ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE CIENCIAS

CARRERA DE MATEMÁTICAS

Cuadricas

Investigacion Formativa

Presenta:

Daniel Alejandro Reinoso Salas

César Daniel Reinoso Reinoso

Fernando Gualpa Villasis

Tutor:

Dra. Zoraida Sivoli Barrios

Ecuador-Riobamba 2022

Índice

Índice de figuras

1. Introducción

Las demostraciones, son una parte esencial dentro de las matemáticas; existen diferentes métodos para poder cumplir este objetivo, en este documentos trataremos acerca del método de reducción al absurdo, dicho método dentro de las matemáticas se vio por primera en la proposición 11 de elementos de la matemática de Euclides de Alejandría ((Euclides, 1576)) y Arquímedes de Siracusa ((Parra, 2009)) son dos ejemplos muy tempranos. Sin embargo, las dos proposiciones más comunes, que demuestran a través de este método son: "existen infinitos números primos" y "la irracionalidad de los números"; el razonamiento general de la demostración por reducción al absurdo se basa en negar la tesis y llegar a una contradicción; a lo cual se genera una pregunta, ¿es suficiente demostrar por reducción al absurdo?, Kurl Godel en su obra "Sobre proposiciones formalmente indecibles de los 'Principia Mathematica' y sistemas afines" ((Bauer-Mengelberg, 1965)) , sostiene que existen proposiciones que el razonamiento matemático no es capaz de demostrar, además, mencionar la famosa paradoja de Epimènides, famosamente conocida como la paradoja del mentiroso. Es importante mencionar que el valor que este método tienen dentro de la formación académica de los matemáticos y la construcción de teorías de la misma recae a su viabilidad en demostraciones sobre la unicidad y la existencia.

2. Cuádricas

2.1. Definición

Nos interesan las superficies de ecuación $z = f(x, y)$ o $F(x, y, z) = 0$, es decir, las superficies formadas por los puntos (x, y, z) que satisfacen la ecuación $z = f(x, y)$ o $F(x, y, z) = 0$.

En particular trabajaremos únicamente con superficies cuádricas cuyas ecuaciones están dadas en forma canónica, basado en ()(Solís, 2016)).

Existen seis tipos básicos de superficies cuádricas: Elipsoide, Hiperboloide de una hoja, Hiperboloide de dos hojas, Cono Elíptico, Paraboloide Elíptico y Paraboloide Hiperbólico.

2.2. Elipsoide

Ecuación canónica:

$$\frac{(x-i)^2}{a^2} + \frac{(y-j)^2}{b^2} + \frac{(z-k)^2}{c^2} = 1$$

Parametrización:

$$s(u,v) : \begin{cases} x = i - a \cos u \operatorname{sen} v \\ y = j - b \operatorname{sen} u \operatorname{sen} v; \qquad u \in [0, 2\pi], v \in [0, \pi] \\ z = k - c \cos v \end{cases}$$

2.3. Hiperboloide de una hoja

Ecuación canónica:

$$\frac{(x-i)^2}{a^2} + \frac{(y-j)^2}{b^2} - \frac{(z-k)^2}{c^2} = 1$$

Parametrización:

$$s(u,v) : \begin{cases} x = i - a \cos u \cosh v \\ y = j - b \operatorname{sen} u \cosh v; \qquad u \in [0, 2\pi], v \in \mathbb{R} \\ z = k - c \operatorname{senh} v \end{cases}$$

2.4. Hiperboloide de dos hoja

Ecuación canónica:

$$-\frac{(x-i)^2}{a^2}-\frac{(y-j)^2}{b^2}+\frac{(z-k)^2}{c^2}=1$$

Parametrización:

$$s(u,v):\begin{cases} x=i+a\operatorname{senh}u\cos v \\ y=j+b\operatorname{senh}u\operatorname{sen}v; & u\in[0,+\infty], v\in[0,2\pi] \\ z=k+c\cosh u \end{cases}$$

2.5. Cono elíptico centrado

Ecuación canónica:

$$\frac{(x-i)^2}{a^2}+\frac{(y-j)^2}{b^2}-\frac{(z-k)^2}{c^2}=0$$

Parametrización:

$$s(u,v):\begin{cases} x=i+\frac{a}{c}\operatorname{senh}u\cos v \\ y=j+\frac{b}{c}\operatorname{senh}u\operatorname{sen}v; & u\in\mathbb{R}, v\in[0,2\pi] \\ z=k+\operatorname{senh}u \end{cases}$$

2.6. Paraboloide elíptico

Ecuación canónica:

$$z-k=\frac{(x-i)^2}{a^2}+\frac{(y-j)^2}{b^2}$$

Parametrización:

$$s(u,v):\begin{cases} x=u \\ y=v & ;\quad u\in\mathbb{R}, v\in\mathbb{R} \\ z=\frac{(u-i)^2}{a^2}+\frac{(v-j)^2}{b^2}+k \end{cases}$$

2.7. Paraboloide Hiperbólico

Ecuación canónica:

$$z - k = -\frac{(x-i)^2}{a^2} + \frac{(y-j)^2}{b^2}$$

Parametrización:

$$s(u,v) : \begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = -\frac{(u-i)^2}{a^2} + \frac{(v-j)^2}{b^2} + k \end{cases} \quad ; \quad u \in \mathbb{R}, v \in \mathbb{R}$$

3. Funciones de dos variables

Referencias

Bauer-Mengelberg, S. (1965). Kurt gödel. on formally undecidable propositions of principia mathematica and related systems. *Journal of Symbolic Logic*, *30*(3), 359–362. doi: 10.2307/2269629

Euclides. (1576). *Los Seis libros primeros dela geometria de Euclides.* en casa de Alonso de la Barrera.

Parra, E. (2009). Arquímedes: su vida, obras y aportes a la matemática modernaedward. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, *1*(Vol 9), 1–40. Descargado de `www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/`

Solís, Á. (2016). Gráficas de superficies cuádricas y trazas empleando geogebra. *Revista Digital Matemática*, *16*(1), 1–34.