

Отчет по лабораторной работе №2

Измерение импедансов и коэффициентов отражения

Выполнили студенты 430 группы
Виноградов И.Д., Шиков А.П.

Нижний Новгород, 2019

Цель работы: определение импедансов и коэффициентов отражения заданных нагрузок с помощью волноводной измерительной линии.

1. Теоритическая часть

Поле в регулярной линии передач может быть представлено в виде суперпозиции собственных волн вида $\cos(\omega t \pm hz + \varphi)$, или, в комплексном виде: $e^{i(\omega t \pm hz + \varphi)}$.

Важной характеристикой собственной волны (моды) является характеристический импеданс Z_{\perp} , определяющийся как отношение:

$$\mathbf{E}_{\perp} = Z_{\perp}[\mathbf{H}_{\perp}, \mathbf{n}] \quad (1)$$

где \mathbf{n} - единичный вектор в направлении распространения волны. В случае бегущей волны без потерь, $Z_{\perp} \in \mathbb{R}$. Для нераспространяющихся волн величина $Z_{\perp} \in \mathbb{C} \Rightarrow Z_{\perp} = iZ'$ (В частности $Z' > 0$ для волн TE - типа, и $Z' < 0$ для волн TM - типа).

В ЛП с произвольной нагрузкой на конце поле волны представляет собой суперпозицию прямой и обратной волн:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}_{\perp}, z, t) &= \mathbf{E}^{+}(\mathbf{r}_{\perp}, z, t) + \mathbf{E}^{-}(\mathbf{r}_{\perp}, z, t), \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}_{\perp}, z, t) &= \mathbf{H}^{+}(\mathbf{r}_{\perp}, z, t) + \mathbf{H}^{-}(\mathbf{r}_{\perp}, z, t), \end{aligned} \quad (2)$$

$\mathbf{E}^{+}, \mathbf{H}^{+}$ - распространяющиеся в положительном направлении, $\mathbf{E}^{-}, \mathbf{H}^{-}$ - распространяющиеся в отрицательном направлении.

В волноводах, для кадного типа волны можно разделить зависимость полей от поперечных (\mathbf{r}_{\perp}) и продольной (z) координат и представить поле каждой из волн в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{\pm}(\mathbf{r}_{\perp}, z, t) &= \mathcal{E}(\mathbf{r}_{\perp})U^{\pm}(z, t), \\ \mathbf{H}^{\pm}(\mathbf{r}_{\perp}, z, t) &= \mathcal{H}(\mathbf{r}_{\perp})I^{\pm}(z, t), \end{aligned} \quad (3)$$

где \mathcal{E}, \mathcal{H} - соответствующим образом нормированные векторные функции, описывающие распределение полей в поперечном сечении волновода. Для скалярных функций имеем:

$$\begin{aligned} U(z, t) &= U^{+}(z, t) + U^{-}(z, t), \\ I(z, t) &= I^{+}(z, t) + I^{-}(z, t), \end{aligned} \quad (4)$$

Эти функции в общем случае называют условными напряжением и током. В данной работе будет использоваться коаксиальная линия передач, поэтому можно вкратце описать получение таких токов и напряжений для оаксиальной линии. В цилиндрической системе координат будем иметь компоненты полей:

$$E_r = \frac{A}{r} e^{i\omega(t - \frac{z}{v})}, \quad H_{\varphi} = \frac{E_r}{\eta} \quad (5)$$

где $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ - волновой импеданс среды, $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ - скорость света в среде. Напряжение между проводниками, и ток центрального проводника:

$$U = \int_a^b E_r dr = A \ln \frac{b}{a} e^{iw(t-\frac{z}{v})}, \quad I_a = \frac{c}{4\pi} \oint_L H_\varphi dl = \frac{Ac}{2\eta} e^{iw(t-\frac{z}{v})} \quad (6)$$

При подстановке в (3) можем получить вид функций \mathcal{E}, \mathcal{H} :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{r \ln b/a}, \quad \mathcal{H} = \frac{2}{cr}, \quad (7)$$

а при подстановке соотношений (7) в уравнения Максвелла, можно получить телеграфные уравнения:

$$\frac{L}{c^2} \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial z} = 0, \quad C \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial z} = 0, \quad (8)$$

C, L - погонная емкость и индуктивность:

$$C = \frac{\varepsilon}{2 \ln b/a}, \quad L = 2\mu \ln b/a. \quad (9)$$

При описании мод в токах и напряжениях, удобно ввести волновое сопротивление Z_B , в частности для коаксиальной линии :

$$Z_B = \pm \frac{U^\pm}{I^\pm} = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \left(\frac{b}{a} \right) \quad (10)$$

