

Versuch 04: Dichte und Oberflächenspannung

(durchgeführt am 07.09.2018 bei Daniel Bartle)
Andréz Gockel, Patrick Münnich
3. Oktober 2018

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuchs	2
2	Teil A	2
2.1	Aufbau	2
2.2	Durchführung	2
2.3	Auswertung	2
2.3.1	Unsicherheitsvergleich mit Streuung	4
3	Teil B - Oberflächenspannung	5
3.1	Aufbau	5
3.2	Durchführung	5
3.3	Auswertung	5
4	Anhang: Tabellen und Diagramme	7

Tabellenverzeichnis

1	Messwerte Kugel	3
2	Dichte Kugel	3
3	Messwerte Flüssigkeit	4
4	Dichte Flüssigkeit	4
5	Kräfte bei Wasser	5
6	Kräfte bei Ethanol	6
7	Oberflächenspannung bei Wasser	6
8	Oberflächenspannung bei Ethanol	6
9	Messwerte für Wasser (Teil B)	7
10	Messwerte für Ethanol (Teil B)	7

Abbildungsverzeichnis

B1	Jollysche Federwaage	2
B2	Torsionswaage	5
B3	Kraft/Höhe Diagramm Wasser	8
B4	Kraft/Höhe Diagramm Ethanol	8

1 Ziel des Versuchs

Der Versuch ist in zwei Teile geteilt, welche dazu dienen, grundlegende Eigenschaften von Flüssigkeiten experimentell zu bestimmen. Im Teil A bestimmt man die Dichte von einem Festkörper und einer unbekannten Flüssigkeit mithilfe einer Jollyschen Federwaage. Im Teil B bestimmt man die Oberflächenspannung von Wasser durch Messen der Abrisskraft mithilfe eines Torsionskraftmessers.

2 Teil A

2.1 Aufbau

Für diesen Teil verwenden wir die Jollysche Federwaage (B1) diese hat zwei identische Waagschalen um die Auftriebskraft der Flüssigkeit an der Waagschale auszugleichen. Zuerst verwenden wir eine Metallkugel und ein Wasser gefüllten Becher den wir auf die verschiebbare Platte stellen sodass die zweite Waagschale sich in dem Wasser befindet. Nachdem die Kugel gemessen wurde wird das Wasser durch die unbekannte Flüssigkeit ersetzt.

Wichtig zu beachten ist, dass die Schale immer gleich tief in die Flüssigkeit getunkt wird und beim auflegen der Kugel darf die Waagschale den Boden des Bechers nicht berühren. Die Kugel darf nur trocken auf die obere Waagschale gesetzt werden, außerdem sollte die Waagschale den Innenrand des Bechers nicht berühren um den Einfluss von Reibkräften zu vermeiden.

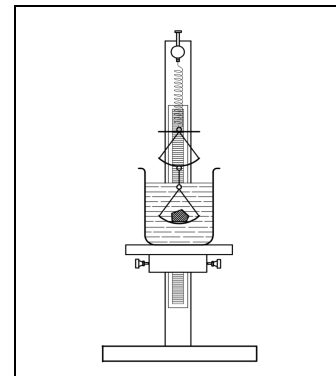


Abbildung B1: Jollysche Federwaage [4]

2.2 Durchführung

Anfangs wurde die Kugel mit der oberen Waagschale gewogen, und dann mit der im Wasser getunkten Waagschale. Zunächst wurde der verschiebbare Tisch auf dem sich der Becher befindet verstellt und den Aufhängepunkt der Feder so eingestellt, dass die Waagschale wieder gleich tief in dem Wasser ist. Dann wird noch mal gewogen und das Ganze für fünf verschiedene Positionen wiederholt.

Dann wird das Wasser mit der unbekannten Flüssigkeit ersetzt und das Verfahren wurde nochmals fünf mal wiederholt.

