Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Sommersemester 2018

Versuch 8: Viskosität aus dem Durchströmen einer Kapillare

(durchgeführt am 26.09.2018 bei Pascal Wunderlin)

Andréz Gockel, Patrick Münnich

27. September 2018

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs

Das Ziel des Versuchs ist es, den Zusammenhang zwischen Strömungsgeschwindigkeit, Viskosität, Druckdifferenz und geometrischen Parametern darzustellen. Hierzu wird erstmal das Gesetz von Hagen-Poiseuille durch Messung der Volumenstromstärke durch verschiedene Kapillare überprüft, und dann die Viskosität von Wasser bestimmt.

2 Teil 1

2.1 Theorie

Ist eine Laminarströmung vorhanden, also sind keine Turbulenzen zwischen den einzelnen infitesimalen Wasserschichten vorhanden, so gilt für die Volumenstromstärke I_V das Gesetz von Hagen-Poiseuille:

$$I_V = \frac{V}{t} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta l} \tag{1}$$

Zur Herleitung dessen wird die Definition der Viskosität genutzt:

$$F = \eta A \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} \tag{2}$$

Um die Druckdifferenz Δp zu berechnen, benötigt man die Steighöhe h und die Dichte von Wasser ρ_w. Aus

$$F_G = mg = \rho_w V g = \rho_w A h g = F_2$$

Wobei V das Volumen des Wassers im Steigrohr mit A die Querfläche des Steigrohrs mal h ist. Mit $p = \frac{(F2-F1)}{A}$ und $F_1 = 0$, da der Aussendruck durch das Loch ausgeglichen wird, bekommt man für Δp:

$$\Delta p = \frac{\rho_w A h g}{A} = \rho_w h \boldsymbol{g}$$

2.2 Aufbau

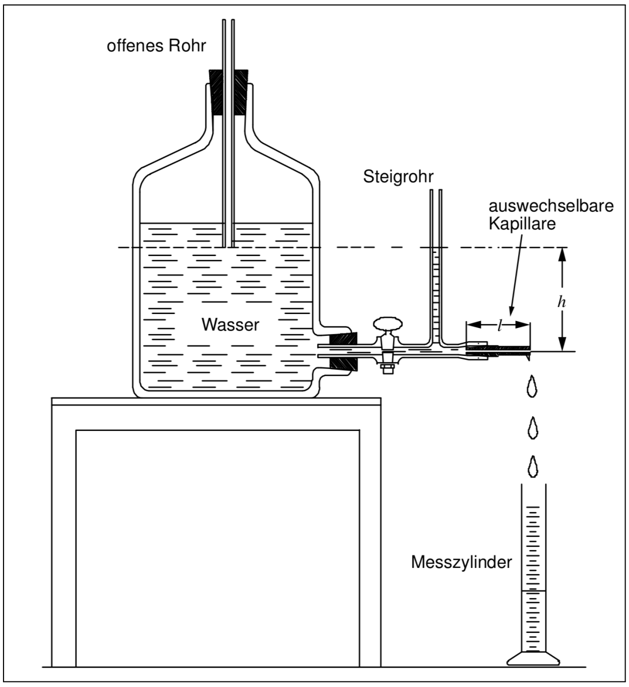

Abbildung B1: Aufbau [2]

Für diesen Versuch wurde ein Wasservorratsgefäß, mit einem offenem Rohr, das durch den Deckel geht, verwendet. Dieses Rohr bestimmt die höhe des Wassers im Steigrohr und somit die Druckdifferenz. Es muss genug Wasser vorhanden sein, damit die Wasserhöhe über dem Rohr bleibt. Das Wasservorratsgefäß ist mit einem Hahn an das Steigrohr verbunden. Das Steigrohr hat eine Millimeterskala, womit die Steighöhe des Wassers bestimmt wird. Hier ist zu beachten, dass der Nullpunkt der Skala nicht ganz unten anfängt. Dieser Offset wurde auf das Rohr geschrieben und mit einem Maßband bestätigt.

Es stehen fünf verschiedene Kapillare zu Verfügung. Diese sind aus Glas und die Angabe deren Länge und Durchmesser wurden in Millimeter dran geklebt. Diese Kapillare können mittels Normschliff mit dem Steigrohr verbunden werden. Zusätzlich wird ein Messzylinder und eine Stoppuhr benötigt, um das Wasservolumen pro Zeit zu messen. Ein Thermometer wird ebenfalls benötigt, um die Temperatur des Wassers zu messen, da die Viskosität stark von der Temperatur abhängig ist.

