



Universität Regensburg

Naturwissenschaftliche Fakultät II - Physik

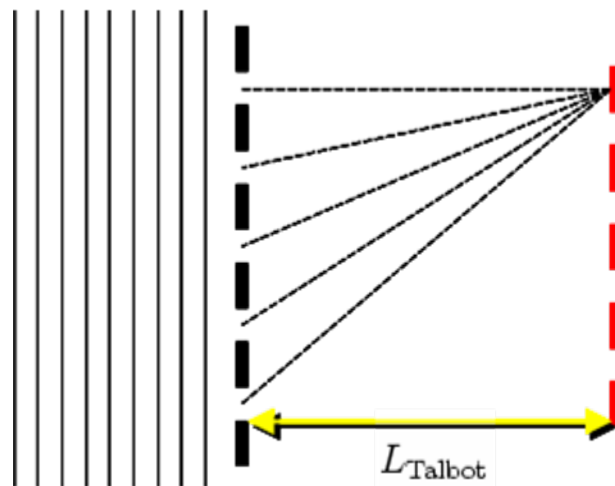
Institut für Experimentelle und Angewandte Physik

Ausbildungsseminar
Phänomene der klassischen Optik
Sommersemester 2008

Vortrag von
Jörg Köhler

19. Juni 2008

Der Talbot-Effekt



Inhalt

I	Der geschichtliche Hintergrund
II	Die Entdeckung
III	Die Theorie
IV	Die Anwendungen
V	Literaturverzeichnis

I Der geschichtliche Hintergrund

Der Talbot-Effekt erweist sich gerade heute wieder einmal als grundlegendes Element moderner Physik. Er steckt sowohl in etlichen Anwendungen als auch in diversen Theorien. Bevor ich allerdings genauer auf die Physik dieses Effekts eingehen möchte, wende ich mich zuerst dem Leben seines Entdeckers zu.

William Henry Fox Talbot wurde geboren am 11. Februar 1800 in Melbury, Grafschaft Dorset, England. Er war ein Angehöriger der englischen Oberschicht, gut ausgebildet und erfolgreich auf verschiedenen Gebieten der Natur- und Geisteswissenschaften. Seine größte, nachhaltige Leistung erreichte er auf dem Gebiet der Fotografie. Hier entwickelte er das Prinzip des Negativ-Positiv-Verfahrens, das die Vervielfältigung eines fotografischen Bildes durch Abzüge vom Negativ ermöglichte. Es wurde zur Grundlage aller wesentlichen fotografischen Prozesse seit etwa 1860 - zuvor dominierte die zeitgleich mit Talbots Entdeckungen entstandene Daguerreotypie - bis zur verbreiteten Anwendung der Digitalfotografie in den 1990er Jahren.



Abb. 1: William Henry Fox Talbot 1844 [1]

Die Familie Talbot unternahm die damals üblichen Bildungsreisen auf dem europäischen Kontinent, aus denen sich für Talbot nützliche persönliche Kontakte ergaben, aber auch erste Anstöße für seine späteren Arbeiten auf dem Gebiet der Fotografie. Während die anderen Mitglieder der Reisegruppe in Italien mehr oder weniger geläufig Skizzen der Sehenswürdigkeiten anfertigten, sah Talbot sich außerstande, etwas Brauchbares zustande zu bringen, obwohl er eine „Camera obscura“ als Zeichenhilfe benutzt hatte. Später erinnerte er sich, dass er damals begann, „nachzudenken über die unnachahmliche Schönheit der Bilder, von der Natur gemalt, welche durch die Glaslinse der Camera auf das Papier in ihrem Brennpunkt geworfen wird ... ich verfolgte die Idee ... wie reizvoll es wäre ... diese natürlichen Bilder haltbar zu machen und auf dem Papier festzuhalten“.

Talbot war ein ausgezeichnete Schüler. Er erhielt zunächst Unterricht von seiner Mutter, einer hochintelligenten, gebildeten Frau, die mehrere Sprachen beherrschte und Großes von ihrem Sohn erwartete. Bis zu ihrem Tod 1846 hatte sie großen Einfluss auf Talbot und motivierte ihn zu immer neuen Anstrengungen. Seit 1811 besuchte er die renommierte Harrow School im Nordwesten Londons und studierte seit 1817 am Trinity College in Cambridge. 1825 beendete er sein Studium der Klassischen Literatur und der Mathematik als „Master of Arts“ (MA).

