Corrigé de la FTD N°10

Exercice 2

1.a. $A \in \mathscr{D} \Leftrightarrow y_A = \frac{2}{3}x_A - 5 \Leftrightarrow y_A = \frac{2}{3}\times(-3) - 5 = -7$ et $\boxed{A(-3,-7)}$.

1.b. $B \in \mathscr{D} \Leftrightarrow y_B = \frac{2}{3}x_B - 5 \Leftrightarrow 1 = \frac{2}{3}\times x_B - 5 \Leftrightarrow x_B = 6\times\frac{3}{2} = 9$ et $\boxed{B(9,1)}$.

1.c. A vous de voir.

2.a. $\frac{2}{3}x_M - 5 = \frac{2}{3}\times 90 - 5 = 60 - 5 = 55 = y_M$ donc $\boxed{M \in \mathscr{D}}$.

2.b. $\frac{2}{3}x_N - 5 = \frac{2}{3}\times(-21) - 5 = -14 - 5 = -19 \neq y_N$ donc $\boxed{N \notin \mathscr{D}}$.

Exercice 3

$\mathscr{D}_1 : x = 4 \quad \mathscr{D}_2 : y = \frac{1}{2}x + 3 \quad \mathscr{D}_3 : y = -3x - 4 \quad \mathscr{D}_4 : y = \frac{1}{2}x \quad \mathscr{D}_6 : y = -3$

Exercice 4 *: juste les réponses*

1. $x_A \neq x_B$ donc (AB) admet une équation réduite $y = mx + p$ où $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6}{-2} = -3$.

$A \in (AB) \Leftrightarrow y_A = mx_A + p \Leftrightarrow p = y_A - mx_A \Leftrightarrow p = -2 + 3\times 5 = 13$ et $\boxed{(AB) : y = -3x + 13}$.

2. $x_C \neq x_D$ donc (CD) admet une équation réduite $y = mx + p$ où $m = \frac{y_C - y_D}{x_C - x_D} = \frac{12}{-16} = -\frac{3}{4}$.

$C \in (CD) \Leftrightarrow y_C = mx_C + p \Leftrightarrow p = y_C - mx_C \Leftrightarrow p = -7 + \frac{3}{4}\times 11 = -\frac{5}{4}$ et $\boxed{(CD) : y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}}$.

3. $x_E = x_F = 1{,}1$ donc $\boxed{(EF) : x = 1{,}1}$.

Exercice 5 *: juste les réponses*

1.b. $\Delta : y = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$ **2.b.** $\Delta' : y = \frac{5}{3}x - 1$

Exercice 6 *: juste les réponses*

a. $\mathscr{D} // \mathscr{D}'$ et disjointes **b.** $\mathscr{D} // \mathscr{D}'$ et disjointes **c.** $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont sécantes en $I\left(-\frac{1}{11}, \frac{62}{55}\right)$

d. $\mathscr{D} // \mathscr{D}'$ et disjointes **e.** $\mathscr{D} // \mathscr{D}'$ et disjointes

Exercice 7

1. - $\mathscr{D}$ n'est pas parallèle à (Ox) donc $\mathscr{D}'$ admet une équation réduite : $y = mx + p$.
- $\mathscr{D} // \mathscr{D}'$ donc $m = 4$.
- $A \in \mathscr{D}' \Leftrightarrow y_A = mx_A + p \Leftrightarrow p = y_A - mx_A \Leftrightarrow p = -1 - 4\times 2 = -9$. On en déduit que $\mathscr{D}' : \boxed{y = 4x - 9}$.

2. On démontre de mêmeque $\Delta' : \boxed{y = -\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}}$.

Exercice 8

1. $2 \neq 5$ donc $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont sécantes en un point *I*.

2. $I(x,y)\in\mathscr{D}\cap\mathscr{D}' \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x-\dfrac{1}{2} \\ y=5x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+2=2x-\dfrac{1}{2} \\ y=5x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=-\dfrac{5}{2} \\ y=5x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{5}{6} \\ y=5\left(-\dfrac{5}{6}\right)+2=-\dfrac{13}{6} \end{cases}$ et $\boxed{I\left(-\dfrac{5}{6},-\dfrac{13}{6}\right)}$.

3. L'axe (Ox) des abscisses admet $y=0$ pour équation et $A(x,y)\in\mathscr{D}\cap(Ox) \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x-\dfrac{1}{2} \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-\dfrac{1}{2}=0 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{4} \\ y=0 \end{cases}$.

Par conséquent $\boxed{A\left(\dfrac{1}{4},0\right)}$.

