

Lösungsvorschlag der Prüfung Grundstudium Mathematik vom 02.09.2018

Aufgabe 1.1

Vereinfache den Bruch und kürze soweit möglich

$$-\frac{27x^2 - 27x}{9x - 9} = -\frac{27x(x - 1)}{9(x - 1)} = -\frac{3x(x - 1)}{(x - 1)} = -3x$$

Aufgabe 1.2

Löse nach x auf

$$2(x + 3)^2 + 4x - 148 = 2x(x - 8) + 8x - 10$$

$$2(x^2 + 6x + 9) + 4x - 148 = 2x^2 - 16x + 8x - 10$$

$$2x^2 + 12x + 18 + 4x - 148 = 2x^2 - 16x + 8x - 10$$

$$2x^2 + 16x - 130 = 2x^2 - 8x - 10$$

$$16x = -8x + 120$$

$$24x = 120$$

$$x = 5$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Lösungsmenge und kontrollieren Sie durch Probe

$$\text{I} \quad 5x + 2y = 4$$

$$\text{II} \quad 3x - 7y = -55$$

Umstellen nach y

$$5x + 2y = 4$$

$$2y = 4 - 5x$$

$$y = 2 - 2,5x$$

y in II einsetzen und nach x auflösen

$$3x - 7y = -55$$

$$3x - 7(2 - 2,5x) = -55$$

$$3x - 14 + 17,5x = -55$$

$$20,5x - 14 = -55$$

$$20,5x = -41$$

$$x = -2$$

x in y-Term einsetzen

$$y = 2 - 2,5 * -2$$

$$y = 7$$

Probe: x und y in I und II einsetzen

$$5 * -2 + 2 * 7 = 4$$

$$3 * -2 - 7 * 7 = -55$$

$$-10 + 14 = 4$$

$$-6 - 49 = -55$$

$$4 = 4 \text{ (w)}$$

$$-55 = -55 \text{ (w)}$$

Aufgabe 3

Gegeben sind zwei Funktionen. Berechnen Sie die Schnittpunkte

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

$$h(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}$$

$f(x) = h(x)$ gleichsetzen zur Ermittlung der Schnittpunkte

$$x^2 - x + 1 = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}x^2 - x + 1 = x - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1\frac{1}{2} = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 * \frac{1}{2} * 1\frac{1}{2}}}{2 * \frac{1}{2}}$$

$$x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{1}}{1}$$

$$x_1 = 3 \text{ und } x_2 = 1$$

Einsetzen von x_1 und x_2 in $f(x)$

Für x_1

$$y = 3^2 - 3 + 1$$

$$y = 7$$

Für x_2

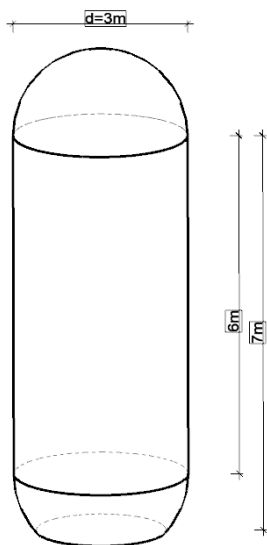
$$y = 1^2 - 1 + 1$$

$$y = 1$$

Ergebnis $S_1(3; 7)$ und $S_2(1; 1)$

Aufgabe 4

Gegeben ist ein Körper, bestehend aus einem Zylinder, einer Halbkugel und einer Halbkugel mit Abschnitt. Berechnen Sie das Gesamtvolumen.



Vorgehensweise für Gesamtvolumen $V_{Gesamtkörper}$

Volumenberechnung Zylinder = $V_{Zylinder}$

+

Volumenberechnung Kugel = V_{Kugel}

-

Volumenberechnung Kugelabschnitt = $V_{Kugelabschnitt}$

$$V_{Zylinder} = r^2 * \pi * h = (1,5m)^2 * \pi * 6m = 2,25m^2 * \pi * 6m = 42,412m^3$$

$$V_{Kugel} = \frac{\pi}{6} d^3 = \frac{\pi}{6} (3m)^3 = \frac{\pi}{6} 27m^3 = 14,147m^3$$

