```
In[ ]:= (* Define functions *)
        CrossProduct[{a1_, a2_, a3_}, {b1_, b2_, b3_}] :=
         {a2 * b3 - a3 * b2, a3 * b1 - a1 * b3, a1 * b2 - a2 * b1}
        MyDot[{a1_, a2_, a3_}, {b1_, b2_, b3_}] := a1 * b1 + a2 * b2 + a3 * b3
        TetVolume[a_, b_, c_, d_] :=
         -1 / 6 * MyDot[CrossProduct[(c - b), (d - b)], (a - b)] / (Sqrt[8 / 3.]^3 / (6 * Sqrt[2]))

In[ ]:= (** TET data import **)

In[ ]:= SetDirectory[NotebookDirectory[]];
        NamData0 =
         Import["RAW data/MaxLik_OUTPUT_TET_stavy_LCm _FINAL_SN=01_15x.txt", "Table"];

In[ ]:= Rho[i_] := {{NamData0[[4 + 16 i, 1]], NamData0[[5 + 16 i, 1]]},
            {NamData0[[6 + 16 i, 1]], NamData0[[7 + 16 i, 1]]}} +
           {{NamData0[[9 + 16 i, 1]], NamData0[[10 + 16 i, 1]]},
             {NamData0[[11 + 16 i, 1]], NamData0[[12 + 16 i, 1]]}} * I
        RhoList = ParallelTable[Rho[i], {i, 0, NamData0[[1, 1]] - 1}];

In[ ]:= Dimensions[RhoList]
Out[ ]= {60, 2, 2}

In[ ]:= sigma2 = {{0, 1}, {1, 0}};
        sigma3 = {{0, -I}, {I, 0}};
        sigma1 = {{1, 0}, {0, -1}};
        sigma = {sigma1, sigma2, sigma3};

In[ ]:= RhoToBloch[Rho_, i_, j_] := Re[Tr[Rho[[i]].sigma[[j]]]]
        BlochList = ParallelTable[RhoToBloch[RhoList, i, j],
            {i, 1, Dimensions[RhoList][[1]]}, {j, 1, Dimensions[sigma][[1]]}];

In[ ]:= ver1 = ParallelTable[BlochList[[i]], {i, 1, Dimensions[RhoList][[1]], 4}];
        ver2 = ParallelTable[BlochList[[i]], {i, 2, Dimensions[RhoList][[1]], 4}];
        ver3 = ParallelTable[BlochList[[i]], {i, 3, Dimensions[RhoList][[1]], 4}];
        ver4 = ParallelTable[BlochList[[i]], {i, 4, Dimensions[RhoList][[1]], 4}];

In[ ]:= volumes = ParallelTable[
          TetVolume[ver1[[i]], ver2[[i]], ver3[[i]], ver4[[i]]], {i, 1, Dimensions[ver1][[1]]}]
Out[ ]= {0.998757, 0.998722, 0.99871, 0.998733, 0.998765, 0.998727, 0.998705, 0.998731,
         0.998726, 0.998711, 0.998723, 0.998721, 0.998743, 0.998719, 0.998728}

In[ ]:= Mean[volumes]
Out[ ]= 0.998728

In[ ]:= StandardDeviation[volumes]
Out[ ]= 0.0000164741
```

```
In[ ]:= (* Measurement uncertainty propagation *)

In[ ]:= (D[TetVolume [a, b, c, d], a])^2 * Sa^2

Out[ ]= 0.105469 Sa^2 MyDot^(0,1)[CrossProduct [-b + c, -b + d], a - b]^2

In[ ]:= err[{a1_, a2_, a3_}, {b1_, b2_, b3_}, {c1_, c2_, c3_}, {d1_, d2_, d3_},
          {Sa1_, Sa2_, Sa3_}, {Sb1_, Sb2_, Sb3_}, {Sc1_, Sc2_, Sc3_}, {Sd1_, Sd2_, Sd3_}] :=
        (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], a1]^2) * Sa1^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], a2]^2) * Sa2^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], a3]^2) * Sa3^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], b1]^2) * Sb1^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], b2]^2) * Sb2^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], b3]^2) * Sb3^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], c1]^2) * Sc1^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], c2]^2) * Sc2^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], c3]^2) * Sc3^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], d1]^2) * Sd1^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], d2]^2) * Sd2^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], d3]^2) * Sd3^2
```

```
