Ivanov_lab6

March 18, 2020

Глава 6 (Иванов Илья, группа 3530901/70203)

1 Теория

Тема данной главы - дискретное косинусное преобразование (ДКП), используемое в MP3 и соответствующих форматах сжатия музыки, в JPEG и подобных форматах изображений, в семействе форматов MPEG для видео.

ДКП во многом похоже на дискретное преобразование Фурье (ДПФ). Изучив работу ДКП, легче разобраться в ДПФ.

1.1 Синтез

Пусть даны список амплитуд и список частот, и надо создать сигнал в виде суммы этих частотных компонент. С объектами из модуля `thinkdsp` есть простой способ выполнения этой операции, называемой синтезом:

[1]:
```
def synthesize1(amps, fs, ts):
    components = [thinkdsp.CosSignal(freq, amp)
                  for amp, freq in zip(amps, fs)]
    signal = thinkdsp.SumSignal(*components)

    ys = signal.evaluate(ts)
    return ys
```

`amps` - список амплитуд, `fs` - список частот, `ts` - последовательность моментов времени, в которых надо оценивать сигнал.

Но в таком виде синтез не поможет в анализе, то есть в обратной задаче: как для данного сигнала определить частотные компоненты и их амплитуды?

1.2 Синтез с массивами

Ещё один способ записи `synthesize`:

[2]:
```
def synthesize2(amps, fs, ts):
    args = np.outer(ts, fs)
    M = np.cos(PI2 * args)
    ys = np.dot(M, amps)
    return ys
```

Эта функция необычна, но делает то же самое. Рассмотрим, как она работает:

1. `np.outer` вычисляет тензорное произведение ts и fs. Результатом будет массив строк для всех элементов `ts` и столбцов для всех элементов `fs`. Каждый элемент массива есть произведение частоты и времени, `ft`.
2. `args` умножается на 2π и берётся `cos`, поэтому каждый элемент результата есть $\cos(2\pi f t)$. Поскольку `ts` работает вниз по столбцам, в каждом столбце будут выборки, взятые с некоторой скоростью из косинусоидального сигнала определённой частоты.
3. `np.dot` поэлементно умножает каждую строку M на `amps` и складывает произведения. В терминах обработки сигналов вычисляется взвешенная сумма частотных компонент.

В результате, каждый элемент `ys` есть сумма четырёх частотных компонент в некий момент времени, умноженная на соответствующую амплитуду. А это именно то, что нам нужно.

Результаты обеих версий `synthesize` одинаковы, но вычисления по правилам линейной алгебры делают код быстрее и компактнее.

1.3 Анализ

Пусть сигнал задан в виде суммы косинусов с неким набором частот. Как найти амплитуду каждой частотной компоненты? Иными словами, как, имея `ys`, `ts` и `fs`, восстановить `amps`?

В терминах линейной алгебры первый шаг аналогичен синтезу: вычислим $M = \cos(2\pi t \otimes f)$. Затем найдём a, при котром $y = Ma$; иначе - решим линейную систему. В NumPy есть `linalg.solve`, делающая именно это.

Код функции для анализа:

[3]:
```
def analyze1(ys, fs, ts):
    args = np.outer(ts, fs)
    M = np.cos(PI2 * args)
    amps = np.linalg.solve(M, ys)
    return amps
```

Первые две строки строят матрицу M, используя `ts` и `fs`. Затем `np.linalg.solve` вычисляет `amps`.

Решить систему линейных уравнений можно, только если матрица квадратная - то есть число уравнений должно совпадать с числом неизвестных.

Этот алгоритм работает, но медленно. Решение системы линейных уравнений требует времени пропорционально n^3, где n - число столбцов в M. Попробуем улучшить ситуацию.

1.4 Ортогональные матрицы

Один из способов решения линейных систем - инверсия матрицы. Обратная квадратная матрица M записывается M^{-1}, и у неё есть свойство $M^{-1}M = I$. I - единичная матрица.

Таким образом, чтобы решить уравнение $y = Ma$, можно умножить обе части на M^{-1}. Это даст:

$$M^{-1}y = M^{-1}Ma.$$

Заменим в правой части $M^{-1}M$ на I:

$$M^{-1}y = Ia.$$

Но умножение I на вектор a даёт a, поэтому:

$$M^{-1}y = a.$$

Значит, если эффективно вычислить M^{-1}, то a найдётся простым умножением матриц. Время работы будет пропорционально n^2, что лучше, чем n^3.

Инвертирование матриц вообще - операция медленная, но в некоторых особых случаях - быстрая. В частности, если M ортогональная, то матрица, обратная M, - просто транспонированная M. В NumPy транспонирование массива выполняется за постоянное время.

1.5 ДКП - IV

M можно сделать ортогональной при тщательном выборе `ts` и `fs`. Для этого есть несколько способов, поэтому существует несколько версий дискретного косинусного преобразования (ДКП).

В простейшем случае можно сдвинуть `ts` и `fs` на пол-единицы. Эта версия называется ДКП-IV.

В результате M получается симметричной и почти ортогональной. Обращённая M будет просто $M/2$. Версия `analyze` для такой M:

[4]:
```
def analyze2(ys, fs, ts):
    args = np.outer(ts, fs)
    M = np.cos(PI2 * args)
    amps = M.dot(ys) / 2
    return amps
```

1.6 Обратное ДКП

Заметим, что `analyze2` и `synthesize2` почти идентичны. Вся разница в том, что в `analyze2` результат делится на 2. Используем это при вычислении обратного ДКП:

[5]:
```
def inverse_dct_iv(amps):
    return dct_iv(amps) * 2
```

`inverse_dct_iv` решает проблему синтеза: берётся вектор амплитуд и возвращается массив сигнала, `ys`.

2 Упражнения

[6]:
```
from __future__ import print_function, division

import thinkdsp
import thinkplot
import thinkstats2

import numpy as np
import scipy.fftpack

import warnings
warnings.filterwarnings('ignore')

import dct

from IPython.display import display
from IPython.html.widgets import interact, fixed
from IPython.html import widgets

PI2 = np.pi * 2

%matplotlib inline
```

2.1 Упражнение 6.1.

In this chapter I claim that analyze1 takes time proportional to n^3 and analyze2 takes time proportional to n^2. To see if that's true, run them on a range of input sizes and time them. In Jupyter, you can use the "magic command" %timeit.

If you plot run time versus input size on a log-log scale, you should get a straight line with slope 3 for analyze1 and slope 2 for analyze2.

You also might want to test dct_iv and scipy.fftpack.dct.

Создадим Гауссов шум и массив `ns`, содержащий степени двойки:

[7]:
```
signal = thinkdsp.UncorrelatedGaussianNoise()
noise = signal.make_wave(duration=1.0, framerate=16384)
noise.ys.shape
```

[7]:
```
(16384,)
```

[8]:
```
ns = 2 ** np.arange(4, 15)
ns
```

[8]:
```
array([   16,    32,    64,   128,   256,   512,  1024,  2048,  4096,
        8192, 16384], dtype=int32)
```

Функция, принимающая на вход результаты временного эксперимента и отображающая их на графике:

[9]:
```
def plot_bests(bests):
    thinkplot.plot(ns, bests)
    thinkplot.config(xscale='log', yscale='log', legend=False)

    x = np.log(ns)
    y = np.log(bests)
    t = scipy.stats.linregress(x,y)
    slope = t[0]

    return slope
```

Протестируем `analyze1`:

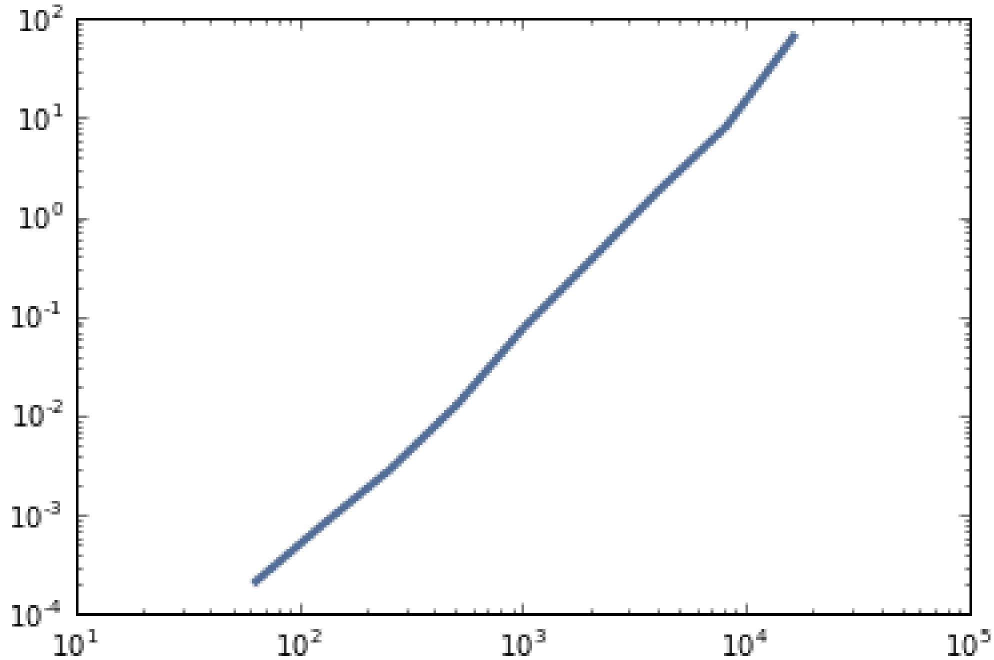
[5]:
```
results = []
for N in ns:
    print(N)
    ts = (0.5 + np.arange(N)) / N
    freqs = (0.5 + np.arange(N)) / 2
    ys = noise.ys[:N]
    result = %timeit -r1 -o dct.analyze1(ys, freqs, ts)
    results.append(result)

bests = [result.best for result in results]
plot_bests(bests)
```

```
64
The slowest run took 20.00 times longer than the fastest. This could mean that
an intermediate result is being cached
1000 loops, best of 1: 215 µs per loop
128
The slowest run took 29.29 times longer than the fastest. This could mean that
an intermediate result is being cached
1000 loops, best of 1: 807 µs per loop
256
100 loops, best of 1: 2.89 ms per loop
512
100 loops, best of 1: 13.1 ms per loop
1024
10 loops, best of 1: 79.2 ms per loop
2048
1 loops, best of 1: 380 ms per loop
4096
1 loops, best of 1: 1.87 s per loop
8192
1 loops, best of 1: 8.21 s per loop
```

```
16384
1 loops, best of 1: 1min 5s per loop
```

[5]: 2.2729126725573052



Уклон близок к 2-ум, а не к 3-ём. Возможно, это из-за того, что производительность `np.linalg.solve` является почти квадратичной в данном диапазоне размеров массива.

