

Wannafly Contest 8.7

矩阵乘法

题目大意

深度学习算法很大程度上基于矩阵运算。例如神经网络中的全连接本质上是一个矩阵乘法，而卷积运算也通常是用矩阵乘法来实现的。有一些科研工作者为了让神经网络的计算更快捷，提出了二值化网络的方法，就是将网络权重压缩成只用两种值表示的形式，这样就可以用一些 trick 加速计算了。例如两个二进制向量点乘，可以用计算机中的与运算代替，然后统计结果中 1 的个数即可。

然而有时候为了降低压缩带来的误差，只允许其中一个矩阵被压缩成二进制。这样的情况下矩阵乘法运算还能否做进一步优化呢？给定一个整数矩阵 A 和一个二值矩阵 B ，计算矩阵乘法 $C = A \times B$ 。为了减少输出，你只需要计算 C 中所有元素的异或和即可。

输入格式

第一行有三个整数 N, P, M ，表示矩阵 A, B 的大小分别是 $N \times P, P \times M$ 。

接下来 N 行是矩阵 A 的值，每一行有 P 个数字。第 $i + 1$ 行第 j 列的数字为 $A_{i,j}$ ， $A_{i,j}$ 用大写的16进制表示（即只包含 0~9, A~F），每个数字后面都有一个空格。

接下来 M 行是矩阵 B 的值，每一行是一个长为 P 的 01 字符串。第 $i + N + 1$ 行第 j 个字符表示 $B_{j,i}$ 的值。

输出格式

一个整数，矩阵 C 中所有元素的异或和。

样例输入

```
4 2 3
3 4
8 A
F 5
6 7
01
11
10
```

样例输出

```
2
```

数据范围

$2 \leq N, M \leq 4096, 1 \leq P \leq 64, 0 \leq A_{i,j} < 65536, 0 \leq B_{i,j} \leq 1.$

样例解释

矩阵 C 的值为:

```
4 7 3
10 18 8
5 20 15
7 13 6
```

字符串的幂

题目大意

定义字符串的乘法为连接运算，例如 $"ab" * "cd" = "abcd"$ ，可以类似的定义字符串的乘方算，例如 $"ab" ^ 3 = "ababab"$ 。

定义字符串的幂为最大的 n 使得存在一个字符串 a ， $a ^ n = S$ 。例如 $"aaaaaa"$ 的幂为 6， $"abcabc"$ 的幂为 2， $"abcd"$ 的幂为 1。

给定一个字符串 S ，你要求所有与 S 编辑距离不超过 2 的字符串中，字符串的幂的最大值。

两个字符串 a, b 的编辑距离为使得 a 变成 b 的最少操作次数，其中操作包含在任意位置插入、删除一个字符，或者将某个位置的字符改成另一个。

输入格式

输入文件有若干行，每行有一个由小写字母组成的字符串，表示一组数据，即题目中的字符串 S 。

输出格式

每组数据输出一行一个整数，表示答案。

样例输入

```
a
abcdab
cabababd
abababab
whatwho
goodluck
```

样例输出

```
3
3
4
5
2
1
```

数据范围

字符串长度总和不超过 1000000。

生命游戏

题目大意

明明和白白是好朋友，他们最近在研究 XOR 生命游戏。

在一个二维的平面中，细胞存在于一些格点上。每个时刻所有细胞都会同时分裂成四个，并分别移动到相邻的四个格点中；此时当某个格点上有奇数个细胞时，只有一个能活下来；而当出现了偶数个细胞的时候，这个格点上的所有细胞同时消失。

明明明明白白白不擅长数数，却偏要让白白算出从 1 到 N 时刻所有细胞的个数之和。无助的白白只好求助于聪明的你了。为了简化问题，数据保证初始时刻（时间戳为1）恰好有两个细胞。

输入格式

五个整数， N, x_1, y_1, x_2, y_2 ，表示需要计算的时长为 N ，两个细胞的坐标分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 。

