

# Diskrete Mathematik

Patrick Bucher & Lukas Arnold

8. Mai 2017

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Diskrete Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>1</b>
1.1 Wahrscheinlichkeit nach Laplace . . . .	1
1.2 Komplement der Wahrscheinlichkeit . .	1
1.3 Additionsregel . . . . .	1
1.4 Bedingte Wahrscheinlichkeit . . . . .	1
1.5 Unabhängige Ereignisse . . . . .	1
1.6 Satz der totalen Wahrscheinlichkeit . . .	1
1.7 Satz von Bayes . . . . .	1
1.8 Binomialverteilung . . . . .	1
1.9 Hypergeometrische Verteilung . . . . .	1
1.10 Poissonverteilung . . . . .	1
1.11 W'keitsverteilung einer Zufallsvariablen .	1
1.12 Erwartungswert einer Zufallsvariable . .	1
1.13 Varianz einer Zufallsvariable . . . . .	1
1.14 Standardabweichung einer Zufallsvariable	1

## 1 Diskrete Wahrscheinlichkeitsrechnung

### 1.1 Wahrscheinlichkeit nach Laplace

$$p(A) = \frac{|A|}{|S|} = \frac{\text{Anzahl guenstige}}{\text{Anzahl moegliche}}$$

### 1.2 Komplement der Wahrscheinlichkeit

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

### 1.3 Additionsregel

$$p(A_1 \cup A_2) = p(A_1) + p(A_2) - p(A_1 \cap A_2)$$

### 1.4 Bedingte Wahrscheinlichkeit

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

### 1.5 Unabhängige Ereignisse

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{p(A)p(B)}{p(B)} = p(A)$$

### 1.6 Satz der totalen Wahrscheinlichkeit

$$p(A) = \sum_{i=1}^k p(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^k p(A|B_i) \cdot p(B_i)$$

$$p(A|C) = \frac{1}{p(C)} \sum_{i=1}^k p(A \cap (B_i \cap C))$$

$$p(A|C) = \sum_{i=1}^k p(A|B_i) \cdot p(B_i|C)$$

*Spezialfall für 2 Mengen:*

$$p(A) = p(A|B) \cdot p(B) + p(A|\bar{B}) \cdot p(\bar{B})$$

## 1.7 Satz von Bayes

$$p(B_j|A) = \frac{P(A|B_j) p(B_j)}{p(A)} = \frac{p(A|B_j) p(B_j)}{\sum_{i=1}^k p(A|B_i) \cdot p(B_i)}$$

*Spezialfall für 2 Mengen:*

$$p(B|A) = \frac{P(A|B) p(B)}{p(A|B) \cdot p(B) + p(A|\bar{B}) \cdot p(\bar{B})}$$

## 1.8 Binomialverteilung

$$B(k|n, p) = B_{n,p}(k) = C(n, k) p^k (1-p)^{n-k}$$

$$B(k|n, p) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

*Bedingung:*

$$p = M/N \text{ und } n \leq M/10 \leq (N-M)/10$$

## 1.9 Hypergeometrische Verteilung

$$p(k) = \frac{\binom{M}{k} \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

## 1.10 Poissonverteilung

$$f(k) = \frac{u^k}{k!} e^{-u}$$

*Bedingung:*

$$u = np \text{ und } p \leq 0.1, n \geq 100$$

## 1.11 W'keitsverteilung einer Zufallsvariablen

$$\{(r, p(X=r)) | \forall r \in X(S)\}$$

## 1.12 Erwartungswert einer Zufallsvariable

$$E(C) = \sum_{s \in S} X(s) \cdot p(s) = \sum_{r \in X(S)} r \cdot p(X=r)$$

## 1.13 Varianz einer Zufallsvariable

$$V(X) = \sum_{s \in S} (X(s) - E(X))^2 \cdot p(s)$$

$$V(X) = \sum_{r \in X(S)} (r - E(X))^2 \cdot p(X=r)$$

## 1.14 Standardabweichung einer Zufallsvariable

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$