

数据结构 for div2

Newnode (2952643618@qq.com)

清华大学交叉信息研究院

January 21, 2019



前言

数据结构类型的题目在算法竞赛中几乎是必定会出现的，我选了一些（并不）小清新的数据结构题，供大家学习如何应用所知的数据结构。



引子

给一张 $n \times m$ 的网格图，每次删去一条边，询问删完之后这条边的两个端点是否联通。



引子

给一张 $n \times m$ 的网格图，每次删去一条边，询问删完之后这条边的两个端点是否联通。

倒过来，把删边看成加边，就可以用并查集了。



引子

给一张 $n \times m$ 的网格图，每次删去一条边，询问删完之后这条边的两个端点是否联通。

倒过来，把删边看成加边，就可以用并查集了。

如果强制在线呢？



引子

给一张 $n \times m$ 的网格图，每次删去一条边，询问删完之后这条边的两个端点是否联通。

倒过来，把删边看成加边，就可以用并查集了。

如果强制在线呢？

将删边看成对偶图的加边，如果加之前就已经联通了，那么这两个点就不联通。



另一个引子

有 n 个东西，每个东西有两个属性 a_i 和 b_i ，每个东西你只能选择1个属性。你需要选择 A 个 a 属性以及 B 个 b 属性，使得属性和最大。



另一个引子

有 n 个东西，每个东西有两个属性 a_i 和 b_i ，每个东西你只能选择 1 个属性。你需要选择 A 个 a 属性以及 B 个 b 属性，使得属性和最大。

按照 a 排序，枚举最后一个 a 的位置，之后都选 b ，之前都被选了，其中被选了 a 的是那些 $b - a$ 较小的。



题1

区间对 p 取模，询问区间和。



题1

区间对 p 取模，询问区间和。

注意到取模会将权值至少折半，那么取模次数不超过 $O(n \log n)$ ，只需要维护区间最大值以及其位置并暴力取模即可。



题2

插入一条线段，询问某个 x 坐标上最高的线段（只涉及整数，实数很麻烦嘛）。



题2

插入一条线段，询问某个 x 坐标上最高的线段（只涉及整数，实数很麻烦嘛）。

线段树怎么维护，区间维护凸壳？



题2

插入一条线段，询问某个 x 坐标上最高的线段（只涉及整数，实数很麻烦嘛）。

线段树怎么维护，区间维护凸壳？

不需要，诡异的下传标记即可。



题3

有一个初始为空的treap，要求支持插入删除节点和询问两点间距离。



题3

有一个初始为空的treap，要求支持插入删除节点和询问两点间距离。

中序遍历就是关键字顺序，而两个点的lca就是其中优先级最大的点，现在的问题就是求一个点的深度。



题3

有一个初始为空的treap，要求支持插入删除节点和询问两点间距离。

中序遍历就是关键字顺序，而两个点的lca就是其中优先级最大的点，现在的问题就是求一个点的深度。

x 为 y 的祖先的条件是 x 到 y 之间的点的优先级都没有 x 大，考虑分别对 y 左边和右边的点维护，也可以用诡异的线段树实现。



题4

区间加减（减到0就不会再减了），区间赋值，询问单点值或者单点所有时刻的最大值。



题4

区间加减（减到0就不会再减了），区间赋值，询问单点值或者单点所有时刻的最大值。

怎么打标记？ (a, b) 表示 $x = \max(x + a, b)$ ，这个标记很容易合并。



题4

区间加减（减到0就不会再减了），区间赋值，询问单点值或者单点所有时刻的最大值。

怎么打标记？ (a, b) 表示 $x = \max(x + a, b)$ ，这个标记很容易合并。

所有时刻的最大值怎么求？这里需要用到历史标记，也就是记录所有时刻的最大标记。



题5

区间and和or，询问区间最大值。



题5

区间and和or，询问区间最大值。
对每一位单独做，变成区间加减。



题6

每次询问的是一个区间中选至多 k 个子段和的最大值，询问次数很多，但 $k \leq 20$ 。



题6

每次询问的是一个区间中选至多 k 个子段和的最大值，询问次数很多，但 $k \leq 20$ 。

类似线段树的结构，每次处理过中点的询问。



题7

将长度为 n 的序列分组，第 i 个所在组大小不超过 d_i ，不小于 c_i ，问至多能分多少组且有多少种这样的方案。