2.3 Durchführung

Es muss berücksichtigt werden, dass die Druckdifferenz und die Temperatur während des Versuchs konstant bleiben. Die Temperatur wird vor und nach jeder Messreihe überprüft und es wird darauf geachtet, dass die Steighöhe des Wassers vor jeder Messung gleich ist. Eines der verfügbaren Kapillare wird so angebracht, dass das Wasser problemlos durchfließen kann. Ist dies alles eingestellt, so wird der Hahn geöffnet. Ein Becher wird vorerst unter die Öffnung gestellt, bis das Wasser im Steigrohr die erwünschte Höhe angenommen hat. Sobald ein gleichmässiger Wasserstrom fließt, wird der Messzylinder unter die Öffnung gestellt und gleichzeitig die Stoppuhr gestartet. Nach einiger Zeit (bei jeder Messung eine andere) werden gleichzeitig die Stoppuhr gestoppt und der Messzylinder mit dem Becherglas ausgetauscht. Die Werte werden dann aufgeschrieben und später in ein Diagramm aufgetragen (siehe Auswertung).

2.4 Auswertung

In der Formel $I_V = \frac{V}{t}$ haben sowohl V und t Fehler. Wir verwenden hier also die verallgemeinerte Formel für Quotienten:

$$\left|\frac{\Delta z}{z}\right| = \sqrt{\left(a\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(b\frac{\Delta y}{y}\right)^2 + \ldots} \text{ für } z = x^a\ y^b \ldots$$

Hier also:

$$\left|\frac{\Delta I_V}{I_V}\right| = \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(-1\frac{\Delta t}{t}\right)^2}$$

Da $\frac{d^4}{l}$ aus Werten ohne vorhandenem Fehler bestehen, berechnen wir dafür keinen Fehler.

Um unseren Mittelwert zu berechnen, rechnen wir ganz leicht mit

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} I_{V_i}}{n} \tag{3}$$

den Nominalwert, und mit

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} \tag{4}$$

die Standardunsichertheit dessen.

Unsere Mittelwerte der I_V für jede Position werden dann gegen $\frac{d^4}{l}$ aufgetragen, siehe Abbildung (1).

Da wir jedoch klar erkennen können, dass I_{V_4} mit der linearen Steigung der anderen Werte nicht übereinstimmt, lassen wir diesen Wert weg und erhalten die Gerade, welche in Abbildung (2) gefunden werden kann.

Um die Steigung der Ausgleichsgeraden zu berechnen, nehmen wir folgende Formel zunutze:

$$a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

Wir erhalten als Ergebnis daraus für unser a einen Wert von $(0.041 \pm 0.009)\,\mathrm{mm}^3$

Um aus unseren Werten Δp zu berechnen, verwenden wir

$$\Delta p = \rho_w h g$$

Da der einzige Wert mit einem Fehler h ist, rechnen wir einfach mit

$$\Delta z = \left|\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right| \Delta x \text{ für } z = f(x)$$

unseren Fehler aus. Mit $\rho_w = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, $g = 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ und $h = (135 \pm 3)\,\mathrm{mm}$ erhalten wir als Wert $\Delta p = (132 \pm 29)\,\mathrm{bar}$.

Da wir als Endergebnis η wollen, müssen wir erstmal die Gleichung (1) umstellen und wir erhalten:

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 I_V l}.$$

Hier haben Δp und I_V Fehler. Wir wenden also wieder die Gleichung für Produkte an und erhalten:

$$\left|\frac{\Delta\eta}{\eta}\right| = \sqrt{\left(\frac{\Delta\Delta p}{\Delta p}\right)^2 + \left(-1\frac{\Delta I_V}{I_V}\right)^2}$$

Als Ergebnis für η erhalten wir für unsere vier verwendeten Messreihen:

- $(0.08 \pm 0.017)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$
- $(0.12 \pm 0.027)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$
- $(0.09 \pm 0.020)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$
- $(0.09 \pm 0.020)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$

Nutzen wir die Formeln (3) und (4) um unseren Mittelwert zu bestimmen, so erhalten wir als Standardunsicherheit

$$0.08 \pm 0.018\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$$

Als nächstes betrachten wir den durchschnittlichen Fehler der Messungen und die Streuung:

Wir erhalten als durchschnittlichen Fehler $0.006\,\mathrm{A}$ und als Streuung $0.532\,\mathrm{A}$.

3 Diskussion

XXXX

4 Anhang: Tabellen und Diagramme

Tabelle 1: XXXX

Unsicherheiten:
XXXX: $\pm XX$XX

XXXX/XX	XXXX/XX	XXXX/XX
2	0.26	0.23
4	0.33	0.25
5		0.3
6	1.25	0.83
8	3.9	0.83
9	4.75	4.6
10	4.7	

Literatur

[1] "Correlations between variables are automatically handled, which sets this module apart from many existing error propagation codes." - https://pythonhosted.org/uncertainties/

[2] Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg (Hrsg.) (08/2018): Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 1, Ferienpraktikum im Sommersemester 2018.

