Rekonstruktion Matheprüfung Grundstudium vom 22.11.2020

Aufgabe 1

1.1 Vereinfache den Term so weit wie möglich

$$\frac{2y-12}{x+7}\cdot\frac{5x+35}{y-6}$$

Als erstes ausklammern:

$$\frac{2(y-6)}{x+7}\cdot\frac{5(x+7)}{y-6}$$

Da ein Mal-Punkt dazwischen, kann alles auch unter einen Bruchstrich geschrieben werden.

$$\frac{[2(y-6)]\cdot[5(x+7)]}{(x+7)(y-6)}$$

Nun kann gekürzt werden.

$2\cdot 5=\underline{\underline{10}}$

1.2 Löse die Folgende Gleichung nach x auf

$$x^2+2=\sqrt{x^4+8}$$

Um die Wurzel weg zu bekommen, quadrieren wir die Gleichung

$x^2+2=\sqrt{x^4+8}\quad|\cdot 1^2$

$(x^2+2)^2=(\sqrt{x^4+8})^2$

$(x^2+2)^2=x^4+8$ hier handelt es sich nun um eine Binomische Formel

$x^4+2\cdot 2x^2+4=x^4+8$

$\cancel{x^4}+4x^2+4=\cancel{x^4}+8$ da auf beiden Seiten x^4 steht, kann das weggestrichen werden.

$4x^2+4=8\quad|-4$

$4x^2=4\quad|:4$

$x^2=1\quad|\sqrt{}$

$\underline{\underline{x=1}}$

Rekonstruktion Matheprüfung Grundstudium vom 22.11.2020

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des untenstehenden Gleichungssystems und machen Sie die Probe.

1. $6x = 5y - 15$
2. $2y + 10 = 4x$

Zuerst überlegen wir uns, welches Verfahren wir einsetzen wollen (Additions-, Einsetzungs-, Additionsverfahren). Ich habe mich für das Additionsverfahren entschieden. Dazu überlege ich mir, mit was ich hier multiplizieren muss, damit entweder die X- oder Y-Variable herausfällt.

$\mathrm{I}\ 6x = 5y - 15 \quad | \cdot 2$
$\Pi\ 4x = 2y + 10 \quad | \cdot 3$

$\mathrm{I}\ 12x = 10y - 30$
$\Pi\ 12x = 6y + 30$

$0 = 4y - 60 \quad | + 60$
$60 = 4\mathrm{y} \quad |: 4$
$\underline{15 = \mathrm{y}}$

Einsetzen in eine von beiden Gleichungen:
$\Pi\ 4x = 2 \cdot 15 + 10$
$= 4x = 40 \quad |: 4$
$\underline{\mathrm{x} = 10}$

Probe:

$6 \cdot 10 = 5 \cdot 15 - 15$
$60 = 60\ (wahr)$

$2 \cdot 15 + 10 = 4 \cdot 10$
$40 = 40\ (wahr)$

$\underline{\underline{\mathcal{L} = \{10; 15\}}}$

Rekonstruktion Matheprüfung Grundstudium vom 22.11.2020

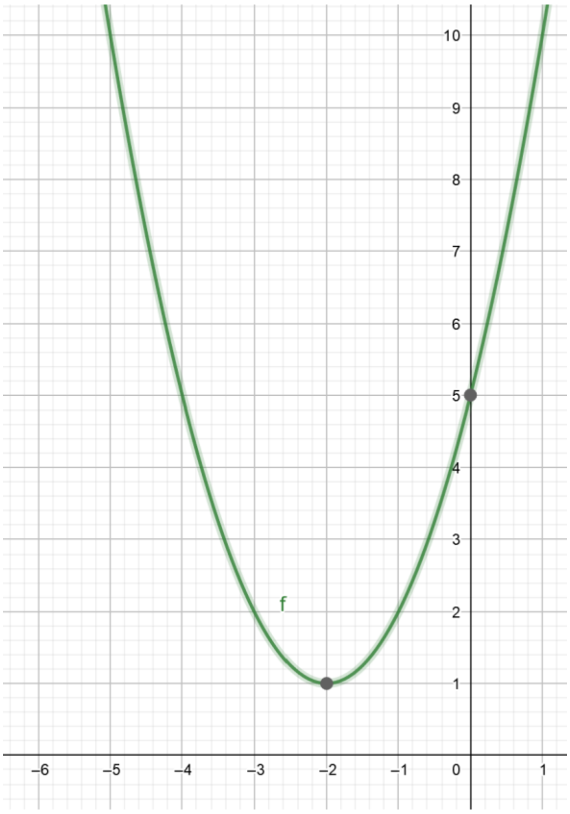
Aufgabe 3

Geben Sie alle Lösungsschritte mit Formel, Zwischenergebnissen und Rechenschritten an.

