Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Sommersemester 2018

Versuch 8: Viskosität aus dem Durchströmen einer Kapillare

(durchgeführt am 26.09.2018 bei Pascal Wunderlin)

Andréz Gockel, Patrick Münnich

26. September 2018

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs

Das Ziel des Versuchs ist es, den Zusammenhang zwischen Strömungsgeschwindigkeit, Viskosität, Druckdifferenz und geometrischen Parametern darzustellen. Hierzu wird erstmal das Gesetz von Hagen-Poiseuille durch Messung der Volumenstromstärke durch verschiedene Kapillare überprüft, und dann die Viskosität von Wasser bestimmt.

2 Teil 1

2.1 Theorie

Ist eine Laminarströmung vorhanden, also sind keine Turbulenzen zwischen den einzelnen infitesimalen Wasserschichten vorhanden, so gilt für die Volumenstromstärke I_V das Gesetz von Hagen-Poiseuille:

$$I_V = \frac{V}{t} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 \eta l} \tag{1}$$

Zur Herleitung dessen wird die Definition der Viskosität genutzt:

$$F = \eta A \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} \tag{2}$$

Um die Druckdifferenz Δp zu berechnen, benötigt man die Steighöhe h und die Dichte von Wasser ρ_w. Aus

$$F_G = mg = \rho_w V g = \rho_w A h g = F_2$$

Wobei V das Volumen des Wassers im Steigrohr mit A die Querfläche des Steigrohrs mal h ist. Mit $p = \frac{(F2-F1)}{A}$ und $F_1 = 0$, da der Aussendruck durch das Loch ausgeglichen wird, bekommt man für Δp:

$$\Delta p = \frac{\rho_w A h g}{A} = \rho_w h \boldsymbol{g}$$

2.2 Aufbau

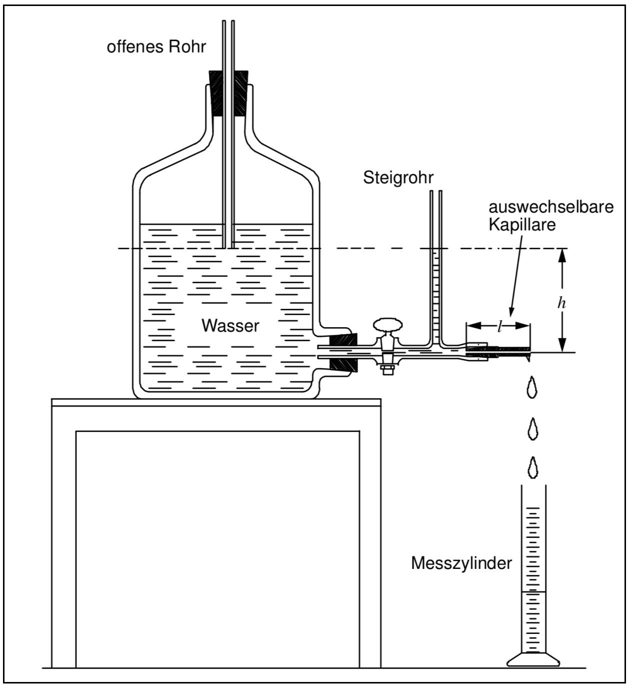

Abbildung B1: Aufbau [2]

Für diesen Versuch wurde ein Wasservorratsgefäß, mit einem offenem Rohr das durch den Deckel geht verwendet. Dieses Rohr bestimmt die höhe des Wassers im Steigrohr und somit die Druckdifferenz, hierfür muss genug Wasser vorhanden sein damit die Wasserhöhe über dem Rohr bleibt. Das Wasservorratsgefäß ist mit einem Hahn an dem Steigrohr verbunden. Das Steigrohr hat eine Millimeterskala womit die Steighöhe des Wassers bestimmt wird. Hier ist zu beachten das der Nullpunkt der Skala nicht ganz unten anfängt. Dieser offset wurde auf das Rohr geschrieben und mit einem Maßband bestätigt.