输出格式

一个整数，表示 1 ~ N 时刻所有细胞个数之和。

样例输入

```
3 0 0 2 2
```

样例输出

```
14
```

数据范围

$1 \leq N \leq 10^9, 0 \leq |x_1|, |x_2|, |y_1|, |y_2| \leq 10^9$

样例解释

第1个时刻的细胞有：(0, 0), (1, 1)

第2个时刻的细胞有：(0, 1), (1, 2), (3, 2), (-1, 0), (2, 1), (2, 3), (0, -1), (1, 0)

第3个时刻的细胞有：(2, 4), (0, -2), (4, 2), (-2, 0)

所以答案是 $2 + 8 + 4 = 14$

数格点

题目大意

明明和白白是好朋友，他们最近在学习皮克定理。

在一个二维的平面中，有一个格点多边形。根据皮克定理，这个多边形的面积 A 和内部格点数 i 、边上格点数目 b 有如下关系：

$$A = i + \frac{b}{2} - 1$$

明明不满足于数格点，而是希望知道这个多边形内满足 $x \equiv a \pmod{u}, y \equiv b \pmod{v}$ 的点有多少个。

明明明明明白白不擅长数数，却偏要让白白算出多边形内满足要求的点的个数。无助的白白只好求助于聪明的你了。为了简化问题，数据保证多边形是个凸包，相邻的三个点不会共线。

输入格式

输入文件包含多组数据，第一行一个整数 T 表示数据组数。

每组数据第一行有五个整数 u, v, a, b, n ，其中 n 表示多边形中顶点个数。

接下来 n 行每行两个整数 x, y ，表示多边形顶点的坐标。顶点按照顺时针或者逆时针给出。

输出格式

一个整数，多边形内满足要求的点的个数。

样例输入

```
1
2 2 1 1 4
0 0
0 2
2 2
2 0
```

样例输出

数据范围

$$3 \leq n \leq 1000, 0 \leq a < u \leq 10^9, 0 \leq b < v \leq 10^8, 0 \leq |x|, |y| \leq 10^8$$

所有多边形的节点数之和不超过 10^4 .

数据排序

题目大意

机器学习通常需要用到大量的人工标注好的数据进行训练。现在有这么一个数据集，有 N 张照片，每张照片中都有一个模特。某个研究员想要训练一个机器学习算法，能够根据照片对模特的魅力值进行评分。为了完成这个算法，研究员找了若干个志愿者对数据进行标注。每个志愿者每次会看到系统给出的两张照片 x 和 y ，然后告诉系统他认为哪张照片的魅力值更高。例如 x 的魅力值比 y 的要高（记作 $\langle x, y \rangle$ ）这样一个有序二元组称之为一个数标注。

研究员收集了若干个这样的数据标注，他想找到一组对每张照片的评分 c_1, \dots, c_n ，使得这个评分和数据的冲突越少越好。为了方便，假设所有的 $\frac{N(N-1)}{2}$ 组照片都分别有 4 个记录，也就是被标注了 4 次。定义 $g(x, y)$ 为记录 $\langle x, y \rangle$ 出现的次数，定义评分 $\{c_n\}$ 的冲突值：

$$f(c) = \sum_{i,j,c_i > c_j} g(j, i) + \sum_{i,j,c_i = c_j} |g(x, y) - g(y, x)|$$

你要求出在这个数据集下冲突值 $f(c)$ 的最小值。

输入格式

第一行一个整数 N ，表示数据集大小。

接下来 $2N(N-1)$ 行，每一行都有两个整数 x_i, y_i ，表示第 i 组数据标注 $\langle x_i, y_i \rangle$ 。

输出格式

输出一个整数，冲突值的最小值。

样例输入

```
2
1 2
1 2
2 1
1 2
```

样例输出

数据范围

$$1 \leq N \leq 15, 1 \leq x_i, y_i \leq N, x_i \neq y_i$$

样例解释

如果这两个数据得分相同，则冲突值为2；如果 1 比 2 得分高，则冲突值为1；如果 2 比 1 得分高，则冲突值为 3. 所以冲突值的最小值为1.

