西安邮电大学----2020-2021 学年第一学期试题卷 B

标准答案

课程：概率论与数理统计 B　类型：B 卷　专业、年级：通工(含卓越,拔尖班),信工,广电,电科,物联网工程,电信工程及管理 19 级

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分	6	24	60	10						100

一、判断题：对的打“√”；错的打“×”（每小题 2 分，共 6 分）

1.（√）；2.（×）；3.（×）；

二、填空题（每空 3 分，共 24 分）

1．连续；　2．$k=\dfrac{1}{8}$；　3．45；　4．$F(n_1,n_2)$；

5．$\bar{X}-\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_\alpha(n-1)$；　6．$\chi^2\ge\chi_\alpha{}^2(n-1)$；　7．$N(np,\ \ np(1-p))$；　8．7/2；

三、计算题（6 小题，1-3 每题 11 分，4-6 每题 9 分，共 60 分）

1.　（本小题 11 分）

解：设 A_1、A_2、A_3 分别表示事件“二极管出自甲、乙、丙厂”，B 表示事件“抽到的是次品”，则

(1) 由全概率公式：

$$P(B)=\sum_{i=1}^{3}P(B\mid A_i)P(A_i)$$ ………3 分

$$=0.02\times0.2+0.05\times0.3+0.04\times0.5$$

$$=0.039$$ ………5 分

(2) 根据贝叶斯公式：

$$P(A_3\mid B)=\frac{P(B\mid A_3)P(A_3)}{P(B)}$$ ………3 分

$$=\frac{0.04\times0.5}{0.039}$$

$$\approx0.5128$$ ………6 分

2.　（本小题 11 分）

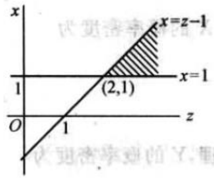
解：因为 X,Y 相互独立，

由卷积公式得：$f_X(z)=\int_{-\infty}^{\infty}f_X(x)f_Y(z-x)dx$，　　. ……… 2 分

并且　$f_X(x)=\begin{cases}e^{1-x}, & x>1\\ 0, & 其他\end{cases}$，　$f_Y(y)=\begin{cases}e^{1-y}, & y>1\\ 0, & 其他\end{cases}$ ………3 分

仅当 $\begin{cases}x>1\\ z-x>1\end{cases}$，　即 $\begin{cases}x>1\\ x<z-1\end{cases}$ 时，上述积分的被积函数不等于零， ……… 5 分

由右图得 ………10 分



$$f_Z(z)=\begin{cases}\int_1^{z-1}e^{1-x}e^{1-(z-x)}dx=\int_1^{z-1}e^{2-z}dx, & z>2\\ 0, & 其他\end{cases}$$

得： ………11 分

$$f_Z(z)=\begin{cases}e^{2-z}(z-2), & z>2\\ 0, & 其他\end{cases}$$

3.　（本小题 11 分）

解：由于 (X,Y) 在 A 内服从均匀分布，所以其概率密度

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{A的面积}, & (x,y)\in A,\\ 0, & (x,y)\notin A,\end{cases}=\begin{cases}1, & (x,y)\in A.\\ 0, & (x,y)\notin A.\end{cases}$$ ………3 分

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\iint_A x\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{2(1-x)}x\mathrm{d}y=\frac{1}{3};$$ ………5 分

$$E(Y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}yf(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\iint_A y\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\int_0^2 y\mathrm{d}y\int_0^{1-\frac{y}{2}}\mathrm{d}x=\frac{2}{3};$$ ………7 分

$$E(XY)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}xyf(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\int_0^1 x\mathrm{d}x\int_0^{2(1-x)}y\mathrm{d}y=2\int_0^1 x(1-x)^2\mathrm{d}x=\frac{1}{6}.$$ ………11 分

