

Optimización Multiobjetivo

Jose Antonio Lozano

Intelligent Systems Group
Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial
Universidad del País Vasco–Euskal Herriko Unibertsitatea

Métodos Matemáticos en Ciencias de la Computación, 2009



Organización del tema

- 
- 1 Introducción
 - 2 Algoritmos Evolutivos en Problemas Multiobjetivo

Organización del tema

1 Introducción

2 Algoritmos Evolutivos en Problemas Multiobjetivo



Optimización multiobjetivo

El problema a resolver

$$\min(\max) \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})) \quad \mathbf{x} \in \Omega$$

sujeto a

$$g_i(\mathbf{x}) \geq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$h_j(\mathbf{x}) = c_j \quad j = 1, 2, \dots, s$$

Optimización multiobjetivo

El problema a resolver

$$\min(\max) \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})) \quad \mathbf{x} \in \Omega$$

sujeto a

$$g_i(\mathbf{x}) \geq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$h_j(\mathbf{x}) = c_j \quad j = 1, 2, \dots, s$$

- ¿Cómo se soluciona este problema?



Optimización multiobjetivo

El problema a resolver

$$\min(\max) \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})) \quad \mathbf{x} \in \Omega$$

sujeto a

$$g_i(\mathbf{x}) \geq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$h_j(\mathbf{x}) = c_j \quad j = 1, 2, \dots, s$$

- ¿Cómo se soluciona este problema?
- ¿Qué es una solución a este problema?



Optimización multiobjetivo

El conjunto de Pareto

- Un vector $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_n)$ domina otro vector $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_n)$ (en el caso de minimización) y se escribe $\mathbf{v} \preceq \mathbf{u}$ si

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad v_i \leq u_i \text{ y } \exists j \text{ tal que } v_j < u_j$$

- Dado un problema de optimización multiobjetivo llamamos conjunto de Pareto (\mathcal{P}_{set}) al conjunto de **soluciones no dominadas**

$$\mathcal{P}_{set} = \{\mathbf{x} \mid \nexists \mathbf{y} \text{ tal que } \mathbf{f}(\mathbf{y}) \preceq \mathbf{f}(\mathbf{x})\}$$



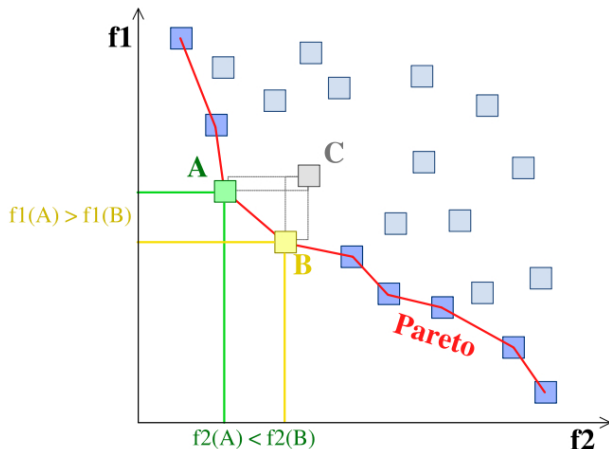
Optimización multiobjetivo

El frente de Pareto

- Denominamos frente de Pareto a la imagen del conjunto de Pareto (\mathcal{P}_{front}):

$$\mathcal{P}_{front} = \{\mathbf{f}(\mathbf{x}) | \forall \mathbf{x} \in \mathcal{P}_{set}\}$$

Ejemplo de frente de Pareto



Evaluación de algoritmos multiobjetivo

Problemática y medidas

- ¿Cómo evaluar el resultado de un algoritmo multiobjetivo?

Evaluación de algoritmos multiobjetivo

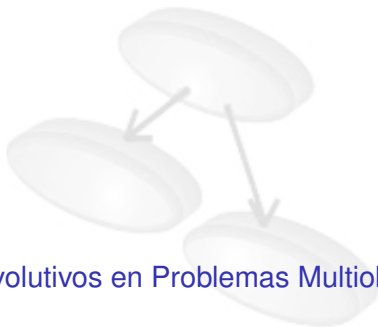
Problemática y medidas

- ¿Cómo evaluar el resultado de un algoritmo multiobjetivo?
- Características deseables de una solución:
 - Soluciones en el conjunto de Pareto
 - Soluciones distribuidas uniformemente
 - Soluciones en los *bordes*

Organización del tema

1 Introducción

2 Algoritmos Evolutivos en Problemas Multiobjetivo



Pseudocódigo

Hallar la población inicial P_0

hasta condición_parada = TRUE **hacer**

repetir $\frac{n}{2}$ **veces**

 Elegir aleatoriamente dos individuos de la población P_k

 Cruzar los dos individuos con probabilidad p_c

 Mutar los dos individuos resultantes con probabilidad p_m

 Introducir los dos nuevos individuos en la población P'_k

 Seleccionar n individuos de $P'_k \cup P_k$ para obtener P_{k+1}

Devolver la mejor solución



Pseudocódigo

Hallar la población inicial P_0

hasta condición_parada = TRUE **hacer**

repetir $\frac{n}{2}$ **veces**

 Elegir aleatoriamente dos individuos de la población P_k

 Cruzar los dos individuos con probabilidad p_c

 Mutar los dos individuos resultantes con probabilidad p_m

 Introducir los dos nuevos individuos en la población P'_k

Seleccionar n individuos de $P'_k \cup P_k$ para obtener P_{k+1}

Devolver la mejor solución



Diseño de un algoritmo genético multiobjetivo

Componentes a considerar

- Asignación de función *fitness* (ranking de los individuos)
- Mantenimiento de la diversidad
- Elitismo

Diseño de un algoritmo genético multiobjetivo

Estrategias para ordenar los individuos

- Basados en agregación
 - Se establecen ciertos pesos sobre las funciones objetivos
 - Los pesos se modifican cada vez que se van a seleccionar dos individuos
- Basados en criterio
 - La selección se realiza a cada paso basándose en uno de los objetivos
 - La elección del objetivo puede ser aleatoria, propuesta por el experto, etc..
- Basados en la propiedad de Pareto
 - Número de individuos que dominan a uno dado
 - Número de individuos dominados por uno dado
 - Dividir la población en frentes de Pareto y utilizar el ranking del frente al que se pertenece como función

Diseño de un algoritmo genético multiobjetivo

Estrategias para mantener la diversidad

- Incorporar diversidad en el proceso de selección:
 - Métodos de kernel
 - Métodos del vecino más cercano
 - Métodos de histogramas