Máster Universitario en Ingeniería Computacional y Sistemas Inteligentes

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

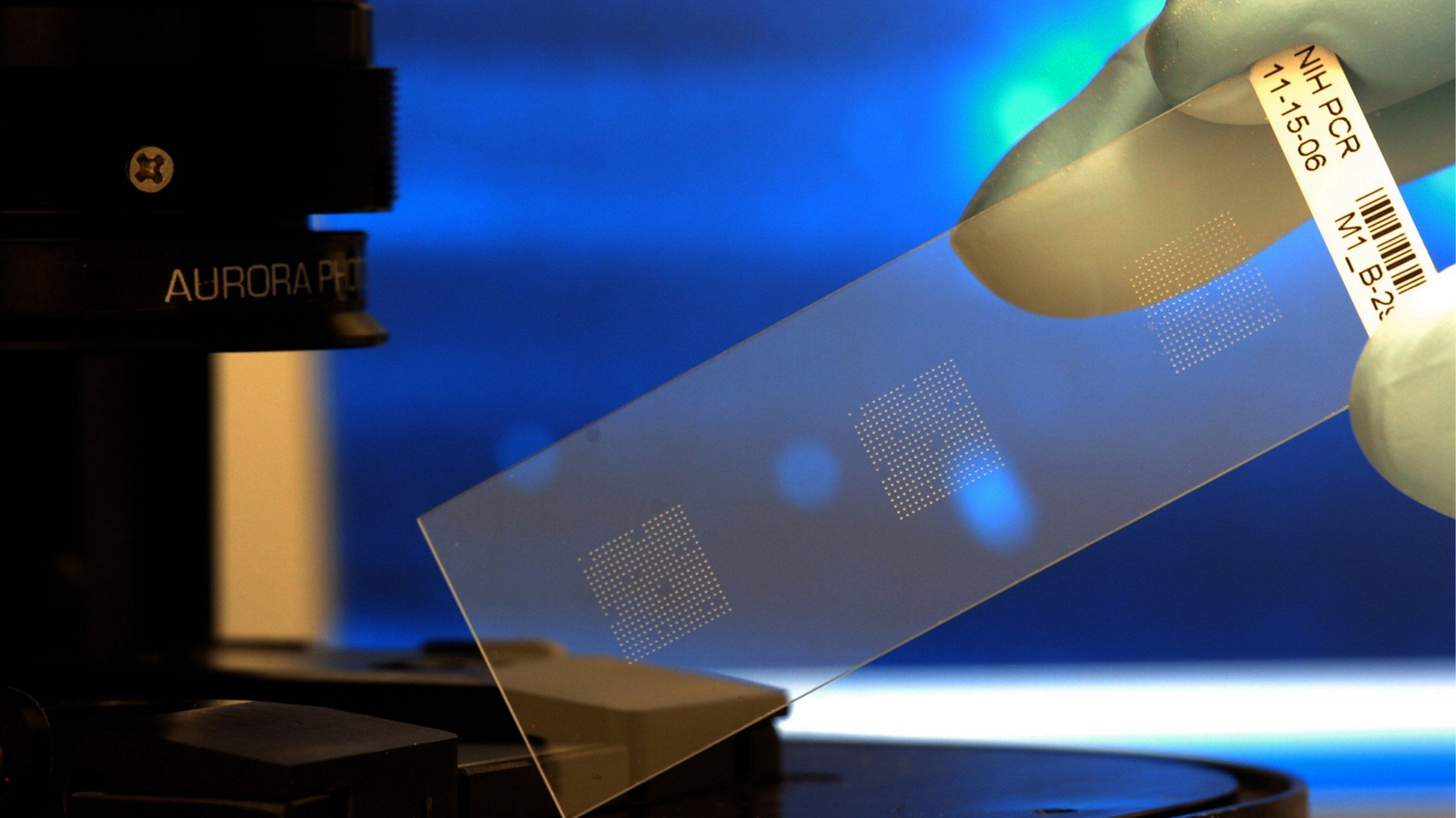
MODELADO PROBABILÍSTICO

Introducción

BORJA CALVO • borja.calvo@ehu.es


Volvic
fresh


IMMIGRATION
TATTOO
365
ORGANIC
Certified organic products at everyday great value prices
365
of nature at everyday great value prices
365
ENTREES, SALADS, SANDWICHES, SOUPS AND CHARCUTERIE
Salads
Latin
Indian
$7.99 pound
Reusable Water Bottles