При больших размерах массива уклон увеличивается, поэтому, возможно, он в конечном итоге сходится на 3.

Протестируем `analyze2`:

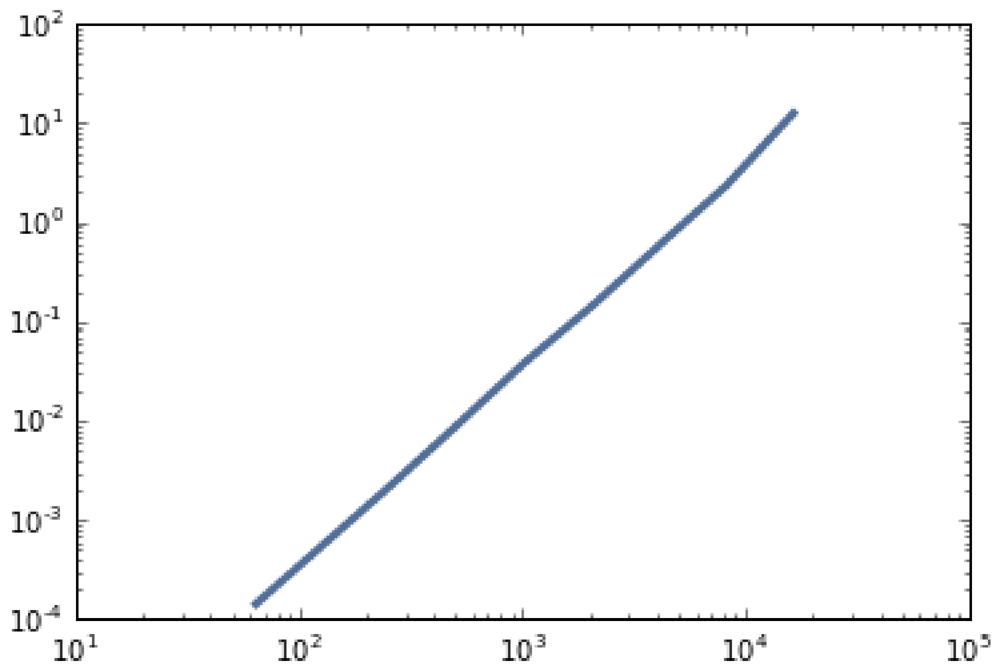
[6]:
```
results = []
for N in ns:
    ts = (0.5 + np.arange(N)) / N
    freqs = (0.5 + np.arange(N)) / 2
    ys = noise.ys[:N]
    result = %timeit -r1 -o dct.analyze2(ys, freqs, ts)
    results.append(result)

bests2 = [result.best for result in results]
plot_bests(bests2)
```

```
1000 loops, best of 1: 143 µs per loop
1000 loops, best of 1: 565 µs per loop
100 loops, best of 1: 2.22 ms per loop
```

```
100 loops, best of 1: 9.16 ms per loop
10 loops, best of 1: 38.8 ms per loop
10 loops, best of 1: 144 ms per loop
1 loops, best of 1: 588 ms per loop
1 loops, best of 1: 2.35 s per loop
1 loops, best of 1: 12.7 s per loop
```

[6]: 2.0312154911232745



Результаты для `analyze2` ожидаемо образуют прямую линию с уклоном, близким к 2.

Протестируем `scipy.fftpack.dct`:

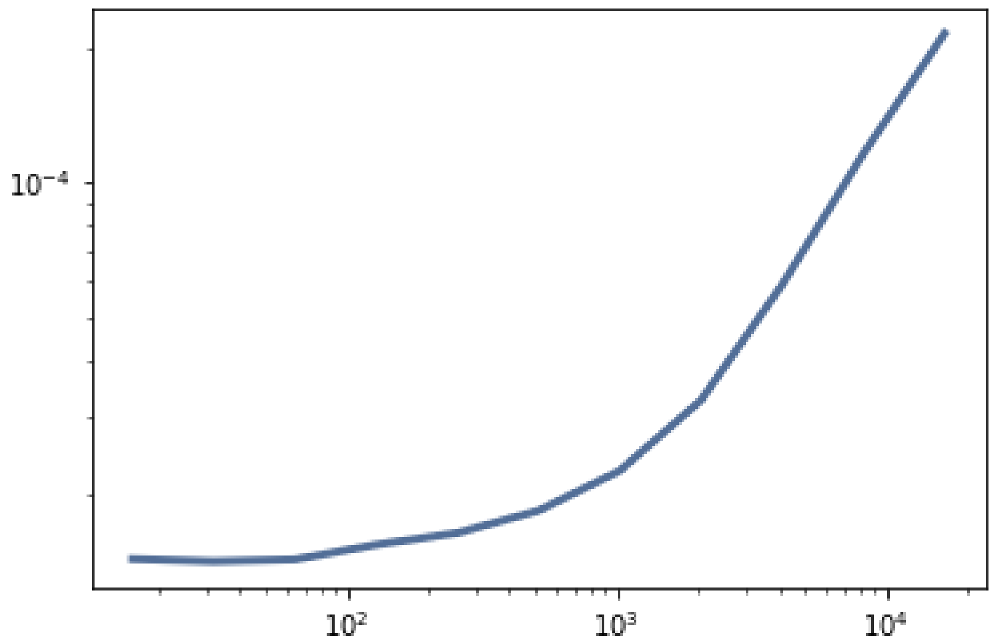
[10]:
```
results = []
for N in ns:
    ys = noise.ys[:N]
    result = %timeit -o scipy.fftpack.dct(ys, type=3)
    results.append(result)

bests3 = [result.best for result in results]
plot_bests(bests3)
```

```
14.7 µs ± 352 ns per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 100000 loops each)
14.5 µs ± 206 ns per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 100000 loops each)
14.9 µs ± 810 ns per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 100000 loops each)
16.2 µs ± 894 ns per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 100000 loops each)
```

```
18 µs ± 1.25 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 100000 loops each)
18.6 µs ± 86.1 ns per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 100000 loops each)
23 µs ± 245 ns per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10000 loops each)
33.2 µs ± 546 ns per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10000 loops each)
61.5 µs ± 2.22 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10000 loops each)
119 µs ± 2.69 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10000 loops each)
226 µs ± 8.46 µs per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 1000 loops each)
```

[10]: 0.36600750588651837



Эта реализация ДКП ощутимо быстрее. Фактически, как мы скоро увидим, время выполнения пропорционально nlog(n).

2.2 Упражнение 6.2.

One of the major applications of the DCT is compression for both sound and images. In its simplest form, DCT-based compression works like this:

1. Break a long signal into segments.
2. Compute the DCT of each segment.
3. Identify frequency components with amplitudes so low they are inaudible, and remove them. Store only the frequencies and amplitudes that remain.
4. To play back the signal, load the frequencies and amplitudes for each segment and apply the inverse DCT.

Implement a version of this algorithm and apply it to a recording of music or speech. How many components can you eliminate before the difference is perceptible?

In order to make this method practical, you need some way to store a sparse array; that is, an array where most of the elements are zero. NumPy provides several implementations of sparse arrays, which you can read about at http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/sparse.html

В качестве примера используем следующую запись скрипки:

[11]:
```
wave = thinkdsp.read_wave('violin.wav')
wave.make_audio()
```

[11]: <IPython.lib.display.Audio object>

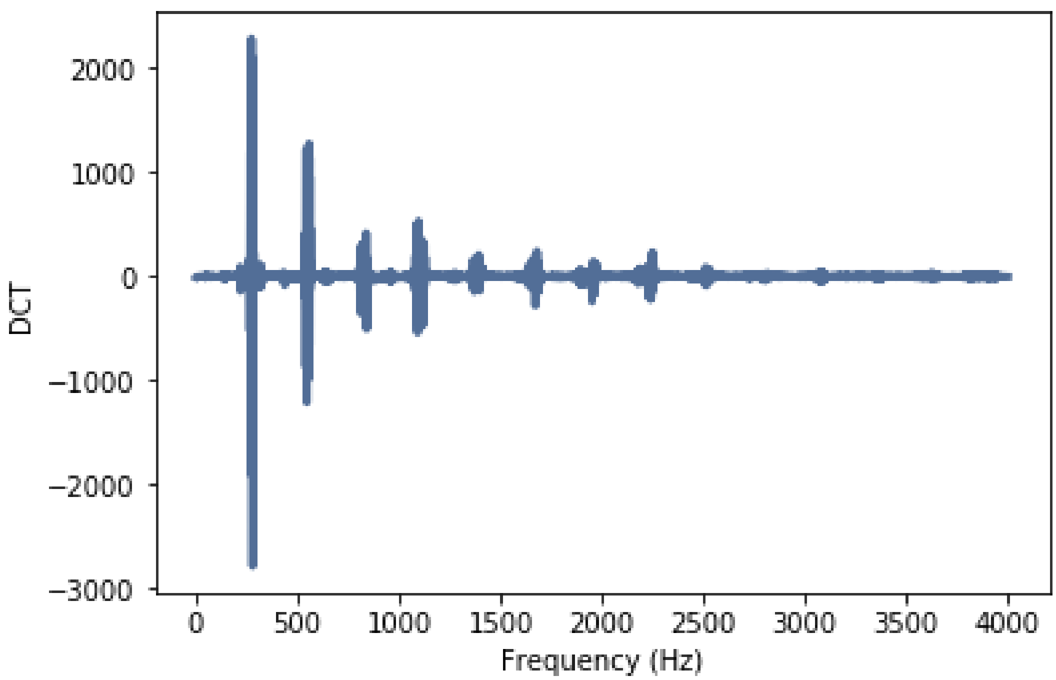
Выделим короткий сегмент:

[12]:
```
segment = wave.segment(start=2, duration=0.5)
segment.normalize()
segment.make_audio()
```

[12]: <IPython.lib.display.Audio object>

Получим ДКП выделенного сегмента:

[13]:
```
seg_dct = segment.make_dct()
seg_dct.plot(high=4000)
thinkplot.config(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='DCT')
```



Видно несколько гармоник с существенной амплитудой и большое кол-во гармоник с амплитудой, близкой к нулю.

