

## 1.1 Aufgabe 3

(a)

$u(x, y) = -\frac{x^3}{3} + yx^2$  ist Realteil einer komplexen Funktion  $f$ .

$f(x, y) = u(x, y) + i * w(x, y)$  ist komplex differenzierbar in  $x + iy$  gdw.  $\frac{d}{dx}u = \frac{d}{dy}w$  und  $\frac{d}{dy}u = -\frac{d}{dx}w$

Aus  $\frac{d}{dx}u = -x^2 + y^2$  folgt  $w = \int \frac{d}{dx}u dy = -x^2y + y^3/3 + c(x)$ , wobei  $c$  eine nur von  $x$  abhängige Funktion ist.

Andererseits muss auch gelten  $w = -\int \frac{d}{dy}u dx = -\int 2xy dx = -x^2y + c(y)$ , d.h.  $c(y) = \frac{y^3}{3}$

Zusammengenommen ergibt sich:  $w(x, y) = -x^2y + \frac{y^3}{3}$  bzw.  $f(x, y) = -\frac{x^3}{3} + x^2y + i(-x^2y + \frac{y^3}{3})$