1824 war Talbot in München zufällig mit dem britischen Astronomen John (später Sir John) Herschel zusammengetroffen. Das war die Grundlage einer Freundschaft und Zusammenarbeit, die

vermutlich wesentlich dazu beigetragen hat, dass Talbot sich intensiv mit der Erforschung des Lichts und optischer Phänomene auseinandersetzte. Herschel machte ihn 1826 mit Dr. David Brewster bekannt, einem bedeutenden schottischen Physiker, der ebenfalls über das Licht forschte. Brewster zeigte großes Interesse an Talbots Arbeit, veröffentlichte dessen Artikel in seinem wissenschaftlichen Journal und blieb ihm lebenslang freundschaftlich verbunden.

In seinem für die damalige Zeit überdurchschnittlich langen, bis zuletzt arbeitsreichen Leben korrespondierte Talbot mit über 1100 Wissenschaftlern, Politikern und Privatpersonen – 8000 an ihn gerichtete Briefe und 2000 Schreiben von seiner Hand sind erhalten; schon im Alter von acht Jahren hatte er seinen Stiefvater dringend gebeten, „Mama und allen anderen, denen ich schreibe, zu sagen, sie sollen meine Briefe aufbewahren und nicht verbrennen.“ Talbot starb nach längerer Krankheit am 17. September 1877 in seinem Arbeitszimmer in Lacock Abbey und wurde in Lacock beerdigt.

Talbots wissenschaftliche Interessen und Fähigkeiten waren außerordentlich vielseitig. In dieser Hinsicht verband er die Position des begabten Amateurs, wie sie im 18. Jahrhundert verbreitet war, mit den wachsenden Ansprüchen auf Professionalität des 19. Jahrhunderts. Er war Mitglied der „Royal Astronomical Society“ und der „Royal Society“, Ehrendoktor der Universität Edinburgh, erhielt 12 Patente auf verschiedenen Gebieten, veröffentlichte acht Bücher und über 100 Zeitschriftenartikel. In mehreren Wissensbereichen ist sein Name mit bestimmten Forschungsergebnissen verbunden – in der Mathematik mit „Talbots Kurve“, in der Physik mit „Talbots Gesetz“ und dem „Talbot“ (einer Einheit der Lichtstärke), in der Botanik mit zwei Spezies, die nach ihm benannt sind und in der Astronomie mit einem Mondkrater, der seinen Namen trägt.

In der Mathematik erzielte er wichtige Ergebnisse auf dem Gebiet der elliptischen Integrale und in der Zahlentheorie, die auf den Arbeiten von Euler, Legendre, Jacobi und Abel aufbauten. 1831 wurde er für seine mathematischen Arbeiten als Fellow der Royal Society ausgewählt.

Nachdem er sich in den 1850er Jahren gesundheitlich erholt hatte, suchte Talbot einen neuen Weg, Fotografien zuverlässig zu vervielfältigen. Er hatte eingesehen, dass der fotochemische Prozess mit Silbersalzen nie zu wirklich befriedigenden Resultaten führen würde. Das Ergebnis seiner neuen Untersuchungen war eine Art von Gravur, von der konventionelle Drucke hergestellt werden konnten. Bis 1858 gelang es ihm, in Edinburgh, einem Zentrum der Druckindustrie, ein Verfahren zu entwickeln und zu erproben, das er „Photoglyphe Gravur“ nannte. Für diesen direkten Vorläufer der modernen Photogravur erhielt er ein Patent und auf der Internationalen Ausstellung in London 1862 eine Medaille. In fortgeschrittenem Alter qualifizierte er sich

durch intensives Studium zum international angesehenen Fachmann für die altpersische Keilschrift; er übersetzte wichtige Texte und wurde von der „Royal Asiatic Society“ zum Mitgutachter berufen,