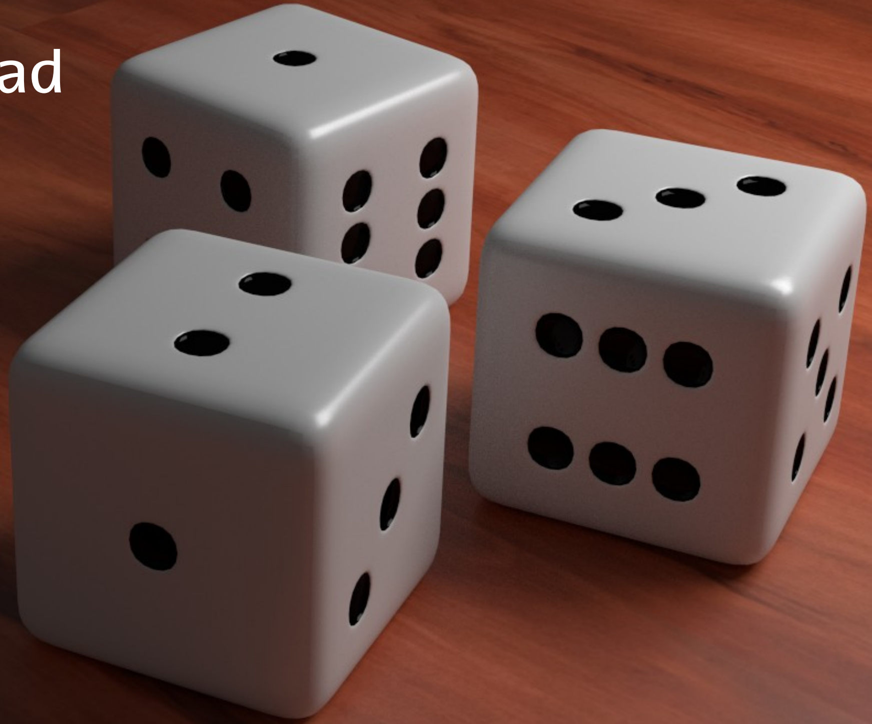

AURORA
NIH PCR
11-15-06

Variables Aleatorias

Conceptos básicos

Variables Aleatorias

- Cualquier valor en cualquier momento
- Cada valor, una probabilidad
- Probabilidad = Frecuencia



