

## Versuch 17: Trägheitsmomente/Steinerscher Satz

(durchgeführt am 17.09.2018 bei Adrian Hauber)  
Gruppe 14: Andréz Gockel, Patrick Münnich  
19. September 2018

### 1 Ziel des Versuchs

Das Ziel dieses Versuchs ist es den Adiabatenexponenten von Luft und Argon zu bestimmen<sup>1</sup>. Hierfür wird ein Versuchsaufbau nach Rüchardt-Flammerfeld ?? verwendet. Um dies zu ermöglichen leitet man die Formel F1 her, die den Adiabatenexponent in Abhängigkeit der Schwingungsdauer des Schwingkörpers bringt.

### 2 Auswertung und Fehleranalyse

#### 2.1 Teil A - Umwandlung von mechanischer Arbeit in Wärme

Zu Bestimmende Werte	
Luftdruck	$p_A$
Masse Schwingkörper	$m_p$
Durchmesser des Glasrohres	$d$
Periode	$n$
Temperatur	$T$
Bekannte Werte	
Volumen des Glaskolbens	$V = (2225 \pm 5) \text{ cm}^3$

$$\kappa = \frac{4\pi^2 m V}{A^2 p T_s^2} \quad (\text{F1})$$

##### 2.1.1 Aufgabenstellung

##### 2.1.2 Auswertung

Die Messung wurde zweimal durchgeführt. Bei der ersten Durchführung wurde die Temperaturänderung über 50 Drehungen jeweils im Abstand von 10 Drehungen gemessen. Die zweite Durchführung wurde mit 100 Drehungen durchgeführt und die Temperatur alle 5 Drehungen notiert. Die genauen Messwerte befinden sich im Anhang. T1, T2.

Die restlichen Messungen ergaben:

$$m_W = 79.18(3) \text{ g}, \quad m_{kal} = 98.05(3) \text{ g}, \quad d = 4.765(3) \text{ cm}$$

Für die Wärmekapazität gilt:

---

<sup>1</sup>Kohlenstoffdioxid war original teil des Experiments, wurde aber ausgelassen da nicht genügend Druck vorhanden war, um eine Schwingung zu erzeugen.

$$C = C_{Kal} + C_T + m_w c_w, \quad (1)$$

was umgestellt werden kann zu:

$$c_w = \frac{C - C_{Kal} - C_T}{m_w}. \quad (2)$$

$C$  wird hier mittels der folgenden Gleichungen bestimmt:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \quad (3)$$

$$W_R = mgn\pi d = Q \quad (4)$$

Mit unseren Messwerten und dem *uncertainties* Paket [1] in Python berechnen wir damit:

Messung	1	2	Mittelwert	Gewichtet
Wärmekapazität [J/kgK]	$8300 \pm 1400$	$3500 \pm 600$	$5900 \pm 800$	$4187 \pm 554$

Diese Rechnungen wurden mit dem *uncertainties* Paket in Python durchgeführt. Diese Rechnungen können im Anhang gefunden werden..

Der Fehler der Messung mit dem Schürholz Apparat ist aufgrund der großen Ungenauigkeit der Temperatur und der Anzahl Drehungen sehr groß. Außerdem ist es recht wahrscheinlich, dass  $F_R$  und  $F_G$  sich nicht ständig ganz ausgleichen, also dadurch auch eine Unsicherheit entsteht. Dies ist einflussreich, da die Wärme,  $Q$ , von  $F_R$  via  $W_R = \int F_R ds$  abhängig ist. Da  $F_R$  über  $F_G$  bestimmt wird und dies bei nicht korrekter Ausgleichung der Beiden nicht akkurat ist, ist also auch  $Q$  und dadurch  $c_w$  ungenau. Als systematischer Fehler kommt noch die Ungenauigkeit der Masse von 5 kg hinzu. Der Literaturwert hierzu ist 4182 J/kgK. Der Unterschied beim normalen Mittelwert ist aufgrund der Messungenauigkeiten und niedrigen Anzahl Messungen sehr groß.