2.3 Auswertung

Zur ersten Aufgabe:

Die Messungen wurden mit einer Metallkugel durchgeführt mit einem Durchmesser von $d = (1.2 \pm 0.03)\text{cm}$ und einer Masse von $m = (7.03 \pm 0.005)\text{g}$. Mit der Formel für das Volumen, $V = \frac{\pi}{6}d^3$, und für die Dichte, $\rho = \frac{m}{V}$, ergibt sich ein Wert von $(7810 \pm 550)\text{kg/m}^3$. Hierbei wurde der Fehler über die Potenzformel des Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes ($\delta V = \frac{\Delta V}{V}$, $\delta V = 3\delta d$) bei Vernachlässigung des Fehlers der Masse bestimmt.

Für das Dichteverhältnis gilt:

$$\frac{\rho}{\rho_{Fl}} = \frac{F_G}{F_G - F_{G'}} \quad (1)$$

Tabelle 1: Messwerte Kugel

In Wasser : werte in mm Fehler: $\pm 0.1\text{mm}$	Messung		1	2	3	4	5
	Ruhelage	x_0	441	479	473	463	468
	Nicht eingetaucht	x_1	414	453	447	436	440
	Eingetaucht	x_2	417	456	450	439	443

$$F = -k(x - x_0), \quad (2)$$

wobei die Größen in (1)

- ρ und ρ_{Fl} jeweils die Dichten von dem Körper und der Flüssigkeit.
- F_G die Gewichtskraft des Körpers in Luft.
- $F_{G'}$ die Gewichtskraft des Körpers in einer Flüssigkeit.

und in (2)

- F die Federkraft
- k die Federkonstante
- x_0 die Ruhelage der Waage
- x die Auslenkung der Waage sind.

Daraus ergibt sich für die Dichte mit den Auslenkungen x_1 Objekt in Luft und x_2 Objekt in Flüssigkeit:

$$\rho = \rho_{Fl} \frac{x_1 - x_0}{x_1 - x_2}. \quad (3)$$

Für unsere Messwerte aus Tabelle 1 erhalten wir

Tabelle 2: Dichte Kugel

Messung	1	2	3	4	5
Dichte ρ [kg/m^3]	8982 ± 4260	8649 ± 4104	8649 ± 4104	8982 ± 4260	9314 ± 4416

Der Mittelwert unserer Messung beträgt also $\rho = (8900 \pm 1800)\text{kg}/\text{m}^3$. Diese Rechnungen wurden mit dem *uncertainties* Paket in Python durchgeführt. Siehe Anhang: *Rechnungen in Python* (In [1]). [1]

Der Fehler der Messung mit der Jollyschen Waage ist aufgrund des großen Dichteunterschieds zwischen dem Metall und der Flüssigkeit so groß. Dadurch ist die Auftriebskraft im Vergleich zur Gewichtskraft der Kugel klein und man erhält im Nenner von (3) die Differenz zweier nahezu gleichen Messwerte, deren Fehler dann groß ist.

Zur zweiten Aufgabe:

Die Rechnungen wurden mit den Messwerten aus dem ersten Aufgabenteil durchgeführt und es wurde die gleiche Apparatur verwendet. Als Wert für die Dichte des Körpers wurde der Mittelwert auf dem ersten Aufgabenteil genutzt. Die Formel (3) wurde zu

$$\rho_{Fl} = \rho \frac{x_1 - x_2}{x_1 - x_0} \quad (4)$$

Tabelle 3: Messwerte Flüssigkeit

In Flüssigkeit : werte in mm Fehler: $\pm 0.1\text{mm}$	Messung		1	2	3	4
	Ruhelage	x_0	449	466	440	482
	Nicht eingetaucht	x_1	424	438	414	455
	Eingetaucht	x_2	427	441	417	458

Tabelle 4: Dichte Flüssigkeit

Messung	1	2	3	4
Dichte ρ [kg/m ³]	1068 ± 523	953 ± 469	1026 ± 504	989 ± 486

umgestellt.

Für die unbekannte Flüssigkeit wurde gemessen:

Mit (4) ergibt sich dann:

Hier ist der Mittelwert dann $\rho_{Fl} = (1010 \pm 300)\text{kg/m}^3$. Die Rechnungen wurden hier wieder mit dem *uncertainties* Paket in Python durchgeführt. Siehe Anhang: *Rechnungen in Python* (In [2]).