Важная информация о структуре поля содержится в отношениях комплексных амплитуд: импеданс Z и коэффициент отражения Γ в сечении z :

$$Z(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = \frac{U^+(z) + U^-(z)}{I^+(z) + I^-(z)}, \quad \Gamma(z) = \frac{U^-(z)}{U^+(z)} = \frac{I^-(z)}{I^+(z)}. \quad (11)$$

В каждом сечении величины Γ и Z связаны соотношениями:

$$Z(z) = Z_B \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}, \quad \Gamma = \frac{Z(z) - Z_B}{Z(z) + Z_B}. \quad (12)$$

Для $\Gamma(z)$ вдоль однородного участка имеем:

$$\Gamma(z) = \frac{U^-(z)}{U^+(z)} = \frac{U^-(z_0) e^{ih(z-z_0)}}{U^+(z_0) e^{-ih(z-z_0)}} = \Gamma(z_0) e^{2ih(z-z_0)}. \quad (13)$$

Тогда для импеданса Z имеем:

$$Z(z) = Z_B \frac{Z(z_0) - iZ_B \operatorname{tg}(h(z-z_0))}{Z_B - iZ(z_0) \operatorname{tg}(h(z-z_0))}. \quad (14)$$

Амплитуды напряжения и тока на однородном участке меняются периодически (с периодом $\lambda_B/2, \lambda_B = 2\pi/h$):

$$|U(z)| = |U^+(z)| |1 + \Gamma(z_0) e^{2ih(z-z_0)}|, \quad |U^+(z)| = \text{const}, \quad (15)$$

$$|I(z)| = |I^+(z)| |1 - \Gamma z_0 e^{2ih(z-z_0)}|, \quad |I^+(z)| = \text{const}, \quad (16)$$

Из (15) и (16) видно, что амплитуды тока и напряжения осциллируют в противофазе. Расстояние между ближайшими узлами равно $\lambda_B/2$. Т.е. измеряя положение ближних пучностей, можно определить длину волны в волноводе.

Коэффициент стоячности волны **КСВ** вводится как отношение:

$$\text{КСВ} = K = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (17)$$

Обратная КСВ величина - коэффициент бегучести волны **КБВ** = $\frac{1}{K}$.

Выражая из (17) $|\Gamma|$ через K получаем:

$$|\Gamma| = \frac{K - 1}{K + 1}. \quad (18)$$

Вычисляя входной импеданс Z_{BX} отрезка ЛП с длиной l и волновым импедансом Z_B по заданному импедансу нагрузки Z_H на конце получаем:

$$Z_{BX} = Z(z_0 - l) = Z_B \frac{Z_H + iZ_B \operatorname{tg} hl}{Z_B + iZ_H \operatorname{tg} hl}. \quad (19)$$

2. Экспериментальная часть

В работе для измерения импедансов и коэффициентов отражения будет использоваться измерительная линия (коаксиальная линия), к которой с одной стороны будет подключен генератор СВЧ диапазона, а к другому - нагрузка с импедансом Z_H . Измерительная линия снабжена зондом, позволяющим измерять значение напряжения на оси ИЛ. Т.к. детектор нелинейным, то сначала будет составлен градуировочный график для дальнейшего использования показаний детектора.

Оборудование

- Генератор СВЧ диапазона
- Измерительный зонд
- Измерительная линия Р1-22 с волновым сопротивлением $Z_B = 50$ Ом
- Набор нагрузок (резистор, конденсатор, короткое замыкание, коаксиальная линия с диэлектриком)

Градуировка

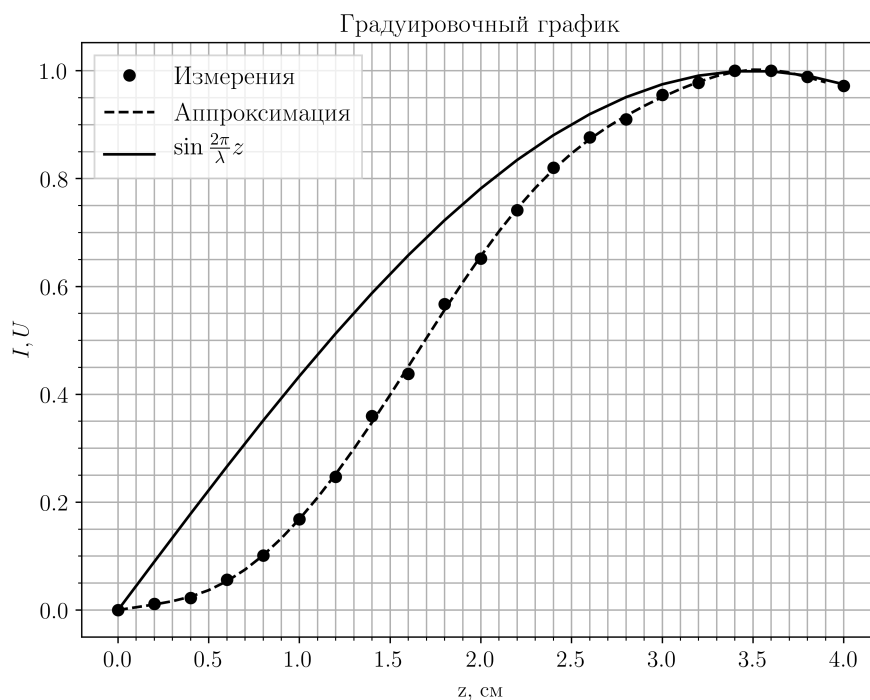


Рис. 1

Формула расчета импеданса нагрузки:

