Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Sommersemester 2018

Versuch 14: Streuversuch

(durchgeführt am 01.10.2018 bei Julia Müller)
Andréz Gockel, Patrick Münnich
9. Oktober 2018

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs

Das Ziel dieses Versuchs ist es, experimentell die Streuung von Teilchen zu visualisieren, in dem man Kugeln auf ein Target schießt und die Auftreffpunkte betrachtet. Hiermit wird dann mit der Abhängigkeit des Streuwinkels vom Stoßparameter der Durchmesser des Targets bestimmt.

2 Theorie

Wird eine Kugel mit Radius r auf eine festgehaltene Kugel mit Radius R, auch „Target” genannt, geschoßen, so wird sie mit dem Streuwinkel θ gestreut. θ hängt hier vom Stoßparameter b ab. Zum genaueren Verständnis muss eine Skizze angebracht werden:

Hierzu gelten folgende Formeln:

$$\overline{CE} = \overline{BD} = s \arcsin \frac{b}{s} \approx b \tag{1}$$

$$\theta = \frac{\overline{AD}}{s} \approx \frac{\overline{AB} - b}{s} \tag{2}$$

$$\sin \beta = \frac{b}{r + R} \tag{3}$$

Außerdem können wir unser θ folgendermaßen ausdrücken:

$$\theta = \frac{B}{s} \tag{4}$$

3 Aufbau

In diesem Versuch sind ein Streuapparat mit Plexiglasdeckel, eine Rolle druckempfindliches Papier, eine Schachtel mit Metallkugeln und ein Bandmaß vorhanden. Der Streuapparat besteht aus einem Zylinder mit einer dran befestigten Schußapparatur, welche mit Luftdruck funktioniert.

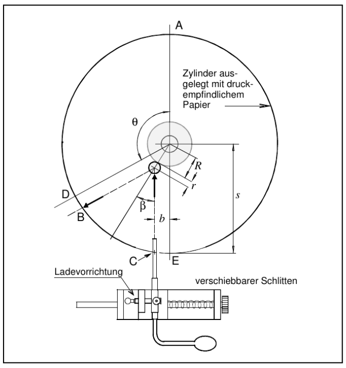

Abbildung 2: Versuchsaufbau. [1]

4 Durchführung

Man beginnt damit, dass das Papier an die Innenwand des Zylinder des Streuapparats gesteckt wird. Wichtig ist hier natürlich, dass die druckempfindliche Seite nach innen zeigen muss.

Es werden dann für verschiedene Stoßparameter b, welche durch Bewegen des Schußgeräts eingestellt werden, die Kugeln alle an das Target innerhalb des Streuapparats geschoßen. Sind alle Kugeln geschoßen, so wird der Stoßparameter geändert. Zu beachten ist, dass man sowohl von rechts als auch von links schießen muss.

5 Auswertung

Für die Auswertung muss zuerst der Papierstreifen entfernt werden. Man betrachtet die Aufstoßpunkte und mittelt sie. Hierzu beginnt man graphisch und findet rechts und links Grenzen, sodass 68% der Punkte innerhalb der Grenzen liegen. Danach geht man analytisch vor und berechnet mit

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{5}$$

die Mittelwerte und mit

$$s_{\bar{x}} = \frac{\sum s_x}{\sqrt{n}} \tag{6}$$

deren Unsicherheiten. Wir erhalten damit folgende Werte:

Tabelle 1: Gemittelte Datenpunkte

Unsicherheiten:
B: $\pm$ 0.1cm
Position: $\pm$ 0.05cm

Messreihe	Position/cm	B/cm
1	109.00	87.8
2	108.00	65.0
3	108.50	77.4
4	107.50	49.4
5	111.50	64.5
6	111.00	75.7
7	112.00	55.1
8	111.75	50.2
9	111.25	70.0
10	109.25	70.25

Um unsere Werte aufzutragen und den Radius R zu bestimmen berechnen wir noch mit (4) die Werte für θ. Wir verwenden für s unser bestimmter Radius des zylindrischen Streuapparats von (63.8±0.5) cm und die eben berechneten Werte für die Positionen.