3.1 Tragen Sie in die untenstehende Tabelle die Werte für $f_{(x)} = x^2 + 4x + 5$ ein und zeichnen den Grafen in das Koordinatensystem.

$f_{(x)} = (-5)^2 + 4 \cdot (-5) + 5$ Wichtig im Taschenrechner die Klammer setzen!

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$f_{(x)}$	10	5	2	1	2	5	10



3.2 Formen Sie die Gleichung in die Scheitelform um und geben den Scheitel rechnerisch an.

Durch quadratische Ergänzung erhält man die Scheitelform $f_{(x)} = (x - r)^2 + s$

$$f_{(x)} = x^2 + 4x + 5$$
$$f_{(x)} = x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 + 5$$
$$f_{(x)} = (x + 2)^2 - 4 + 5$$
$$f_{(x)} = (x + 2)^2 + 1$$

S(-2;1)

3.3 Geben Sie die Funktion der Geraden an, die durch den Scheitel und den Punkt auf der Y-Achse liegt. $g_{(x)} = m \cdot x + b$

P1(-2;1)
P2(0;5)

Steigung berechnen:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{5 - 1}{0 - (-2)}$$

$$m = \frac{4}{2}$$

$$\underline{m = 2}$$

Verschiebung berechnen:

$$g_{(x)} = mx + b \quad | - (mx)$$

$g_{(x)} - mx = b$ Nun setzt man den X und Y Wert von einem Punkt in die Formel. Zur Probe kann man auch beide Punkte einsetzten.

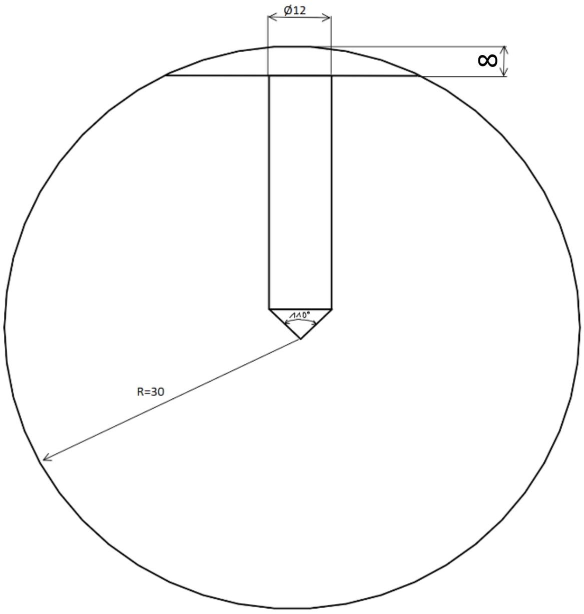
In P1: $5 - 2 \cdot 0 = b$
In P2: $1 - [2 \cdot (-2)] = b$

$\underline{b = 5}$

$$\underline{\underline{g_{(x)} = 2x + 5}}$$

Aufgabe 4

Gegeben ist eine Kugel, von der zuerst eine Kugelkappe von 8mm abgefräst wurde. Danach wurde mit einem Bohrer Ø 12mm in die Kugel gebohrt, bis die Spitze des Bohrers die Mitte der Kugel getroffen hat. Der Gesamte Winkel des Bohrers beträgt 110°.



4.1 Berechne $V_{Restkugel}$.

$$V_{Restkugel} = V_{Kugel} - V_{Kugelkappe} - V_{Bohrspitze} - V_{Bohrung}$$

$$V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi 30^3$$

$$V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\underline{V_{Kugel} = 113097{,}34\ mm^3}$$

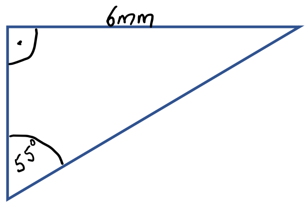
Um Rundungsfehler zu vermeiden, kann man auf dem Taschenrechner wie folgt die Zwischenergebnisse speichern:
Shift > RCL > Buchstabe (A, B, C, …) wählen.

