西安邮电大学----2019-2020 学年第一学期试题卷 A

标准答案

课程：概率论与数理统计 B　　　　类型：A 卷

专业、年级：通工(含卓越,拔尖班),信工,广电,电科,物联网工程,电信工程及管理 18 级

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分	6	24	60	10						100

一、判断题：对的打“√”；错的打“×”（每小题 2 分，共 6 分）

1.（√）；2.（×）；3.（√）；

二、填空题（每空 3 分，共 24 分）

1. $1-\alpha-\beta$；　2. $N(0,5)$；　3. 4；　4. $T=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$；

5. $(\bar{X}-u_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{X}+u_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$；　6. 弃真或拒绝 H_0；　7. 7/2；　8. 3/4

三、计算题（6 小题，1-3 每题 11 分，4-6 每题 9 分，共 60 分）

1. （本小题 11 分）

解：设 A_1、A_2、A_3 分别表示事件第一次摸到白球、红球、黑球，B_1、B_2、B_3 分别表示事件第二次摸到白球、红球、黑球，C 分别表示事件第三次摸到黑球，则

(1) $P(C)=\dfrac{C_3^1}{C_9^1}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$ ············3 分

(2) 根据全概率公式：

$$P(C)=P(C|B_1)P(B_1)+P(C|B_2)P(B_2)+P(C|B_3)P(B_3)$$
$$=\frac{C_3^1}{C_9^1}\frac{C_4^1}{C_{10}^1}+\frac{C_3^1}{C_9^1}\frac{C_3^1}{C_{10}^1}+\frac{C_4^1}{C_9^1}\frac{C_3^1}{C_{10}^1}$$
$$=\frac{12}{90}+\frac{9}{90}+\frac{12}{90}$$
$$=\frac{33}{90}=\frac{11}{30}$$

（4 分，公式 2 分，结果 2 分）
············7 分

(3) 根据全概率公式和乘法定理：

$$P(C)=P(C|A_1B_1)P(B_1|A_1)P(A_1)+P(C|A_1B_2)P(B_2|A_1)P(A_1)+P(C|A_1B_3)P(B_3|A_1)P(A_1)$$
$$+P(C|A_2B_1)P(B_1|A_2)P(A_2)+P(C|A_2B_2)P(B_2|A_2)P(A_2)+P(C|A_2B_3)P(B_3|A_2)P(A_2)$$
$$+P(C|A_3B_1)P(B_1|A_3)P(A_3)+P(C|A_3B_2)P(B_2|A_3)P(A_3)+P(C|A_3B_3)P(B_3|A_3)P(A_3)$$

$$=\frac{C_3^1}{C_9^1}\frac{C_4^1}{C_{10}^1}\frac{C_3^1}{C_9^1}+\frac{C_3^1}{C_9^1}\frac{C_3^1}{C_{10}^1}\frac{C_3^1}{C_9^1}+\frac{C_4^1}{C_9^1}\frac{C_3^1}{C_{10}^1}\frac{C_3^1}{C_9^1}+\frac{C_3^1}{C_9^1}\frac{C_3^1}{C_{10}^1}\frac{C_3^1}{C_9^1}+\frac{C_3^1}{C_9^1}\frac{C_4^1}{C_{10}^1}\frac{C_3^1}{C_9^1}+\frac{C_4^1}{C_9^1}\frac{C_3^1}{C_{10}^1}\frac{C_3^1}{C_9^1}+\frac{C_2^1}{C_9^1}\frac{C_3^1}{C_{10}^1}\frac{C_3^1}{C_9^1}+\frac{C_2^1}{C_9^1}\frac{C_3^1}{C_{10}^1}\frac{C_3^1}{C_9^1}+\frac{C_3^1}{C_9^1}\frac{C_3^1}{C_{10}^1}\frac{C_3^1}{C_9^1}$$
$$=\frac{36}{810}+\frac{27}{810}+\frac{36}{810}+\frac{27}{810}+\frac{36}{810}+\frac{36}{810}+\frac{18}{810}+\frac{18}{810}+\frac{36}{810}$$
$$=\frac{270}{810}=\frac{1}{3}$$

（4 分，公式 2 分，结果 2 分）
············11 分

2. （本小题 11 分）

解：(1) 由于 $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)dxdy=1$，可得 $1=\int_0^1 dx\int_0^x cxdy=\dfrac{c}{3}$，所以 $c=3$ ············2 分

(2) $$f_X(x)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_0^x 3xdy & 0\le x\le 1\\ 0 & \text{else}\end{cases}=\begin{cases}3x^2 & 0\le x\le 1\\ 0 & \text{else}\end{cases}$$ ············4 分

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_y^1 3xdx & 0\le y\le 1\\ 0 & \text{else}\end{cases}=\begin{cases}\frac{3}{2}(1-y^2) & 0\le y\le 1\\ 0 & \text{else}\end{cases}$$ ············6 分

(3) 由于 $0\le x\le 1$，$0\le y\le x$，$f(x,y)\ne f_X(x)f_Y(y)$，故 X 与 Y 不独立 ············8 分

(4) 由于 $f_X(x)=\begin{cases}3x^2 & 0\le x\le 1\\ 0 & \text{else}\end{cases}$，所以

$$f_{Y|X}(y|x)=\frac{f(x,y)}{f_X(x)}=\begin{cases}\frac{3x}{3x^2} & 0\le x\le 1\\ 0 & \text{else}\end{cases}=\begin{cases}\frac{1}{x} & 0\le x\le 1\\ 0 & \text{else}\end{cases}$$ ············9 分