Um den Fehler unserer θ zu berechnen nutzen wir:

$$\frac{\partial \theta}{\partial b} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial s} = -\frac{b}{s^2}$$

$$\Delta\theta = \sqrt{\left(\frac{\partial \theta}{\partial b}\Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial s}\Delta s\right)^2}$$

Wir erhalten als Werte:

Wir können jetzt also unsere Werte von b gegen $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ auftragen. Wir führen aber zuerst noch eine lineare Regression durch. Da unsere zehnte Messung stark von den anderen Messungen dieser Messreihe abweicht, lassen wir diese raus. Aus unseren Formeln für die lineare Regression für ein Polynom der Form $y = ax + b$,

$$a = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \tag{7}$$

$$\Delta a = s\sqrt{\frac{n}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}, \tag{8}$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \tag{9}$$

Tabelle 2: Werte für θ

Messreihe	Position/cm	θ /rad
1	109.00	2.75 ± 0.02
2	108.00	2.03 ± 0.02
3	108.50	2.43 ± 0.02
4	107.50	1.55 ± 0.01
5	111.50	2.02 ± 0.02
6	111.00	2.37 ± 0.02
7	112.00	1.73 ± 0.01
8	111.75	1.57 ± 0.01
9	111.25	2.19 ± 0.02
10	109.25	2.20 ± 0.02

$$\Delta b = s\sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \tag{10}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}[y_i - (a + bx_i)]^2}, \tag{11}$$

interessiert uns eigentlich nur die Steigung a. Wir erhalten mit unserer Rechnung

$$a_{links} = -0.35 \pm 0.01$$

$$a_{rechts} = 0.32 \pm 0.07$$

Das resultierende Bild sieht dann folgendermaßen aus:

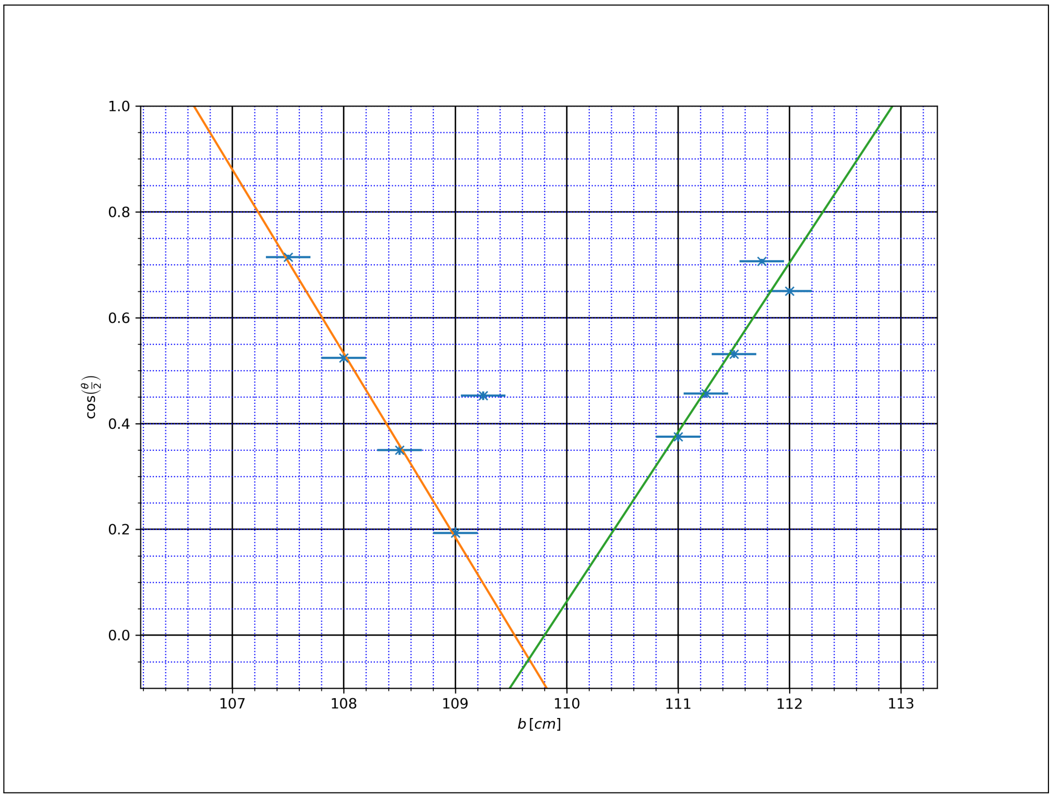

Abbildung 1: Auftragung der Messwerte und lineare Regression. Der linke bzw. rechte Teil entspricht den Teil links bzw. rechts der Schußapparatur.