Функция, принимающая на вход ДКП и устанавливающая элементы ниже `thresh` в 0:

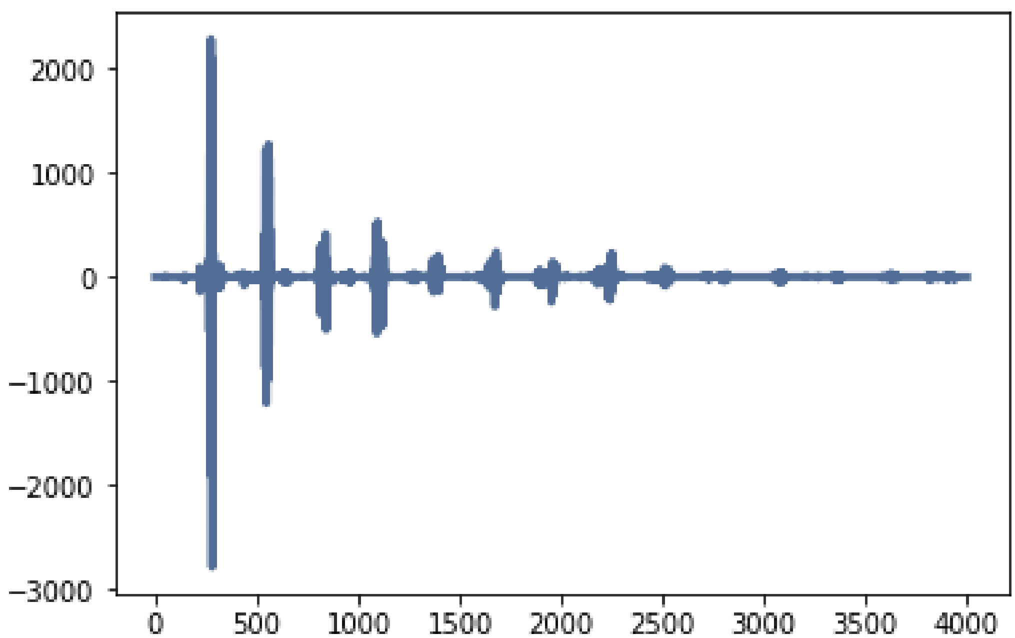
[14]:
```
def compress(dct, thresh=1):
    count = 0
    for i, amp in enumerate(dct.amps):
        if abs(amp) < thresh:
            dct.hs[i] = 0
            count += 1

    n = len(dct.amps)
    print(count, n, 100 * count / n, sep='\t')
```

Применим её к сегменту:

[15]:
```
seg_dct = segment.make_dct()
compress(seg_dct, thresh=10)
seg_dct.plot(high=4000)
```

```
20155    22050    91.40589569160997
```



Исключению подверглось более 90% элементов.

Прослушаем изменённый сегмент:

[16]:
```
seg2 = seg_dct.make_wave()
seg2.make_audio()
```

[16]: <IPython.lib.display.Audio object>

Заметной слуху разницы между сегментами нет.

Чтобы сжать более длинный сегмент, получим спектрограмму ДКП. Следующая функция похожа на `wave.make_spectrogram`, за исключением того, что она использует ДКП:

[17]:
```
def make_dct_spectrogram(wave, seg_length):
    window = np.hamming(seg_length)
    i, j = 0, seg_length
    step = seg_length / 2

    spec_map = {}

    while j < len(wave.ys):
        segment = wave.slice(int(i), int(j))
        segment.window(window)

        t = (segment.start + segment.end) / 2
        spec_map[t] = segment.make_dct()

        i += step
        j += step

    return thinkdsp.Spectrogram(spec_map, seg_length)
```

Получим спектрограмму ДКП и применим `compress` к каждому сегменту:

[18]:
```
spectro = make_dct_spectrogram(wave, 1024)
for t, dct in sorted(spectro.spec_map.items()):
    compress(dct, thresh=0.1)
```

```
1015    1024    99.12109375
1017    1024    99.31640625
1016    1024    99.21875
1016    1024    99.21875
1007    1024    98.33984375
1013    1024    98.92578125
1010    1024    98.6328125
986     1024    96.2890625
993     1024    96.97265625
996     1024    97.265625
988     1024    96.484375
878     1024    85.7421875
831     1024    81.15234375
789     1024    77.05078125
770     1024    75.1953125
776     1024    75.78125
725     1024    70.80078125
```

```
708     1024    69.140625
725     1024    70.80078125
713     1024    69.62890625
731     1024    71.38671875
687     1024    67.08984375
697     1024    68.06640625
...
...
...
654     1024    63.8671875
609     1024    59.47265625
645     1024    62.98828125
688     1024    67.1875
695     1024    67.87109375
709     1024    69.23828125
714     1024    69.7265625
722     1024    70.5078125
737     1024    71.97265625
749     1024    73.14453125
767     1024    74.90234375
784     1024    76.5625
781     1024    76.26953125
793     1024    77.44140625
800     1024    78.125
829     1024    80.95703125
```

В большинстве сегментов сжатие составляет 70-80%

Преобразуем спектрограмму обратно в wave и прослушаем:

[19]:
```
wave2 = spectro.make_wave()
wave2.make_audio()
```

[19]:
```
<IPython.lib.display.Audio object>
```

Исходная запись:

[20]:
```
wave.make_audio()
```

[20]:
```
<IPython.lib.display.Audio object>
```

Заметной слуху разницы нет.

Заметная разница появляется лишь при увеличении значения `trash` до 20

[21]:
```
for t, dct in sorted(spectro.spec_map.items()):
    compress(dct, thresh=0.2)
```

```
1021    1024    99.70703125
1022    1024    99.8046875
```

```
1024    1024    100.0
1021    1024    99.70703125
1018    1024    99.4140625
1019    1024    99.51171875
1021    1024    99.70703125
1013    1024    98.92578125
1012    1024    98.828125
1012    1024    98.828125
1013    1024    98.92578125
945     1024    92.28515625
926     1024    90.4296875
883     1024    86.23046875
890     1024    86.9140625
...
...
...
896     1024    87.5
870     1024    84.9609375
813     1024    79.39453125
864     1024    84.375
737     1024    71.97265625
689     1024    67.28515625
723     1024    70.60546875
781     1024    76.26953125
787     1024    76.85546875
793     1024    77.44140625
807     1024    78.80859375
810     1024    79.1015625
829     1024    80.95703125
846     1024    82.6171875
846     1024    82.6171875
858     1024    83.7890625
843     1024    82.32421875
852     1024    83.203125
854     1024    83.3984375
887     1024    86.62109375
```

[22]:
```
wave3 = spectro.make_wave()
wave3.make_audio()
```

[22]: <IPython.lib.display.Audio object>

2.3 Упражнение 6.3.

In the repository for this book you will find a Jupyter notebook called `phase.ipynb` that explores the effect of phase on sound perception. Read through this notebook and run the examples. Choose another segment of sound and run the same experiments. Can you find any general relationships between the phase structure of a sound and how we perceive it?

phase.ipynb был просмотрен и разобран.

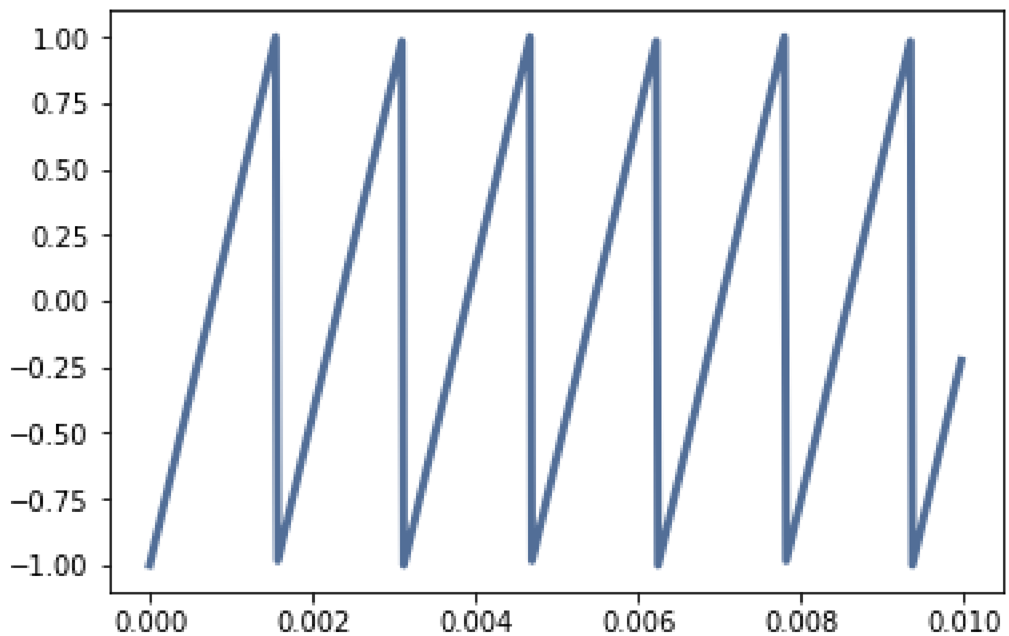
Рассмотрим, какое влияние оказывает изменение фазы на наше восприятие звука, выбрав в качестве примеров другие сегменты, относительно рассмотренных в phase.ipynb.