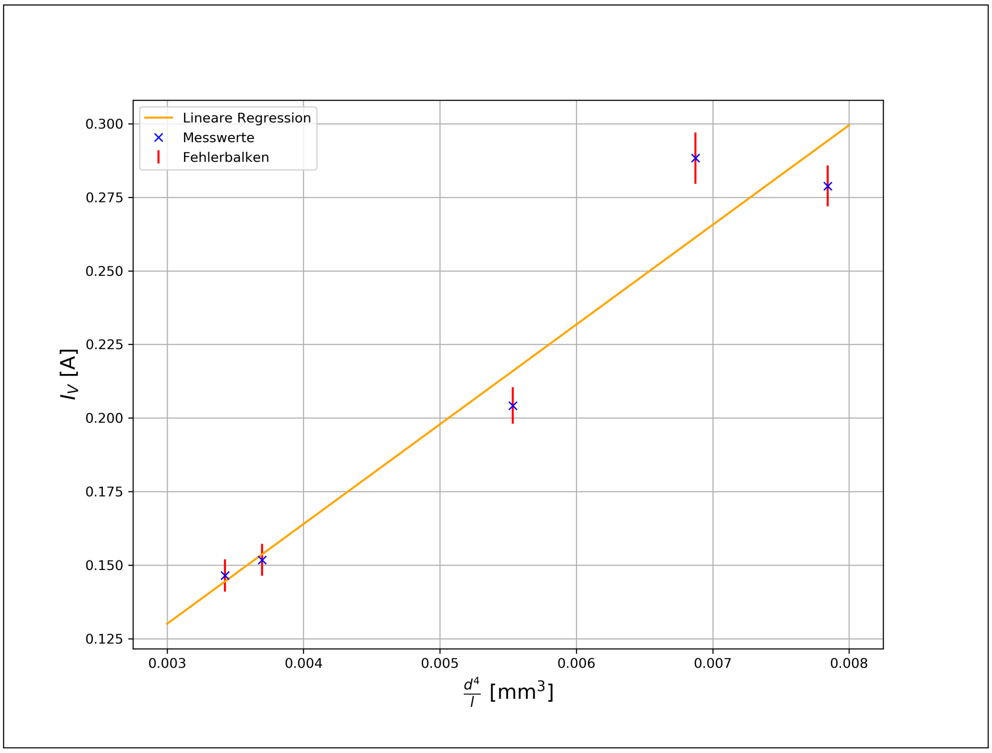

Abbildung 1: Graph mit allen Messergebnissen

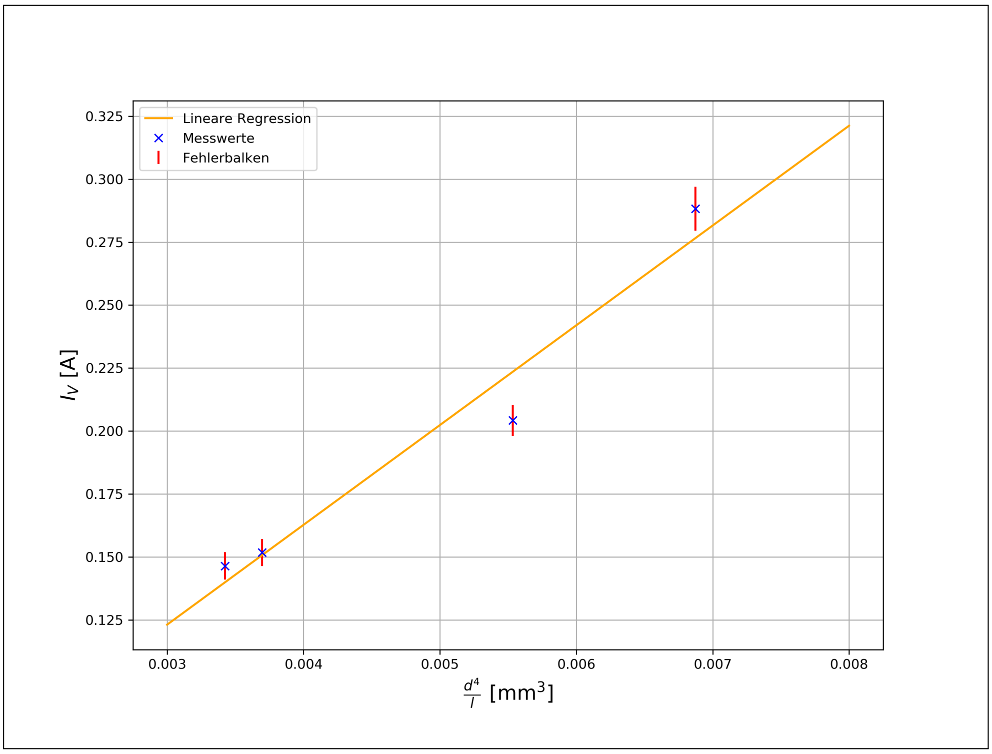

Abbildung 2: Graph ohne sinnloses Messergebnis