

Versuch 04: Dichte und Oberflächenspannung

(durchgeführt am 07.09.2018 bei Daniel Bartle)

Andréz Gockel, Patrick Münnich

11. September 2018

1 Ziel des Versuchs

Der Versuch ist in zwei Teile geteilt, welche dazu dienen, grundlegende Eigenschaften von Flüssigkeiten experimentell zu bestimmen. Im Teil A bestimmt man die Dichte von Wasser und einer unbekannten Flüssigkeit mithilfe einer Jollyschen Federwaage. Im Teil B bestimmt man die Oberflächenspannung von Wasser durch Messen der Abrisskraft mithilfe eines Torsionskraftmessers.

2 Auswertung und Fehleranalyse

2.1 Teil A - Dichte

2.1.1 Aufgabenstellung

Mit Hilfe der Jollyschen Federwaage sind zu bestimmen

1. die Dichte eines geometrisch einfach gestalteten Körpers, wobei ein Vergleich mit den aus den geometrischen Abmessungen und dem Gewicht des Körpers gewonnenem Wert durchzuführen ist,
2. die Dichte einer unbekannten Flüssigkeit.

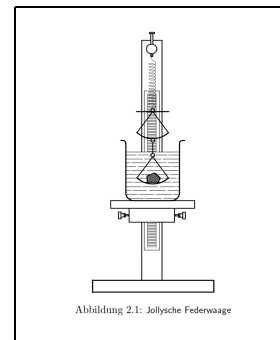


Abbildung B1: Jollysche Federwaage

2.1.2 Auswertung

Zur ersten Aufgabe:

Die Messungen wurden mit einer Metallkugel durchgeführt mit einem Durchmesser von $d = (1.2 \pm 0.03)\text{cm}$ und einer Masse von $m = (7.03 \pm 0.005)\text{g}$. Mit der Formel für das Volumen, $V = \frac{\pi}{6}d^3$, und für die Dichte, $\rho = \frac{m}{V}$, ergibt sich ein Wert von $(7810 \pm 550)\text{kg/m}^3$. Hierbei wurde der Fehler über die Potenzformel des Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes ($\delta V = \frac{\Delta V}{V}$, $\delta V = 3\delta d$) bei Vernachlässigung des Fehlers der Masse bestimmt.

In Wasser : werte in mm Fehler: $\pm 0.1\text{mm}$	Messung	1	2	3	4	5
	Ruhelage x_0	441	479	473	463	468
	Nicht eingetaucht x_1	414	453	447	436	440
	Eingetaucht x_2	417	456	450	439	443

Für das Dichteverhältniss gilt:

$$\frac{\rho}{\rho_{Fl}} = \frac{F_G}{F_G - F_{G'}} \quad (1)$$

$$F = -k(x - x_0), \quad (2)$$

wobei die Größen in (1)

- ρ und ρ_{Fl} jeweils die Dichten von dem Körper und der Flüssigkeit.
- F_G die Gewichtskraft des Körpers in Luft.
- $F_{G'}$ die Gewichtskraft des Körpers in einer Flüssigkeit.

und in (2)

- F die Federkraft
- k die Federkonstante
- x_0 die Ruhelage der Waage
- x die Auslenkung der Waage sind.

Daraus ergibt sich für die Dichte mit den Auslenkungen x_1 Objekt in Luft und x_2 Objekt in Flüssigkeit:

$$\rho = \rho_{Fl} \frac{x_1 - x_0}{x_1 - x_2}. \quad (3)$$

Für unsere Messwerte aus Tabelle 1 erhalten wir

Messung	1	2	3	4	5
Dichte ρ [kg/m ³]	8982 ± 4260	8649 ± 4104	8649 ± 4104	8982 ± 4260	9314 ± 4416

Der Mittelwert unserer Messung beträgt also $\rho = (8900 \pm 1800) \text{ kg/m}^3$. Diese Rechnungen wurden mit dem *uncertainties* Paket in Python durchgeführt. Siehe Anhang: *Rechnungen in Python* (In [1]). [1]
 Der Fehler der Messung mit der Jollyschen Waage ist aufgrund des großen Dichteunterschieds zwischen dem Metall und der Flüssigkeit so groß. Dadurch ist die Auftriebskraft im Vergleich zur Gewichtskraft der Kugel klein und man erhält im Nenner von (3) die Differenz zweier nahezu gleichen Messwerte, deren Fehler dann groß ist.