h= Radius Kugel – Differenz aus 7m und 6m=0,5m

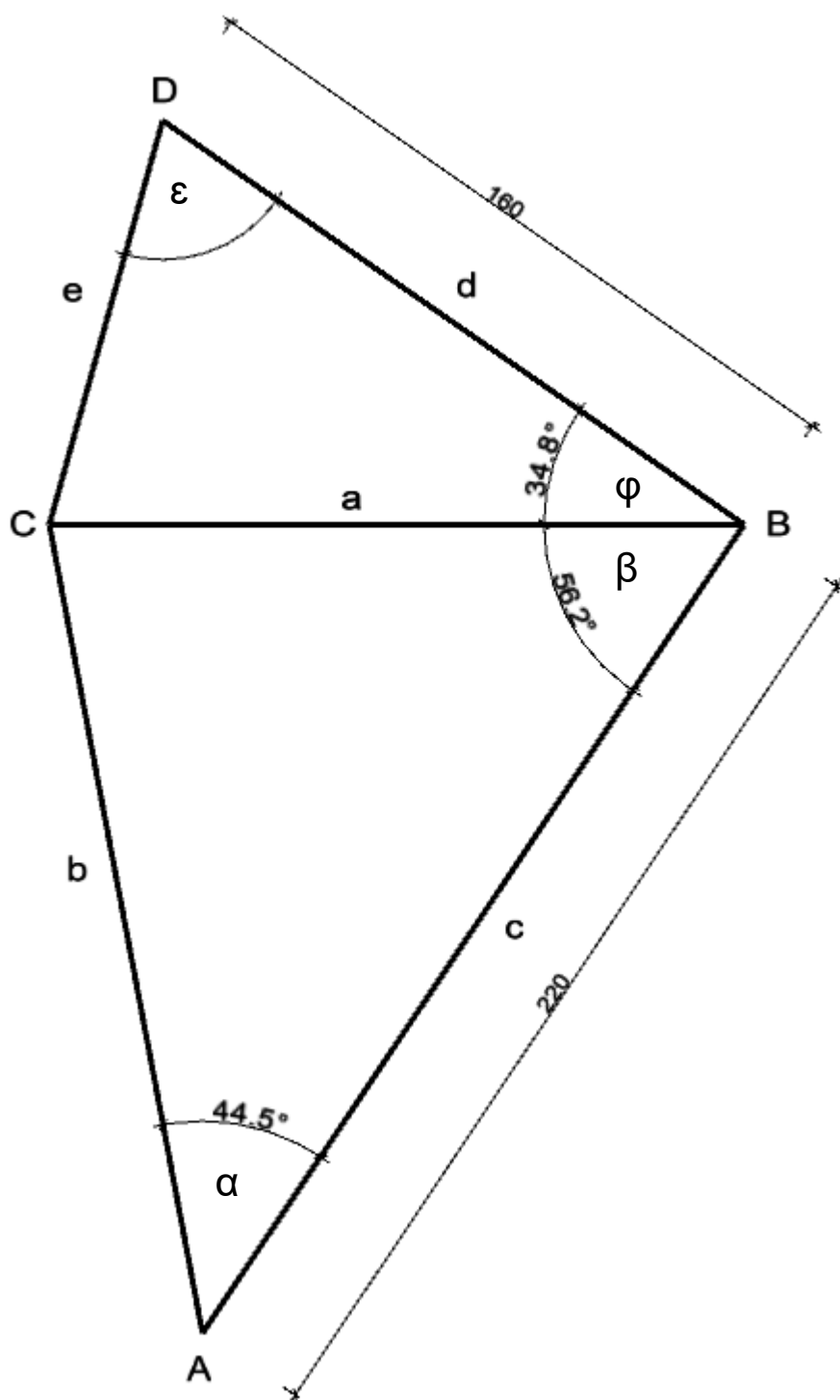
$$V_{Kugelabschnitt} = \frac{\pi}{3} h^2 (3R - h) = \frac{\pi}{3} * (0,5m)^2 * (3 * 1,5m - 0,5m) = 1,047m^3$$

$$V_{Gesamtkörper} = V_{Zylinder} + V_{Kugel} - V_{Kugelabschnitt}$$

$$V_{Gesamtkörper} = 42,412m^3 + 14,147m^3 - 1,047m^3 = 55,512m^3$$

Aufgabe 5

Gegeben ist ein Vieleck ABCD mit folgenden Angaben. Berechnen Sie Strecke a und Winkel ε



$$\gamma = 180^\circ - 56,2^\circ - 44,5^\circ = 79,3^\circ$$

$$\frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$\frac{b}{220} = \frac{\sin 56,2^\circ}{\sin 79,3^\circ}$$

$$\frac{b}{220} = 0,84568863$$

$$b = 186,05 \approx 186$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 * b * c * \cos \alpha$$

$$a^2 = 186^2 + 220^2 - 2 * 186 * 220 * \cos 44,5^\circ$$

$$a^2 = 34596 + 48400 - 2 * 186 * 220 * \cos 44,5^\circ$$

$$a^2 = 24623,58$$

$$a = 156,9 \approx 157$$

$$e^2 = d^2 + a^2 - 2 * d * a * \cos \varphi$$

$$e^2 = 160^2 + 157^2 - 2 * 160 * 157 * \cos 34,8$$

$$e^2 = 25600 + 24649 - 2 * 160 * 157 * \cos 34,8$$

$$e^2 = 8994,46$$

$$e = 94,8 \approx 95$$

$$\frac{e}{a} = \frac{\sin \varphi}{\sin \varepsilon}$$

$$\frac{95}{157} = \frac{\sin 34,8^\circ}{\sin \varepsilon}$$

$$0,6051 = \frac{\sin 34,8^\circ}{\sin \varepsilon}$$

$$\sin \varepsilon = \frac{\sin 34,8^\circ}{0,6051}$$

$$\sin \varepsilon = 0,94318$$

$$\varepsilon = 70,6^\circ$$

Aufgabe 6.1

Gegeben ist eine Formel mit $S_n = S_0(1 + K)^n$ und den Angaben

$$S_0 = 3450; K = 0,075; S_n = 10000$$

Berechnen sie den Exponenten n

$$S_n = S_0(1 + K)^n$$

$$10000 = 3450 * (1 + 0,075)^n$$

$$(1 + 0,075)^n = \frac{10000}{3450}$$

$$1,075^n = 2,90$$

$$n * \lg 1,075 = \lg 2,90$$

$$n = 14,722$$

Aufgabe 6.2

Berechnen Sie x

$$3^{x+1} - 2 = -3^{x+2}$$

$$3^{x+1} + 3^{x+2} = 2$$

$$3^x * 3 + 3^x * 9 = 2$$

$$3^x * 12 = 2$$

$$3^x = \frac{2}{12}$$

$$x * \lg 3 = \lg \frac{2}{12}$$

$$x = -1,631$$