2.3.1 Unsicherheitsvergleich mit Streuung

Aus den 5 bzw. 4 Einzelwerten der beiden Messungen ergeben sich folgende Streuungen:

$$s_\rho = 279 \text{ kg/m}^3, \quad s_{\rho_{Fl}} = 49.1 \text{ kg/m}^3$$

Diese Werte sind erheblich kleiner als erwartet. Der Grund dafür könnte bei einer zu groben Abschätzung der Messungenauigkeit oder aufgrund der geringen Anzahl an Einzelmessungen (5 bzw. 4) liegen.

Geht man von einer halb so großen Messungenauigkeit aus, so erhält man Fehlerabschätzungen von etwa 2000 kg/m^3 , was immer noch nicht konsistent mit der Abschätzung mittels s_ρ ist. Daher müssen wir davon ausgehen, dass die kleinen Werte von s_ρ und $s_{\rho_{Fl}}$ durch die geringe Anzahl an Einzelmessungen zustande gekommen sind.

Aus den Unsicherheiten der Einzelmessungen ergeben sich Standardabweichungen des Mittelwerts von:

$$s_{\bar{\rho}} = (3987 \pm 125)\text{kg/m}^3, \quad s_{\overline{\rho_{Fl}}} = (505 \pm 25)\text{kg/m}^3$$

Bei der Messreihe mit der unbekannten Flüssigkeit gibt es einen systematischen Fehler aufgrund der verwendeten gemessenen Dichte des Körpers, die unter Umständen zu groß oder zu klein geschätzt wurde und als Referenz dient.

3 Teil B - Oberflächenspannung

3.1 Aufbau

Für diesen Versuchsteil wird eine Torsionswaage verwendet. Zusätzlich werden zwei gleiche Drahtbügel verwendet. Benötigt wird noch Ethanol, um die Drahtbügel von Fettspuren zu reinigen. Ein kleinen Becher der zuerst mit Wasser und später mit Ethanol gefüllt wird. An den enden der Waage befindet sich jeweils ein Häkchen wo die Drahtbügel angehängt werden.

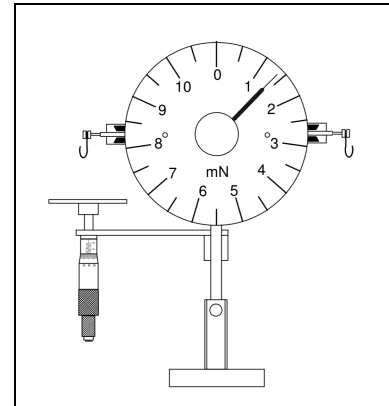


Abbildung B2: Torsionswaage [4]

3.2 Durchführung

Erst wurden die Drahtbügel mit dem Ethanol gewischt, dann gewogen. Die Drahtbügel werden an die Haken gehängt und der Wasserbecher wird auf den Messtisch unter dem linken Drahtbügel gestellt. Als nächstes wurde die Waage kalibriert und die Auftriebskraft des Wassers ausgeglichen. Hierzu wird zuerst die Kraftwaage auf null gestellt, um den Gewicht unterschied auszugleichen. Zunächst wird der Drahtbügel in das Wasser getunkt und der Messtisch so eingestellt, dass die an dem Drahtbügel gebildete Lamelle gerade reißt. Die Auftriebskraft wird dann ausgeglichen durch abwechselndes drehen der beiden Knöpfe an der Kraftwaage. Danach wurde der Drahtbügel wieder in das Wasser getunkt und die Lamelle erneut gebildet. Dann wird die Kraft gemessen die an dem Punkt auftritt genau vor die Lamelle reißt.