Der gewichtete arithmetische Mittelwert ist jedoch sehr nahe an dem Literaturwert. Dies der Fall, da die zweite Messung wesentlich näher dran ist und der Fehler dort wesentlich kleiner ist. Aufgrund der Formel für den gewichteten arithmetischen Mittelwert,

$$\bar{x}_g = \frac{\sum_i g_i x_i}{\sum_i g_i}, \quad (5)$$

mit den Gewichtungsfaktoren

$$g_i = u_i^{-2}, \quad (6)$$

wird hier also der zweite Wert stärker gewichtet und wir bekommen einen Mittelwert, der um  $t = 0.009$  vom Literaturwert abweicht. Dies wurde mit

$$t = \frac{|x_0 - y|}{u_x} \quad (7)$$

berechnet.

## 2.2 Teil B - Umwandlung von elektrischer Arbeit in Wärme

### 2.2.1 Aufgabenstellung

Zur Bestimmung der Wärmekapazität durch Umwandlung von elektrischer Arbeit in Wärme nutzt man ein Kalorimeter mit einem Widerstand und Thermometer. Zum Aufwärmen des Wassers wird der Widerstand an eine Spannungsquelle angeschlossen. Die Temperaturänderung wird dann bis zu einem beliebigen Punkt abschnittsweise gemessen. Danach wird gemessen, ab welchem Zeitpunkt die Temperatur wieder abfällt.

### 2.2.2 Auswertung

Es wurden zwei Messungen durchgeführt mit jeweils 116.94 g und 113.42 g Wasser. Die Wassermenge wurde so gewählt, damit der Widerstand und das Thermometer in dem Wasser eingetaucht sind. Die Dauern der Messungen waren 38 und 20 Minuten. Diese wurden so gewählt, dass sie möglichst kurz ausfallen sollten. Temperaturänderungen wurden im Abstand von 60 Sekunden gemessen, da diese sonst nicht auffällig genug wären, um etwas zu erkennen. Die Messwerte hierzu sind aufgrund ihrer Länge im Anhang.

Das Extrapolationsverfahren der 1. Messreihe ergibt  $T_{max} = 26.5^\circ\text{C}$  da der Temperaturabfall erst nach 30 begann. Für die 2. Messreihe ergibt das Extrapolationsverfahren  $T_{max} = 41.45^\circ\text{C}$  ??, ??, T3

Extrapolationsverfahren				
Messreihe	$a$ in $^\circ\text{C}$	$u_a$ in $^\circ\text{C}$	$b$ in $^\circ\text{C/s}$	$u_b$ in $^\circ\text{C/s}$
1	26.5	0.037	-33.579	$2.105 \times 10^{-5}$
2	42.65	1.605	-0.0025	0.001443

Tabelle T3: Wertetabelle für die Extrapolation

Uns ist bekannt, dass  $W_{el}$  vollständig in Wärmeenergie,  $Q$ , umgewandelt wird. Folgende Formeln gelten:

$$Q = (C_{Kal} + m_w c_w) \Delta T \quad (8)$$

$$W_{el} = \int P dt = \int UI dt. \quad (9)$$

Da  $P$  konstant ist, kann man hier einfach mit

$$W_{el} = UI \Delta t \quad (10)$$

rechnen. Bei unserer Messreihe waren die Werte für  $U$  und  $I$  jeweils 14.9 V und 1.5 A.

Stellen wir (8) nach  $c_w$  um und setzen (10) ein, so bekommen wir als Formel:

$$c_w = \frac{UI \frac{\Delta t}{\Delta T} - C_{Kal}}{m_w}. \quad (11)$$

Unser  $m_w$ , die Masse des Wassers, ist wie oben erwähnt bei der ersten Messreihe 116.94(3) g und bei der zweiten 113.42(3) g. Somit ergeben unsere Werte für  $c_w$ :

Messung	1	2	Mittelwert	Gewichtet
Wärmekapazität [J/kgK]	$7330 \pm 0.09$	$8790 \pm 0.11$	$8060 \pm 0.10$	$7931 \pm 0.07$

Tabelle T3: Wertetabelle Wärmekapazität

Der gewichtete arithmetische Mittelwert wurde gleich wie beim ersten Teil berechnet. Mit der Formel für die Abweichung aus Teil A, (7), sind wir hier  $t = 53543$  von dem Literaturwert entfernt.