Zur zweiten Aufgabe:

Die Rechnungen wurden mit den Messwerten aus dem ersten Aufgabenteil durchgeführt und es wurde die gleiche Apparatur verwendet. Als Wert für die Dichte des Körpers wurde der Mittelwert auf dem ersten Aufgabenteil genutzt. Die Formel (3) wurde zu

$$\rho_{Fl} = \rho \frac{x_1 - x_2}{x_1 - x_0} \quad (4)$$

umgestellt.

Für die unbekannte Flüssigkeit wurde gemessen:

In Flüssigkeit : werte in mm Fehler: ±0.1mm	Messung	1	2	3	4
	Ruhelage x_0	449	466	440	482
	Nicht eingetaucht x_1	424	438	414	455
	Eingetaucht x_2	427	441	417	458

Mit (4) ergibt sich dann:

Messung	1	2	3	4
Dichte ρ [kg/m ³]	1068 \pm 523	953 \pm 469	1026 \pm 504	989 \pm 486

Hier ist der Mittelwert dann $\rho_{Fl} = (1010 \pm 300) \text{ kg/m}^3$. Die Rechnungen wurden hier wieder mit dem *uncertainties* Paket in Python durchgeführt. Siehe Anhang: *Rechnungen in Python* (In [2]).

2.1.3 Unsicherheitsvergleich mit Streuung

Aus den 5 bzw. 4 Einzelwerten der beiden Messungen ergeben sich folgende Streuungen:

$$s_\rho = 279 \text{ kg/m}^3, \quad s_{\rho_{Fl}} = 49.1 \text{ kg/m}^3$$

Diese Werte sind erheblich kleiner als erwartet. Der Grund dafür könnte bei einer zu groben Abschätzung der Messungenauigkeit oder aufgrund der geringen Anzahl an Einzelmessungen (5 bzw. 4) liegen.

Geht man von einer halb so großen Messungenauigkeit aus, so erhält man Fehlerabschätzungen von etwa 2000 kg/m³, was immer noch nicht konsistent mit der Abschätzung mittels s_ρ ist. Daher müssen wir davon ausgehen, dass die kleinen Werte von s_ρ und $s_{\rho_{Fl}}$ durch die geringe Anzahl an Einzelmessungen zustande gekommen sind.

Aus den Unsicherheiten der Einzelmessungen ergeben sich Standardabweichungen des Mittelwerts von:

$$s_{\bar{\rho}} = (3987 \pm 125) \text{ kg/m}^3, \quad s_{\overline{\rho_{Fl}}} = (505 \pm 25) \text{ kg/m}^3$$

Bei der Messreihe mit der unbekannten Flüssigkeit gibt es einen systematischen Fehler aufgrund der verwendeten gemessenen Dichte des Körpers, die unter Umständen zu groß oder zu klein geschätzt wurde und als Referenz dient.

2.2 Teil B - Oberflächenspannung

2.2.1 Aufgabenstellung

Mit Hilfe der Torsionswaage ist die Oberflächenspannung von destilliertem Wasser und von Ethanol nach der Abreißmethode zu bestimmen.