In[ ]:= (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], a1]^2)*Sa1^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], a2]^2)*Sa2^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], a3]^2)*Sa3^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], b1]^2)*Sb1^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], b2]^2)*Sb2^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], b3]^2)*Sb3^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], c1]^2)*Sc1^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], c2]^2)*Sc2^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], c3]^2)*Sc3^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], d1]^2)*Sd1^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], d2]^2)*Sd2^2 +
         (D[TetVolume [{a1, a2, a3}, {b1, b2, b3}, {c1, c2, c3}, {d1, d2, d3}], d3]^2)*
          Sd3^2 // FullSimplify
```

```
Out[ ]= 0.105469 (-1. b3 c2 + b2 c3 + b3 d2 - 1. c3 d2 - 1. b2 d3 + c2 d3)^2 Sa1^2 +
        0.105469 (-1. b3 c1 + b1 c3 + b3 d1 - 1. c3 d1 - 1. b1 d3 + c1 d3)^2 Sa2^2 +
        0.105469 (-1. b2 c1 + b1 c2 + b2 d1 - 1. c2 d1 - 1. b1 d2 + c1 d2)^2 Sa3^2 +
        0.105469 (a3 c2 - 1. a2 c3 - 1. a3 d2 + c3 d2 + a2 d3 - 1. c2 d3)^2 Sb1^2 +
        0.105469 (a3 c1 - 1. a1 c3 - 1. a3 d1 + c3 d1 + a1 d3 - 1. c1 d3)^2 Sb2^2 +
        0.105469 (a2 c1 - 1. a1 c2 - 1. a2 d1 + c2 d1 + a1 d2 - 1. c1 d2)^2 Sb3^2 +
        0.105469 (a3 b2 - 1. a2 b3 - 1. a3 d2 + b3 d2 + a2 d3 - 1. b2 d3)^2 Sc1^2 +
        0.105469 (a3 b1 - 1. a1 b3 - 1. a3 d1 + b3 d1 + a1 d3 - 1. b1 d3)^2 Sc2^2 +
        0.105469 (a2 b1 - 1. a1 b2 - 1. a2 d1 + b2 d1 + a1 d2 - 1. b1 d2)^2 Sc3^2 +
        0.105469 (a3 b2 - 1. a2 b3 - 1. a3 c2 + b3 c2 + a2 c3 - 1. b2 c3)^2 Sd1^2 +
        0.105469 (a3 b1 - 1. a1 b3 - 1. a3 c1 + b3 c1 + a1 c3 - 1. b1 c3)^2 Sd2^2 +
        0.105469 (a2 b1 - 1. a1 b2 - 1. a2 c1 + b2 c1 + a1 c2 - 1. b1 c2)^2 Sd3^2
```

```
In[ ]:= err[{a1_, a2_, a3_}, {b1_, b2_, b3_}, {c1_, c2_, c3_}, {d1_, d2_, d3_},
          {Sa1_, Sa2_, Sa3_}, {Sb1_, Sb2_, Sb3_}, {Sc1_, Sc2_, Sc3_}, {Sd1_, Sd2_, Sd3_}] :=
         0.10546875` (-1.` b3 c2 + b2 c3 + b3 d2 - 1.` c3 d2 - 1.` b2 d3 + c2 d3)^2 Sa1^2 +
          0.10546875` (-1.` b3 c1 + b1 c3 + b3 d1 - 1.` c3 d1 - 1.` b1 d3 + c1 d3)^2 Sa2^2 +
          0.10546875` (-1.` b2 c1 + b1 c2 + b2 d1 - 1.` c2 d1 - 1.` b1 d2 + c1 d2)^2 Sa3^2 +
          0.10546875` (a3 c2 - 1.` a2 c3 - 1.` a3 d2 + c3 d2 + a2 d3 - 1.` c2 d3)^2 Sb1^2 +
          0.10546875` (a3 c1 - 1.` a1 c3 - 1.` a3 d1 + c3 d1 + a1 d3 - 1.` c1 d3)^2 Sb2^2 +
          0.10546875` (a2 c1 - 1.` a1 c2 - 1.` a2 d1 + c2 d1 + a1 d2 - 1.` c1 d2)^2 Sb3^2 +
          0.10546875` (a3 b2 - 1.` a2 b3 - 1.` a3 d2 + b3 d2 + a2 d3 - 1.` b2 d3)^2 Sc1^2 +
          0.10546875` (a3 b1 - 1.` a1 b3 - 1.` a3 d1 + b3 d1 + a1 d3 - 1.` b1 d3)^2 Sc2^2 +
          0.10546875` (a2 b1 - 1.` a1 b2 - 1.` a2 d1 + b2 d1 + a1 d2 - 1.` b1 d2)^2 Sc3^2 +
          0.10546875` (a3 b2 - 1.` a2 b3 - 1.` a3 c2 + b3 c2 + a2 c3 - 1.` b2 c3)^2 Sd1^2 +
          0.10546875` (a3 b1 - 1.` a1 b3 - 1.` a3 c1 + b3 c1 + a1 c3 - 1.` b1 c3)^2 Sd2^2 +
          0.10546875` (a2 b1 - 1.` a1 b2 - 1.` a2 c1 + b2 c1 + a1 c2 - 1.` b1 c2)^2 Sd3^2
```

```
In[ ]:= Sqrt[err[Mean[ver1], Mean[ver2], Mean[ver3], Mean[ver4], StandardDeviation [ver1],
          StandardDeviation [ver2], StandardDeviation [ver3], StandardDeviation [ver4]]]
Out[ ]= 0.000471397

In[ ]:= Mean[volumes]
Out[ ]= 0.998728

In[ ]:= (** Final uncertainty as STD V_Tet + Measurement uncertainty propagation **)

In[ ]:= Sqrt[StandardDeviation [volumes]^2 +
          Sqrt[err[Mean[ver1], Mean[ver2], Mean[ver3], Mean[ver4], StandardDeviation [ver1],
              StandardDeviation [ver2], StandardDeviation [ver3], StandardDeviation [ver4]]]^2]
Out[ ]= 0.000471684
```