

Ejercicio 1.

HEURISTIC "OPTIMIZATION": WHY, WHEN, AND HOW TO USE IT

Stelios H. Zanakis y James R. Evans 5 October 1981

La palabra heurística deriva del “heuriskein” que significa “descubrir”. La heurística tiene como objetivo, el estudio de técnicas para alcanzar buenos resultados, no necesariamente los óptimos, en tiempos razonables y recursos limitados, de problemas difíciles. A menudo porque la solución óptima no se puede alcanzar o no se puede alcanzar en tiempos razonables cuando la complejidad del problema crece, con algoritmos deterministas en problemas NP-Completos.

Se recomienda el uso de métodos heurísticos en las siguientes situaciones:

- 1- Los parámetros usados en algún modelo para la estimación de algo son poco precisos o insuficientes.
- 2- Es conveniente tener una solución cercana a la óptima en menor tiempo, que tener la solución óptima en un tiempo largo.
- 3- No hay un algoritmo determinista para el problema.
- 4- Los algoritmos deterministas propuesto para solucionar el problema no son atractivos debido al tiempo o recursos computacionales que requieren.
- 5- Para proveer de una solución desde la cual otro algoritmo puede comenzar o reducir el número de soluciones. Mejorando el rendimiento de otro optimizador.
- 6- Se necesita resolver el mismo problema de manera frecuente.
- 7- La solución proveída por el método heurístico es lo suficientemente buena para su uso o incluso mejor que algún método ya utilizado.
- 8- Al ser en general más fácil de comprender, es más fácil de modificar.
- 9- Como dispositivos de aprendizaje pueden ayudar a comprender mejor un problema. Que luego puede ser modelado y resuelto de manera más pragmática.
- 10- Recursos limitados.

Las características de una buena heurística son:

- 1- Simplicidad.
- 2- Uso razonable de recursos.
- 3- Rápidos. En cuanto a complejidad computacional se refiere.
- 4- Precisos. Disminuir la posibilidad de una mala solución.
- 5- Robustos.
- 6- Que acepte múltiples puntos de partida.
- 7- Que produzca múltiples soluciones.
- 8- Que tenga buenos criterios de paro.
- 9- Estimación estadística del verdadero óptimo a partir de una serie de soluciones iterativas.
- 10- Habilidad interactiva.

Muchas personas consideran el uso de heurísticas como un arte, sin embargo, se presentan algunas pautas generales:

- Analiza las capacidades y limitaciones del método.
- Decide si una solución heurística es preferible a una solución exacta.
- Depura el modelo antes que la solución.
- Tenga en cuenta los inconvenientes de redondear soluciones óptimas continuas en problemas de variable discreta. Ya que la solución redondeada no es necesariamente óptima y en muchos casos ni siquiera estará cerca del óptimo.
- Establezca mediciones apropiadas de rendimiento.
- Resuelva problemas diseñados para poner a prueba el método que está utilizando.
- Valide estadísticamente sus resultados.
- Prediga o limite el rendimiento de la heurística usando alguno de los enfoques siguientes:
 - “Relajación del problema”: Para establecer límites superiores e inferiores disminuya algún requisito del problema.
 - Estudiar el peor de los casos: Para establecer el máximo error plausible.
 - Análisis probabilístico.
 - Inferencia estadística: Para determinar puntos e intervalos de “verdaderas” soluciones óptimas no conocidas.

Ejercicio 2

Semillas utilizadas:

10	55	30	150	101	91
19	44	69	47	187372311	204110176
12999567	6155814	2261281	909	212289	14676
9441	11762	12345	65432	10101	9009

Para cada prueba se tomó una condición de paro de 100000 iteraciones.

Fácil

Este tablero de Sudoku corresponde al archivo **s01a.txt** marcado como fácil en la página de Sudokus proveída por la tarea 3.

INICIAL	FINAL (Costo 0)
<pre>----- 0 4 0 0 0 0 1 7 9 0 0 2 0 0 8 0 5 4 0 0 6 0 0 5 0 0 8 ----- 0 8 0 0 7 0 9 1 0 0 5 0 0 9 0 0 3 0 0 1 9 0 6 0 0 4 0 ----- 3 0 0 4 0 0 7 0 0 5 7 0 1 0 0 2 0 0 9 2 8 0 0 0 0 6 0 -----</pre>	<pre>----- 8 4 5 6 3 2 1 7 9 7 3 2 9 1 8 6 5 4 1 9 6 7 4 5 3 2 8 ----- 6 8 3 5 7 4 9 1 2 4 5 7 2 9 1 8 3 6 2 1 9 8 6 3 5 4 7 ----- 3 6 1 4 2 9 7 8 5 5 7 4 1 8 6 2 9 3 9 2 8 3 5 7 4 6 1 -----</pre>

Varias de las semillas lograron encontrar la solución final de costo 0.