3.3 Auswertung

Die Oberflächenspannung von Wasser und Ethanol wurde mit der Abreißmethode gemessen. Für diese gilt:

$$\sigma = \frac{F_{s_{max}}}{2l} \quad (5)$$

Die Länge l des Drahts beträgt 2.63 ± 0.03 cm. Die Messwerte befinden sich für Wasser und Ethanol befinden sich im Anhang. Deren Graphische Darstellungen in den Graphiken sind auch im Anhang. Die Sigmoidfunktion

$$d \times \frac{1}{1 + \exp(-c \times (x - a))} + b \quad (6)$$

wurde mit der `curve_fit` Funktion von dem SciPy Paket in Python an die Messpunkte angepasst. Aus den Graphiken lesen wir folgende Werte für $F_{s_{max}}$ ab:

Tabelle 5: Kräfte bei Wasser

Messung	1	2
Kraft $F_{s_{max}}$ [mN]	5.16 ± 1.03	4.75 ± 0.95

Tabelle 6: Kräfte bei Ethanol

Messung	1	2	3
Kraft F_{smax} [mN]	1.27 ± 0.25	1.42 ± 0.28	1.38 ± 0.28

Die Fehler wurden durch Streuung der Messpunkte um die angepassten Kurven abgeschätzt.

Mit der Formel (5) ergibt sich für die Oberflächenspannung

Tabelle 7: Oberflächenspannung bei Wasser

Messung	1	2	Mittelwert
Oberflächenspannung [mN/cm]	0.98 ± 0.20	0.90 ± 0.18	0.94 ± 0.13

Tabelle 8: Oberflächenspannung bei Ethanol

Messung	1	2	3	Mittelwert
Oberflächenspannung [mN/cm]	0.24 ± 0.05	0.27 ± 0.05	0.26 ± 0.05	0.26 ± 0.03

Literatur

- [1] "Correlations between variables are automatically handled, which sets this module apart from many existing error propagation codes." - <https://pythonhosted.org/uncertainties/>
- [2] https://en.wikipedia.org/wiki/Surface-tension_values#cite_note-one-2 (3. Oktober 2018)
- [3] https://en.wikipedia.org/wiki/Surface_tension (3. Oktober 2018)
- [4] Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg (Hrsg.) (08/2018): Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 1, Ferienpraktikum im Sommersemester 2018.

4 Anhang: Tabellen und Diagramme

Tabelle 9: Messwerte für Wasser (Teil B)

	Höhe/mm	Kraft/mN	Kraft/mN
	2	0.26	0.23
	4	0.33	0.25
Unsicherheiten:	5		0.3
Höhe: $\pm 0.03\text{mm}$	6	1.25	0.83
Kraft: $\pm 0.02\text{mN}$	8	3.9	0.83
	9	4.75	4.6
	10	4.7	

Tabelle 10: Messwerte für Ethanol (Teil B)

	Höhe/mm	Kraft/mN	Kraft/mN	Kraft/mN
	0	-0.35	-0.35	
	1	-0.2		
	3.5			0
	3.75	0	0	
	4			0.15
Unsicherheiten:	4.5			4.6
Höhe: $\pm 0.03\text{mm}$	5	0.67	0.85	1.1
Kraft: $\pm 0.02\text{mN}$	5.5		1.1	1.25
	6		1.3	1.4
	6.2			1.43
	6.4			1.4
	6.5		1.35	
	6.6			1.3
	7	1.25		
	8	1.25		