Ejemplo: Lanzamiento de un dado

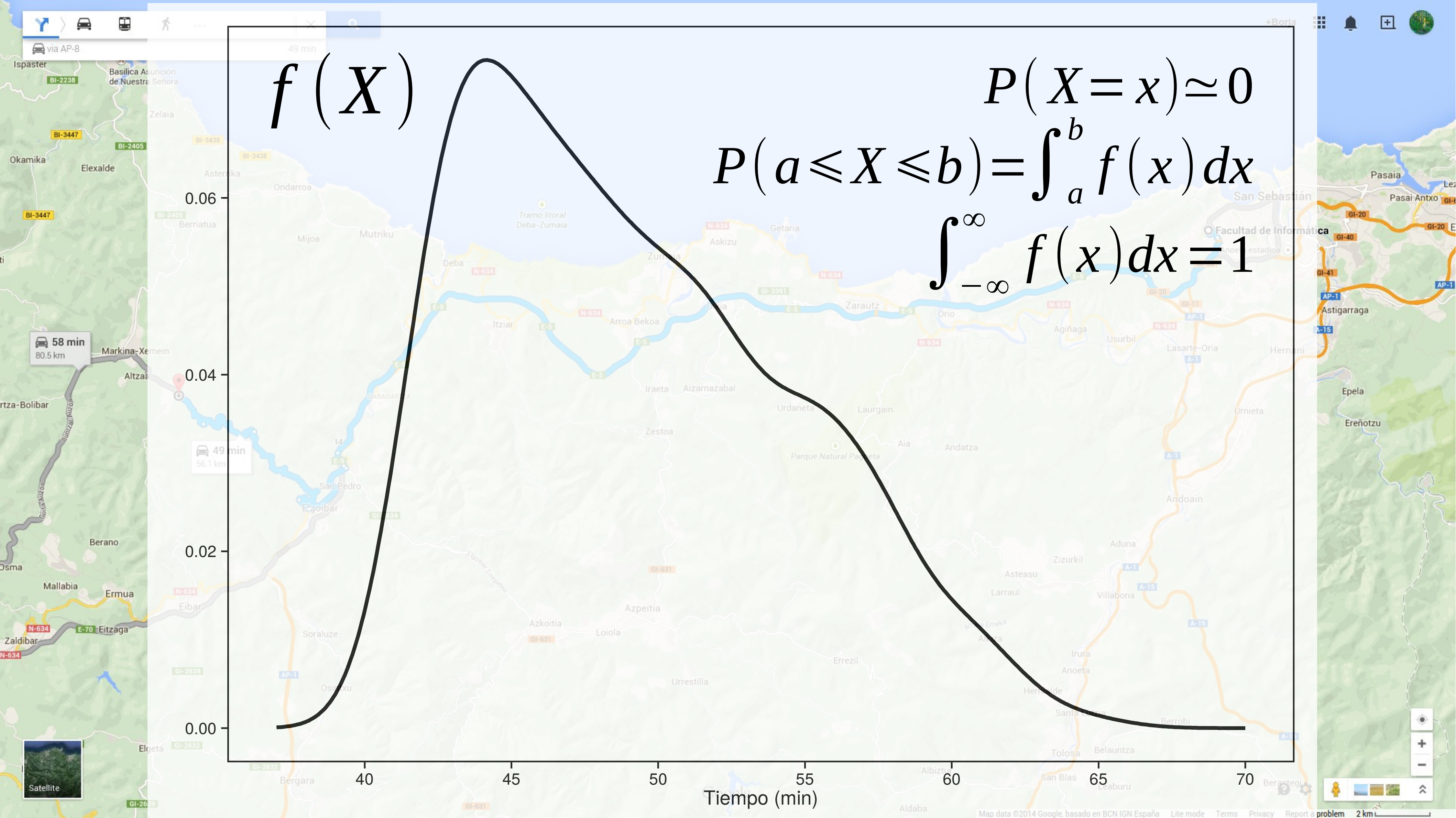
$X \in \{1,2,3,4,5,6\}$

$$P(X=6)=? \qquad P(X='Par')=?$$

$$0 \leqslant P(X) \leqslant 1$$

$$P(X \in \Omega_X) = \sum_{x \in \Omega_X} P(X=x) = 1$$

$$P(X=x_i \text{ ó } X=x_j) = P(X=x_i) + P(X=x_j)$$



$$P(X = x) \simeq 0$$

$$P(a \leqslant X \leqslant b) = \int_a^b f(x)\,dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$$

Resumen

- Una variable aleatoria toma cualquier valor en cualquier momento
- Cada valor tiene asociada una probabilidad
- Las variables pueden ser ...

VARIABLES DISCRETAS

- Función de probabilidad, P(X)

$$0 \leqslant P(X) \leqslant 1$$

$$P(X \in A) = \sum_{x \in A} P(X = x)$$

$$\sum_{x \in \Omega_X} P(X = x) = 1$$

VARIABLES CONTINUAS

- Función de densidad de probabilidad, f(X)

$$P(a \leqslant X \leqslant b) = \int_a^b f(x)\,dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$$

Variables Aleatorias

Vectores de Variables

Vectores aleatorios

$$X_1 \in \{Ca, Cr\}$$

Probabilidad CONJUNTA

$$P(X_1, X_2)$$

Probabilidades MARGINALES

$$P(X_1), P(X_2)$$

$$X_2 \in \{1,2,3,4,5,6\}$$

Marginalización

$$X_1 \in \{Ca, Cr\} \qquad X_2 \in \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$P(X_2 = 3) = ?$$