Vecindario A

Promedio	Desviación Estándar
1.466667	1.279368

Solo 11 semillas lograron encontrar la mejor solución. Aun así, como sugiere el promedio, los costos devueltos fueron muy pequeños según mi consideración.

Vecindario B

Promedio	Desviación Estándar
0.433333	1.040004

Solo cinco semillas fracasaron encontrando la mejor solución. Se estancaron con soluciones de costo menor o igual a cuatro.

Medio

Este tablero de Sudoku corresponde al archivo **s11a.txt** marcado como dificultad intermedia en la página de Sudokus proveída por la tarea 3.

INICIAL

0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 7 9 0 5 0 1 8 0
8 0 0 0 0 0 0 0 7
0 0 7 3 0 6 8 0 0
4 5 0 7 0 8 0 9 6
0 0 3 5 0 2 7 0 0
7 0 0 0 0 0 0 0 5
0 1 6 0 3 0 4 2 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0

FINAL (Costo 0)

3 4 5 8 7 1 2 6 9
2 7 9 6 5 3 1 8 4
8 6 1 4 2 9 5 3 7
1 9 7 3 4 6 8 5 2
4 5 2 7 1 8 3 9 6
6 8 3 5 9 2 7 4 1
7 3 8 2 6 4 9 1 5
5 1 6 9 3 7 4 2 8
9 2 4 1 8 5 6 7 3

Vecindario A

Promedio	Desviación Estándar
5.466667	1.569831

Ninguna semilla logro encontrar una solución con costo cero.

Vecindario B

Promedio	Desviación Estándar
3.066667	1.412587

Solo dos semillas lograron encontrar una solución con costo cero.

Difícil

Este tablero de Sudoku corresponde al archivo **s12a.txt** marcado como difícil en la página de Sudokus proveída por la tarea 3.

INICIAL	FINAL(Costo 2)
<pre>----- 0 0 0 0 0 3 0 1 7 0 1 5 0 0 9 0 0 8 0 6 0 0 0 0 0 0 0 ----- 1 0 0 0 0 7 0 0 0 0 0 9 0 0 0 2 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0 4 ----- 0 0 0 0 0 0 0 2 0 5 0 0 6 0 0 3 4 0 3 4 0 2 0 0 0 0 0 -----</pre>	<pre>----- 9 3 4 8 2 3 6 1 7 2 1 5 7 6 9 4 5 8 8 6 7 1 5 4 9 3 2 ----- 1 5 2 9 4 7 8 6 3 4 8 9 3 1 6 2 7 5 6 7 3 5 8 2 1 9 4 ----- 7 9 1 4 3 8 5 2 6 5 2 8 6 7 1 3 4 9 3 4 6 2 9 5 7 8 1 -----</pre>

Vecindario A

Promedio	Desviación Estándar
4.266667	1.928611

Ninguna semilla logro encontrar una solución con costo cero.

Vecindario B

Promedio	Desviación Estándar
3.233333	1.50134

Ninguna encontró una solución con costo cero.

Conclusiones:

El vecindario 2 (B) da mejores resultados, no solo en promedio, pero también encuentra más soluciones de costo cero.

En los Sudokus “difíciles” fracase miserablemente al sacar soluciones de costo cero.

Ejercicio 3

Semillas utilizadas:

10	55	30	150	101	91
19	44	69	47	187372311	204110176
12999567	6155814	2261281	909	212289	14676
9441	11762	12345	65432	10101	9009
666	1995	570143	370319	10618	12059

Vecindario A: Se escoge un elemento de la solución al azar, se le suma un numero aleatorio entre -1 y 1.

Vecindario B: Se les suma a todos los elementos de la solución un numero aleatorio entre -1 y 1.

Función de Schwefel Unimodal

Mínimo de la función: 0

Vecindario A

Promedio	Desviación Estándar
251.3298	208.7186

```
MEJOR SOLUCION 0.0
La solucion es de la semilla: 55
PEOR SOLUCION 420.0660693605529
La solucion es de la semilla: 10
```

Vecindario B

Promedio	Desviación Estándar
337.5266	165.9802

```
MEJOR SOLUCION 0.0
La solucion es de la semilla: 101
PEOR SOLUCION 420.07791484359325
La solucion es de la semilla: 47
```

En general el vecindario A encontró más soluciones optimas con distintas semillas. Aunque la desviación estándar en el vecindario B indica que hubo menor dispersión en los datos realmente es malo porque solo 3 semillas encontraron la solución óptima, el resto se quedó atorado en valores altos, el más común 418.

