Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского
Радиофизический факультет. Кафедра Электродинамики.

Отчет по лабораторной работе №7

Измерение импедансов и коэффициентов отражения

Выполнили студенты 430 группы
Виноградов И.Д., Шиков А.П.

Нижний Новгород, 2019

Цель работы: определение импедансов и коэффициентов отражения заданных нагрузок с помощью волноводной измерительной линии.

1. Теоритическая часть

Поле в регулярной линии передач может быть представлено в виде суперпозиции собственных волн вида $\cos(\omega t \pm hz + \varphi)$, или, в комплексном виде: $e^{i(\omega t \pm hz + \varphi)}$.

Важной характеристикой собственной волны (моды) является характеристический импеданс $Z_\perp$, определяющийся как отношение:

$$\mathbf{E}_\perp = Z_\perp[\mathbf{H}_\perp, \mathbf{n}] \tag{1}$$

где $\mathbf{n}$ - единичный вектор в направлении распространения волны. В случае бегущей волны без потерь, $Z_\perp \in \mathbb{R}$. Для нераспространяющихся волн величина $Z_\perp \in \mathbb{C} \Rightarrow Z_\perp = iZ'$ (В частности $Z' > 0$ для волн TE - типа, и $Z' < 0$ для волн TM - типа).

В ЛП с произвольной нагрузкой на конце поле волны представляет собой суперпозицию прямой и обратной волн:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}_\perp, z, t) = \mathbf{E}^+(\mathbf{r}_\perp, z, t) + \mathbf{E}^-(\mathbf{r}_\perp, z, t), \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}_\perp, z, t) = \mathbf{H}^+(\mathbf{r}_\perp, z, t) + \mathbf{H}^-(\mathbf{r}_\perp, z, t), \end{aligned} \tag{2}$$

$\mathbf{E}^+, \mathbf{H}^+$ - распростроняющиеся в положительном направлении, $\mathbf{E}^-, \mathbf{H}^-$ - распростроняющиеся в отрицательном направлении.

В волноводах, для кадого типа волны можно разделить зависимость полей от поперечных ($\mathbf{r}_\perp$) и продольной (z) координат и представить поле каждой из волн в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^\pm(\mathbf{r}_\perp, z, t) = \mathcal{E}(\mathbf{r}_\perp) U^\pm(z, t), \\ \mathbf{H}^\pm(\mathbf{r}_\perp, z, t) = \mathcal{H}(\mathbf{r}_\perp) I^\pm(z, t), \end{aligned} \tag{3}$$

где $\mathcal{E}, \mathcal{H}$ - соответствующим образом нормированные векторные функции, описывающие распределение полей в поперечном сечении волновода. Для скалярных функций имеем:

$$\begin{aligned} U(z, t) = U^+(z, t) + U^-(z, t), \\ I(z, t) = I^+(z, t) + I^-(z, t), \end{aligned} \tag{4}$$

Эти функции в общем случае называют условными напряжением и током. В данной работе будет использоваться коаксиальная линия передач, поэтому можно вкратце описать получение таких токов и напряжений для оаксиальной линии.

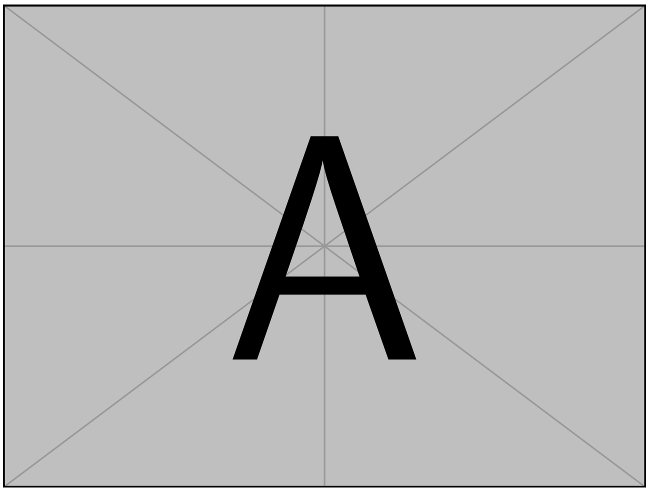

Рис. 1: Поперечное сечение коаксиальной ЛП

В цилиндрической системе координат будем иметь компоненты полей:

$$E_r = \frac{A}{r} e^{iw(t-\frac{z}{v})}, \quad H_\varphi = \frac{E_r}{\eta} \tag{5}$$

где $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ - волновой импеданс среды, $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ - скорость света в среде. Напряжение между проводниками, и ток центрального проводника:

$$U = \int\limits_a^b E_r dr = A ln\frac{b}{a} e^{iw(t-\frac{z}{v})}, \qquad I_a = \frac{c}{4\pi}\oint\limits_L H_\varphi dl = \frac{Ac}{2\eta} e^{iw(t-\frac{z}{v})} \tag{6}$$

При подстановке в (3) можем получить вид функций $\mathcal{E}, \mathcal{H}$:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{r\ ln\ b/a}, \quad \mathcal{H} = \frac{2}{cr}, \tag{7}$$

а при подстановке соотношений (7) в уравнения Максвелла, можно получить телеграфные уравнения:

$$\frac{L}{c^2}\frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial z} = 0, \quad C\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial z} = 0, \tag{8}$$

C, L -погонная емкость и индуктивность:

$$C = \frac{\varepsilon}{2ln\ b/a}, \quad L = 2\mu\ ln\ b/a. \tag{9}$$

При описании мод в токах и напряжениях, удобно ввести волновое сопротивление Z_B, в частности для коаксиальной линии :

$$Z_B = \pm\frac{U^\pm}{I^\pm} = \frac{1}{c}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{c}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\ ln(\frac{b}{a}) \tag{10}$$

Важная информация о структуре поля содержится в отношениях комплексных амплитуд: имепданс Z и коэффициент отражения Γ в сечении z:

$$Z(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = \frac{U^+(z) + U^-(z)}{I^+(z) + I^-(z)}, \quad \Gamma(z) = \frac{U^-(z)}{U^+(z)} = \frac{I^-(z)}{I^+(z)}. \tag{11}$$

В каждом сечении величины Γ и Z связаны соотношениями:

$$Z(z) = Z_B \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}, \quad \Gamma = \frac{Z(z) - Z_B}{Z(z) + Z_B}. \tag{12}$$

Для $\Gamma(z)$ вдоль однородного участка имеем:

$$\Gamma(z) = \frac{U^-(z)}{U^+(z)} = \frac{U^-(z_0)e^{ih(z-z_0)}}{U^+(z_0)e^{-ih(z-z_0)}} = \Gamma(z_0)e^{2ih(z-z_0)}. \tag{13}$$

Тогда для импеданса Z имеем:

$$Z(z) = Z_B \frac{Z(z_0) - iZ_B tg\ (h(z - z_0))}{Z_B - iZ(z_0) tg\ (h(z - z_0))}. \tag{14}$$

Амплитуды напряжения и тока на однородном участке меняются периодически (с периодом $\lambda_B/2, \lambda_B = 2\pi/h$):

$$|U(z)| = \left|U^+(z)\right| \left|1 + \Gamma z_0 e^{2ih(z-z_0)}\right|, \quad \left|U^+(z)\right| = const, \tag{15}$$

$$|I(z)| = \left|I^+(z)\right| \left|1 - \Gamma z_0 e^{2ih(z-z_0)}\right|, \quad \left|I^+(z)\right| = const, \tag{16}$$

Из (15) и (16) видно, что амплитуды тока и напряжения осциллируют в противофазе. Расстояние между ближайшими узлами равно $\lambda_B/2$. Т.е. измеряя положение ближних пучностей, можно определить длину волны в волноводе.