Начнём с сигнала пилообраной формы:

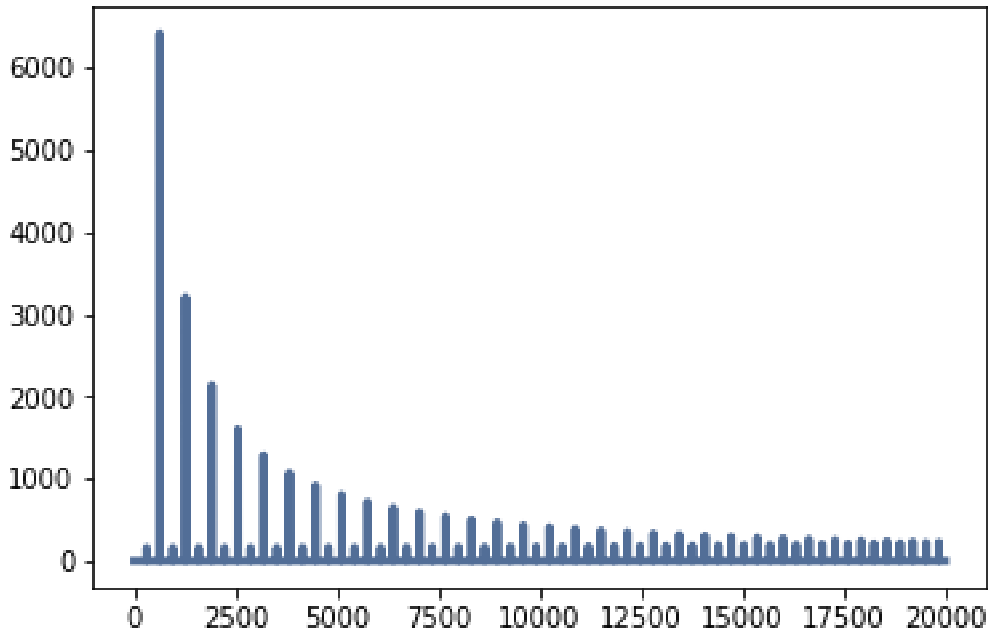
[23]:
```
signal = thinkdsp.SawtoothSignal(freq=640, offset=0)
wave = signal.make_wave(duration=0.5, framerate=40000)
wave.make_audio()
```

[23]: <IPython.lib.display.Audio object>

[24]:
```
wave.segment(duration=0.01).plot()
```



[25]:
```
spectrum = wave.make_spectrum()
spectrum.plot()
```

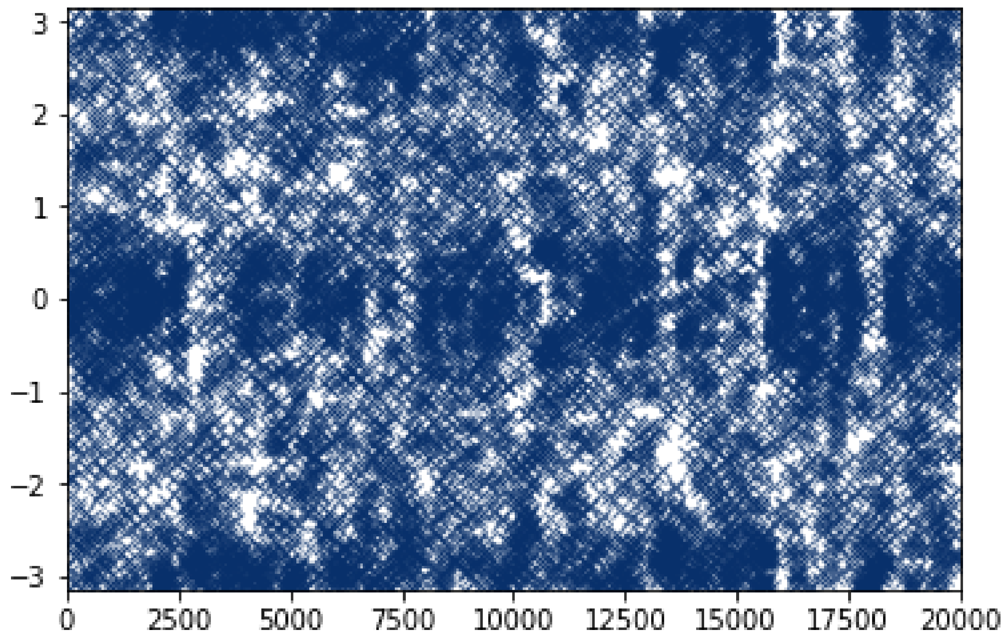


Функция, отображающая угловую часть спектра:

[26]:
```
def plot_angle(spectrum, thresh=1):
    angles = spectrum.angles
    angles[spectrum.amps < thresh] = np.nan
    thinkplot.plot(spectrum.fs, angles, style='x')
    thinkplot.config(xlim=[0, spectrum.max_freq], ylim =[-np.pi, np.pi])
```

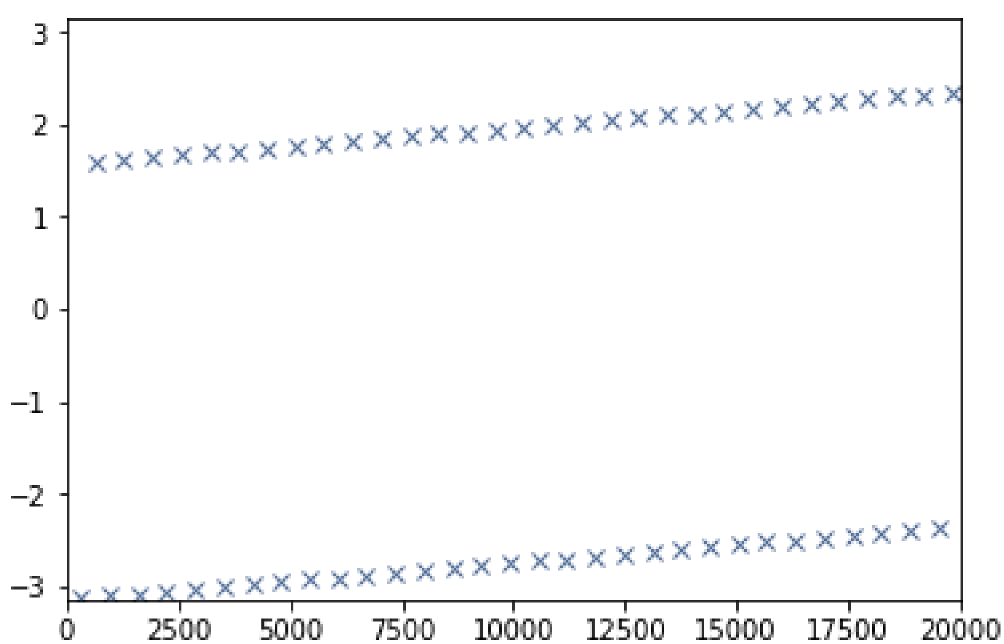
На большинстве частот амплитуда мала, а угол относительно случаен. Так что результат будет весьма беспорядочным:

[27]:
```
plot_angle(spectrum, thresh=0)
thinkplot.config(xlim=[0, spectrum.max_freq], ylim = [-np.pi, np.pi])
```



Но если мы выберем только частоты, на которых угол превышает некий порог, мы увидим, что в углах есть структура. Каждая гармоника смещена от предыдущей на долю радиана:

[28]:
```
plot_angle(spectrum, thresh=1)
thinkplot.config(xlim=[0, spectrum.max_freq], ylim = [-np.pi, np.pi])
```



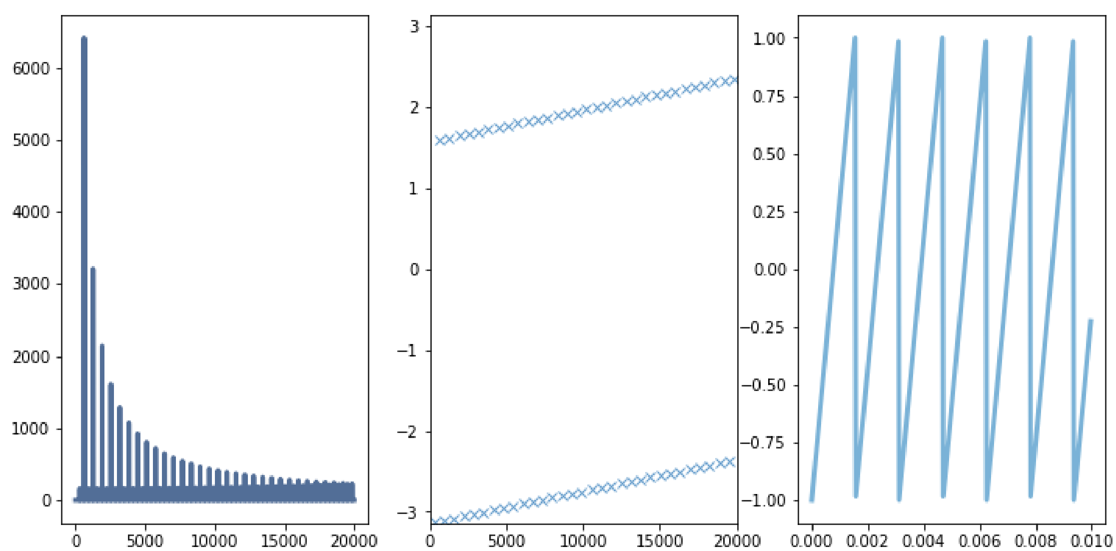
Следующая функция отображает амплитуды, углы и внешний вид волны для данного спектра:

[29]:
```
def plot_three(spectrum, thresh=1):
    thinkplot.preplot(cols=3)
    spectrum.plot()
    thinkplot.subplot(2)
    plot_angle(spectrum, thresh=thresh)
    thinkplot.subplot(3)
    wave = spectrum.make_wave()
    wave.segment(duration=0.01).plot()
    wave.apodize()
    display(wave.make_audio())
```

Визуализируем исходный спектр:

[30]:
```
plot_three(spectrum)
```

<IPython.lib.display.Audio object>

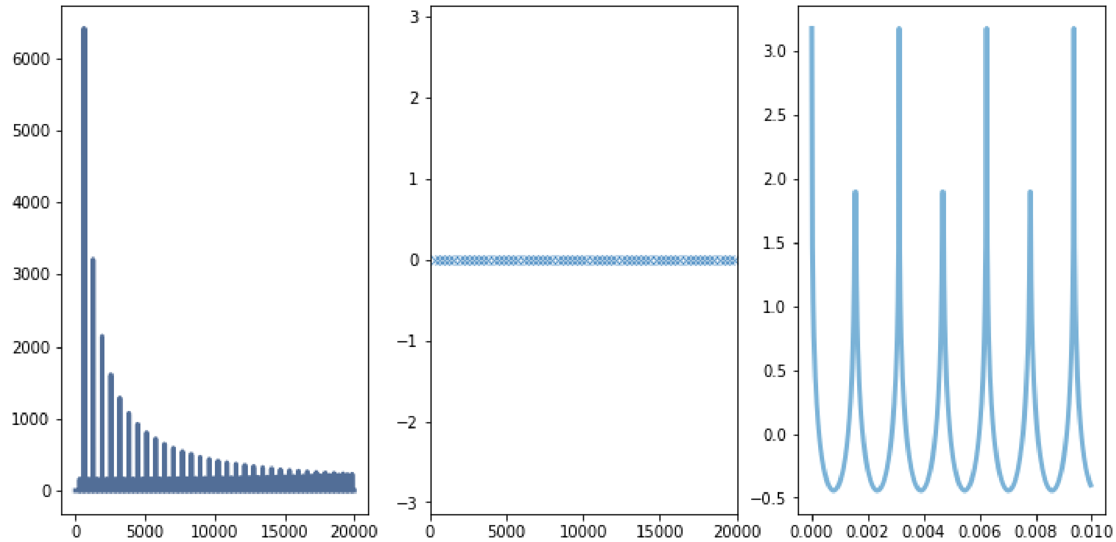


Обнулим все углы и посмотрим на результат:

[31]:
```
def zero_angle(spectrum):
    res = spectrum.copy()
    res.hs = res.amps
    return res
```

[32]:
```
spectrum2 = zero_angle(spectrum)
plot_three(spectrum2)
```

<IPython.lib.display.Audio object>



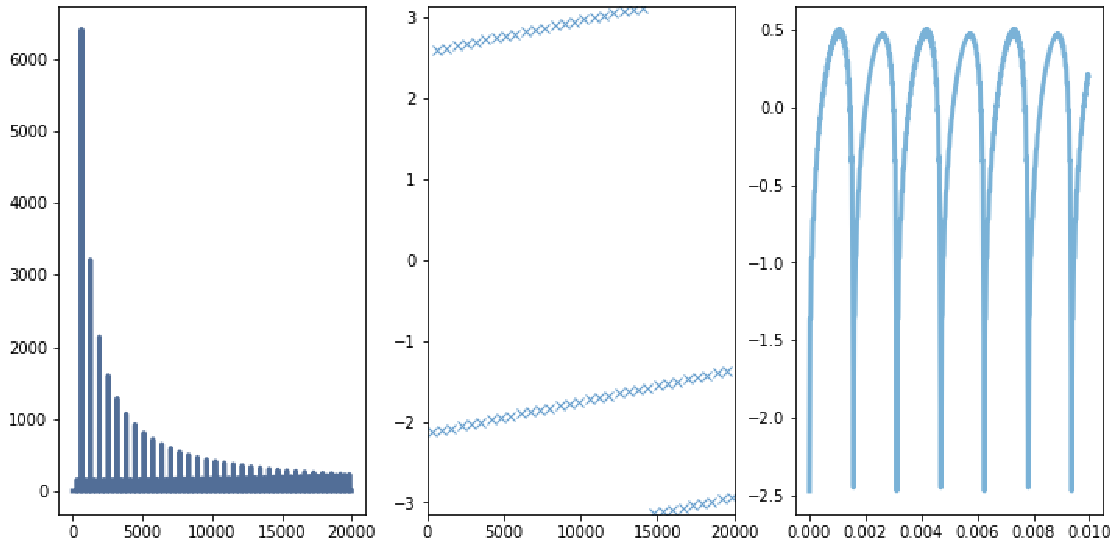
Амплитуды не изменились, все углы стали равны нулю, график волны сильно изменился. Но, при этом, волна звучит почти так же. Единственное заметное отличие заключается в том, что громкость кажется ниже.

Умножение комплексных компонент на $\exp(i\phi)$ даст эффект сложения углов с ϕ:

[33]:
```
def rotate_angle(spectrum, offset):
    res = spectrum.copy()
    res.hs *= np.exp(1j * offset)
    return res
```

[34]:
```
spectrum3 = rotate_angle(spectrum, 1)
plot_three(spectrum3)
```

<IPython.lib.display.Audio object>



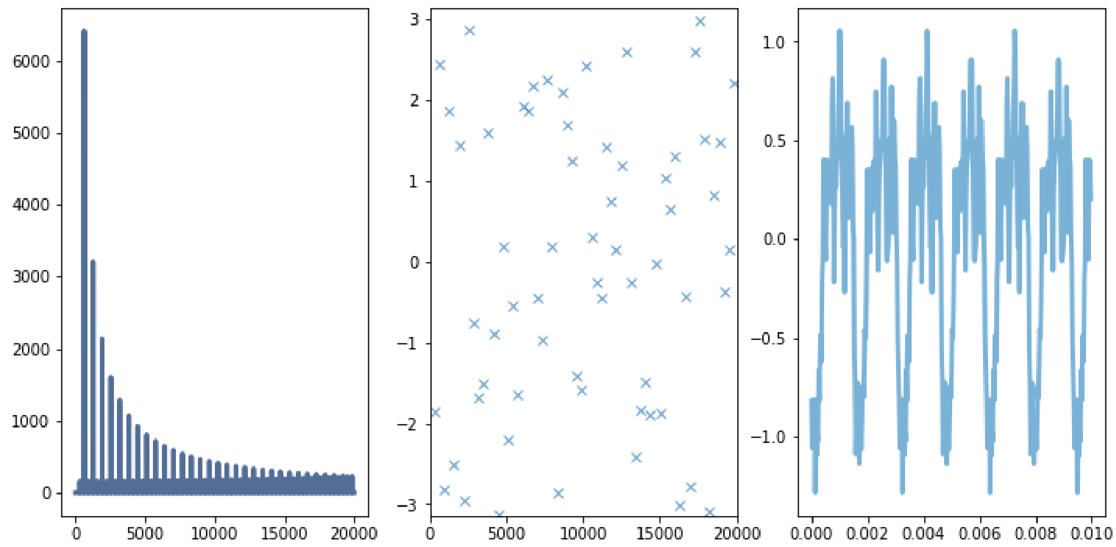
Опять же, график волны сильно отличается от предыдущих, но воспиринимается звук при этом почти также.

Теперь зададим углам случайные значения:

[35]:
```
def random_angle(spectrum):
    res = spectrum.copy()
    angles = np.random.uniform(0, PI2, len(spectrum))
    res.hs *= np.exp(1j * angles)
    return res
```

[36]:
```
spectrum4 = random_angle(spectrum)
plot_three(spectrum4)
```

```
<IPython.lib.display.Audio object>
```



Воспринимаемый звук всё ещё остаётся почти неизменным.

С более естественными звуками результаты несколько иные. Рассмотрим следующую запись гобоя:

[37]:
```
wave = thinkdsp.read_wave('120994__thirsk__120-oboe.wav')
wave.make_audio()
```

[37]: <IPython.lib.display.Audio object>

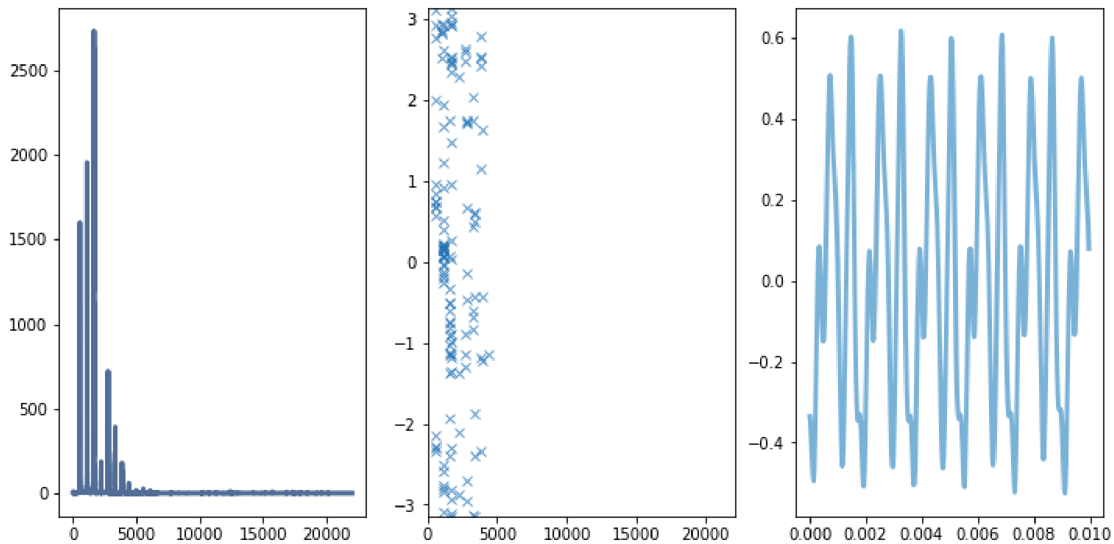
Выделим короткий сегмент:

[38]:
```
segment = wave.segment(start=7.5, duration=0.5)
```

Визуализируем его спектр:

[39]:
```
spectrum = segment.make_spectrum()
plot_three(spectrum, thresh=50)
```

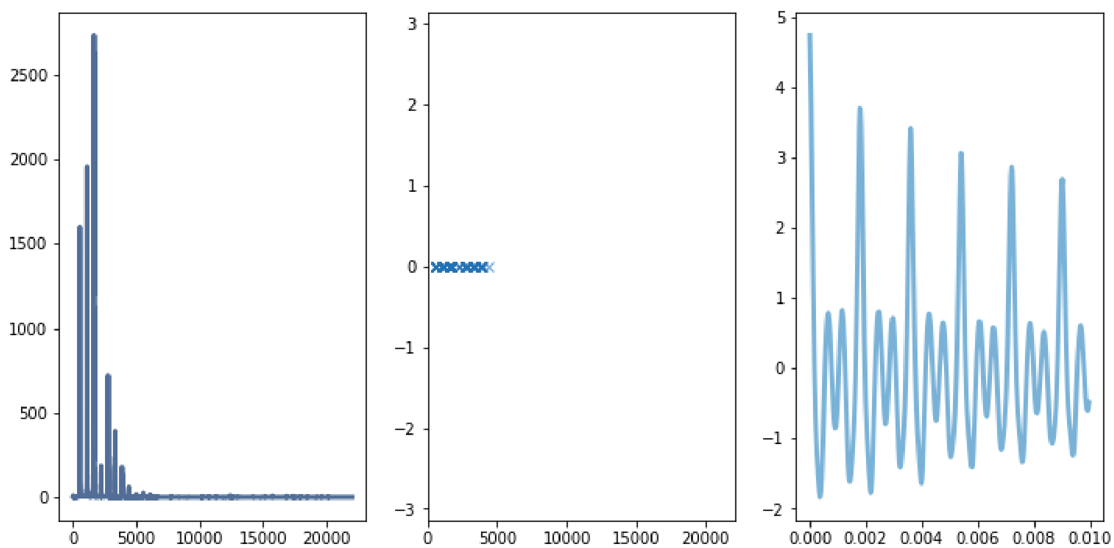
<IPython.lib.display.Audio object>



Обнулим все углы:

[40]:
```
spectrum2 = zero_angle(spectrum)
plot_three(spectrum2, thresh=50)
```

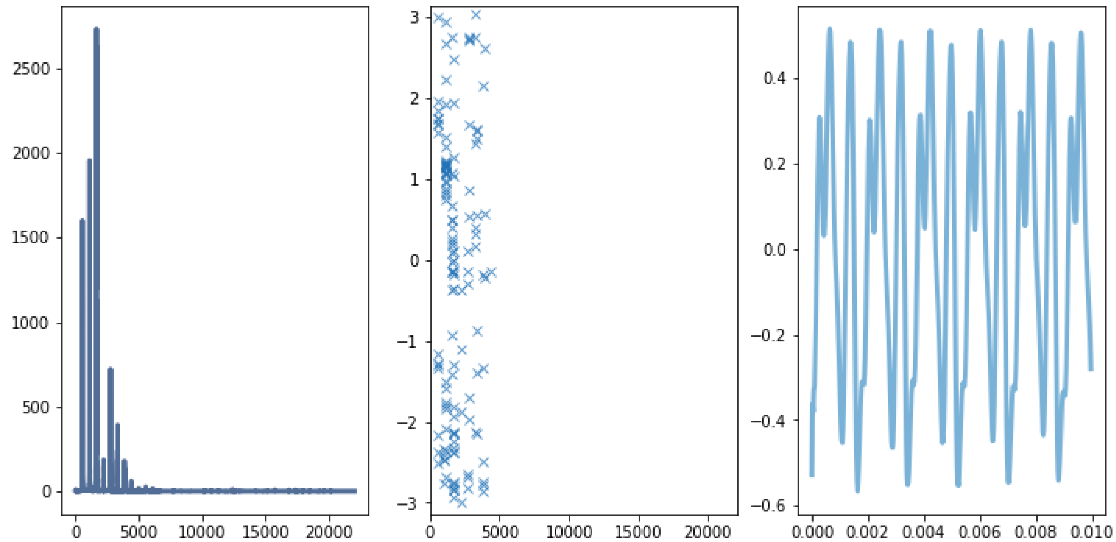
<IPython.lib.display.Audio object>



Повернём углы на 1 радиан:

[41]:
```
spectrum3 = rotate_angle(spectrum, 1)
plot_three(spectrum3, thresh=50)
```

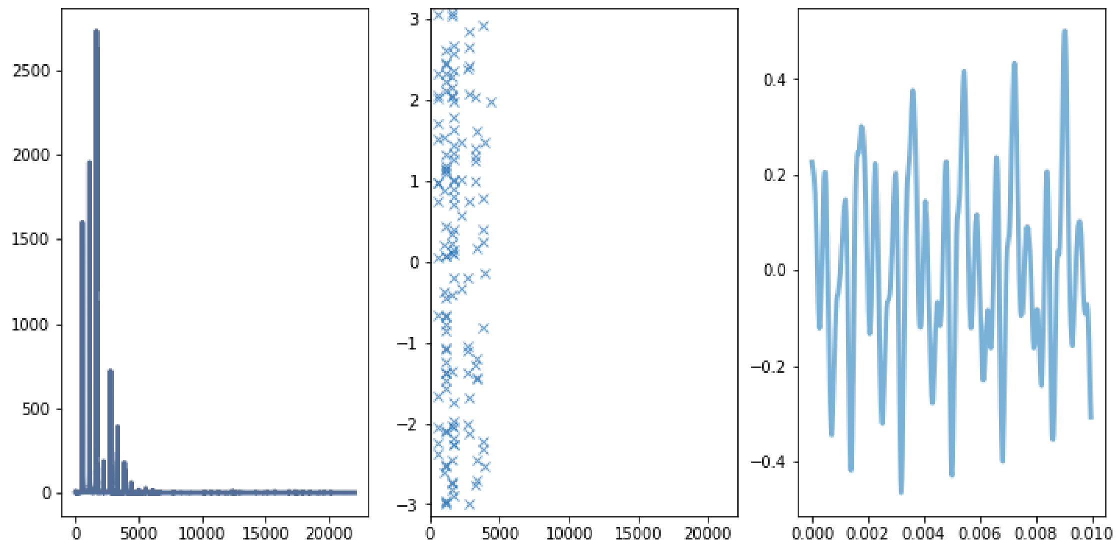
<IPython.lib.display.Audio object>



Зададим углам случайные значения:

[42]:
```
spectrum4 = random_angle(spectrum)
plot_three(spectrum4, thresh=50)
```

<IPython.lib.display.Audio object>



Обнуление углов, кажется, уменьшает громкость, вращение углов не имеет никакого эффекта, а рандомизация углов дает звуку намек на эфирное качество.

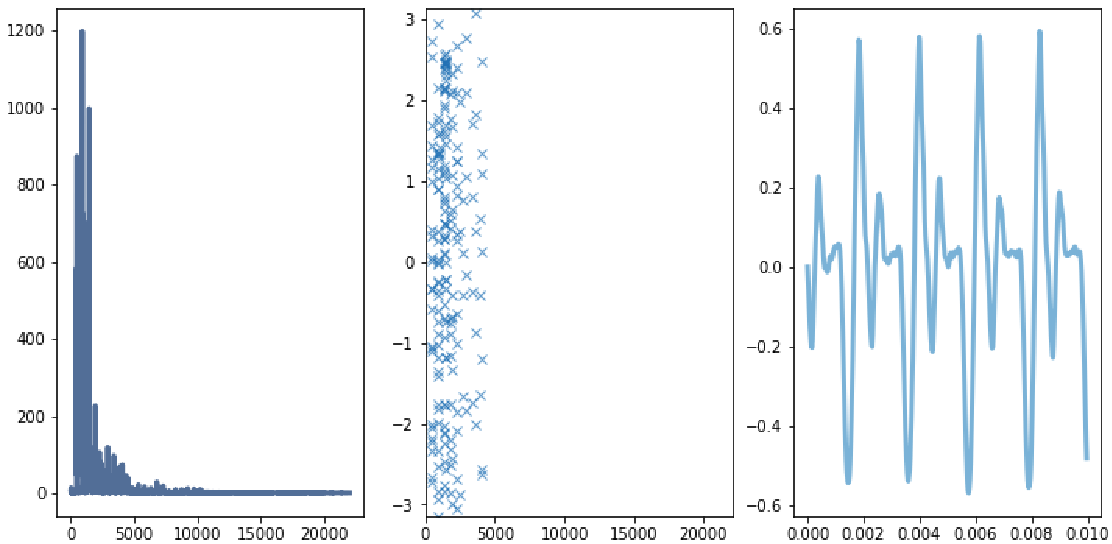
Проделаем те же действия с записью саксофона:

[43]:
```
wave = thinkdsp.read_wave('100475__iluppai__saxophone-weep.wav')
wave.make_audio()
segment = wave.segment(start=2.5, duration=0.5)
```

Визуализируем спектр выделенного сегмента:

[44]:
```
spectrum = segment.make_spectrum()
plot_three(spectrum, thresh=50)
```

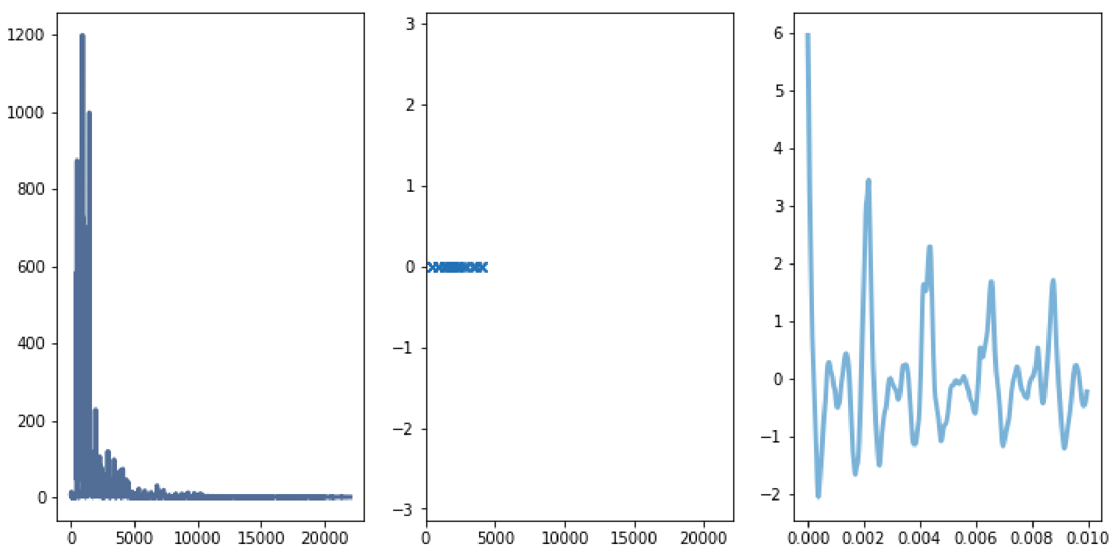
<IPython.lib.display.Audio object>



Обнулим все углы:

[45]:
```
spectrum2 = zero_angle(spectrum)
plot_three(spectrum2, thresh=50)
```

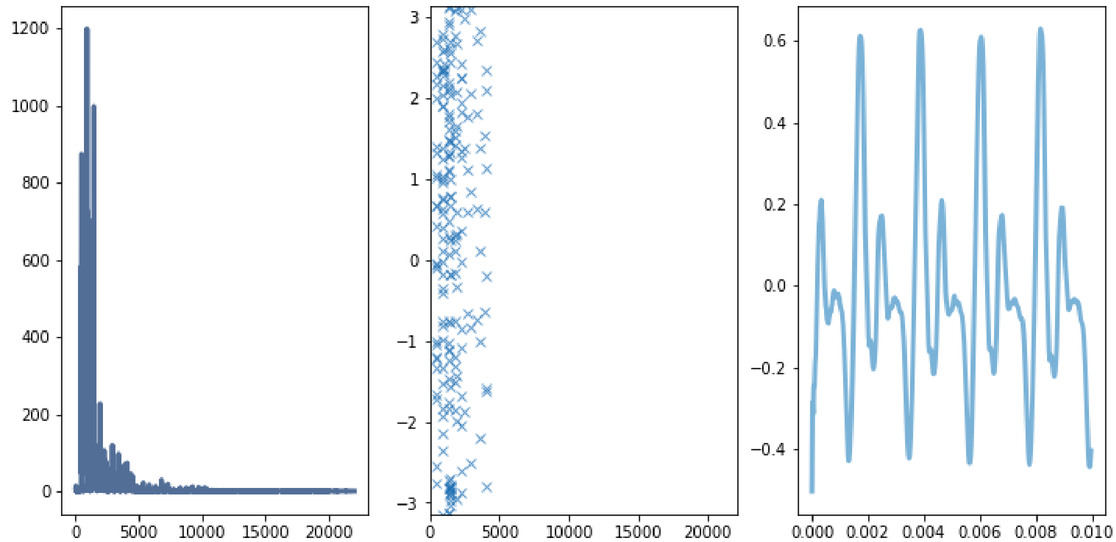
```
<IPython.lib.display.Audio object>
```



Повернём углы на 1 радиан:

[46]:
```
spectrum3 = rotate_angle(spectrum, 1)
plot_three(spectrum3, thresh=50)
```

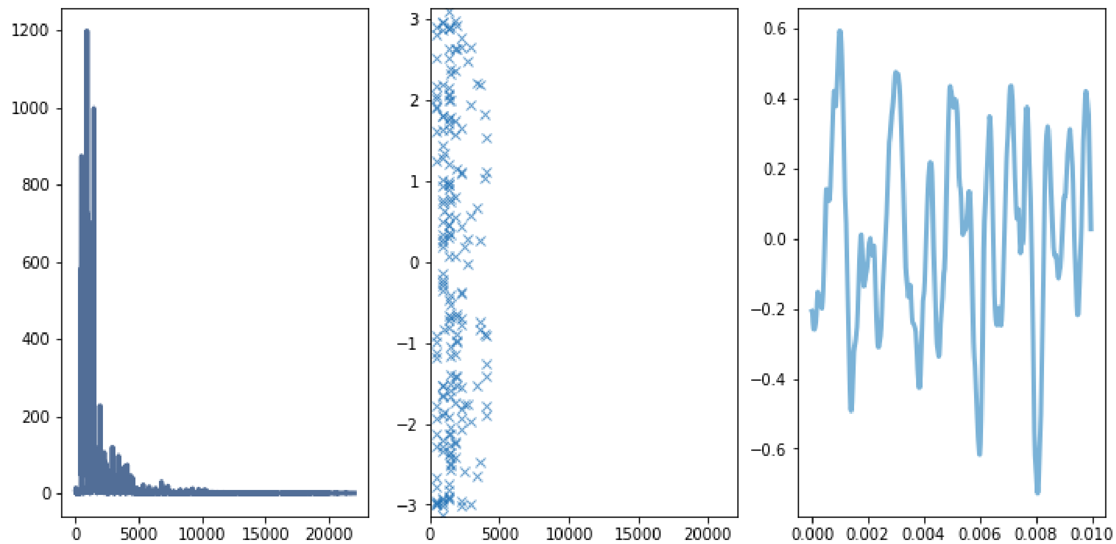
```
<IPython.lib.display.Audio object>
```



Зададим углам случайные значения:

[47]:
```
spectrum4 = random_angle(spectrum)
plot_three(spectrum4, thresh=50)
```

```
<IPython.lib.display.Audio object>
```



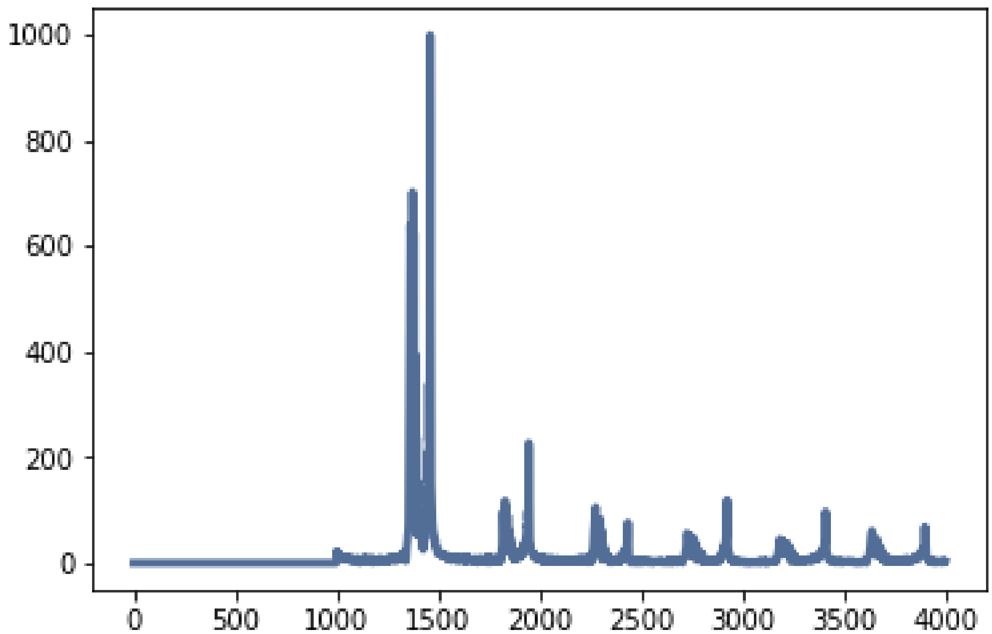
Опять же, обнуление, кажется, уменьшает громкость, вращение не имеет никакого эффекта, а рандомизация добавляет некоторый эффект.

Одним из отличий саксофона от других звуков является то, что основной компонент не является доминирующим. Для таких звуков ухо использует нечто вроде автокорреляции в дополнение к спектральному анализу, и возможно, что этот вторичный режим анализа более чувствителен к фазовой структуре.

Если это так, эффект должен быть более глубоким, когда основная частота отсутствует вообще.

Отфильтруем основную частоту и повторим эксперимент:

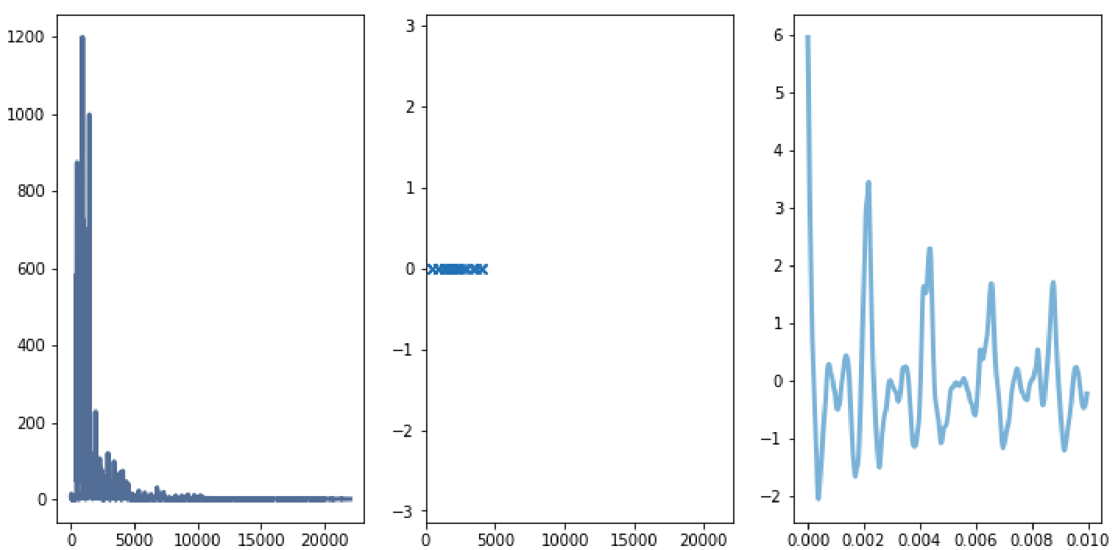
[48]:
```
spectrum.high_pass(1000)
spectrum.plot(high=4000)
```