Fehlerbalken in y-Achse sind hier schwer zu erkennen, wurden jedoch berechnet. Hierzu leiten wir $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ partiell nach θ ab:

$$\frac{\partial \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\partial \theta} = -\frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2}$$

Der Betrag dieser partielle Ableitung mit dem Fehler von θ multipliziert ist also unser Fehler in der y-Achse.

Da unser Verlauch klar linear ist können wir $\frac{1}{r+R}$ aus (3) der Steigung gleichsetzen. Wir rechnen also

$$\frac{1}{a} - r = R \tag{12}$$

Da wir einen Fehler auf a haben müssen wir wieder gaußsche Fehlerfortpflanzung anwenden und erhalten

$$\frac{\partial R}{\partial a} = -\frac{1}{a^2}$$
$$\Delta R = \left|\frac{\partial R}{\partial a}\Delta a\right|$$

Mit unseren beiden Steigungen und dem vorgegebenen Radius der Kugeln, $2r = 4.35\,\text{mm}$, erhalten wir als Werte für den Radius unseres Targets:

$$r_1 = 2.66 \pm 0.09$$

$$r_2 = 2.9 \pm 0.7$$

Der Mittelwert hiervon mit (5) und (6) ist dann:

$$\bar{r} = 2.8 \pm 0.4$$

6 Diskussion

Wollen wir die Korrektheit unserer Werte überprüfen, so ist leider kein Literaturwert vorhanden. Wir können jedoch mit dem experimentell selbst gemessen Durchmesser vergleichen. Dieser Wert entspricht:

$$d_r = (5.2 \pm 0.2)\,\text{cm}$$

Zum Vergleich verwenden wir folgende Formel:

$$t = \frac{|x_n - y_n|}{\sqrt{x_s^2 + y_s^2}} \tag{13}$$

Mit dieser Formel erhalten wir $t = 0.005$. Dies impliziert, da es innerhalb des $t < 2$ Bereichs ist, starke Verträglichkeit des Wertes. Jedoch haben wir einen sehr großen Fehler auf unser $\bar{r}$, nähmlich entspricht dieser ca 14%. Die Signifikanz des Wertes ist also nicht sehr hoch.

Ignorieren wir jedoch unseren Wert für r_2 und vergleichen einfach unser r_1 mittels (13), so erhalten wir

$$t = 0.006$$

Zwar steigt unser t-Wert also leicht, jedoch haben wir eine wesentlich höhere Signifikanz, da der Fehler nur noch 3% des Ergebnisses ist.

Laut der guten Übereinstimmung der gemessenen Ergebnisse können wir also davon ausgehen, dass die theoretischen Überlegungen sinnvoll sind.

Jedoch müssen wir auch davon ausgehen, dass unser Experiment von systematischen Fehlern beeinflusst wurde. Ein Beispiel hierfür ist, dass durchaus die Möglichkeit existiert, dass unsere Kugeln nicht alle mit der selben Geschwindigkeit und Ausrichtung geschoßen wurden. Die Apparatur könnte sich während dem Nachladen leicht verschoben haben, da hierfür der Bolzen rausgenommen werden musste und dann losgelassen wurde. Mit einer Feder hat sich der Bolzen dann zurück bewegt. Der Einfluss dessen wird aber wohl nicht sehr groß gewesen sein, da die t-Werte nicht sehr groß sind.

Zur Verbesserung des Versuchs sollte eine gut Ablesbare Skala angebracht werden, damit b leichter bestimmt werden kann. Außerdem sollte man das Papier besser reinlegen, befestigen und den Mittelpunkt finden können. Der Einfluss dieser Verbesserungen sollte aber nicht zu hoch sein, da diese eigentlich nur dazu dienen, dem Durchzuführenden das Messen zu erleichtern.

Was jedoch einen größeren Unterschied machen könnte wäre, wenn man eine Apparatur hätte, welche automatisch die Auftreffpunkte alle bestimmen würde und deren Punkte einem geben würde. Natürlich ist dies aber zu zeitaufwendig zu erstellen, jedoch wären dann die Mittelwerte der Auftreffpunkte genauer bestimmbar.

Literatur

[1] Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg (Hrsg.) (08/2018): Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 1, Ferienpraktikum im Sommersemester 2018.