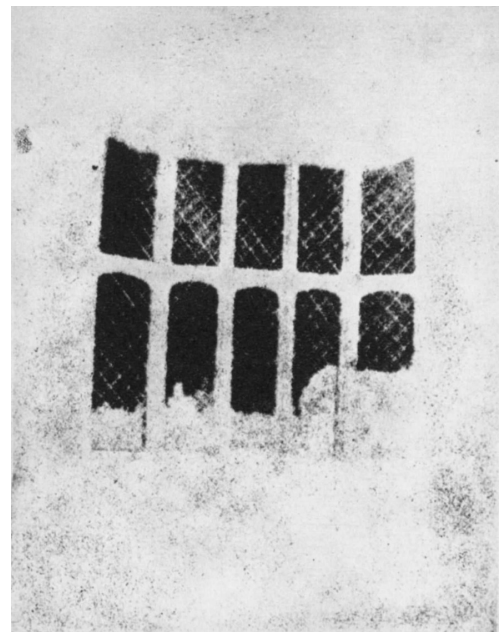


Abb. 3: Das berühmte Erkerfenster von Lacock Abbey, 1835. Foto-Negativ auf Papier

um die Ergebnisse des britischen Archäologen und Diplomaten Henry Rawlinson auf diesem Gebiet zu beurteilen.

Weniger offensichtlich in seiner Nachhaltigkeit aber nicht minder bedeutend zählt auch die erste Beschreibung des Talbot-Effekts zum Vermächtnis dieses Mannes. Gewiss, das Positiv-Negativ-Verfahren der Photographie hat bis zu seiner Ablösung durch die Digitalfotographie starken Einfluss auf das Wirken weiterer bedeutender Menschen genommen. Zumindest liegt dieser Einfluss auf der Hand, ist offensichtlich, wenn man Fotografen oder Künstler in Betracht zieht. Das Wirken der Selbstabbildung eines Gitters nimmt subtileren Einfluss auf unser Leben heute.

II Die Entdeckung

1836 publizierte Henry Fox Talbot die Ergebnisse eines Experiments, welches er kürzlich auf einer Versammlung der British Association demonstrierte. Dort beleuchtete er ein grobes Beugungsgitter mit weißem Licht und beobachtete gegen das Licht mit einer Vergrößerungslinse. Zuerst befand sich das Gitter im Fokus und er sah ein Abbild dessen. Dies entsprach völlig seinen Erwartungen. Als er allerdings die Linse bewegte, wurde das Gitter nicht verschwommen, wie erwartet; das Abbild des Gitters blieb scharf. Die Erklärung hierfür liegt in dem später nach ihm benannten Selbstabbildungs-Effekt eines Gitters. Die Linse war auf ein Abbild des Gitters,

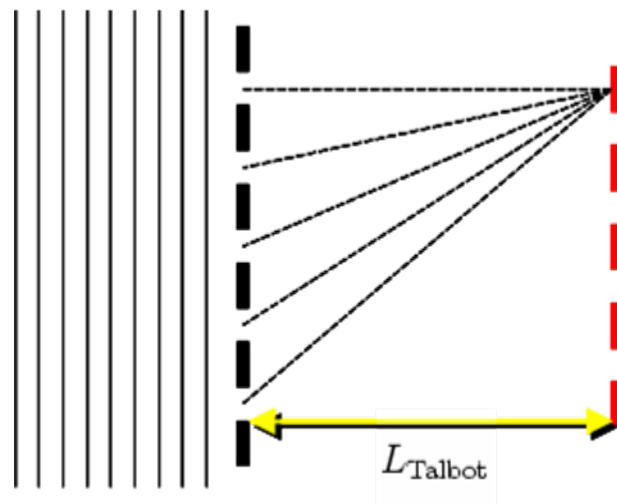


Abb. 4: Der Talbot-Effekt

welches von eben diesem produziert wurde fokussiert. Genauer sah Talbot eine Überlagerung von mehreren Abbildern, denn der Abstand eines Bildes vom Original hängt linear von der Wellenlänge ab. Er beobachtete somit ein buntes Bild aus Farbbändern und ein sich wiederholendes „Durchfahren“ der Farben beim Variieren des Linsenabstandes.

