

西安邮电大学——2019-2020 学年第一学期试题卷 B

标准答案

课程：概率论与数理统计 B

类型：B 卷

专业、年级：通工(含卓越, 拔尖班), 信工, 广电, 电科, 物联网工程, 电信工程及管理 18 级

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分	6	24	60	10						100

一、判断题：对的打“√”；错的打“×”（每小题 2 分，共 6 分）

1. (√)； 2. (√)； 3. (×)；

二、填空题（每空 3 分，共 24 分）

1. 0.7； 2. $1 - (1 - F_X(x))(1 - F_Y(x))$ ； 3. $\frac{9}{4}$ ； 4. $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ ；

5. $(\bar{X} - 0.49 \times 3, \bar{X} + 0.49 \times 3)$ ； 6. 显著性检验； 7. 1/6； 8. 1/4

三、计算题（6 小题，1-3 每题 11 分，4-6 每题 9 分，共 60 分）

1. （本小题 11 分）

解：设 A_1 、 A_2 分别表示事件第一次摸到的是白球和黑球， B 分别表示事件第二次摸到的是黑球，则
(1)

$$P(B) = \frac{C_5^1}{C_{11}^1} = \frac{5}{11} \quad \text{.....3 分}$$

(2) 根据全概率公式：

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) = \frac{C_5^1}{C_{11}^1} \frac{C_5^1}{C_{10}^1} + \frac{C_6^1}{C_{11}^1} \frac{C_5^1}{C_{10}^1} \\ &= \frac{25}{110} + \frac{30}{110} = \frac{55}{110} = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{(4 分, 公式 2 分, 结果 2 分)} \\ \text{.....7 分} \end{array}$$

(3) 根据贝叶斯公式：

$$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1)P(A_1)}{P(B)} = \frac{\frac{25}{110}}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{11} \quad \begin{array}{l} \text{(4 分, 公式 2 分, 结果 2 分)} \\ \text{.....11 分} \end{array}$$

2. （本小题 11 分）

解：(1) 利用分布函数的性质，可得 $F(+\infty) = a + b = 1$ ，1 分

$$P(X = 2) = F(2) - P(X < 2) = (a + b) - (\frac{2}{3} - a) = 0.5 \quad \text{.....2 分}$$

由此解的 $a = 1/6$ ， $b = 5/6$ 4 分

(2) X 的分布律为7 分

X	-1	1	2
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

$$(3) \text{ 因为 } P\{|X| \leq 1 | X \geq 0\} = \frac{P\{|X| \leq 1, X \geq 0\}}{P\{X \geq 0\}} = \frac{P\{X = 1\}}{P\{X = 1\} + P\{X = 2\}} = \frac{2}{5} \quad \text{.....11 分}$$

3. （本小题 11 分）

解：由已知条件 $f_X(x) = \begin{cases} \int_0^x 12y^2 dy & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases} = \begin{cases} 4x^3 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \int_y^1 12y^2 dy & 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases} = \begin{cases} 12y^2(1 - y) & 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$\text{即 } E(X) = \int_0^1 xf(x, y)dx = \int_0^1 4x^4 dx = \frac{4}{5} \quad \text{.....2 分}$$

$$E(Y) = \int_0^1 yf(x, y)dy = \int_0^1 12y^2(1 - y)dy = \frac{3}{5} \quad \text{.....4 分}$$

$$E(XY) = \int_0^1 \int_0^1 xyf(x, y)dxdy = \frac{1}{8} \int_0^2 \int_0^2 xy \bullet 12y^2 dxdy = \frac{1}{2} \quad \text{.....7 分}$$

$$\begin{aligned} E(X^2 + Y^2) &= E(X^2) + E(Y^2) = \int_0^1 x^2 f(x)dx + \int_0^1 y^2 f(y)dy \\ &= \int_0^1 4x^5 dx + \int_0^1 12y^4(1 - y)dy = \frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{16}{15} \end{aligned} \quad \text{.....11 分}$$

说明：1. 标准答案务必要正确无误。 2. 将每道大题得分和总分填入得分栏中。

<div>4. (本小题 9 分)</div> <div>解: 由已知容易得到 $\mu = EX_k = 100, \sigma^2 = DX_k = 100^2$ 。 根据独立同分布的中心极限定理, 可知总寿命</div> <div>$X = \sum_{k=1}^n X_k \sim N(n\mu, n\sigma^2)$$= \sum_{k=1}^{16} X_k \sim N(16 \times 100, 16 \times 100^2)$</div> <div>本题要求的是事件 $\{X > 1920\}$ 的概率, 根据定理的结果, 有</div> <div>$P\{X > 1920\}$$= P\left\{\frac{X - 16 \times 100}{\sqrt{16 \times 100^2}} > \frac{1920 - 16 \times 100}{\sqrt{16 \times 100^2}}\right\}$$= P\left\{\frac{X - 16 \times 100}{\sqrt{16 \times 100^2}} > 0.8\right\}$$= 1 - P\left\{\frac{X - 16 \times 100}{\sqrt{16 \times 100^2}} \leq 0.8\right\}$$\approx 1 - \Phi(0.8)$$= 0.212$</div> <div>5. (本小题 9 分)</div> <div>解: (1) $f(X_1, X_2, \dots, X_n) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)^n}, & a \leq \min\{X_i\} \leq \max\{X_i\} \leq b \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$</div> <div>(2) T_1, T_2, 是统计量; T_3, T_4 不是统计量, 因为 T_3, T_4 中包含未知变量 (5 分, 其中统计量判断 4 分, 写出原因 1 分)</div> <div>6. (本小题 9 分)</div> <div>解: 总体的一阶原点矩:</div> <div>$E(X) = \int_0^1 x \theta x^{\theta-1} dx = \frac{\theta}{\theta+1}$</div> <div>样本的一阶原点矩: $A_1 = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$</div> <div>于是有: $\frac{\hat{\theta}}{\hat{\theta}+1} = \bar{X}$</div> <div>所以参数的矩估计量为 $\hat{\theta} = \bar{X} / (1 - \bar{X})$</div>	<div>四、分析计算题 (1 小题, 10 分)</div> <div>1. 解: 假设: $H_0: \mu = 20, H_1: \mu \neq 20$;</div> <div>因为方差已知, 故采用 Z 检验法, 检验统计量为: $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{\bar{X} - 20}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$</div> <div>拒绝域为: $z = \left \frac{\bar{x} - 20}{\sigma / \sqrt{n}} \right \geq z_{\alpha/2}$;</div> <div>由于 $\bar{x} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_i = 19.95, n = 4, \sigma = 1, \alpha = 0.05, z_{0.025} = 1.96$, 得:</div> <div>$z = \left \frac{19.95 - 20}{1 / \sqrt{4}} \right = 0.1 < 1.96$;</div> <div>所以, 不满足拒绝域, 接受 H_0, 认为表壳的均值正常。</div>
---	--

说明: 1. 标准答案务必要正确无误。 2. 将每道大题得分和总分填入得分栏中。