Коэффициент стоячести волны **КСВ** вводится как отношение:

$$\mathbf{КСВ} = K = \frac{|U|_{max}}{|U|_{min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \tag{17}$$

Обратная КСВ велчина - коэффициент бегучести волны $\mathbf{КБВ} = \frac{1}{K}$.

Выражая из (17) $|\Gamma|$ через K получаем:

$$|\Gamma| = \frac{K - 1}{K + 1}. \tag{18}$$

Вычисляя входной импеданс Z_{BX} отрезка ЛП с длиной l и волновым импедансом Z_B по заданному импедансу нагрузки Z_H на конце получаем:

$$Z_{BX} = Z(z_0 - l) = Z_B \frac{Z_H + iZ_B\ tg\ hl}{Z_B + iZ_H\ tg\ hl}. \tag{19}$$

2. Экспериментальная часть

В работе для измерения импедансов и коэффициентов отражения будет использоваться измерительная линия (коаксиальная линия), к которой с одной сторноы будет подключен генератор СВЧ диапозона, а к другому - нагрузка с импедансом Z_H. Измерительная линия снабжена зондом, позволяющим измерять значение напряжения на оси ИЛ. Т.к. детектор нелинейным, то сначала будет составлен градуировочный график для дальнейшего использования показаний детектора.

Оборудование

- Генератор СВЧ диапозона
- Измерительный зонд
- Измерительная линия Р1-22 с волновым сопротивлением $Z_B = 50$ Ом
- Набор нагрузок (резистор, конденсатор, короткое замыкание, коаксиальная линия с диэлектриком)

Градуировка

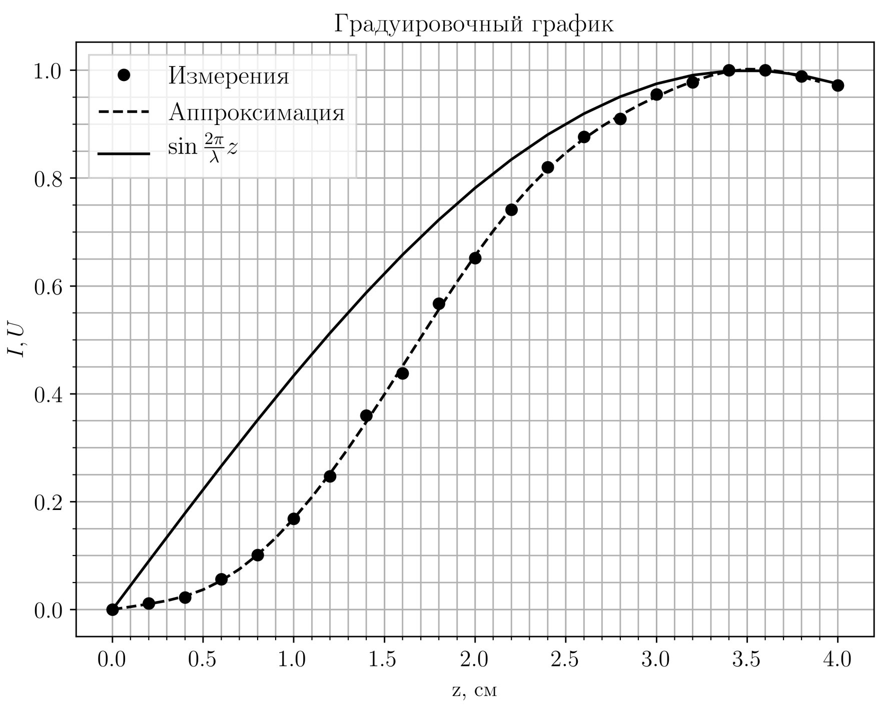

Рис. 2

Формула расчета импеданса нагрузки:

$$Z_H = Z_B \frac{i + K\ tg(\frac{2\pi}{\lambda_B}\Delta z_{min})}{iK + tg(\frac{2\pi}{\lambda_B}\Delta z_{min})} \tag{20}$$

Формула расчета коэффициента отражения:

$$\Gamma = \frac{Z(z) - Z_B}{Z(z) + Z_B} \tag{21}$$

В основном, работа производилась при частоте генератора $f = 2$ ГГц.