Dieser Talbot-Effekt, die sich wiederholende Selbstabbildung eines Beugungsgitters geriet allerdings schon bald wieder in Vergessenheit. Es dauerte fast ein halbes Jahrhundert bis Lord Rayleigh 1881 wieder auf ihn stieß. Er fand den Zusammenhang zwischen dem Abstand des Bildes vom Original und der Wellenlänge des beleuchtenden Strahlungsfeldes.

$$Z = \frac{a^2}{L}$$

Z : Abstand

L : Wellenlänge

a : Gitterkonstante

Rayleigh erklärte desweiteren diesen Effekt mit interferierenden Teilstrahlen und wies darauf hin, dass man diesen Effekt leicht zum Herstellen von Beugungsgittern unterschiedlicher Größe benutzen kann. Man beleuchte ein Original und setze dem weiteren Strahlungsfeld einen fotografischen Film aus. Abhängig vom Abstand entstehen so Abbilder des Gitters, die auf dem Film fixiert werden. Aber noch einmal sollte der Talbot-Effekt in Vergessenheit geraten.

Begriffe wie „Selbstabbildung“ oder gar „Talbot-Effekt“ wurden erst viel später im Jahre 1970 von Dr. Hugh Montgomery geprägt.

III Die Theorie

Der Talbot-Effekt meint die Selbstabbildung eines Gitters, welches mit einer ebenen, monochromatischen Welle beleuchtet wird. Die Abbilder entstehen in rational-zahligen Vielfachen der Talbot-Distanz.

$$L = n * L_t$$

$$L_t = \frac{2d^2}{\lambda}$$

L : Abstand

L_t : Talbot – Länge

d : Gitterkonstante

λ : Wellenlänge

$n \in \mathbb{R}$

Hierbei bestimmt die Phasenbeziehung der Teilstrahlen die Intensitätsverteilung entlang der Achse. Eben diese Intensitätsverteilungen weisen starke Singularitäten auf.

Für ein tieferes Verständnis dieses Sachverhalts nehme ich Sie mit auf eine kleine Exkursion in Sachen Feldnäherung. Das elektromagnetische Strahlungsfeld und damit auch die Beschreibung dessen hängen stark von drei Größen ab:

Zum einen sind das die Dimensionen der

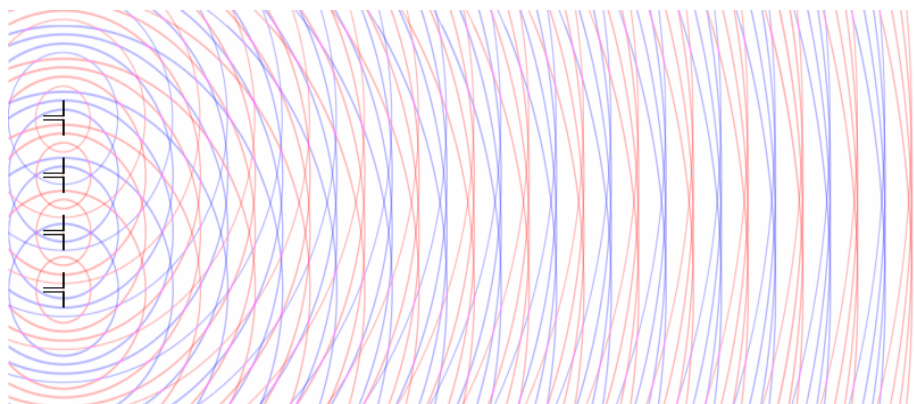


Abb. 5: Das Strahlungsfeld von vier Antennen ist stark abhängig vom Abstand von den Sendern

Lichtquelle, zum anderen der Abstand des Betrachters von eben dieser Lichtquelle. Des weiteren ist natürlich die Wellenlänge bedeutend. Wie stark sich beispielsweise schon Form und Entfernung der Quelle bemerkbar machen, verdeutlicht Abbildung 5.

Im Fernfeld skaliert das Interferenzbild linear mit der Wellenlänge sowie mit dem Betrag des Betrachtungsabstandes. Dies entspricht der Fraunhofer-Näherung, bei der die Blendenöffnung als klein gegenüber der Entfernung des Beobachtungsschirms L angenommen wird. Als Beugungsintegral ergibt sich dabei im Wesentlichen gerade die Fourier-Transformierte der Blendenfunktion. Deshalb spricht man im Rahmen der Fraunhofer-Beugung auch von der Fourier-Optik. Entsprechend diesen Annahmen werden nur Terme berücksichtigt, die linear in x und y sind.