Función Rosenbrock

Mínimo de la función: 0

Vecindario A:

Promedio	Desviación Estándar
1.839557	2.236627

```
MEJOR SOLUCION 0.0026302299113055254
La solucion es de la semilla: 65432
PEOR SOLUCION 3.716936939138407
La solucion es de la semilla: 570143
```

Aunque se acercó bastante al cero no pudo llegar a él.

Vecindario B:

Promedio	Desviación Estándar
18.68749	13.52549

```
MEJOR SOLUCION 1.4189753654579778
La solucion es de la semilla: 6155814
PEOR SOLUCION 62.59018308984968
La solucion es de la semilla: 10101
```

Función Paso

Mínimo de la función: 0

Vecindario A y B:

Promedio	Desviación Estándar
0	0

```
MEJOR SOLUCION 0.0
La solucion es de la semilla: 10
PEOR SOLUCION 0.0
La solucion es de la semilla: 10
```

Sorprendentemente todas las semillas encontraron el mínimo.

Función de Schwefel Multimodal

Vecindario A

Promedio	Desviación Estándar
-532.106	0.000311

```
MEJOR SOLUCION -532.1063638922767
La solucion es de la semilla: 10101
PEOR SOLUCION -532.1051485704884
La solucion es de la semilla: 570143
```

Vecindario B

Promedio	Desviación Estándar
-513.992	54.91063

```
MEJOR SOLUCION -531.9083450563978
La solucion es de la semilla: 12345
PEOR SOLUCION -335.8928374936558
La solucion es de la semilla: 6155814
```

La función debería de tener un mínimo de -8374, pero debido a la programación de esta función, me parece que es imposible llegar a ese valor.

Función de Rastrigin

Mínimo de la función: 0

Vecindario A

Promedio	Desviación Estándar
3.97E-05	3.06E-05

```
MEJOR SOLUCION 7.944981881280455E-6
La solucion es de la semilla: 10618
PEOR SOLUCION 1.20098349443154E-4
La solucion es de la semilla: 187372311
```

Vecindario B

Promedio	Desviación Estándar
47.39164	17.5144

```
MEJOR SOLUCION 17.263306637067036
La solucion es de la semilla: 204110176
PEOR SOLUCION 83.57798814694382
La solucion es de la semilla: 44
```

Aunque en general en todas las pruebas el vecindario A es mejor que el vecindario B, en esta prueba en particular se nota mucho más la diferencia.

Función de Ackley

Mínimo de la función: 0

Vecindario A

Promedio	Desviación Estándar
0.000798	0.000334

```
MEJOR SOLUCION 3.233148836909727E-4
La solucion es de la semilla: 10
PEOR SOLUCION 0.0016291049211436537
La solucion es de la semilla: 9441
```

Vecindario B

Promedio	Desviación Estándar
19.38672	0.732334

```
MEJOR SOLUCION 17.27080871900341
La solucion es de la semilla: 187372311
PEOR SOLUCION 20.09997790584234
La solucion es de la semilla: 909
```


Función de Griewank

Mínimo de la función: 0

Vecindario A

Promedio	Desviación Estándar
5.53E-11	5E-11

```
MEJOR SOLUCION 4.461764291363579E-12
La solucion es de la semilla: 14676
PEOR SOLUCION 1.5772338990416301E-10
La solucion es de la semilla: 91
```

Vecindario B

Promedio	Desviación Estándar
5.25E-06	2.06E-06

```
MEJOR SOLUCION 9.767867070742398E-7
La solucion es de la semilla: 1995
PEOR SOLUCION 8.9673389367384E-6
La solucion es de la semilla: 9009
```

En todas las pruebas, el vecindario A fue mejor que el vecindario B. Y en la mayoría de ellas se acercó a el mínimo de la función, que casi en todas es cero.

Condición de paro

Cuando el programa busca por mejores soluciones primero mira si es factible (está dentro del rango en el que se define la función), si no lo es, se aumenta un contador en una unidad. Si es factible, ve si la solución encontrada es menor a la mejor solución global hasta ese momento, en el caso de que no lo sea, se aumenta el contador. Este contador es la condición de paro. Una vez que el contador llega a 1000000 la prueba se detiene y devuelve el mejor resultado encontrado. Se escogió esa cantidad porque devuelve buenos resultados y no es tardada (10 segundos en promedio por función con las 30 semillas e imprimiendo resultados en pantalla). Básicamente este número se obtuvo en base a prueba y error.