4. L'axe (Oy) des ordonnées admet $x=0$ pour équation et $B(x,y)\in(Oy)\cap\mathscr{D}' \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=5x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$. Par conséquent $\boxed{B(0,2)}$.

Exercice 9

2. $x_A \neq x_B$ donc (AB) admet une équation réduite $y=ax+b$ où $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{-2}{6}=-\dfrac{1}{3}$.

$A\in(AB) \Leftrightarrow y_A=ax_A+b \Leftrightarrow b=y_A-ax_A \Leftrightarrow b=3+\dfrac{1}{3}\times(-2)=\dfrac{7}{3}$ et (AB) : $\boxed{y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{7}{3}}$.

3. $\mathscr{D}$ admet pour équation réduite : $y=2x+p$ or $O\in\mathscr{D}$ donc $p=0$ et $\mathscr{D}$: $\boxed{y=2x}$.

4. $I(x,y)\in\mathscr{D}\cap(AB) \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x \\ y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x \\ -\dfrac{1}{3}x+\dfrac{7}{3}=2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x \\ \dfrac{7}{3}x=\dfrac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2\times1=2 \end{cases}$.

On en déduit que $\boxed{I(1,2)}$.

5.a. $E(x,y)\in\mathscr{D}\cap(Oy) \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{7}{3} \\ x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{7}{3} \\ x=0 \end{cases}$. On en déduit que $\boxed{E(0,2)}$.

5.b. $F(x,y)\in(AB)\cap(Ox) \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{7}{3} \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{3}x+\dfrac{7}{3}=0 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3\times\left(-\dfrac{7}{3}\right)=7 \\ y=0 \end{cases}$. On en déduit que $\boxed{F(7,0)}$.

6. (AB) admet une équation réduite et $\Delta // (AB)$ donc Δ admet une équation réduite $y=mx+p$ où $m=-\dfrac{1}{3}$.

$C\in(AB) \Leftrightarrow y_C=mx_C+p \Leftrightarrow p=y_C-mx_C \Leftrightarrow p=-2+\dfrac{1}{3}\times(-1)=-\dfrac{7}{3}$.

Δ admet une équation réduite : $\boxed{y=-\dfrac{1}{3}x-\dfrac{7}{3}}$.

Exercice 10

1. $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=-1 \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=1 \end{cases}$ et $\begin{cases} x_J=\dfrac{x_A+x_C}{2}=\dfrac{3}{2} \\ y_J=\dfrac{y_A+y_C}{2}=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

2.

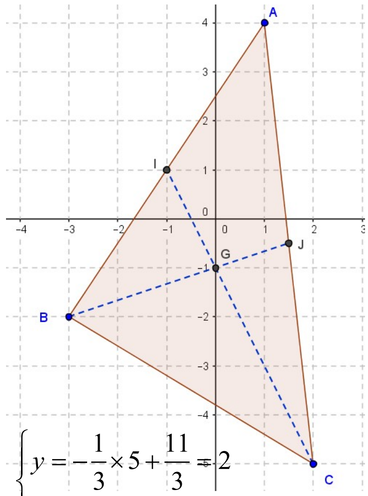
- $M(x,y)\in(CI) \Leftrightarrow \overrightarrow{CM}(x-2,y+5)$ et $\overrightarrow{CI}(-3,6)$ sont colinéaires $\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-2 & -3 \\ y+5 & 6 \end{vmatrix}=0 \Leftrightarrow 6(x-2)+3(y+5)=0$

  $\Leftrightarrow 2(x-2)+(y+5)=0 \Leftrightarrow 2x+y+1=0 \Leftrightarrow \boxed{y=-2x-1}$.

- $M(x,y)\in(BJ) \Leftrightarrow \overrightarrow{BM}(x+3,y+2)$ et $\overrightarrow{BJ}\left(\frac{9}{2},\frac{3}{2}\right)$ sont colinéaires $\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+3 & \frac{9}{2} \\ y+2 & \frac{3}{2} \end{vmatrix}=0 \Leftrightarrow$

  $\frac{3}{2}(x+3)-\frac{9}{2}(y+2)=0 \Leftrightarrow (x+3)-3(y+2)=0 \Leftrightarrow x-3y-3=0 \Leftrightarrow \boxed{y=\frac{1}{3}x-1}$.

3. $\begin{cases} y=-2x-1 \\ y=\frac{1}{3}x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2x-1 \\ -2x-1=\frac{1}{3}x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2x-1 \\ -\frac{7}{3}x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2\times 0-1=-1 \\ x=0 \end{cases}$. On en déduit que les droites (CI) et (BJ) sont sécantes au point $G(0,-1)$ centre de gravité du triangle ABC.