Im Nahfeld dagegen, in dem sich der Talbot-Effekt abspielt, skaliert das Interferenzbild mit der Wurzel sowohl aus der Wellenlänge als auch aus dem Betrag des Abstandes. Dieses Regime wird von der Fresnel-Näherung beschrieben. Hier werden auch quadratische Terme im Exponenten berücksichtigt. Das Beugungsintegral hat dann nicht mehr die einfache Form einer Fourier-Transformierten und ist im Allgemeinen nur numerisch lösbar.

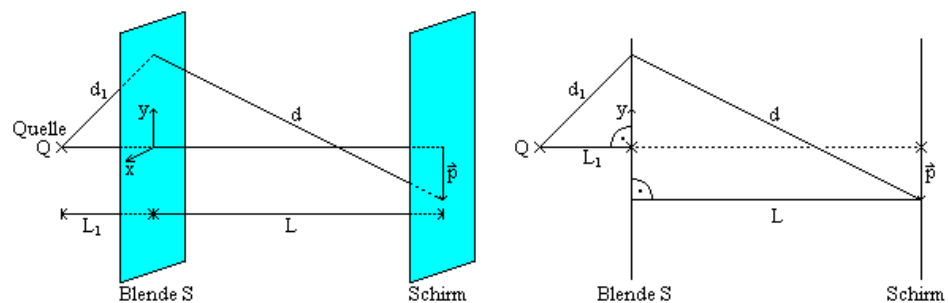


Abb. 6: Illustration zum Kirchhoffschen Beugungsintegral

Hierzu gilt es das Kirchhoffsche Beugungsproblem (Abb. 6) zu lösen. Die Wellenfunktion lautet hier

$$\Psi_P = \frac{a_Q k_0}{2\pi i} \int_{\text{Blende}} dS f_S \frac{e^{ik_0(d+d_1)}}{d+d_1} \left[\frac{\cos(\theta) + \cos\theta'}{2} \right]$$

$$I(P) = |\Psi_P|^2$$

a_Q : Amplitude der Quelle

$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$: Wellenvektor

λ : Wellenlänge

f_S : Blendenfunktion

θ, θ' : Winkel zwischen d, d_1 und Lot auf Blendenebene

Unter Berücksichtigung quadratischer Terme in x und y ergibt sich

$$d \approx L \left(1 + \frac{x^2 + y^2 + x'^2 + y'^2 - 2(xx' + yy')}{2L^2} + \dots \right)$$

$$d_1 \approx L_1 \left(1 + \frac{x^2 + y^2}{2L_1^2} + \dots \right)$$

In diesem Fall lautet das Beugungsintegral

$$\Psi_P = \frac{a_Q k_0}{2\pi i} \frac{e^{ik_0(L+L_1+\frac{y^2}{2L})}}{L L_1} \int_{\text{Blende}} dx dy f_S(x, y) e^{ik_0 \left(\frac{x^2 + y^2 - 2(xx' + yy')}{2L} + \frac{x'^2 + y'^2}{2L_1} \right)}$$

Einführung von L' mit

$$\frac{1}{L'} = \frac{1}{L} + \frac{1}{L_1} \quad \text{und} \quad \vec{K} = \frac{k_0}{L} \vec{p}$$

ergibt dann das Beugungsintegral in Nahfeld-Näherung

$$\Psi_P = \frac{a_Q k_0}{2\pi i} \frac{e^{ik_0(L+L_1+\frac{y^2}{2L})}}{L L_1} \int_{\text{Blende}} dx dy f_S(x, y) e^{ik_0 \left(\frac{x^2 + y^2}{2L'} \right)} e^{-i\vec{K} * \vec{r}}$$

Eine genau Berechnung der Intensitätsverteilung in einer Talbot-Ebene würde eine exakte Lösung des Beugungsintegrals voraussetzen. Dies ist allerdings nur mittels numerischer Näherungen möglich.