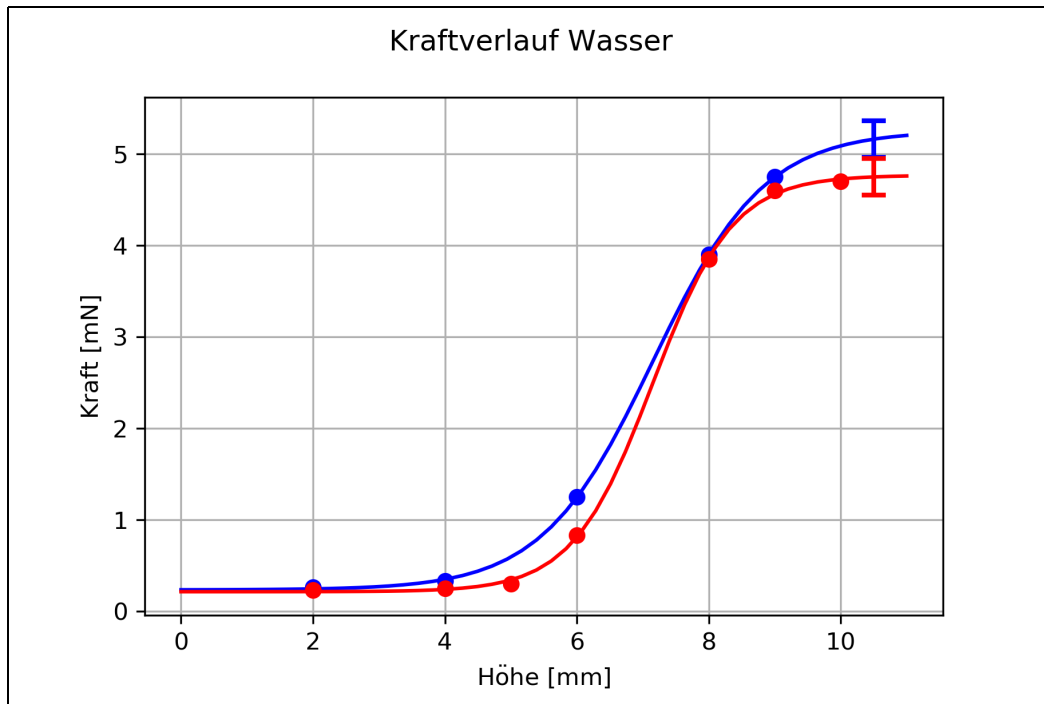


Abbildung B3: Verlauf der Kraft F als Funktion der Position x beim Herausziehen des Bügels aus der Flüssigkeit.

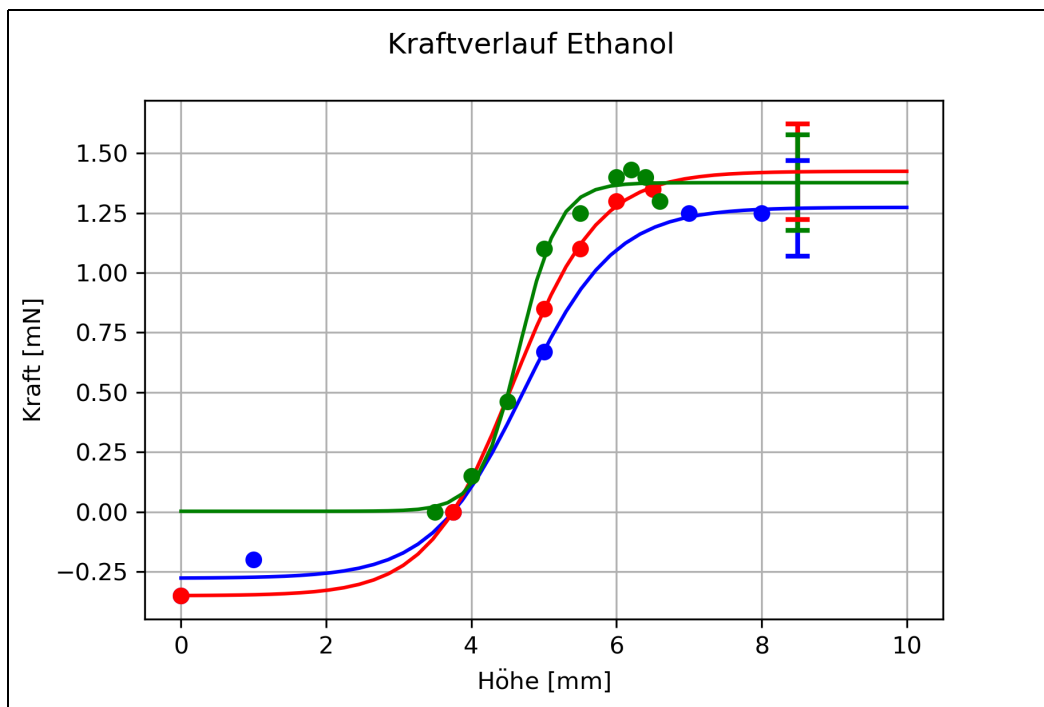


Abbildung B4: Verlauf der Kraft F als Funktion der Position x beim Herausziehen des Bügels aus der Flüssigkeit.