Redes Bayesianas: Regla de la cadena

Aritz Pérez[1] Borja Calvo[2]

Basque Center for Applied Mathematics

UPV/EHU

Donostia, Febrero, 2015

Bibliografía

Castillo97: E. Castillo, J.M. Gutiérrez y A.S. Hadi (1997). Sistemas Expertos y Modelos de Redes Probabilísticas. Academia de Ingeniería.

Factorización

Regla de la cadena

Para todo **x** se verifica que

$$p(\mathbf{x}) = p(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} p(x_i | x_1, \ldots, x_{i-1})$$

- Probabilidad conjunta como **producto** de factores que son **probabilidades condicionadas**

Ordenación

Aplicable siguiendo **cualquier orden** (ancestral) de las variables aleatorias, e.g. $X_n < X_{n-1} < \ldots < X_1$,

$$p(\mathbf{x}) = \prod_{i=n}^{1} p(x_i | x_{i+1}, \ldots, x_n)$$

Independencia condicionadas

- Factorizar la probabilidad conjunta en un orden apropiado y aplicar la **independencia** sobre una **prob. condicionada**
- **Reduce** el número de parámetros

Ejemplo

- $\mathbf{X} = X_1, ..., X_5$
- $i(3;4|1,5)$
- Orden ancestral $1,3,5 < 4 < 2$

$$
\begin{aligned}
p(\mathbf{X}) &= p(\mathbf{X}_{1,3,5})p(X_4|\mathbf{X}_{1,3,5})p(X_2|\mathbf{X}_{1,3,4,5}) \\
&= p(\mathbf{X}_{1,3,5})p(X_4|\mathbf{X}_{1,5})p(X_2|\mathbf{X}_{1,3,4,5})
\end{aligned}
$$

Leer independencias

Para cualquier $\mathbf{x} : p(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{n} p(x_i | \mathbf{x}_{S_i})$

- Se verifican las **independencias** $\{(\{1, \ldots, i-1\} \setminus S_i; i | S_i)\}_{i=1}^{n}$
- Es posible **derivar otras** independencias a partir de este conjunto

Ejemplo

- $\mathbf{X} = X_1, ..., X_5$
- $p(\mathbf{X}) = p(X_1)p(X_2)p(X_3|X_1)p(X_4|\mathbf{X}_{2,3})p(X_5|\mathbf{X}_{1,2,3,4})$

$$\{i(1;2|\emptyset), i(2;3|1), i(1;4|2,3)\}$$

$$\Rightarrow$$

$$i(2;1|\emptyset)$$