Ein alternativer theoretischer Ansatz betrachtet die Phasenpropagation im K-Raum. Durch die genaue Phasenbeziehung der Spalte des Gitters zueinander in der jeweiligen Ebene lassen sich ebenfalls Vorhersagen bezüglich Selbstabbildungen machen.

Dieser Selbstabbildungs-Effekt lässt sich also auf die Interferenz der einzelnen Teilstrahlen zurückführen. Deutlich werden die beiden obigen theoretischen Ansätze auch durch die Verwendung unterschiedlicher Gitter. Ein materielles Gitter stellt ein Amplitudengitter dar. Es lässt sich aber der selbe Effekt mittels eines Phasengitters erreichen. Ein Laserstrahl kann einen

Phasensprung vermitteln, wobei wiederum benachbarte Regionen dann unterschiedliche Phasenbeziehungen zueinander haben.

IV Die Anwendungen

Linsenlose Photolithographie

Die Molekular-Strahl-Epitaxie (MBE) ist ein Verfahren zum Erzeugen dünner Schichten unterschiedlicher Materialien. Unter Ultrahochvakuum wird das zu wachsende Material in Schmelztiegeln verdampft und erreicht über Blenden als gerichteter Strahl ein Substrat, auf dem es

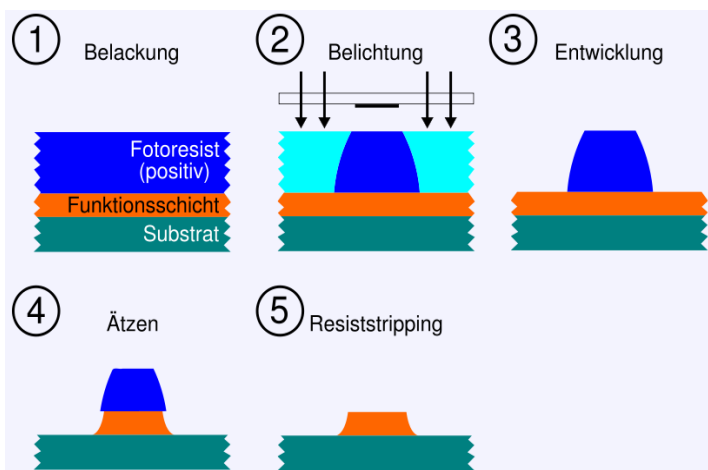


Abb. 7: Photolithographie

sowohl poly- als auch monokristalin wachsen kann. Hierbei sind die Gitterkonstanten von Substrat und Material entscheidend. Über Blenden, so genannte Shutter können einzelne Öfen geöffnet oder verschlossen werden und somit ein schichtweises Wachstum unterschiedlicher Materialien erreicht werden. Wie genau das Material allerdings wächst, ob in Monolagen oder mittels Inselbildung ist stark vom Material abhängig; Ziel ist es aber meist gleichmäßiges Monolagenwachstum zu erreichen. Muster in Form von Streifen, Gittern oder punktuellen

Fokussierungen sind jedoch nur schwer zu realisieren, da eine Manipulation des Strahles große Probleme aufwirft. Zumal weder optische noch magnetische Linsen eingesetzt werden können. Allerdings bietet hier der Talbot-Effekt eine mögliche Lösung. Seitlich in den Molekularstrahl eingestrahktes LASER-Licht wirkt als Phasengitter und moduliert somit die Dichte im weiteren Strahlengang. Auf diese Weise lassen sich bereits während des Wachstumsprozesses Strukturen im Material erzeugen.

Industriell wird derzeit in der Chip-Produktion die klassische MBE in Verbindung mit der Photolithographie (Abb. 7) benutzt. Hierbei werden die aufgetragenen, ebenen Schichten teilweise wieder abgetragen. Die Struktur der gewünschten Architektur wird also

