Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Sommersemester 2018

Versuch 22: Kreisel

(durchgeführt am 21.09.2018 bei Adrian Hauber)

Andréz Gockel, Patrick Münnich

25. September 2018

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs

Dieser Versuch dient dazu, freie Rotation eines Systems mit von außen wirkender Drehmomente darzustellen. Insbesondere wird hier auf Präzession eingegangen. Dazu Nutzt man einen Kreisel, an dem Präzession und Rotation betrachtet werden.

2 Versuch

2.1 Theorie

Starre Körper haben Trägheitsmomente in Form eines Tensors. Bestimmte Achsen sind jedoch vielsagend. Diese formen einen Trägheitsellipsoid mit den Hauptachsen I_A, I_B und I_C. Bei symmetrischen Kreisel, wie hier vorhanden, sind I_B und I_C gleich. I_A ist das Trägheitsmoment bezüglich der Figurenachse. Bei Kreiseln ist dieses gleichzeitig unsere größte Komponente beim Trägheitsellipsoid.

Trägheitsmomente sind allgemein mit der Drehgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ und dem Drehimpuls $\vec{L}$ verbunden:

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \tag{1}$$

Stoßt man einen an der Figurenachse gebundenen Kreisel an, so wirkt ein Drehmoment:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{G} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} \tag{2}$$

$\vec{r}$ bezeichnet hier den Vektor vom Unterstützungspunkt zum Schwerpunkt ud $\vec{G}$ die Gewichtskraft im Schwerpunkt.

Da dies sich nur in der senkrechten Komponente ändert, ändert sich der Betrag des Drehimpulses nicht. Die einzige Änderung ist die Richtung, welche zu einer Drehbewegung in der Senkrechte führt. Diese Bewegung wird als Präzession bezeichnet, mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}_P$. Zusammen mit der Drehgeschwindigkeit $\vec{\omega}_F$ um die Figurenachse ergibt sich die momentane Drehgeschwindigkeit $\vec{\omega}$.

Bei einem präzedierenden Kreisel gibt es also eine Kreisbewegung mit Radius $L \sin\phi$ mit ϕ als Winkel zwischen $\vec{L}$ und der vertikalen Achse. Die Rotationsgeschwindigkeit hat einen Betrag von $\omega_P = {}^{\mathrm{d}\varphi}/_{\mathrm{d}t}$, wobei φ der azimutale Winkel ist. Die Äenderung des Drehimpulses ist also eine Richtungsänderung $\mathrm{d}\varphi = \frac{\mathrm{d}L}{L\sin\phi}$. Mit diesem Wissen kommen wir also zu

$$\omega_P = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t L \sin\phi}$$

Dies können wir umschreiben zu

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{\omega}_P \times \vec{L}. \tag{3}$$

Mit (2) kommen wir zu der Gleichung

$$\vec{r} \times \vec{G} = \vec{\omega}_P \times \vec{L} \tag{4}$$

Da wir in diesem Versuch mit einem schnell rotierenden Kreisel arbeiten, also $\omega_F >> \omega_P$ gilt näherungsweise $\sin(\vec{r}, \vec{G}) = \sin(\vec{\omega}_P, \vec{L})$. Als nächstes schreiben wir (4) für die Beträge der Vektoren um:

$$rG\sin(\vec{r}, \vec{G}) = \omega_P L \sin(\vec{\omega}_P, \vec{L}). \tag{5}$$

Nutzen wir unsere Näherung aus, so können wir schreiben

$$rG \approx \omega_A L \approx \omega_F L. \tag{6}$$

Hier ist ω_A die Drehgeschwindigkeitskomponente, die mit ω_B entlang zweier Hauptträgheitsachsen des Kreisels verläuft und sich mit I_A und I_B zusammen zu $\vec{L}$ vektoriell addieren lassen.

Mit $L \approx I\omega_A \approx I\omega_F$ können wir sagen, dass $L \approx \omega_P\omega_A I \approx I\omega_P\omega_F$. Damit kommen wir auf unsere gesuchte Gleichung

$$I_A = \frac{rG}{\omega_F\omega_P}, \tag{7}$$

welche wir für unsere Rechnungen benötigen.

2.2 Aufbau

Es wurde ein Kreiselrad mit verstellbarer Kreiselachse verwendet. Dieser wurde auf ein Stativ mit einer drehbaren Halterung die es ermöglichte eine Präzessionsbewegung zu durchlaufen. Eine Federwaage wurde verwendet um die Masse des Kreisels zu bestimmen. Es wurden zwei Stoppuhren benutzt um jeweils die Präzessionsfrequenz und die Rotationsfrequenz zu messen.