平衡二叉树

题目大意

平衡二叉树，顾名思义就是一棵“平衡”的二叉树。在这道题中，“平衡”的定义为，对于树中任意一个节点，都满足左右子树的高度差不超过 d . 空树的高度定义为0，单个节点的高度为1，其他情况下树的高度定义为根节点左右子树高度最大值 + 1。一棵在高度上平衡的树，节点数可能不平衡。再定义一棵树的不平衡度为这棵树中所有节点的左右子树的节点数之差的最大值。

给定平衡的定义参数 d , 你需要求出所有高度为 n 的平衡树中不平衡度的最大值。

输入格式

两个整数， n, d .

输出格式

一个整数：所有高度为 n 的平衡树中不平衡度的最大值。

样例输入

4 1

样例输出

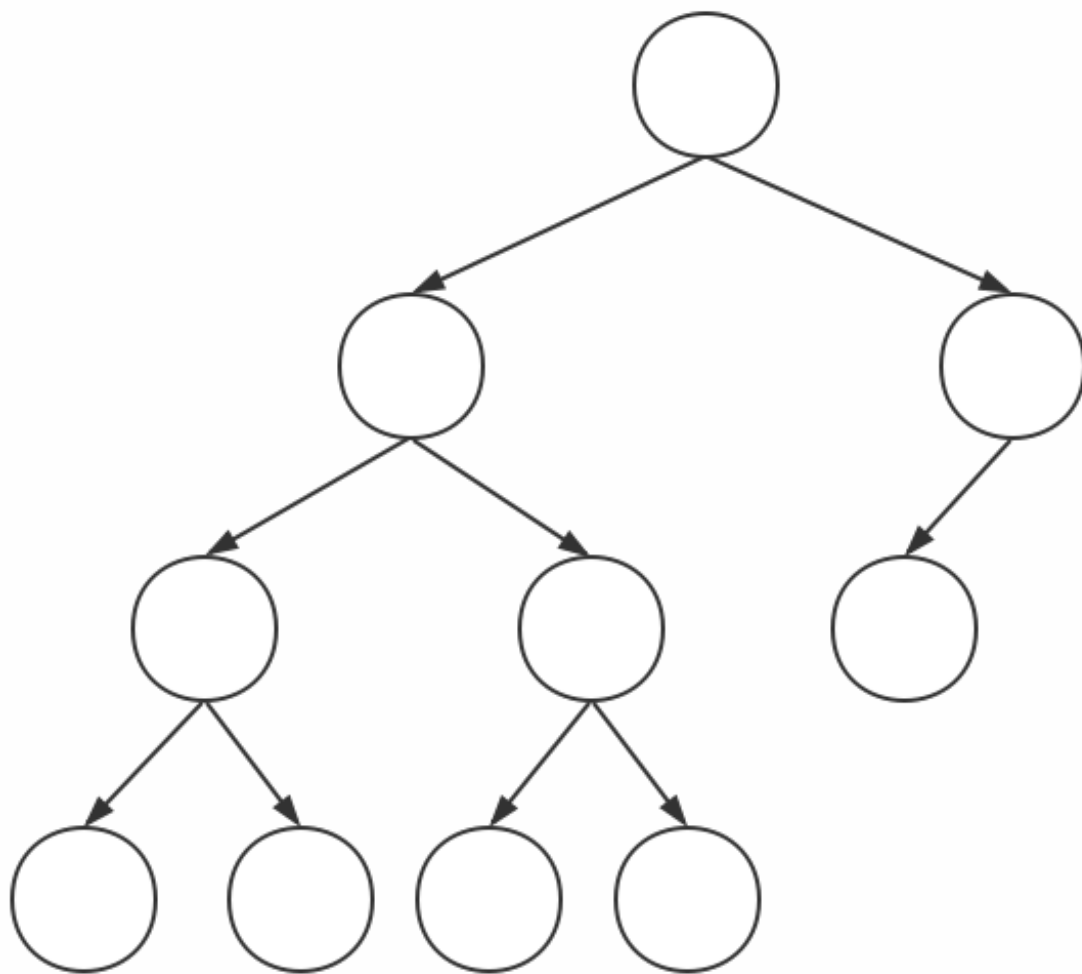
5

数据范围

$$0 \leq m, d \leq 60$$

样例解释

下面这棵树在 $d = 1$ 的定义下高度是平衡的，其不平衡度为 5。



数组合并

题目大意

有 N 个整数数组，将他们按照这样的步骤合并：

- 从所有非空数组的第一个元素中选最小的那个，从它所在的数组中删去并加入到输出数组的末尾
- 重复执行上述过程，直到所有数组为空。

很显然，如果所有数组都是有序的，你得到的数组也会是有序的。

现在你知道这 N 个数组的值，要实现这样一个算法，支持对数组的修改和查询。

- 对于一个修改操作，给定两个参数 x, y ，表示将数组中的 x 替换成 y ，保证 x 在序列中出现过。
- 对于一个查询操作，给定一个参数 k ，表示查询合并后的数组从 k 位开始的 K 个数字。

任意时刻都保证一个数字最多出现在一个数组中，保证数组中不存在重复的数字。

聪明的你一定能出色的完成这道题！

输入格式

第一行三个整数 N, M, K .

接下来 N 行描述 N 个数组，每行以一个整数 n 开始，表示这个数组的元素个数，后面接 n 个整数 a_1, \dots, a_n . 注意， a_1, \dots, a_n 以大写16进制表示。

接下来 M 行描述 M 个操作，满足下面两种形式之一：

- "U x y" (不含引号)。表示一次修改操作。 x, y 以大写16进制的形式给出。
- "Q k" (不含引号)。表示一次查询操作。 k 以十进制的形式给出。

输出格式