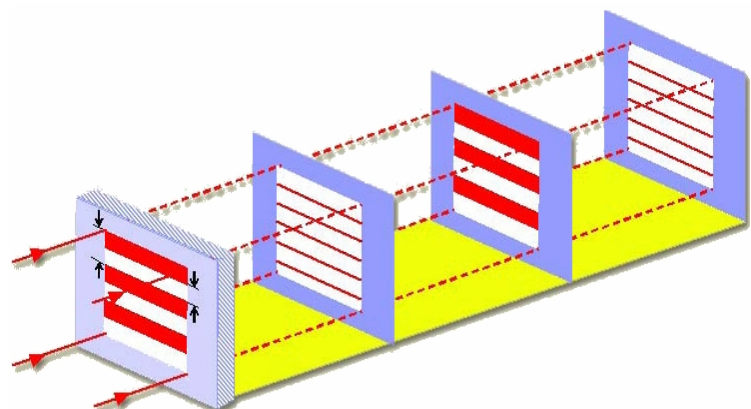


Abb. 8: Der Array-Illuminator mit identischen Abbildungen des Originals, sowie Kompressionen desselben

optisch auf das Material übertragen. Eine Möglichkeit der Manipulation der Belichtung stellt der Array-Illuminator (Abb. 8) dar. Über ein Beugungsgitter wird hier, wie oben erklärt, die Phasenbeziehung der sich ergebenden Teilstrahlen derart manipuliert, dass sich in bekannten Ebenen Selbstabbildungen des Gitters ergeben. Diese können exakt das Original wiedergeben oder aber auch Kompressionen aufweisen. Es ist somit möglich, durch bloßes Verschieben des Gitters das Bild auf dem Photolack zu variieren. Dieses Verfahren erzielt kleinste Strukturen bei sehr geringem Kostenaufwand.

Manipulation von Materiewellen

Eine weitere Anwendung des Talbot-Effekts stellt die Interferometrie mit Materiewellen dar. Diese ist in den letzten Jahren zu einem Feld großen Interesses geworden. Sie stellt ein großartiges Werkzeug dar, sowohl um grundlegende quantenmechanische Effekte zu demonstrieren als auch zur Präzisionsmessung fundamentaler Kräfte und Konstanten. Es ist daher äußerst viel versprechend,

neue Techniken zu entwickeln um den Schritt von Interferometrie an Elementarteilchen oder kleinen Atomen hinzu größeren, massiveren und damit auch komplexeren Objekten wie Molekülen zu verwirklichen. Ziel dieser Untersuchungen kann zum einen ein besseres

quantitatives Verständnis der Dekohärenz sein, die durch thermische Kopplung mit der Umgebung vermittelt wird; Zum anderen aber auch technische Anwendungen in den Bereichen der Metrologie und Lithographie.

Als Beispiel werde ich die Interferometrie von Makromolekülen anhand eines Talbot-Lau Interferometers zeigen. Beim Lau-Effekt wird, anders als beim Talbot-Effekt kein monochromatisches Strahlungsfeld benötigt (Abb. 9). Es werden hier mehrere Gitter verwendet, wobei das erste Beleuchtete als Gitter von Punktlichtquellen dient. Das beobachtbare Bild ist dann eine Superposition

