

2-1 众数问题

1. 问题描述

对于给定的由 n 个自然数组成的多重集 S ，计算 S 的众数及其重数。

输入数据由文件名为 `input.txt` 的文本文件提供。文件的第 1 行为多重集 S 中元素个数 n ；在接下来的 n 行中，每行有一个自然数。

将计算结果输出到文件 `output.txt`。输出文件有 2 行，第 1 行是众数，第 2 行是重数。

2. 算法实现

算法一：利用 `unordered_map` 容器

思想

利用对应键位分别存储数字和出现次数，最后找到最大值就好

代码（略）

算法二：递归：

思想

首先利用 `sort` 对数组进行排序，根据分治法思想，分解子问题；计算数组的中位数，将数组分为左右两部分；若左边数组的个数大于中位数的个数，则递归左边数组，同理右边相同；`newl` 记录数组第一个等于中位数的元素位置（即左边数组个数），`newr` 记录第一个（从 `left` 开始）不等于中位数的元素位置（右边数组个数），记录 `right-left` 记录众数的重数。经过多次递归，所求的中位数就是众数。

代码

```
#include<iostream>
#include<fstream>
#include<string>
#include<algorithm>
using namespace std;
```

```

void split(int a[], int orrl,int orrr, int &r, int &l)
{
    int midnum = (orrr- orrl) / 2  + orrl;
    int mid = a[midnum];//找到中位数,如果是偶数取到左边那个
    for (l = midnum - 1; l > orrl; l--)
    {
        if (a[l] != mid)//当左边的位数不为中位数
        {
            l = l + 1;
            break;
        }

    }
    for (r = midnum + 1; r < orrr; r++)
    {
        if (a[r] > mid)
            break;
    }
}

```

```

void getMaxnum(int a[], int &num, int &maxnum, int l, int r)
{
    int newl=0, newr = 0;
    split(a, l, r, newr, newl);
    if (newr - newl > maxnum)//此时的中位数是计数最多的
    {
        maxnum = newr - newl;
        num = a[(r - l) / 2 + l];
    }

    if (newl + 1 > maxnum)
    {
        getMaxnum(a, num, maxnum, 0, newl);
    }
    if (r - newr + 1 > maxnum)
    {
        getMaxnum(a, num, maxnum, newr, r);
    }
}

```

```

int main()
{

```

```

    fstream fin;
    fin.open("C:\\Users\\11732\\Desktop\\ 算 法 \\ 新 建 文 件 夹 \\2-1\\Debug\\input.txt",
ios::in);
    if (!fin)
    {
        cout << "can't open it!" << endl;
        return 0;
    }
    int i = 0;
    string s;
    getline(fin, s);
    int size = atoi(s.c_str());
    int *a = new int[size+1];

    int num = 0;//num 为众数
    int maxnum = 0;//maxnum 为重数

    while (fin)
    {
        getline(fin,s);
        a[i] =  atoi(s.c_str());
        i++;
    }
    fin.close();

    sort(a, a+size);//升序排序
    getMaxnum(a, num, maxnum, 0, size - 1);

    fstream fout;
    fout.open("C:\\Users\\11732\\Desktop\\ 算 法 \\ 新 建 文 件 夹 \\2-1\\Debug\\loutput.txt",
ios::out);

    fout << num <<  endl << maxnum ;
    fout.close();
}

```

3. 分析结果

测试文档 1:

Input.txt 20 9 9 9 1 2 3 4 5 6 8 9 8 98 98 110 98 8 98 98 98
output.txt 98 6

测试文档 2:

Input.txt 50 18 67 63 26 93 59 99 43 36 2 88 93 19 25 20 81 32 18 34 55 20 24 9 30 75 88
93 19 27 90 50 4 6 44 33 49 79 14 25 39 11 18 11 18 81 92 96 11 58 30
output.txt 18 4

2-4 半数单集问题

1. 问题描述:

给定一个自然数 n ，由 n 开始可以依次产生半数集 $\text{set}(n)$ 中的数如下：

- (1) $n \in \text{set}(n)$;
- (2) 在 n 的左边加上一个自然数，但该自然数不能超过最近添加的数的一半；
- (3) 按此规则进行处理，直到不能再添加自然数为止。

2. 算法实现

算法一

思想

使用 `set` 容器自动去重，但因为要计算出每个值所以内存开销大（不建议使用）

代码（略）

算法二：使用递归，只是计算个数

思想

还是一样的递归，去重使用判断式，不再依赖容器

判断式来源：题目给的 $n \leq 201$ ，所以 $n/2 \leq 100$ ，那么重复元素一定是一个两位数，且十位上的数字 \leq 个位上的数字的一半，我们剔除组成十位上的数字的方案数即可

代码

```
#include <iostream>
```

```

#include <fstream>
using namespace std;

int getn()
{
    fstream fin;
    fin.open("C:\\Users\\11732\\Desktop\\算法\\新建文件夹\\2-4\\Debug\\test.txt", ios::in);
    if (!fin)
    {
        cout << "can't open it!" << endl;
        return 0;
    }
    long n = 0;
    while (!fin.eof())
    {
        int temp = fin.get() - '0';
        if (temp < 0)
        {
            break;
        }
        n = temp + n * 10;
    }

    fin.close();
    return n;
}

int halfSet(int num)
{
    int count = 1;
    if (num == 1)
        return 1;
    for (int i = 1; i <= num / 2; i++)
    {
        count = count + halfSet(i);
        if ((i / 10) * 2 <= (i % 10) && (i > 10))
            count -= halfSet(i / 10);
    }
    return count;
}

int main()
{
    int n = getn();

```

```
n = halfSet(n);
fstream fout;
fout.open("C:\\Users\\11732\\Desktop\\算法\\新建文件夹\\2-4\\Debug\\output.txt",
ios::out);
fout << n;
fout.close();
}
```

3. 分析结果

测试文档 1: test.txt 100
 output.txt 9620
测试文档 2: test.txt 6
 output.txt 6

2-7 集合划分问题

1. 问题描述

给定正整数 n ，计算出 n 个元素的集合 $\{1, 2, \dots, n\}$ 可以划分为多少个非空子集
Input: n
Output: 非空子集个数

2. 算法设计

思想

使用递归式 $F(n-1, m-1) + F(n, m-1) * m$

代码

```
#include <iostream>
#include <fstream>
using namespace std;

int getn()
{
    fstream fin;
    fin.open("C:\\Users\\11732\\Desktop\\算法\\新建文件夹\\2-7\\Debug\\test.txt", ios::in);
    if (!fin)
```

```

    {
        cout << "can't open it!" << endl;
        return 0;
    }
    long n = 0;
    while (!fin.eof())
    {
        int temp = fin.get() - '0';
        if (temp < 0)
            break;
        n = temp + n * 10;
    }

    fin.close();
    return n;
}

long long F(long long n, long long m)
{
    if (m == 1)
        return 1;
    if (m == n)
        return 1;
    else
        return F(n - 1, m - 1) + F(n - 1, m) * m;
}

int main()
{
    int n = getn();
    long long sum = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
        sum = sum + F(n, i);
    ofstream fout;
    fout.open("C:\\Users\\11732\\Desktop\\算法\\新建文件夹\\2-7\\Debug\\output.txt",
ios::out);
    fout << sum;
    fout.close();
}

```

3. 分析结果

测试样例 1: input.txt: 4
output.txt: 15

测试样例 2: input.txt: 30
output.txt: 6568040393494172515