Exercice 11 *: corrigé succinct*

1. $x_A+3y_A-11=-1+3\times 4-11=0$ donc $A\in\mathcal{D}_1$. $\vec{u}\left(1,-\frac{1}{3}\right)$ est un vecteur directeur de $\mathcal{D}_1$.

2.a. $\Delta : y=-\frac{1}{3}x$.

2.b. $D\in\Delta \Leftrightarrow y_D=-\frac{1}{3}x_D \Leftrightarrow y_D=-\frac{1}{3}\times(-3)=1 \Leftrightarrow y_D=1$ soit $D(-3,1)$.

2.c. $B(x,y)\in\mathcal{D}_1\cap\mathcal{D}_2 \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\frac{1}{3}x+\frac{11}{3} \\ y=\frac{3}{2}x-\frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\frac{1}{3}x+\frac{11}{3} \\ -\frac{1}{3}x+\frac{11}{3}=\frac{3}{2}x-\frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\frac{1}{3}x+\frac{11}{3} \\ -\frac{11}{6}x=-\frac{55}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\frac{1}{3}\times 5+\frac{11}{3}=2 \\ x=5 \end{cases}$

Les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont sécantes en $B(5,2)$.

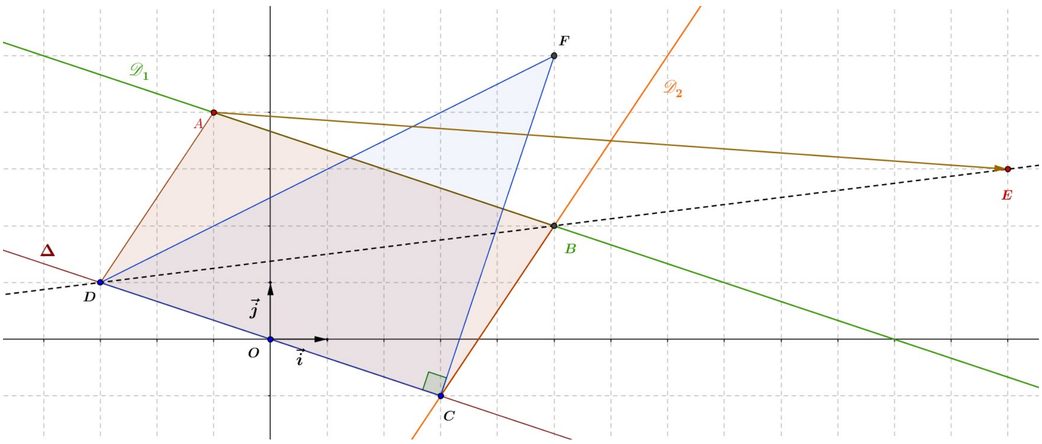
3. $\overrightarrow{AB}(6,-2)$ et $\overrightarrow{DC}(6,-2)$ donc $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ et $ABCD$ est un parallélogramme.

4.a. $\mathcal{D}_3 : y=3x-10$.

4.c. $FC=\sqrt{40}$, $FD=\sqrt{80}$, $CD=\sqrt{40}$ $FD^2=CD^2+CF^2=80$ donc FCD est rectangle en F.

5.a. $\overrightarrow{AB}(6,-2)$ et $\overrightarrow{AD}(-2,-3)$ donc $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E=-1+2\times 6-(-2)=13 \\ y_E=4+2\times(-2)-(-3)=3 \end{cases}$ d'où $E(13,3)$.

5.b. $\overrightarrow{DB}(8,1)$ et $\overrightarrow{DE}(16,2)$ donc $\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{DB}$ et B est le milieu de $[DB]$. En particulier les points D, B et E sont alignés.



Exercice 2 **: programmation en Python : colinéarité et alignement**

1.

```python
def alignement(a1,a2,b1,b2,c1,c2):
    u1=b1-a1#coordonnées du vecteur AB
    u2=b2-a2
    v1=c1-a1#coordonnées du vecteur AC
    v2=c2-a2
    if determinant(u1,u2,v1,v2)==0:
        print ('les points A, B et C sont alignés')
    else:
        print ('les points A, B et C ne sont pas alignés')
```

2.

```python
########################Programme principal##################

print("")#saut de ligne
a1=float(input('saisir x_A : '))
a2=float(input('saisir y_A : '))
b1=float(input('saisir x_B : '))
b2=float(input('saisir y_B : '))
c1=float(input('saisir x_C : '))
c2=float(input('saisir y_C : '))
print("")#saut de ligne
alignement(a1,a2,b1,b2,c1,c2)#appel de la fonction alignement
```