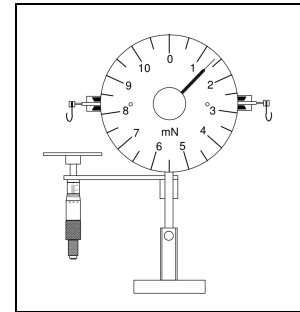


Abbildung B2: Torsionswaage

2.2.2 Auswertung

Die Oberflächenspannung von Wasser und Ethanol wurde mit der Abreißmethode gemessen. Für diese gilt:

$$\sigma = \frac{F_{smax}}{2l} \quad (5)$$

Die Länge l des Drahts beträgt 2.63 ± 0.03 cm. Die Messwerte befinden sich für Wasser und Ethanol befinden sich im Anhang. Deren Graphische Darstellungen in den Graphiken sind auch im Anhang. Die Sigmoidfunktion

$$d \times \frac{1}{1 + \exp(-c \times (x - a))} + b \quad (6)$$

wurde mit der `curve_fit` Funktion von dem SciPy Paket in Python an die Messpunkte angepasst. Aus den Graphiken lesen wir folgende Werte für F_{smax} ab:

Messung	1	2
Kraft F_{smax} [mN]	5.16 ± 1.03	4.75 ± 0.95

Messung	1	2	3
Kraft F_{smax} [mN]	1.27 ± 0.25	1.42 ± 0.28	1.38 ± 0.28

Die Fehler wurden durch Streuung der Messpunkte um die angepassten Kurven abgeschätzt.

Mit der Formel (5) ergibt sich für die Oberflächenspannung

Messung	1	2	Mittelwert
Oberflächenspannung [mN/cm]	0.98 ± 0.20	0.90 ± 0.18	0.94 ± 0.13

Messung	1	2	3	Mittelwert
Oberflächenspannung [mN/cm]	0.24 ± 0.05	0.27 ± 0.05	0.26 ± 0.05	0.26 ± 0.03

3 Anhang: Tabellen und Diagramme

Fehler Höhe: $\pm 0.03\text{mm}$
Fehler Kraft: $\pm 0.02\text{mN}$

Höhe [mm]	Kraft [mN]	Kraft [mN]
2	0.26	0.23
4	0.33	0.25
5		0.3
6	1.25	0.83
8	3.9	0.83
9	4.75	4.6
10	4.7	

Tabelle 1: Messwerte für Wasser beim zweiten Experiment

Fehler Höhe: $\pm 0.03\text{mm}$
Fehler Kraft: $\pm 0.02\text{mN}$

Höhe [mm]	Kraft [mN]	Kraft [mN]	Kraft [mN]
0	-0.35	-0.35	
1	-0.2		
3.5			0
3.75	0	0	
4			0.15
4.5			4.6
5	0.67	0.85	1.1
5.5		1.1	1.25
6		1.3	1.4
6.2			1.43
6.4			1.4
6.5		1.35	
6.6			1.3
7	1.25		
8	1.25		

Tabelle 2: Messwerte für Ethanol beim zweiten Experiment

Literatur

- [1] "Correlations between variables are automatically handled, which sets this module apart from many existing error propagation codes." - <https://pythonhosted.org/uncertainties/>

