

Lösung: Mathematik Grundstudium – Prüfung vom 13.02.2022

1.1

$$\frac{2}{x-1} + \frac{4}{x-2} - \frac{2x}{(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{2(x-2)}{(x-1)(x-2)} + \frac{4(x-1)}{(x-2)(x-1)} - \frac{2x}{(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{2x-4}{(x-1)(x-2)} + \frac{4x-4}{(x-1)(x-2)} - \frac{2x}{(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{2x-4+4x-4-2x}{(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{4x-8}{(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{4(x-2)}{(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{4}{(x-1)}$$

1.2

$$\frac{\sqrt[4]{x^3 \cdot y^5}}{(x \cdot y)^{\frac{1}{4}}} = \frac{\sqrt[4]{x^3 \cdot y^5}}{\sqrt[4]{x \cdot y}} = \sqrt[4]{\frac{x^3 \cdot y^5}{x \cdot y}} = \sqrt[4]{x^2 \cdot y^4} = \sqrt{x \cdot y}$$

Aufgabe 2.

$$\begin{aligned}\text{I} \quad & 2x + 3y = -6 \\ & -3y = 2x + 6 \\ & y = -2/3x - 2\end{aligned}$$

y von I. in II. einsetzen

$$\begin{aligned}\text{II} \quad & -3x - 4y = 7 \\ & -3x - 4(-2/3x - 2) = 7 \\ & -3x + 8/3x + 8 = 7 \\ & -1/3x = -1 \\ & x = 3\end{aligned}$$

x in II einsetzen:

$$\begin{aligned}& -3(3) - 4y = 7 \\ & -9 - 4y = 7 \\ & y = -4\end{aligned}$$

Lösungsmenge: $x = 3$; $y = -4$

Aufgabe 3:

$$I = II$$

$$2x^2 + 10 = 8x + 4$$

$$2x^2 - 8x + 6 = 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$x_1 = \frac{-(-8) + \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2}$$

$$x_2 = \frac{-(-8) - \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2}$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 1$$

x_1 und x_2 jeweils in II einsetzen: $g(x) = 8x + 4$

$$y_1 = 8 \cdot 3 + 4$$

$$y_1 = 8 \cdot 1 + 4$$

$$y_1 = 28$$

$$y_1 = 12$$

→ S1 (3 / 28) ; S2 (1 / 12)

Aufgabe 4:

4.1

$$V_{\text{Gesamt}} = V_{\text{Kugelgroß}} - V_{\text{Kugelklein}} - 2 \cdot V_{\text{Kugelabschnitt}}$$

$$V_{\text{Kugelgroß}} = \frac{\pi}{6} \cdot d^3 = \frac{\pi}{6} \cdot (90 \text{ mm})^3 = 381703 \text{ mm}^3$$

$$V_{\text{Kugelklein}} = \frac{\pi}{6} \cdot d^3 = \frac{\pi}{6} \cdot (50 \text{ mm})^3 = 65450 \text{ mm}^3$$

$$V_{\text{Kugelabschnitt}} = \frac{\pi}{3} \cdot h^2 \cdot (3 \cdot R - h) = \frac{\pi}{3} \cdot (15 \text{ mm})^2 \cdot (3 \cdot 45 \text{ mm} - 15 \text{ mm}) = 28274 \text{ mm}^3$$

$$V_{\text{Gesamt}} = 381703 \text{ mm}^3 - 65450 \text{ mm}^3 - 2 \cdot 28274 \text{ mm}^3 = 259705 \text{ mm}^3$$

4.2

$$A_{\text{Gesamt}} = A_{\text{Kugelgroß}} - 2 \cdot A_{\text{MantelKugelabschnitt}} + 2 \cdot A_{\text{Kreis}}$$

$$r = \sqrt{h \cdot (2 \cdot R - h)}$$

$$A_{\text{Kugelgroß}} = \pi \cdot d^2 = \pi \cdot (90 \text{ mm})^2 = 25447 \text{ mm}^2$$

$$A_{\text{MantelKugelabschnitt}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 45 \text{ mm} \cdot 15 \text{ mm} = 4241 \text{ mm}^2$$

$$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (\sqrt{h \cdot (2 \cdot R - h)})^2 = \pi \cdot (\sqrt{15 \text{ mm} \cdot (2 \cdot 45 \text{ mm} - 15 \text{ mm})})^2 = 3534 \text{ mm}^2$$

$$A_{\text{Gesamt}} = 25447 \text{ mm}^2 - 2 \cdot 4241 \text{ mm}^2 + 2 \cdot 3534 \text{ mm}^2 = 24033 \text{ mm}^2$$