于是 $P\left\{Y\le\frac{1}{8}|X=\frac{1}{4}\right\}=\int_{-\infty}^{\frac{1}{8}}f_{Y|X}(y|x=\frac{1}{4})dy=\int_0^{\frac{1}{8}}4dy=\frac{1}{2}$. ············11 分

3. （本小题 11 分）

解：

$$E(X)=\frac{1}{8}\int_0^2\int_0^2 xf(x,y)dxdy=\frac{1}{8}\int_0^2\int_0^2 x(x+y)dxdy=\frac{7}{6}$$ ············2 分

$$E(Y)=\frac{1}{8}\int_0^2\int_0^2 yf(x,y)dxdy=\frac{1}{8}\int_0^2\int_0^2 y(x+y)dxdy=\frac{7}{6}$$ ············4 分

$$E(X^2)=\frac{1}{8}\int_0^2\int_0^2 x^2f(x,y)dxdy=\frac{1}{8}\int_0^2\int_0^2 x^2(x+y)dxdy=\frac{5}{3}$$
$$E(Y^2)=\frac{1}{8}\int_0^2\int_0^2 y^2f(x,y)dxdy=\frac{1}{8}\int_0^2\int_0^2 y^2(x+y)dxdy=\frac{5}{3}$$

$$E(XY)=\frac{1}{8}\int_0^2\int_0^2 xyf(x,y)dxdy=\frac{1}{8}\int_0^2\int_0^2 xy(x+y)dxdy=\frac{4}{3}$$

$$D(X)=E(X^2)-(EX)^2=\frac{11}{36}\qquad D(Y)=E(Y^2)-(EY)^2=\frac{11}{36}$$

$$Cov(X,Y)=E(XY)-(EX)E(Y)=-\frac{1}{36}$$ …………6 分

$$\rho_{XY}=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}=\frac{-\frac{1}{36}}{\sqrt{\frac{11}{36}}\sqrt{\frac{11}{36}}}=-\frac{1}{11}$$ …………8 分

$$D(X+Y)=D(X)+D(Y)+2Cov(X,Y)=\frac{5}{9}$$ …………11 分

4. （本小题 9 分）

解：由已知容易得到

$\mu=EX_k=0.5,\ \sigma=0.1,\ \sigma^2=DX_k=0.01$ 。 ……………2 分

根据独立同分布的中心极限定理，可知总重量

$$X=\sum_{k=1}^{n}X_k\sim N(n\mu,n\sigma^2)$$

$$=\sum_{k=1}^{5000}X_k\sim N(5000\times0.5,5000\times0.01)$$ ……………4 分

本题要求的是事件{X>2510}的概率，根据定理的结果，有

$P\{X>2510\}$ ……………6 分

$$=P\left\{\frac{X-5000\times0.5}{\sqrt{5000\times0.01}}>\frac{2510-5000\times0.5}{\sqrt{5000\times0.01}}\right\}$$

$$=P\left\{\frac{X-5000\times0.5}{\sqrt{5000\times0.01}}>\sqrt{2}\right\}$$

$$=1-P\left\{\frac{X-5000\times0.5}{\sqrt{5000\times0.01}}\le\sqrt{2}\right\}$$ ……………8 分

$$\approx1-\Phi(\sqrt{2})$$

$$=0.079$$ ……………9 分

5. （本小题 9 分）

解：(1) 样本均值

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\frac{1}{8}\times(505+610+650+450+500+520+600+430)=533.125$$

（4 分，公式 2 分，结果 2 分）

………4 分

(2) 样本方差

$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2\quad 或\quad S^2=\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n}X_i^2-n\bar{X}^2\right)$$

计算得 $S^2=6235.3$

（5 分，公式 3 分，结果 2 分）

…………9 分

6. （本小题 9 分）

解：X 的似然函数为 $L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}\theta x_i^{\theta-1}=\theta^n\prod_{i=1}^{n}x_i^{\theta-1}$ ………2 分

$$\ln L(\theta)=n\ln\theta+(\theta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$$ ………5 分

令 $\frac{d\ln L}{d\theta}=0$，得 $\frac{n}{\theta}+\sum_{i=1}^{n}\ln x_i=0$ ………7 分

所以最大似然估计值为：$\hat{\theta}=-\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}$ ………9 分

四、分析计算题（1 小题， 10 分）

1. （本小题 9 分）

解：假设：H_0：μ=70，H_1：$\mu\ne70$； ………2 分

因为方差未知，故采用 t 检验法，检验统计量为：$t=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}=\frac{\bar{X}-70}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$； ………4 分

拒绝域为：$|t|=\left|\frac{\bar{x}-70}{s/\sqrt{n}}\right|\ge t_{\alpha/2}(n-1)$； ………6 分

由于 $n=36$，$\bar{x}=65$，$s=15$，$\alpha=0.05$，$t_{0.025}(35)$=2.0301，得：

$|t|=\left|\frac{\bar{x}-70}{s/\sqrt{n}}\right|=\left|\frac{65-70}{15/\sqrt{36}}\right|$=2<2.0301； ………9 分

所以，不满足拒绝域，故接受 H_0，可以认为全体考生的平均成绩是 70 分。 ………10 分

说明：1．标准答案务必要正确无误。 2．将每道大题得分和总分填入得分栏中。