Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Sommersemester 2018

Versuch 70: Linsen und Linsensysteme

(durchgeführt am 28.09.2018 bei Daniel Bartel)
Andréz Gockel, Patrick Münnich
9. Oktober 2018

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs

Das Ziel dieses Versuchs ist es, Einzellinsen und Linsenkombinationen zu untersuchen. Genauer schaut man, wann mit welchen Linsen scharfe Abbildungen von Gegenständen vorhanden sind.

2 Teil 1

2.1 Theorie

Für das Verständnis dieses Teils benötigt man die Abbildungsgleichung für dünne Linsen,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}, \tag{1}$$

und die entsprechende Gleichung für Linsensysteme mit zwei Linsen,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}. \tag{2}$$

Dieses lässt sich für kleine Abstände d zwischen den Linsen zu

$$\frac{1}{f} \approx \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

vereinfachen.

2.2 Aufbau

2.3 Durchführung

XXXX

2.4 Auswertung

In diesem Teil wollen wir einfach $1/b$ gegen $1/g$ auftragen. Die geschätzten Fehler werden als Fehlerbalken eingezeichnet. Zum Vergleich werden noch Geraden addiert, welche für die Linse mit $f = 80\,\mathrm{mm}$ mit

$$\frac{g}{f}$$

berechnet wurde und für die Linsensysteme mit jeweils $f_1 = 80\,\mathrm{mm}$ und $f_2 = 150\,\mathrm{mm}$ bzw. $f_1 = 80\,\mathrm{mm}$ und $f_2 = 200\,\mathrm{mm}$ mit

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{1}{g}$$

bestimmt. Die resultierende Graphik kann im Anhang als Abbildung **??** gefunden werden.

3 Teil 2

3.1 Theorie

Für diesen Teil führen wir neue Variablen ein:

- Abstand $s = g + b$ zwischen Gegenstand und Bild
- Differenz $e = |g - b|$ zwischen den Linsenpositionen.

Diese Variablen setzen wir in (1) ein und erhalten:

$$\begin{aligned}\frac{1}{f} &= \frac{2}{s+e} + \frac{2}{s-e} \\ &= \frac{2s - \cancel{2e} + 2s + \cancel{2e}}{s^2 - e^2} \\ &= \frac{4s}{s^2 - e^2} \\ f &= \frac{s^2 - e^2}{4s} \end{aligned} \tag{3}$$

3.2 Aufbau

3.3 Durchführung

XXXX

3.4 Auswertung

In diesem Teil wollen wir einfach mit unseren Messwerten und der Formel (3) zuerst unsere Werte für (s, e):

Tabelle 1: XXXX

Unsicherheiten:
s: $\pm\,0.4$cm
e: $\pm\,0.5$cm

XXXX/XX	XXXX/XX	XXXX/XX
2	0.26	0.23
4	0.33	0.25
5		0.3
6	1.25	0.83
8	3.9	0.83
9	4.75	4.6
10	4.7	

Wir können hier die Rechnungen per Hand mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung durchführen. Hierzu müssen wir unsere Gleichung einfach nach jeweils e und s partiell ableiten:

$$\frac{\partial f}{\partial s} = \frac{s^2 + e^2}{4s}$$
$$\frac{\partial f}{\partial e} = \frac{-e}{2s}$$

Dies können wir in

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial s}\Delta s\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial e}\Delta e\right)^2}$$

einsetzen und berechnen. In diesem Fall sind unsere Ergebnissen jedoch mit dem *uncertainties* Paket in Python berechnet worden. Siehe Anhang: *Rechnungen in Python* (`In [12]`) Dieses Paket hat die Fähigkeit, Korrelationen zwischen Variablen zu berücksichtigen [1].

Da uns hier die Mittelwerte interessieren, nutzen wir noch

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{4}$$

für die Berechnung des Mittelwerts und

$$s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} \tag{5}$$

für der Berechnung der Unsicherheit dessen.

Wir erhalten daraus für die Linse mit $f = 80\,\mathrm{mm}$ $\bar{f} = 82 \pm 1.7\,\mathrm{mm}$, für das System mit $f_1 = 80\,\mathrm{mm}$ und $f_2 = 150\,\mathrm{mm}$ $\bar{f} = 58 \pm 1.9\,\mathrm{mm}$ und für das Linsensystem mit $f_1 = 80\,\mathrm{mm}$ und $f_2 = 200\,\mathrm{mm}$ $\bar{f} = 123 \pm 1.4\,\mathrm{mm}$.

4 Teil 3

4.1 Theorie

Für das Abbe-Verfahren führen wir den Abbildungsmaßstab ein:

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \tag{6}$$

Dies machen wir, da wir b und g nicht direkt bestimmen können, jedoch die Bildgröße B und Gegenstandsgröße G problemlos bestimmen können.