4.　（本小题 9 分）

解：由已知容易得到

$\mu=EX_k=0.5,\ \sigma=0.1,\ \sigma^2=DX_k=0.01$ 。 ………2 分

根据独立同分布的中心极限定理，可知总重量

$$X=\sum_{k=1}^{n}X_k\sim N(n\mu,n\sigma^2)$$

$$=\sum_{k=1}^{5000}X_k\sim N(4000\times0.5,4000\times0.01)$$ ………4 分

本题要求的是事件{X>2010}的概率。

根据定理的结果，有

$P\{X>2010\}$ ………6 分

$$=P\left\{\frac{X-4000\times0.5}{\sqrt{4000\times0.01}}>\frac{2010-4000\times0.5}{\sqrt{4000\times0.01}}\right\}$$

$$=P\left\{\frac{X-4000\times0.5}{\sqrt{4000\times0.01}}>\frac{\sqrt{10}}{2}\right\}$$

说明：1．标准答案务必正确无误。　2．将每道大题得分和总分填入得分栏中。

$$=1-P\left\{\frac{X-4000\times0.5}{\sqrt{4000\times0.01}}\le\frac{\sqrt{10}}{2}\right\}$$ ………8 分

$$\approx1-\Phi(\frac{\sqrt{10}}{2})$$

$$=0.057$$ ………9 分

5.　（本小题 9 分）

解：因为 $X\sim N(30,2^2)$，所以 $\bar{X}\sim N(30,\frac{2^2}{16})$，即 $\bar{X}\sim N(30,(\frac{1}{2})^2)$ ………3 分

可得，

$$P(29<\bar{X}<31)=P(\frac{29-30}{\frac{1}{2}}<\frac{\bar{X}-30}{\frac{1}{2}}<\frac{31-30}{\frac{1}{2}})=P(-2<\frac{\bar{X}-30}{\frac{1}{2}}<2)$$ ………6 分

$$=\Phi(2)-\Phi(-2)=2\Phi(2)-1=0.9544$$ ………9 分

6.　（本小题 9 分）

解：（1） $A_1=\mu_1$ ………1 分

$$A_1=\bar{X}=\frac{1+(-1)+1+2}{4}=\frac{3}{4}$$ ………2 分

$$\mu_1=E(X)=-1\cdot\theta+1\cdot2\theta+2\cdot(1-3\theta)=2-5\theta$$ ………3 分

由 $\frac{3}{4}=2-5\theta$，得 $\hat{\theta}_1=\frac{1}{4}$ ………4 分

（2）似然函数为

$$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}p(x_i;\theta)$$
$$=P\{X_1=x_1\}P\{X_2=x_2\}P\{X_3=x_3\}P\{X_4=x_4\}$$
$$=P\{X_1=-1\}P\{X_2=1\}P\{X_3=-1\}P\{X_3=2\}$$ ………2 分
$$=\theta\cdot2\theta\cdot\theta\cdot(1-3\theta)$$
$$=2\theta^3(1-3\theta)$$

$$\ln L(\theta)=\ln2+3\ln\theta+\ln(1-3\theta)$$ ………3 分

令 $\frac{d\ln L}{d\theta}=0$，得 $\frac{3}{\theta}-\frac{3}{1-3\theta}=0$ ………4 分

所以最大似然估计值为：$\hat{\theta}_2=\frac{1}{4}$ ………5 分

四、分析计算题（1 小题，10 分）

解：令 $\sigma_0^2=9$；

检验假设：H_0：$\sigma^2\le\sigma_0^2$，H_1：$\sigma^2>\sigma_0^2$； ………2 分

因为均值 μ 未知，故采用 χ^2 检验法，检验统计量为：

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)；$$ ………4 分

拒绝域为：$\chi^2=\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\ge\chi_\alpha^2(n-1)$； ………6 分

由于 $n=16$，$s=4$，$\alpha=0.05$，$\chi_{0.05}^2(15)=24.996$，得：

$$\chi^2=\frac{15\times16}{9}=26.667>24.996；$$ ………9 分

所以，拒绝 H_0，可以认为该机器工作不正常。 ………10 分

说明：1．标准答案务必要正确无误。　2．将每道大题得分和总分填入得分栏中。