对于每个询问操作，输出合并后的数组从第 k 项开始的最多 K 个元素，以空格隔开，用大写16进制表示，注意不要有前导零。

样例输入

```
2 5 3
2 4 2
3 6 A 1
Q 3
U 1 F
Q 4
U F 1
Q 1
```

样例输出

```
6 A 1
A F
4 2 6
```

数据范围

$$2 \leq N \leq 8$$

$$0 \leq A_i < 2^{19}$$

$$\sum_i |A_i| \leq 5 \cdot 10^5$$

$M \leq 10^5$ ，其中询问次数乘以 K 不超过 $2 \cdot 10^5$ 。

$$K \leq 10$$

卡牌游戏

题目大意

小贝喜欢玩卡牌游戏。某个游戏体系中共有 N 张卡牌，其中 M 张是稀有的。小贝每次和电脑对决获胜之后都会有一个抽卡机会，这时系统会随机从 N 张卡中选择一张给小贝。小贝希望收集到至少 K 种稀有卡牌，她想知道期望需要多少次获胜才能实现这个目标。

输入格式

数据有多组，第一行一个整数 T 表示数据组数。

每组数据一行，三个整数 N, M, K 。

输出格式

对于每组数据，输出形如 "Case #x: y"，其中 x 为这组数据的编号（从1开始）， y 为这组数据的答案。答案的绝对误差或相对误差在 10^{-6} 以内都认为是正确的。

样例输入

```
2
5 2 1
40 9 5
```

样例输出

```
Case #1: 2.5
Case #2: 28.1146825397
```

数据范围

$$1 \leq T \leq 100$$

$$1 \leq N \leq 10^5$$

$$1 \leq M \leq N$$

$$1 \leq K \leq M$$

魔法阵

题目大意

小贝穿越到了一个魔法世界。这个世界有三个国家，每个国家都有一个神庙和一名祭司。每位祭司都能在任何地方从自己国家的神庙获取能量实施魔法，且距离圣地越近的地方魔法越强。

当外星人入侵的时候，三位祭司需要一起完成一个古老的魔法阵来抵御外敌，这个魔法阵要求三位祭司所在的位置构成一个正三角形。魔法阵的能量取决于三位祭司与对应神庙的距离的最大值，这个值越小则魔法阵的威力越强。

外星人过不久又要来入侵了，小贝要帮三位祭司找出最佳的位置，使得魔法阵的威力最大，否则她可能无法返回地球。小贝想要知道所有布阵方案中，三位祭司与对应神庙的距离的最大值最小是多少。