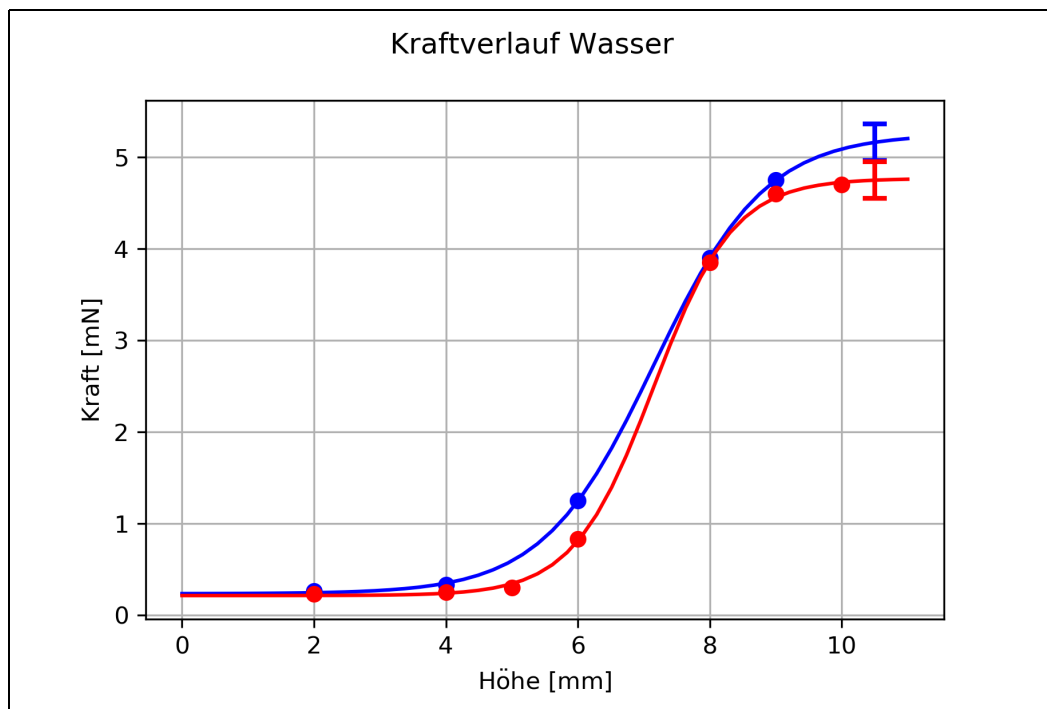


Abbildung 3: Verlauf der Kraft F als Funktion der Position x beim Herausziehen des Bügels aus der Flüssigkeit.

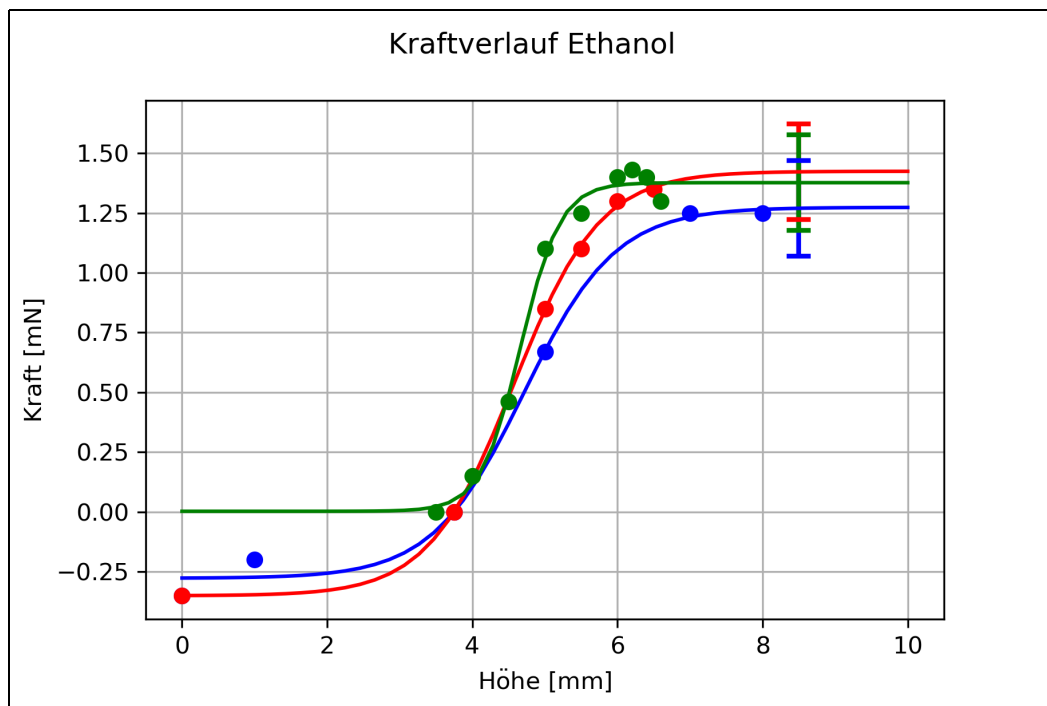


Abbildung 4: Verlauf der Kraft F als Funktion der Position x beim Herausziehen des Bügels aus der Flüssigkeit.