$$Z_H = Z_B \frac{i + K \operatorname{tg}(\frac{2\pi}{\lambda_B} \Delta z_{min})}{iK + \operatorname{tg}(\frac{2\pi}{\lambda_B} \Delta z_{min})} \quad (20)$$

Формула расчета коэффициента отражения:

$$\Gamma = \frac{Z(z) - Z_B}{Z(z) + Z_B} \quad (21)$$

В основном, работа производилась при частоте генератора $f = 2$ ГГц.

2.1. Задание 1

Определение координаты условного конца.

К волноводу подключается закорачивающий элемент, после чего с помощью измерительного прибора находится положение, в котором показания минимальны (соответствует узлу стоячей волны):

$$z_{min}^0 = \frac{24.3 + 23.3}{2} = 23.8 \text{ см}$$

2.2. Задание 2

Определение длины волны в волноводе.

Измерение минимального расстояния между двумя узлами стоячей волны. Это расстояние соответствует половине длине волны λ_B :

$$\lambda_B = 15.1 \text{ см}$$

2.3. Задание 3

Измерение импеданса эталонов (коаксиальной линии с внутренним радиусом $a = 4 \text{ мм}$, и внешним $b = 17 \text{ мм}$).

$$\text{КСВ} : K = \frac{U_{max}}{U_{min}}$$

Тип нагрузки	z_{min}^0 , см	Δz_{min} , см	I_{min}	I_{max}	K	Z_H	Γ
Свободный	23.8	6.25	4 ($\rightarrow 0$)	160	∞	$28.87i$	
Замкнутый	23.8	3	2 ($\rightarrow 0$)	168	∞	$-153.89i$	-0.97

Теоретический расчет входного импеданса эталона:

Волновой импеданс коаксиальной линии($\varepsilon \simeq 1$):

$$Z_{BX}^0 = \frac{138}{\sqrt{\varepsilon}} \lg(b/a) \simeq 86 \quad (22)$$

b, a - внутренний и внешний радиус линии.

Свободного:

$$Z_{BX} = -iZ_B^0 \operatorname{ctg} hl \simeq 49.65i \quad (23)$$

Закороченного:

$$Z_{BX} = iZ_B^0 \operatorname{tg} hl \simeq -148.96i \quad (24)$$

Таким образом, погрешность определения составила для закороченного конца : $\Delta Z \simeq 3\%$, а для свободного: $\Delta Z \simeq 41\%$

2.4. Задание 4

Измерение импеданса эталонов (коаксиальной линии), заполненных диэлектриком.

Тип нагрузки	z_{min}^0 , см	Δz_{min} , см	I_{min}	I_{max}	K	Z_H	Γ
Свободный	23.8	3.5	4 ($\rightarrow 0$)	162	∞	$-475.7i$	
Замкнутый	23.8	0.3	5 ($\rightarrow 0$)	136	∞	$-6.3i$	-0.97

2.5. Задание 5

Измерение импеданса активного сопротивления ($R = 47$ Ом).

Тип нагрузки	z_{min}^0 , см	Δz_{min} , см	I_{min}	I_{max}	K	Z_H	
Активное сопротивление	23.8	1.9	10	80	2.4	$35.7-36.1i$	0.008

Так как величина активного сопротивления соответствует согласованной нагрузке, то, как и ожидалось, $\Gamma \simeq 0$. Чтобы оценить индуктивность подводящих проводов, надо записать импеданс нагрузки в виде, как если бы рассматривалось не только активное сопротивление, но и индуктивность($\omega = 2\pi f$):

$$Z_H = R + i\omega L = 35.7 - 36.1i \quad (25)$$

2.6. Задание 6

Измерение импеданса конденсатора, нахождение собственной частоты колебательного контура.

$f, \Gamma\Gamma_{\text{ц}}$	$z_{min}^0, \text{ см}$	$\Delta z_{min}, \text{ см}$	I_{min}	I_{max}	K	Z_H	Γ
2	23.8	5.9	2 ($\rightarrow 0$)	155			
2.015	16.45	-1.75	2 ($\rightarrow 0$)	35			

2.7. Вывод