输入格式

数据有多组，第一行一个整数 T 表示数据组数。

每组数据三行，第 i 行有两个整数 X_i, Y_i ，表示这组数据第 i 个圣地的位置。

输出格式

对于每组数据，输出形如"Case #x: y"，其中 x 为这组数据的编号（从1开始），y 为这组数据的答案。答案的绝对误差或相对误差在 10^{-6} 以内都认为是正确的。

样例输入

```
2
0 0
0 1
1 0
0 0
1 2
2 0
```

样例输出

```
Case #1: 0.1725460301
Case #2: 0.0893163975
```

数据范围

$$1 \leq T \leq 100$$

$$0 \leq X_i \leq 1000$$

$$0 \leq Y_i \leq 1000$$

排队

题目大意

小贝最近开了一家冰激凌店，她每做一个冰激凌需要 D 分钟。由于客人很多，她想评估一下客人的等待时间以优化服务方式。假设一天有 N 个客人，第 i 个人会在 a_i 分 0 秒的时刻进店点一份冰激凌，然后开始等待。点餐花费的时间可以忽略不计，小贝会优先给先点餐的客人做冰激凌。同时进店的客人不会同时点餐，他们会随机排队。

假设每个客人只会来消费一次，所有 a_i 都是 $0 \sim M$ 的随机数，也就是他们会在这 $M+1$ 个整分时刻随机出现。在这样的情况下小贝想知道客人的平均等待时间是多少。

输入格式

数据有多组，第一行一个整数 T 表示数据组数。

每组一行，三个整数 N, M, D 。

输出格式

对于每组数据，输出形如 "Case #x: y"，其中 x 为这组数据的编号（从1开始）， y 为这组数据的答案。答案的绝对误差或相对误差在 10^{-6} 以内都认为是正确的。

样例输入

```
2
3 4 1
5 10 2
```

样例输出

```
Case #1: 0.232
Case #2: 1.0953052139
```

数据范围

$$1 \leq T \leq 20$$

$$1 \leq N \leq 100$$

$$1 \leq M, D \leq 1000$$

游戏

题目大意

小贝最近开发了某款游戏，游戏中玩家会组成不同的队伍。通常大家都会选择跟朋友组队。当一个玩家上线时，他自己会新创建一个队伍，这个队伍只有他一个人。之后他可以邀请好友组队，当好友同意后两支队就会合并。所以即便两个玩家不是好友，他们也可能通过一个共同好友的邀请成为队友。即便他们共同的好友下线了，他们依然可以在同一只队中继续玩。

现在有 N 个玩家，编号为 1 到 N ；有 M 对好友关系（这个关系是相互的）。当一个玩家上线时，他会立刻向所有好友发送组队邀请（假设所有玩家都会接受好友的邀请）；在他下线时，他会离开当前队伍。

服务器日志记录下了每个人进入游戏和离开游戏的时间，小贝想知道某些时刻某名玩家所在的队伍中有多少人，于是添加了一些查询操作。你需要根据游戏规则和日志，回答小贝的问题。

输入格式

数据有多组，第一行一个整数 T 表示数据组数。

每组数据第一行有三个整数 N, M, Q ，表示玩家总数，好友关系数，以及日志记录的操作和小贝的查询次数。接下来 M 行，每一行有两个整数 U_i, V_i ，表示玩家 U_i, V_i 是好友。接下来 Q 行每行描述一个日志或者查询操作，格式如下：

- i U , 玩家 U 进入了游戏
- o U , 玩家 U 离开了游戏
- q U , 询问玩家 U 所在的队伍有多少人

输出格式

对于每组数据第一行输出形如"Case #x:"，其中 x 为这组数据的编号（从1开始）。接下来若干行，每一行对应一个查询的答案。

样例输入

```
1
3 2 7
1 2
2 3
i 1
i 3
q 1
i 2
q 1
o 2
q 1
```

样例输出

```
Case #1:
1
3
2
```

数据范围

- $1 \leq T \leq 20$
- $1 \leq N \leq 10^5$

- $1 \leq M \leq 10^5$
- $1 \leq Q \leq 10^5$
- $1 \leq U_i \leq N$
- $1 \leq V_i \leq N$
- $U_i \neq V_i$