Der große Unterschied zwischen den Abweichungen liegt vermutlich dabei, dass beim zweiten Versuch man wesentlich ungenauer ablesen musste. Dieses Problem ist durch die kurze Erwärmungsphase vergrößert worden. Hätte man zu einer höheren Temperatur erwärmt, so würde es sich auch schneller abkühlen und man könnte einen größeren Temperaturabstand als Indikator für das Senken der Temperatur wählen.

Außerdem haben wir noch einen systematischen Fehler aufgrund des Rührens des Wassers, was zur Mischung dient, aber wodurch kinetische Energie hinzugefügt wird, welches das Wasser auch aufwärmt. Dazu kann man noch erwähnen, dass die Außentemperatur steigt, wodurch das Wasser nicht immer gleich abkühlt. Dies ist jedoch aufgrund der kurzen Dauer der Messung nicht sehr einflussreich.

## Literatur

- [1] "Correlations between variables are automatically handled, which sets this module apart from many existing error propagation codes." - <https://pythonhosted.org/uncertainties/>

### 3 Anhang

Messreihe 1

Rotationen $n \pm 0.3$	Temperatur $T \pm 0.05^\circ\text{C}$
0	24
10	24.1
20	24.3
30	24.5
40	24.6
50	24.8

Tabelle T1: Messreihe 1 für Teil A

Messreihe 2

Rotationen $n \pm 0.3$	Temperatur $T \pm 0.05^\circ\text{C}$
0	24.3
5	24.3
10	24.4
15	24.5
20	24.6
25	24.7
30	24.8
35	24.9
40	25
45	25.1
50	25.2
55	25.2
60	25.4
65	25.5
70	25.5
75	25.6
80	25.6
85	25.7
90	25.8
95	26
100	26

Tabelle T2: Messreihe 2 für Teil A

Messreihe	Periode	Luft	Argon
		Zeit in s	Zeit in s
1	200±14	78.53	75.06
	400±20	156.89	149.50
	600±25	235.78	223.57
	800±28	314.35	297.25
	1000±32	392.34	370.68
2	200±14	78.44	73.03
	400±20	156.87	145.91
	600±25	235.38	218.79
	800±28	313.95	291.47
	1000±32	392.52	364.06
3	100±10	39.09	36.10
	100±10	38.96	36.18
	100±10	39.16	36.14
	100±10	39.00	36.10
	100±10	39.96	36.16

Tabelle T1: 1. Messwerte

Wasser 113.42(3) g

Unsicherheiten:

Zeit:  $\pm 0.03\text{s}$   
 Temperatur:  $\pm 0.02^\circ\text{C}$   
 Strom:  $\pm 0.018\text{A}$   
 Spannung:  $\pm 0.12\text{V}$

$t$ in s	$T$ in $^\circ\text{C}$	$I$ in A	$U$ in V
0	22	1.5	14.9
60	22	1.5	14.9
120	23	1.5	14.9
180	24	1.5	14.9
240	26	1.5	14.9
300	27	1.5	14.9
360	28	1.5	14.9
420	29.2	1.5	14.9
480	30.3	1.5	14.9
540	31.9	1.5	14.9
600	33	1.5	14.9
660	33.7	1.5	14.9
720	35	1.5	14.9
780	35	1.5	14.9
840	36	1.5	14.9
900	37	1.5	14.9
960	38.2	0	0
1020	39.5	0	0
1080	40	0	0
1140	40	0	0
1200	39.5	0	0

Tabelle T5: 2. Messwerte für Teil B