

Redes Bayesianas: Independencia condicional

Aritz Pérez¹ Borja Calvo²

Basque Center for Applied Mathematics

UPV/EHU

Donostia, Febrero de 2015

Bibliografía

Castillo97: E. Castillo, J.M. Gutiérrez y A.S. Hadi (1997).
Sistemas Expertos y Modelos de Redes Probabilísticas. Academia
de Ingeniería.

Qué es?









Independencia condicionada





Sean A, B, C conjuntos disjuntos de $V = \{1, \dots, n\}$. Decimos que **X_A es independiente de X_B condicionada a X_C** si y solo si para todo $(\mathbf{x}_A, \mathbf{x}_B, \mathbf{x}_C)$ se verifica que $p(\mathbf{x}_A | \mathbf{x}_B, \mathbf{x}_C) = p(\mathbf{x}_A | \mathbf{x}_C)$ y lo denotamos como $i(A; B | C)$.

Interpretaciones






- Describe una **relación cualitativa** entre variables aleatorias
- Sabiendo \mathbf{x}_C el valor \mathbf{x}_B no modifica la probabilidad de \mathbf{X}_A
- **Regularidades** en la distribución: **reducción** del número de **parámetros**



Regularidades: sin independencia

| | + | - | |
|---|---|---|--|
| + |  |  |  +  |
| - |  |  |  +  |













 +   + 

Regularidades: sin independencia













| | + | - | |
|---|---|---|--|
| + |  |  |  +  |
| - |  | $1 - (\text{red square} + \text{magenta square} + \text{cyan square})$ | $1 - (\text{red square} + \text{cyan square})$ |

 +  $1 - (\text{red square} + \text{magenta square})$

Regularidades: con independencia

| | + | - | |
|---|---|---|---|
| + |  X  |  X  |  |
| - |  X  |  X  |  |
| |  |  | |

Regularidades: con independencia

| | + | - | |
|---|---|---|--|
| + |  \times  |  \times (1- ) |  |
| - |  \times (1- ) | (1- ) \times (1- ) | (1- ) |
| |  | (1- ) | |

Reducción de parámetros

Independencias condicionadas **reducen** los parámetros

- $(A; B | \emptyset)$
 - $p(\mathbf{X}_A, \mathbf{X}_B) = p(\mathbf{X}_A)p(\mathbf{X}_B)$
 - de $r_A \cdot r_B - 1$ a $r_A - 1 + r_B - 1$
- $(A; B | C)$
 - Para todo \mathbf{x}_C : $p(\mathbf{X}_A, \mathbf{X}_B | \mathbf{x}_C) = p(\mathbf{X}_A | \mathbf{x}_C)p(\mathbf{X}_B | \mathbf{x}_C)$
 - de $((r_A \cdot r_B) - 1) \cdot r_C$ a $(r_A - 1 + r_B - 1) \cdot r_C$

Independencias en probabilidad empírica

- Los **datos rara vez muestran independencias** condicionales
- **Perdida de información** frente a **estimaciones más robustas**
- **Test hipótesis** de la independencia condicionada

Redes Bayesianas: Independencia condicional

Aritz Pérez¹ Borja Calvo²

Basque Center for Applied Mathematics

UPV/EHU

Donostia, Febrero de 2015