题7

将长度为 n 的序列分组，第 i 个所在组大小不超过 d_i ，不小于 c_i ，问至多能分多少组且有多少种这样的方案。

d 的限制其实是一个区间，比较容易处理，先考虑 c 。



题7

将长度为 n 的序列分组，第 i 个所在组大小不超过 d_i ，不小于 c_i ，问至多能分多少组且有多少种这样的方案。

d 的限制其实是一个区间，比较容易处理，先考虑 c 。

分治解决，每次选最大的 c 处理一下即可。



题7

将长度为 n 的序列分组，第 i 个所在组大小不超过 d_i ，不小于 c_i ，问至多能分多少组且有多少种这样的方案。

d 的限制其实是一个区间，比较容易处理，先考虑 c 。

分治解决，每次选最大的 c 处理一下即可。

加回 d 的限制，每个点只会被特殊限制一次，复杂度为 $O(n \log n)$ 。



题8

每次插入一个向量，询问一个向量和哪个向量叉积最大，要求在线。



题8

每次插入一个向量，询问一个向量和哪个向量叉积最大，要求在线。

平衡树维护凸包？很麻烦。



题8

每次插入一个向量，询问一个向量和哪个向量叉积最大，要求在线。

平衡树维护凸包？很麻烦。

二进制分组！



题8

每次插入一个向量，询问一个向量和哪个向量叉积最大，要求在线。

平衡树维护凸包？很麻烦。

二进制分组！

如果是区间询问呢？



题8

每次插入一个向量，询问一个向量和哪个向量叉积最大，要求在线。

平衡树维护凸包？很麻烦。

二进制分组！

如果是区间询问呢？

ex二进制分组？



题8

每次插入一个向量，询问一个向量和哪个向量叉积最大，要求在线。

平衡树维护凸包？很麻烦。

二进制分组！

如果是区间询问呢？

ex二进制分组？

如果要支持删除呢？



题8

每次插入一个向量，询问一个向量和哪个向量叉积最大，要求在线。

平衡树维护凸包？很麻烦。

二进制分组！

如果是区间询问呢？

ex二进制分组？

如果要支持删除呢？

延迟重构！



题9

求区间最长连续数列？



题9

求区间最长连续数列？

看上去只能莫队算法了，复杂度 $O(n\sqrt{n}\log n)$ ？



题9

求区间最长连续数列？

看上去只能莫队算法了，复杂度 $O(n\sqrt{n}\log n)$ ？

如果只有插入就好了！能做到吗？



题10

第 i 个函数是一个区间之和，修改点权，询问区间函数之和。



题10

第 i 个函数是一个区间之和，修改点权，询问区间函数之和。
分块+树状数组，复杂度 $O(n\sqrt{n}\log n)$?



题10

第 i 个函数是一个区间之和，修改点权，询问区间函数之和。
分块+树状数组，复杂度 $O(n\sqrt{n}\log n)$?
树状数组很慢呢，改成分块吧！



题10

第 i 个函数是一个区间之和，修改点权，询问区间函数之和。
分块+树状数组，复杂度 $O(n\sqrt{n}\log n)$?
树状数组很慢呢，改成分块吧！
分块空间太大了，怎么办？



题10

第 i 个函数是一个区间之和，修改点权，询问区间函数之和。
分块+树状数组，复杂度 $O(n\sqrt{n}\log n)$?
树状数组很慢呢，改成分块吧！
分块空间太大了，怎么办？
我们定期重建吧！



题11

一棵树，每条边距离为1或2，每次询问从一个点出发走到另一个点，每次步长最多为 z ，需要多少次。



题11

一棵树，每条边距离为1或2，每次询问从一个点出发走到另一个点，每次步长最多为 z ，需要多少次。

又一种根号算法——分类讨论！如果 z 很大就暴力，很小就对每个 z 预处理后倍增。



题12

维护一个字典，动态插入字符串，询问有多少个字符串是给定字符串的子串。



题12

维护一个字典，动态插入字符串，询问有多少个字符串是给定字符串的子串。

动态AC自动机？



题12

维护一个字典，动态插入字符串，询问有多少个字符串是给定字符串的子串。

动态AC自动机？

定期重构！



题13

求字符串中形如 $AABB$ 的子串拆分数目。



题13

求字符串中形如 $AABB$ 的子串拆分数量。
枚举长度，后缀数组。



Thank you for listening! GL&HF.