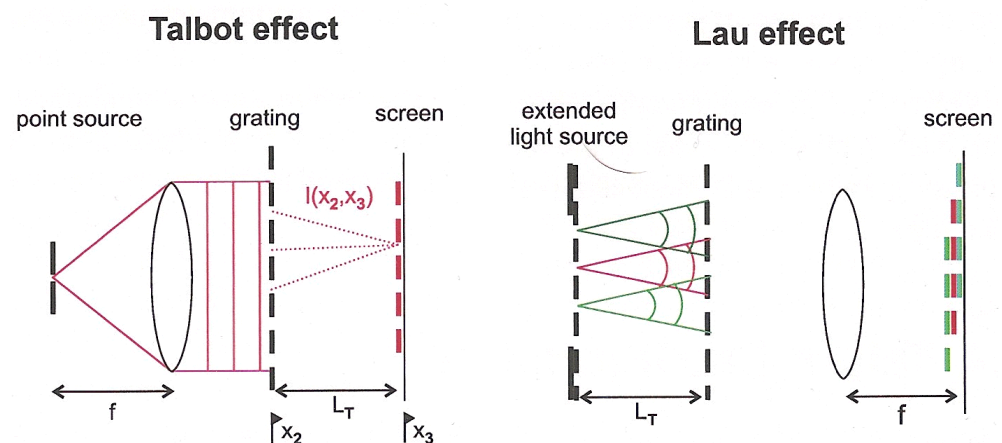


Abb. 9: Lau-Effekt

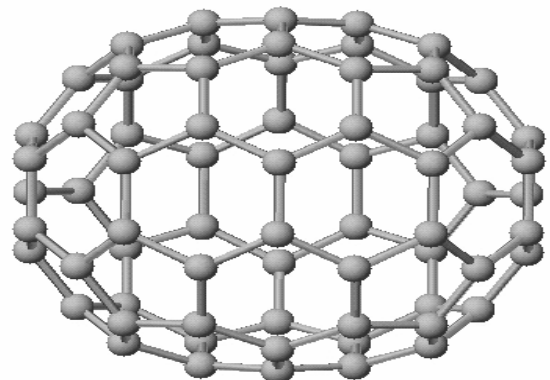


Abbildung 1: Abb. 10: Fullerene C_{70}

multipler Selbstabbildungen.

Um mit dieser Anordnung Interferometrie zu betreiben, bedarf es noch eines dritten Gitters im Strahlengang. Dieses dient als Phasen-Detektor-Gitter, es lässt sich also durch Verschieben des Gitters die Intensität des Outputs variieren. Man kann somit Interferometrie mit großen Makromolekülen, wie zum Beispiel C_{70} realisieren.

Bei der Talbot-Lau-Interferometrie werden sowohl der Talbot- als auch der Lau-Effekt ausgenutzt, um in der Beobachtungsebene eine periodische Intensitätsverteilung zu erzeugen. Das Interferometer besteht eben aus drei Gittern, wobei der Kohärenz-Effekt am Zweiten entsteht und zu einer Selbstabbildung in der Beobachtungsebene führt. Das erste Gitter wiederum erzeugt die nötige Kohärenz des Molekularstrahls. Das dritte Gitter dient als Detektor.

Das Talbot-Lau-Interferometer arbeitet im optischen Nahfeld. Der große Vorteil gegenüber solchen die im Fernfeld arbeiten ist der überragende Skalierungsfaktor für kleine deBroglie-Wellenlängen. Dieser Zusammenhang kann gut beobachtet werden, wenn man die Fernfeld-Beugung von C_{60} mit den Ergebnissen der Talbot-Lau-Interferometrie an C_{70} vergleicht. In beiden Experimenten wurde die gleiche thermische Quelle benutzt und beide Strahlen hatten in etwa die gleiche Verteilung der deBroglie-Wellenlängen. Bei der Anordnung zur Fernfeld-Beugung wurde ein Transmissionsgitter mit einer Periode von $a=100$ nm verwendet, wodurch sich ein Abstand zum Detektor von $L=1,3$ m ergab. Dagegen kommt das Talbot-Lau-Interferometer lediglich auf eine Länge von $L=0,44$ m, während hier die Gitterperiode bei $a=1$ μm liegt.

Ein weiterer Vorteil dieser Bauart ist die Tatsache, dass hier ein unkollimierter Strahl zum Einsatz kommt. Dadurch erhöht sich die Intensität um mehrere Größenordnungen verglichen mit Fernfeld-Beugung.

Der Talbot-Effekt ist somit über 100 Jahre nach seiner Entdeckung noch immer ein aktuelles Thema moderner Physik.

V Literaturverzeichnis

- [1] Dissertation von E. Reiger (November 2005)
„Novel Source and Detection Techniques for Matter Wave Interferometry“
- [2] Physical Review Letters (11. Mai 2002) Vol 88, No 10
„Matter-Wave Interferometer for Large Molecules“
- [3] Optics & Photonics News (November 2004)
„Simple Principles of The Talbot Effect“
- [4] Optica Acta (1983) Vol 30, No 6
„Incoherent superposition of multiple self-imaging“
- [5] Journal of Modern Optics (1996) Vol. 43, No. 10
„Integer, fractional and fractal Talbot effects“
- [6] physicsworld.com (5. Juni 2001)
„Quantum Carpets, Carpets of Light“
- [7] wikipedia.de (15. Juni 2008)
„William Henry Fox Talbot“