Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Sommersemester 2018

Versuch 8: Viskosität aus dem Durchströmen einer Kapillare

(durchgeführt am 26.09.2018 bei Pascal Wunderlin)

Andréz Gockel, Patrick Münnich

26. September 2018

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs

Das Ziel des Versuchs ist es, den Zusammenhang zwischen Strömungsgeschwindigkeit, Viskosität, Druckdifferenz und geometrischen Parametern darzustellen. Hierzu wird erstmal das Gesetz von Hagen-Poiseuille durch Messung der Volumenstromstärke durch verschiedene Kapillare überprüft, und dann die Viskosität von Wasser bestimmt.

2 Teil 1

2.1 Theorie

Ist eine Laminarströmung vorhanden, also sind keine Turbulenzen zwischen den einzelnen infitesimalen Wasserschichten vorhanden, so gilt für die Volumenstromstärke I_V das Gesetz von Hagen-Poiseuille:

$$I_V = \frac{V}{t} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta l} \tag{1}$$

Zur Herleitung dessen wird die Definition der Viskosität genutzt:

$$F = \eta A \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} \tag{2}$$

Um die Druckdifferenz Δp zu berechnen, benötigt man die Steighöhe h und die Dichte von Wasser ρ_w. Aus

$$F_G = mg = \rho_w V g = \rho_w A h g = F_2$$

Wobei V das Volumen des Wassers im Steigrohr mit A die Querfläche des Steigrohrs mal h ist. Mit $p = \frac{(F2-F1)}{A}$ und $F_1 = 0$, da der Aussendruck durch das Loch ausgeglichen wird, bekommt man für Δp:

$$\Delta p = \frac{\rho_w A h g}{A} = \rho_w h \boldsymbol{g}$$

2.2 Aufbau

2.3 Durchführung

XXXX

2.4 Auswertung

In der Formel $I_V = \frac{V}{t}$ haben sowohl V und t Fehler. Wir verwenden hier also die verallgemeinerte Formel für Quotienten:

$$\left|\frac{\Delta z}{z}\right| = \sqrt{\left(a\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(b\frac{\Delta y}{y}\right)^2 + \ldots} \text{ für } z = x^a\ y^b \ldots$$

Hier also:

$$\left|\frac{\Delta I_V}{I_V}\right| = \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(-1\frac{\Delta t}{t}\right)^2}$$

Da $\frac{d^4}{l}$ aus Werten ohne vorhandenem Fehler bestehen, berechnen wir dafür keinen Fehler.

Um unseren Mittelwert zu berechnen, rechnen wir ganz leicht mit

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} I_{V_i}}{n}$$

den Nominalwert, und mit

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$$

die Standardunsichertheit dessen.

Unsere Mittelwerte der I_V für jede Position werden dann gegen d^4/l aufgetragen, siehe Abbildung (**??**).

Da wir jedoch klar erkennen können, dass I_{V_4} mit der linearen Steigung der anderen Werte nicht übereinstimmt, lassen wir diesen Wert weg und erhalten die Gerade, welche in Abbildung (**??**) gefunden werden kann.

In der Formel $I_V = \frac{V}{t}$ haben sowohl V und t Fehler. Wir verwenden hier also die verallgemeinerte Formel für Quotienten:

$$\left|\frac{\Delta z}{z}\right| = \sqrt{\left(a\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(b\frac{\Delta y}{y}\right)^2 + \ldots} \text{ für } z = x^a\ y^b \ldots$$

Hier also:

$$\left|\frac{\Delta I_V}{I_V}\right| = \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(-1\frac{\Delta t}{t}\right)^2}$$

Da $\frac{d^4}{l}$ aus Werten ohne vorhandenem Fehler bestehen, berechnen wir dafür keinen Fehler.

Um unseren Mittelwert zu berechnen, rechnen wir ganz leicht mit

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} I_{V_i}}{n}$$

den Nominalwert, und mit

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$$

die Standardunsichertheit dessen.

Unsere Mittelwerte der I_V für jede Position werden dann gegen d^4/l aufgetragen, siehe Abbildung (**??**).

Da wir jedoch klar erkennen können, dass I_{V_4} mit der linearen Steigung der anderen Werte nicht übereinstimmt, lassen wir diesen Wert weg und erhalten die Gerade, welche in Abbildung (**??**) gefunden werden kann.

Wir erhalten als Ergebnis daraus für unser a einen Wert von $(0.014 \pm 0.011)\,\mathrm{mm}^3$

Um aus unseren Werten Δp zu berechnen, verwenden wir

$$\Delta p = \rho_w h g$$

Da der einzige Wert mit einem Fehler h ist, rechnen wir einfach mit

$$\Delta z = |\mathrm{d}f\mathrm{d}x|\,\Delta x \text{ für } z = f(x)$$

unseren Fehler aus. Mit $\rho_w = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, $g = 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ und $h = (135 \pm 3)\,\mathrm{mm}$ erhalten wir als Wert $\Delta p = (132 \pm 29)\,\mathrm{bar}$.

Da wir als Endergebnis η wollen, müssen wir erstmal die Gleichung (1) umstellen und wir erhalten:

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 I_V l}.$$

Hier haben Δp und I_V Fehler. Wir wenden also wieder die Gleichung für Produkte an und erhalten:

$$\left|\frac{\Delta\eta}{\eta}\right| = \sqrt{\left(\frac{\Delta\Delta p}{\Delta p}\right)^2 + \left(-1\frac{\Delta I_V}{I_V}\right)^2}$$

Als Ergebnis für η erhalten wir für unsere vier verwendeten Messreihen:

- $(0.076 \pm 0.017)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$
- $(0.118 \pm 0.027)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$
- $(0.088 \pm 0.020)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$
- $(0.091 \pm 0.020)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$

Als nächstes betrachten wir den durchschnittlichen Fehler der Messungen und die Streuung:
Wir erhalten als durchschnittlichen Fehler $0.006\,\mathrm{A}$ und als Streuung $0.570\,\mathrm{A}$.

3 Diskussion

XXXX

4 Anhang: Tabellen und Diagramme

Tabelle 1: XXXX

Unsicherheiten:
XXXX: $\pm XX$XX

XXXX/XX	XXXX/XX	XXXX/XX
2	0.26	0.23
4	0.33	0.25
5		0.3
6	1.25	0.83
8	3.9	0.83
9	4.75	4.6
10	4.7	

Literatur

[1] "Correlations between variables are automatically handled, which sets this module apart from many existing error propagation codes." - https://pythonhosted.org/uncertainties/

[2] Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg (Hrsg.) (08/2018): Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 1, Ferienpraktikum im Sommersemester 2018.