Die Hauptebenen befinden sich dann um $h_{1/2}$ vor bzw. hinter diesem Punkt. Mit unserer messbaren scheinbaren Gegenstandsgröße g' und scheinbare Bildweite b' haben wir also

$$g' = (1 + {}^1\!/\!_\beta)\, f_1 + h_1 \tag{7}$$

$$b' = (1 + \beta)\, f_2 + h_2 \tag{8}$$

4.2 Aufbau

4.3 Durchführung

XXXX

4.4 Auswertung

In diesem Teil wollen wir zuerst mit den Formeln (6), (7) und (8) g', b', β und $\Delta\beta$ bestimmen. Wir erhalten aus unseren Messreihen:

Um dies visuell darzustellen, tragen wir $1 + {}^1\!/\!_\beta$ gegen g' und $1 + \beta$ gegen b' auf.

Aus der linearen Regression können wir f_1, f_2, h_1 und h_2 bestimmen.

Zur Bestimmung der linearen Regression wenden folgende Formeln an:

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \tag{9}$$

$$\Delta a = s \sqrt{\frac{n}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}, \tag{10}$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \tag{11}$$

$$\Delta b = s \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \tag{12}$$

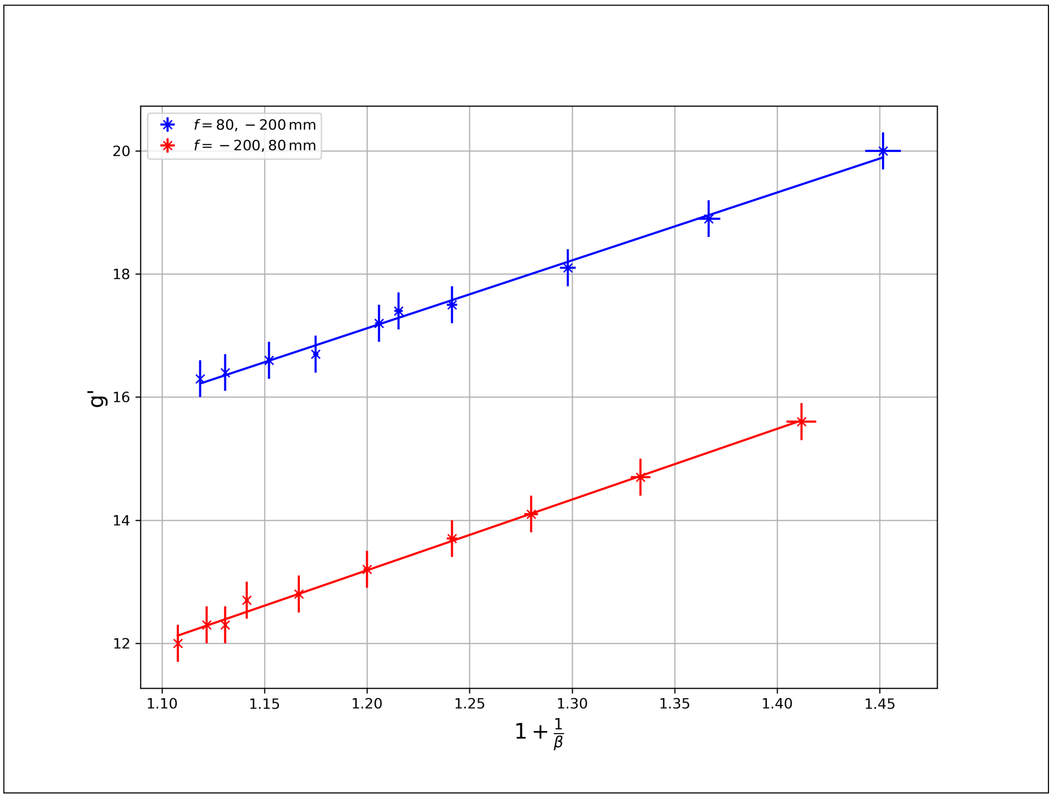

Abbildung 69: $1 + {}^1/_\beta$ gegen g' dargestellt

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}[y_i - (a + bx_i)]^2}, \tag{13}$$

Wir erhalten als Werte:
Zur Klarifizierung fertigen wir noch eine (außer der Linsen) maßstabsgetreue Skizze an:

5 Teil 4

5.1 Theorie

XXXX

5.2 Aufbau

5.3 Durchführung

XXXX

5.4 Auswertung

XXXX

6 Diskussion

XXXX

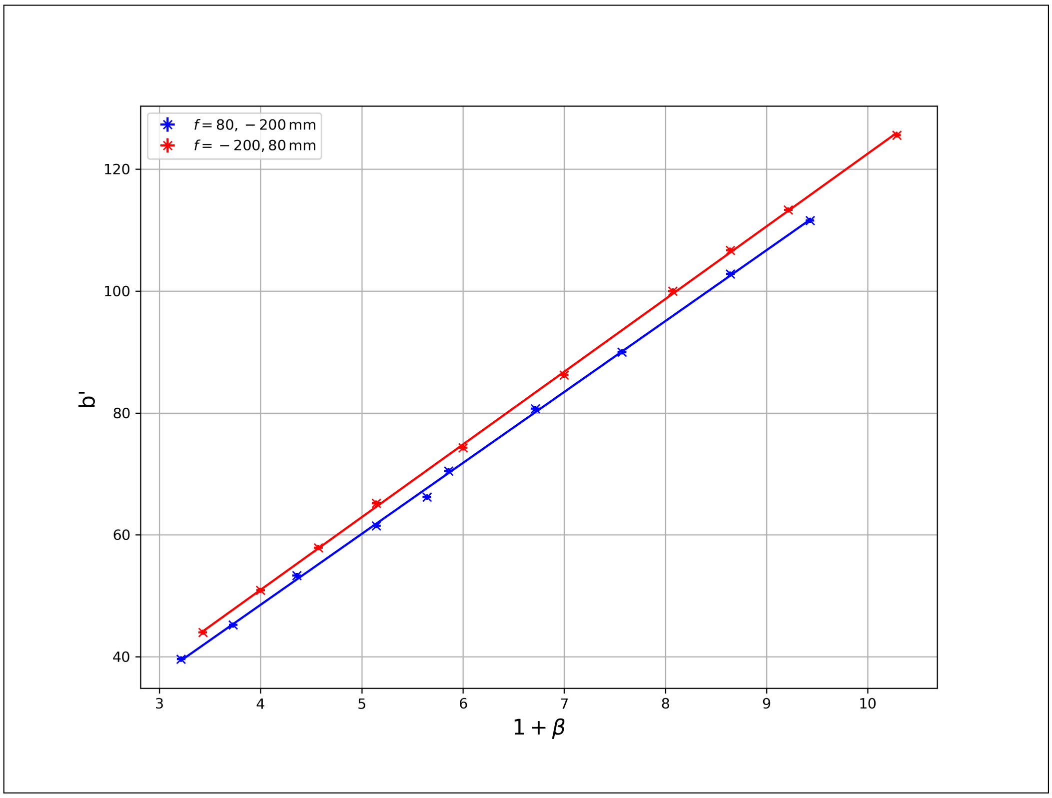

Abbildung 420: $1 + \beta$ gegen b' dargestellt

7 Anhang: Tabellen und Diagramme

Literatur

[1] "Correlations between variables are automatically handled, which sets this module apart from many existing error propagation codes." - `https://pythonhosted.org/uncertainties/`

[2] Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg (Hrsg.) (08/2018): Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 1, Ferienpraktikum im Sommersemester 2018.

Tabelle 2: XXXX

Unsicherheiten:
XXXX: $\pm XXXX$

XXXX/XX	XXXX/XX	XXXX/XX	
f_1	80	-200	0.5762491658548258
h_1	80	-200	11.03475419102985
f_2	80	-200	1.9531933609241
h_2	80	-200	11.639603091057374
f_1	-200	80	-3.913845161813182
h_1	-200	80	11.49900273595246
f_2	-200	80	3.2411227934990583
h_2	-200	80	11.930724229182056

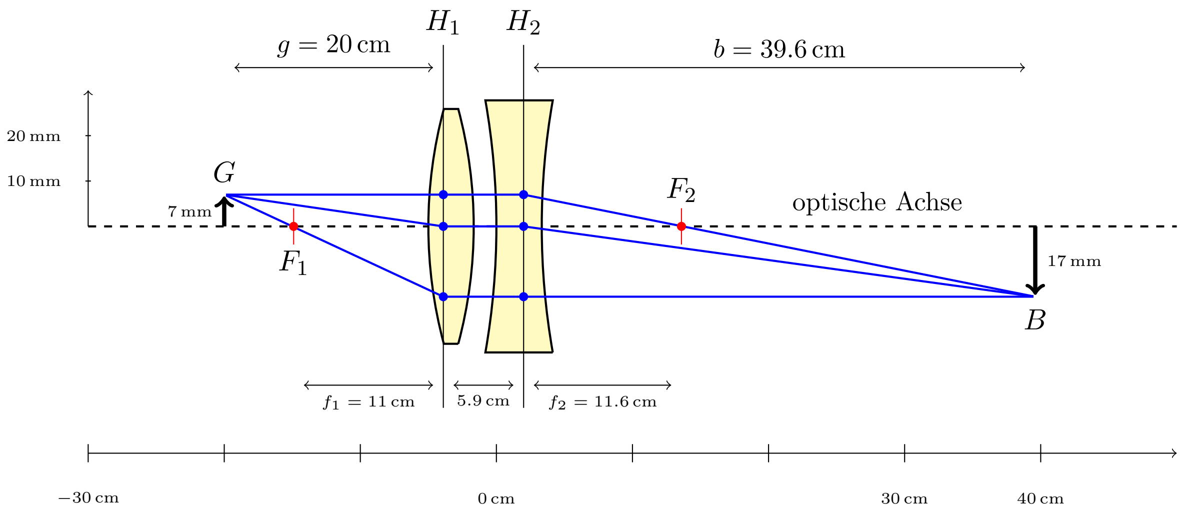

Abbildung 3: Maßstabsgetreue Skizze

Tabelle 3: XXXX

Unsicherheiten:
XXXX: $\pm XXXX$

XXXX/XX	XXXX/XX	XXXX/XX
2	0.26	0.23
4	0.33	0.25
5		0.3
6	1.25	0.83
8	3.9	0.83
9	4.75	4.6
10	4.7	