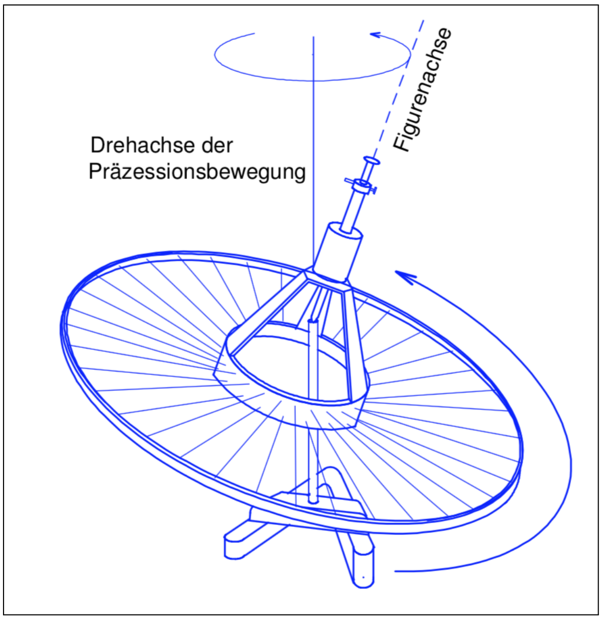

Abbildung B1: Präzessierender Kreisel [2]

2.3 Durchführung

Zuerst wurde Masse des Kreisels gemessen. Zunächst wurde die Kreiselachse eingestellt, dann wurde das Kreiselrad angehoben und per hand im Uhrzeigersinn gedreht. Der rotierende Kreisel wurde dann vorsichtig auf die Halterung platziert und gekippt. Dann wurden 10 Rotationen zeitlich gemessen, und eine Präzessionsbewegung. Dies wurde für 10 verschiedene Kreiselachsen vier mal durchgeführt. Die Drehrichtung der Präzessionsbewegung wurde jedesmal notiert. Es konnten nur die Drehrichtung bestimmt werden für die Einstellungen wo der Schwerpunkt zu nahe dem Unterstützungspunkt war.

2.4 Auswertung

Erstmals ist es wichtig zu wissen, dass unser gesuchtes I_A eine Konstante ist. Wollen wir diese mit (7) finden, so brauchen wir r, m, g, ω_F und ω_P. Die Masse m können wir leicht messen und wir bekommmen als Ergebnis (4.52 ± 0.020) kg. Für g verwenden wir einfach $9.81\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$. ω_F und ω_P können wir über die Periodendauer T berechnen:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Uns fehlt also nur noch r. Da I_A eine Konstante ist, können wir aus der Gleichung (7) schließen:

$$r = \frac{\omega_F \omega_P}{G} \tag{8}$$

Für die rechte Seite der Gleichung ist alles gemessen. Wir können dies in eine Graphik auftragen, in der wir dann einen linearen Zusammenhang sehen werden. Wir folgern, dass r wohl aus unserem eingestellten Abstand x summiert mit einem Offset x_0 besteht.

Nutzen wir für als lineare Gleichung für eine Ausgleichsgrade von dne Messpunkten

$$y = ax + b,$$

so können wir unser x_0 als $-\frac{b}{a}$ festlegen.

THIS ISN'T DONE

3 Diskussion

XXXX

4 Anhang: Tabellen und Diagramme

Tabelle 1: Messwerte

l in cm	Präzession umlaufdauer in s	10 Rotationen umlaufdauer in s
1	6.6	5.1
1	4.7	6.9
1	3.6	8.1
1	7.9	4.2
2	6.5	6.7
2	6.7	6.7
2	7.0	6.0
2	9.4	5.5
3	13.7	6.8
3	14.4	6.2
3	9.8	7.8
3	13.4	6.1
8	5.7	6.4
8	6.6	5.5
8	5.6	6.6
8	6.4	6.0
9	5.1	5.7
9	4.7	6.5
9	4.1	8.0
9	6.3	4.5
10	1.7	6.7
10	2.7	5.0
10	3.9	3.6
10	3.2	4.0

Unsicherheiten:
Zeit: $\pm$ 0.3s
Länge: $\pm$ 0.05cm

Literatur

[1] "Correlations between variables are automatically handled, which sets this module apart from many existing error propagation codes." - https://pythonhosted.org/uncertainties/

[2] Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg (Hrsg.) (08/2018): Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 1, Ferienpraktikum im Sommersemester 2018.