

## 1.1 Komplexe Zahlen

Es gilt, alle Lösungen der folgenden Gleichungen über  $\mathbb{C}$  zu finden.

(a)  $z^2 - 10z + 34 = 0$

Polynom zweiten Grades ermöglicht p-q-Formel:

$$z_{\pm} = 5 \pm \sqrt{25 - 34} = 5 \pm i\sqrt{9} = 5 \pm i3$$

(b)  $z^3 - 3z\bar{z} = -2$

Raten einer Nullstelle ( $z = 1$ ) - legitim, da klein

Weitere Lösungen über  $z\bar{z} = |z|^2 = r$ , beziehungsweise  $z = re^{i\varphi}$  mit  $r \in \mathbb{R}^+$  und  $\varphi \in [0, 2\pi)$

$$r^3 e^{i3\varphi} = 3r - 2$$

Dafür müssen Betrag und Argument der beiden Seiten übereinstimmen. Fälle:

$$r < \frac{2}{3}$$

$$r^3 = 2 - 3r \quad e^{i3\varphi} = -1$$

$$r(r^2 + 1) = 2(1 - r)$$

$$r \geq \frac{2}{3} \quad r^3 = 3r - 2, \quad e^{i3\varphi} = 1$$

(c)  $z^4 = 1 - i\sqrt{3}$