$$P(X_2 = x_2) = \sum_{x_1 \in \Omega_{X_1}} P(X_1 = x_1, X_2 = x_2)$$

Vectores aleatorios $X_1 \in \{R, V\}$ $X_2 \in \{1,2,3,4,5,6\}$

1. Lanzar la moneda
2. Si el resultado es R lanzar el dado rojo*. En caso contrario, lanzar el dado verde

* El dado rojo solo tiene los números 2,4 y 6

Vectores aleatorios

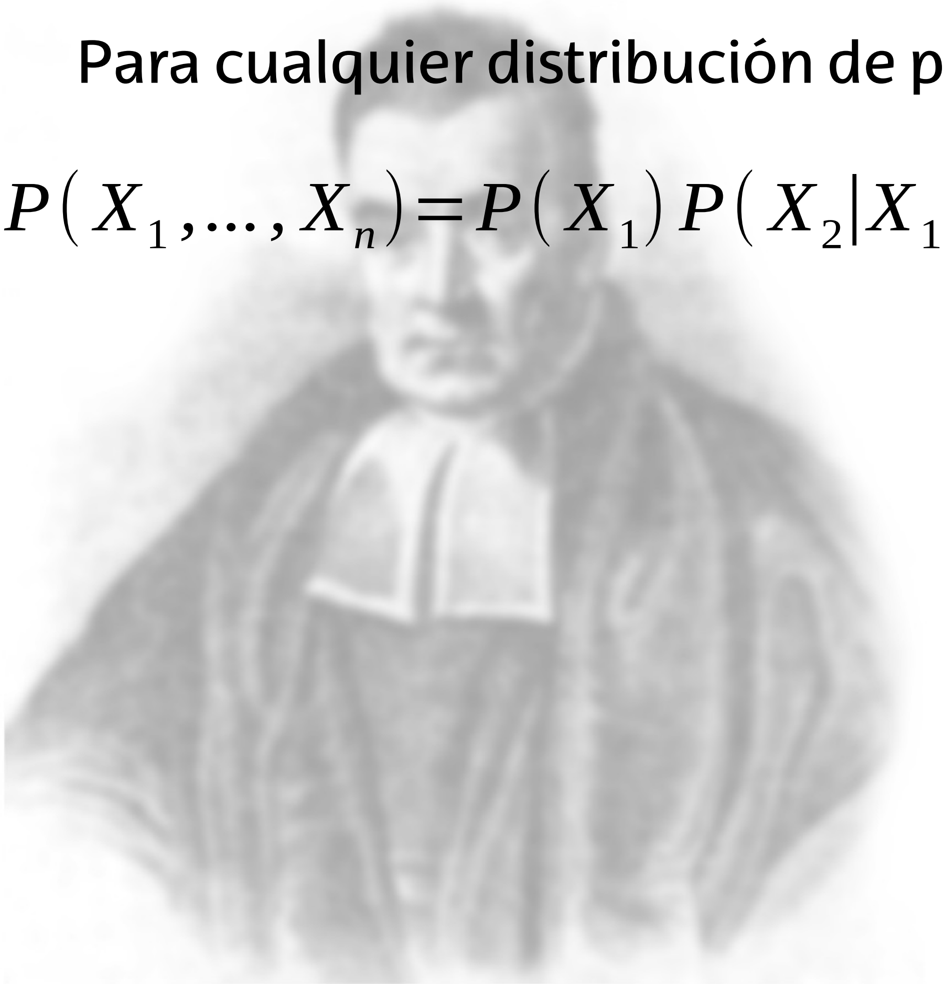
$X_1 \in \{R, V\}$ $\quad$ $X_2 \in \{1,2,3,4,5,6\}$

$$P(X_1 = R, X_2 = 1) = ?$$

$$P(X_1 = R, X_2 = 2) = ?$$

$$P(X_1, X_2) = P(X_1)\,P(X_2 | X_1)$$

Regla de la Cadena y Teorema de Bayes



Para cualquier distribución de probabilidad conjunta se cumple:

$$P(X_1,\ldots,X_n)=P(X_1)\,P(X_2|X_1)\,P(X_3|X_1,X_2)\ldots P(X_n|X_1,\ldots,X_{n-1})$$

Teorema o Regla de Bayes

$$P(X_1|X_2)=\frac{P(X_2|X_1)\,P(X_1)}{P(X_2)}$$

Independencia e Independencia condicional

$$P(X_2=3|X_1=Ca)$$
$$P(X_2=3|X_1=Cr)$$

Si X e Y son variables aleatorias independientes ...

$$P(X|Y)=P(X);P(Y|X)=P(Y)$$

$$P(X,Y)=P(X)P(Y)$$

Independencia e Independencia condicional

X e Y son condicionalmente independientes dado Z, si se cumple que:

$$P(X|Y,Z)=P(X|Z)$$
$$P(Y|X,Z)=P(Y|Z)$$

$$P(X,Y|Z)=P(X|Z)\,P(Y|Z)$$

Tres tipos de probabilidad:

$$Conjunta: P(X, Y)$$
$$Marginales: P(X), P(Y)$$
$$Condicionada: P(X|Y)$$

Regla de la cadena:

$$P(X_1, \ldots, X_n) = P(X_1) P(X_2|X_1) \ldots P(X_n|X_1, \ldots, X_{n-1})$$

Teorema de Bayes:

$$P(X|Y) = \frac{P(Y|X) P(X)}{P(Y)}$$

Independencia:

$$P(X, Y) = P(X) P(Y); P(X|Y) = P(X)$$