[49]:

```
plot_three(spectrum2, thresh=50)
```

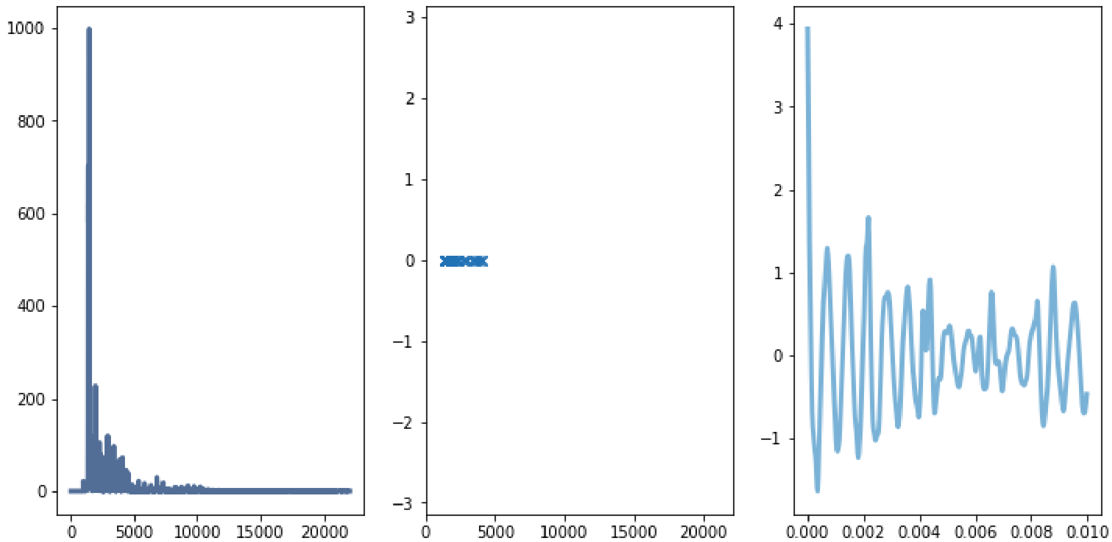
<IPython.lib.display.Audio object>



Обнулим все углы:

[50]:
```
spectrum2 = zero_angle(spectrum)
plot_three(spectrum2, thresh=50)
```

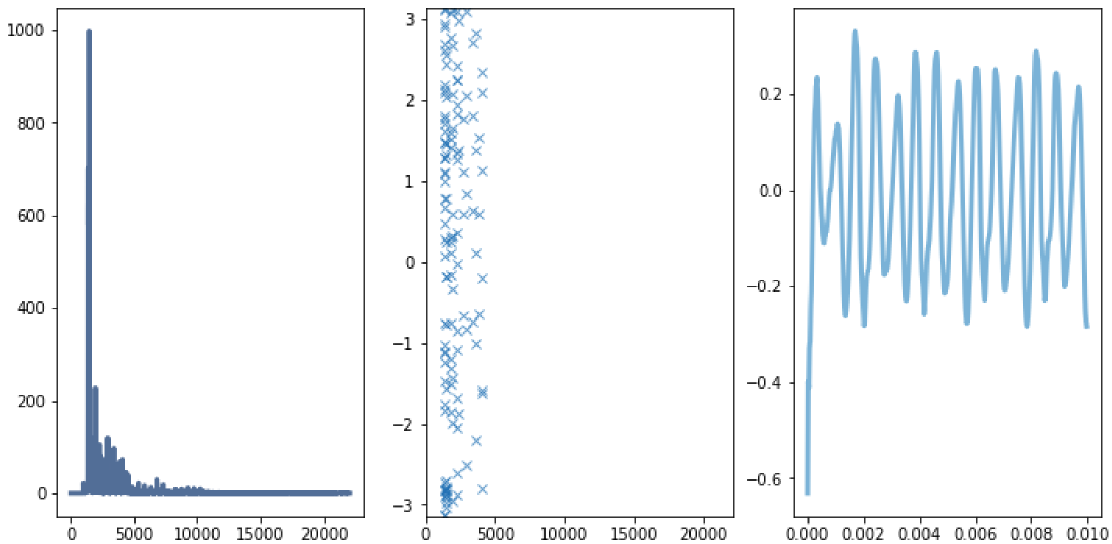
```
<IPython.lib.display.Audio object>
```



Повернём углы на 1 радиан:

[51]:
```
spectrum3 = rotate_angle(spectrum, 1)
plot_three(spectrum3, thresh=50)
```

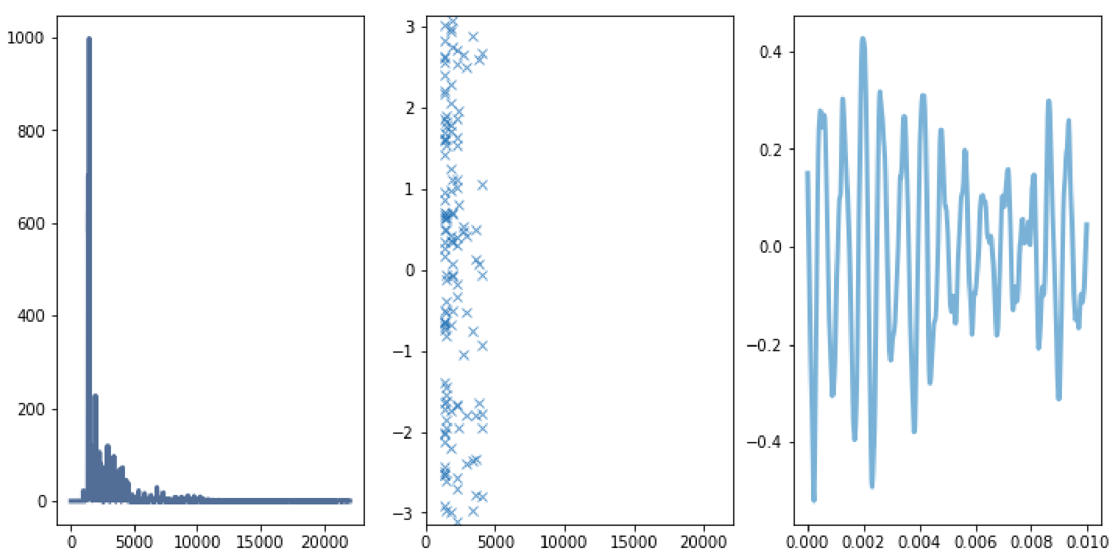
```
<IPython.lib.display.Audio object>
```



Зададим углам случайные значения:

[52]:
```
spectrum4 = random_angle(spectrum)
plot_three(spectrum4, thresh=50)
```

<IPython.lib.display.Audio object>



Для этого сегмента изменение фазовой структуры имеет слышимый эффект, особенно рандомизация.

Если ухо использует что-то вроде автокорреляции для анализа подобных звуков, мы можем ожидать изменения функции автокорреляции при изменении фазовой структуры.

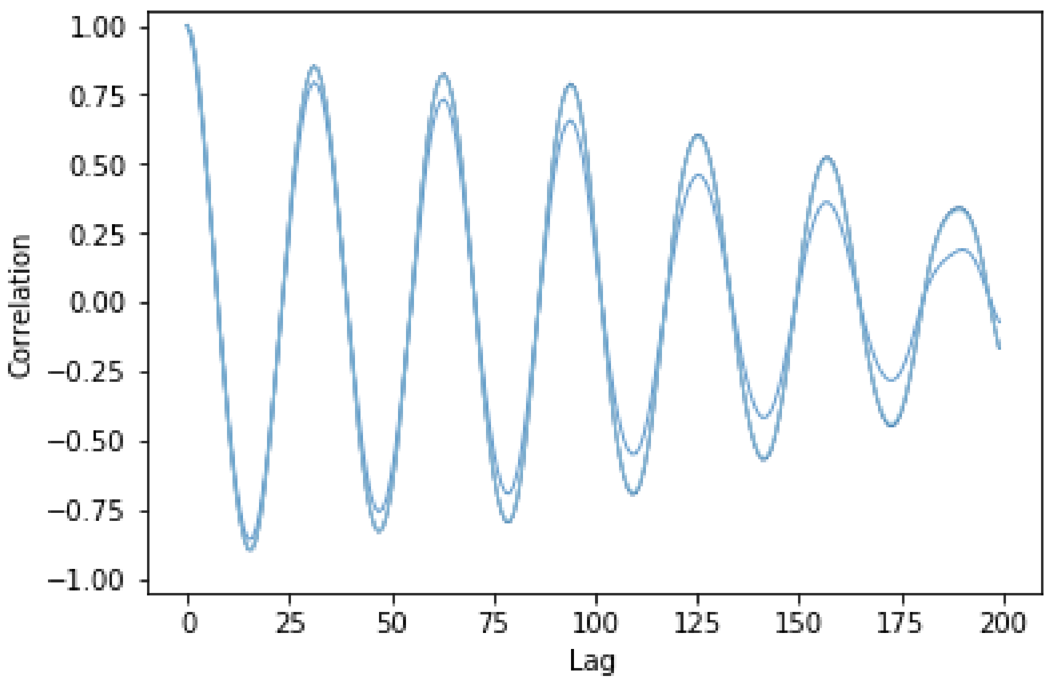
Следующие функции отображают ACF для данных сегментов:

[53]:
```
def autocorr(segment):
    corrs = np.correlate(segment.ys, segment.ys, mode='same')
    N = len(corrs)
    lengths = range(N, N//2, -1)

    half = corrs[N//2:].copy()
    half /= lengths
    half /= half[0]
    return half
```

[54]:
```
def plot_acf(spectrum):
    corrs = autocorr(spectrum.make_wave())
    thinkplot.plot(corrs[:200], linewidth=1)
```

[55]:
```
plot_acf(spectrum)
plot_acf(spectrum2)
plot_acf(spectrum3)
plot_acf(spectrum4)
thinkplot.config(xlabel='Lag', ylabel='Correlation', ylim=[-1.05, 1.05])
```



Изменение фазовой структуры оказывает некоторое влияние на ACF, но там нет ничего, что очевидно бы объясняло изменения в воспринимаемом звуке.

В итоге:

1. По крайней мере для звуков, имеющих простую гармоническую структуру, мы не слышим изменений в фазовой структуре, при условии, что гармоническая структура остаётся неизменной.
2. Возможное исключение - звуки с низкой амплитудой на основной частоте. В этом случае мы используем что-то вроде автокорреляции для восприятия высоты тона и этот анализ может быть более чувствительным к фазовой структуре.
3. Однако в ACF нет ничего очевидного, что объясняло бы этот эффект.

3 Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы было рассмотрено прямое и обратное дискретное косинусное преобразование и их практическое применение.