2.1. Задание 1

Определение координаты условного конца.

К волноводу подключается закорачивающий элемент, после чего с помощью измерительного прибора находится положение, в котором показания минимальны (соответствует узлу стоячей волны):

$$z^0_{min} = \frac{24.3 + 23.3}{2} = 23.8\ cm$$

2.2. Задание 2

Определение длины волны в волноводе.

Измерение минимального расстояния между двумя узлами стоячй волны. Это расстояние соответствует половине длине волны λ_B:

$$\lambda_B = 15.1\ cm$$

2.3. Задание 3

Измерение импеданса эталонов (коаксиальной линии с внутренним радиусом $a = 4\,mm$, и внешним $b = 17\ mm$).

$$\textbf{КСВ} : K = \frac{U_{max}}{U_{min}}$$

Тип нагрузки	z^0_{min}, см	Δz_{min}, см	I_{min}	I_{max}	K	Z_H	Γ
Свободный	23.8	6.25	4 ($\to$ 0)	160	∞	$28.87i$	Γ
Замкнутый	23.8	3	2 ($\to$ 0)	168	∞	-153.89i	-0.97

Теоретический расчет входного импеданса эталона:

Волновой импеданс коаксиальной линии($\varepsilon \simeq 1$):

$$Z^0_{BX} = \frac{138}{\sqrt{\varepsilon}}\ lg(b/a) \simeq 86 \tag{22}$$

b, a - внутренний и внешний радиус линии.

Свободного:

$$Z_{BX} = -iZ^0_B\ ctg\ hl \simeq 49.65i \tag{23}$$

Закороченного:

$$Z_{BX} = iZ^0_B\ tg\ hl \simeq -148.96i \tag{24}$$

Таким образом, погрешность определения составила для закороченного конца :$\Delta Z \simeq 3\%$, а для свободного: $\Delta Z \simeq 41\%$

2.4. Задание 4

Измерение импеданса эталонов (коаксиальной линии), заполненных диэлектриком.

Тип нагрузки	z^0_{min}, см	Δz_{min}, см	I_{min}	I_{max}	К	Z_H	Г
Свободный	23.8	3.5	4 ($\to$ 0)	162	∞	-475.7i	0.97
Замкнутый	23.8	0.3	5 ($\to$ 0)	136	∞	-6.3i	-0.97

2.5. Задание 5

Измерение импеданса активного сопротивления ($R = 47$ Ом).

Тип нагрузки	z^0_{min}, см	Δz_{min}, см	I_{min}	I_{max}	К	Z_H	Г
Активное сопротивление	23.8	1.9	10	80	2.4	35.7-36.1i	0.008

Так как величина активного сопротивления соответсвует согласованной нагрузке, то, как и ожидалось, $\Gamma \simeq 0$. Чтобы оценить индуктивность подводящих проводов, надо записать импеданс нагрузки в виде, как если бы рассматривалось не только активное сопротивление, но и индуктивность($\omega = 2\pi f$):

$$Z_H = R + i\omega L = 35.7 - 36.1i \tag{25}$$

2.6. Задание 6

Измерение импеданса конденсатора, нахождение собственной частоты колебательного контура.

f,ГГц	z^0_{min}, см	Δz_{min}, см	I_{min}	I_{max}	K	Z_H	Г
2	23.8	5.9	2 ($\rightarrow$ 0)	155	∞		Г
2.015	16.45	-1.75	2 ($\rightarrow$ 0)	35	∞ ??		Г

2.7. Вывод