$$V_{Kugelkappe} = \frac{\pi}{3} h^2 (3R - h)$$

$$V_{Kugelkappe} = \frac{\pi}{3} 8^2 (3 \cdot 30 - 8)$$

$$\underline{V_{Kugelkappe} = 5495{,}69\ mm^3}$$

$$V_{Bohrspitze} = \frac{\pi}{12} d^2 \cdot h$$



$$\tan\alpha = \frac{Gegenkathete}{Ankathete} \quad | \cdot Ankathete \; |: \tan\alpha$$

$$Ankathete = \frac{Gegenkathete}{\tan\alpha}$$

$$Ankathete = \frac{6mm}{\tan(55°)}$$

$$\underline{Ankathete = 4{,}2mm}$$

$$V_{Bohrspitze} = \frac{\pi}{12} 12^2 \cdot 4{,}2$$

$$\underline{V_{Bohrspitze} = 158{,}34\ mm^3}$$

$$V_{Bohrung} = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot h$$

$$V_{Bohrung} = \frac{\pi}{4} 12^2 (30 - 8 - 4{,}2)$$

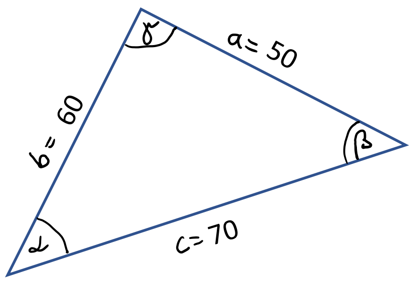
$$\underline{V_{Bohrung} = 2013{,}13\ mm^3}$$

$$V_{Restkugel} = 113097{,}34\ mm^3 - 5495{,}69\ mm^3 - 158{,}34\ mm^3 - 2013{,}13\ mm^3$$

$$\underline{\underline{V_{Restkugel} = 105430{,}18\ mm^3}}$$

Rekonstruktion Matheprüfung Grundstudium vom 22.11.2020

Aufgabe 5



5.1 Berechne die Winkel α, β, γ.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha \qquad | + 2bc \cdot \cos\alpha \ \ | - a^2$$

$$2bc \cdot \cos\alpha = b^2 + c^2 - a^2 \qquad |: 2bc$$

$$\cos\alpha = \frac{(b^2+c^2-a^2)}{(2bc)}$$

$$\alpha = cos^{-1}\frac{(b^2+c^2-a^2)}{(2bc)}$$ Diese Grundformel könnt ihr in die Formelsammlung schreiben.

$$\alpha = cos^{-1}\frac{(60^2+70^2-50^2)}{(2\cdot 60\cdot 70)}$$

$$\underline{\underline{\alpha = 44{,}42°}}$$

$$\beta = cos^{-1}\frac{(c^2+a^2-b^2)}{(2\cdot c\cdot a)}$$

$$\beta = cos^{-1}\frac{(70^2+50^2-60^2)}{(2\cdot 70\cdot 50)}$$

$$\underline{\underline{\beta = 57{,}12°}}$$

$$\gamma = cos^{-1}\frac{(a^2+b^2-c^2)}{(2\cdot a\cdot b)}$$

$$\gamma = cos^{-1}\frac{(50^2+60^2-70^2)}{(2\cdot 50\cdot 60)}$$

$$\underline{\underline{\gamma = 78{,}46°}}$$

5.2 Berechne die Fläche des Dreiecks.

$$A = \frac{1}{2} a \cdot b$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 60$$

$$\underline{\underline{A = 1500\, mm^2}}$$

Aufgabe 6

$f_{(x)} = 10 \cdot \mathrm{e}^{-0,1x}$

1.1 Berechne $f_{(x)}$ für $x = 10$

$$f_{(x)} = 10 \cdot \mathrm{e}^{-0,1 \cdot 10}$$
$$f_{(x)} = 3,679$$

1.2 Berechne x, wenn $f_{(x)} = 5$

$$f_{(x)} = 10 \cdot \mathrm{e}^{-0,1x}$$

$$5 = 10 \cdot \mathrm{e}^{-0,1x} \qquad |: 10$$

$$0,5 = \mathrm{e}^{-0,1x} \qquad |ln$$

$$ln(0,5) = -0,1x\, ln(e) \qquad |: (-0,1) \quad |\ln(e) = 1, kann\ weggelassen\ werden)$$

$$\frac{ln\,(0,5)}{(-0,1)} = x$$

$$\underline{\underline{x = 6,93}}$$

1.3 Berechne den Schnittpunkt $g_{(x)} = 10 \cdot e^{0,1x}$

Falls jemand die Lösung hat, gerne melden 😊