalnej od czasu dla różnych typów izolatora i bez niego:



Po raz kolejny w celu lepszego pokazania co się dzieje w węzłach siatki utworzono poniższy wykres przedstawiający temperaturę w danym węźle w danym czasie dla jednego z przypadków.



9. Wnioski

Po rozwiązaniu pierwszego przypadku problemu rzeczywistego, gdzie domek chłodził się ze względu na różnice temperatur, można było się dowiedzieć, który z izolatorów najlepiej spełnia swoją funkcję. Bardzo dobrze jest to widoczne na pierwszym wykresie. Widać na nim jak w czasie zmienia się temperatura maksymalna w domku w zależności od rodzaju ocieplenia. Temperatura najszybciej spada w przypadku domku nieocieplonego, następnie w przypadku wykorzystania styropianu białego, a po tym wełny szklanej, natomiast najwolniej spada ona dla domku ocieplonego styropianem grafitowym. Wyniki te są zgodne z tymi jakie można było założyć opierając się o wartości przewodności cieplnej dla każdego z materiałów. Na drugim wykresie przedstawiającym zmianę temperatury minimalnej w zależności od użytego izolatora można zauważyć, że temperatura dla każdego z nich diametralnie spada do około 50 godziny. Następnie temperatura ta zaczyna spadać wolniej, a temperatura dla przypadku bez izolatora przecina pozostałe proste i zaczyna spadać dużo szybciej. Jest to związane z tym, że początkowo izolator gromadzi w sobie temperaturę z zewnątrz. Dopiero po jakimś czasie temperatura ta dochodzi do ściany/powietrza i tam zaczyna się rozprzestrzeniać. Uzasadnienie to potwierdza ostatni wykres w tej części na którym widać rozkład temperatury w poszczególnych węzłach i czasie. W początkowej fazie symulacji widać że temperatura jest dość niska w pierwszych i ostatnich węzłach gdzie znajduje się izolator. Różnica między temperaturami w tych węzłach i pozostałych węzłach maleje wraz z czasem. Na drugim wykresie, po dłuższym czasie można po raz kolejny zauważyć, że to styropian grafitowy jest najlepszym izolatorem z testowanych w programie – temperatura minimalna spada najwolniej dla tego przypadku.

Analizując wyniki otrzymane przy rozwiązaniu drugiego przypadku problemu rzeczywistego, w którym to domek ogrzewał się w wyniku wyższej temperatury na zewnątrz, po raz kolejny można stwierdzić, że najlepszym izolatorem z testowanych jest styropian grafitowy. Dobrze to widać na wykresie przedstawiającym zmianę temperatury minimalnej w czasie. Temperatura ta najwolniej rośnie w przypadku użycia właśnie tego izolatora. Dla domku bez izolatora wykres zdecydowanie odbiega od pozostałych przypadków. Izolatory w tym przypadku, pod względem efektywności wypadły identycznie jak w poprzednim punkcie. Jeśli chodzi o wykres temperatury maksymalnej w zależności od czasu to można zaobserwować to samo co w poprzednim problemie. Temperatura początkowo szybko rośnie, a następnie wzrost ten jest już coraz mniejszy. Uzasadnienie takiego zjawiska jest identyczne jak poprzednio co również potwierdza trzeci wykres przedstawiający temperaturę w danych węzłach w danym czasie. Tutaj wykres przedstawiający domek bez ocieplenia nie przecina pozostałych prostych, jednakże nie zmienia to, opierając się na pierwszym wykresie, ostatecznego wniosku – warto ocieplać budynki, a najlepszym wyborem z testowanych tutaj izolatorów jest styropian grafitowy. Dzięki ociepleniu można zdecydowanie zaoszczędzić na ogrzewaniu/chłodzeniu budynków.

Napisanie programu i rozwiązanie problemu rzeczywistego pokazało jak przydatna jest metoda elementów skończonych i jak ona działa. Dzięki niej można zamienić dowolną ciągłą wartość (w tym przypadku temperaturę) na model dyskretny z ograniczoną ilością węzłów tworzących również ograniczoną ilość elementów co umożliwia rozwiązanie różnych problemów będących np. rozkładem temperatury, odkształceń czy przepływem cieczy. Poprawne rozwiązanie tych czy podobnych problemów wymaga przeprowadzenie operacji takich jak całkowanie numeryczne, interpolacja czy rozwiązywanie układów równań.