Es stehen fünf verschiedene Kapillare zu verfügung, diese sind aus Glas und deren Länge und Durchmesser wurden in Millimeter dran geklebt. Diese Kapillare können mittels Normschliff mit dem Steigrohr verbunden werden. Zusätzlich wird ein Messzylinder und eine Stoppuhr benötigt, um den Wasservolumen pro Zeit zu messen. Ein Thermometer wird ebenfalls benötigt um die Temperatur des Wassers zu messen da die Viskosität stark von der Temperatur abhängig ist.

2.3 Durchführung

XXXX

2.4 Auswertung

In der Formel $I_V = \frac{V}{t}$ haben sowohl V und t Fehler. Wir verwenden hier also die verallgemeinerte Formel für Quotienten:

$$\left|\frac{\Delta z}{z}\right| = \sqrt{\left(a\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(b\frac{\Delta y}{y}\right)^2 + \ldots} \text{ für } z = x^a\ y^b \ldots$$

Hier also:

$$\left|\frac{\Delta I_V}{I_V}\right| = \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(-1\frac{\Delta t}{t}\right)^2}$$

Da $\frac{d^4}{l}$ aus Werten ohne vorhandenem Fehler bestehen, berechnen wir dafür keinen Fehler.

Um unseren Mittelwert zu berechnen, rechnen wir ganz leicht mit

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} I_{V_i}}{n}$$

den Nominalwert, und mit

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$$

die Standardunsicherheit dessen.

Unsere Mittelwerte der I_V für jede Position werden dann gegen d^4/l aufgetragen, siehe Abbildung (**??**).

Da wir jedoch klar erkennen können, dass I_{V_4} mit der linearen Steigung der anderen Werte nicht übereinstimmt, lassen wir diesen Wert weg und erhalten die Gerade, welche in Abbildung (**??**) gefunden werden kann.

In der Formel $I_V = \frac{V}{t}$ haben sowohl V und t Fehler. Wir verwenden hier also die verallgemeinerte Formel für Quotienten:

$$\left|\frac{\Delta z}{z}\right| = \sqrt{\left(a\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(b\frac{\Delta y}{y}\right)^2 + \ldots} \text{ für } z = x^a\ y^b \ldots$$

Hier also:

$$\left|\frac{\Delta I_V}{I_V}\right| = \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(-1\frac{\Delta t}{t}\right)^2}$$

Da $\frac{d^4}{l}$ aus Werten ohne vorhandenem Fehler bestehen, berechnen wir dafür keinen Fehler.

Um unseren Mittelwert zu berechnen, rechnen wir ganz leicht mit

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} I_{V_i}}{n}$$

den Nominalwert, und mit

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$$

die Standardunsicherheit dessen.

Unsere Mittelwerte der I_V für jede Position werden dann gegen $^{d^4}/_{l}$ aufgetragen, siehe Abbildung (**??**).

Da wir jedoch klar erkennen können, dass I_{V_4} mit der linearen Steigung der anderen Werte nicht übereinstimmt, lassen wir diesen Wert weg und erhalten die Gerade, welche in Abbildung (**??**) gefunden werden kann.

Wir erhalten als Ergebnis daraus für unser a einen Wert von $(0.014 \pm 0.011)\,\mathrm{mm}^3$

Um aus unseren Werten Δp zu berechnen, verwenden wir

$$\Delta p = \rho_w h g$$

Da der einzige Wert mit einem Fehler h ist, rechnen wir einfach mit

$$\Delta z = |\mathrm{d}f\mathrm{d}x|\,\Delta x \text{ für } z = f(x)$$

unseren Fehler aus. Mit $\rho_w = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, $g = 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ und $h = (135 \pm 3)\,\mathrm{mm}$ erhalten wir als Wert $\Delta p = (132 \pm 29)\,\mathrm{bar}$.

Da wir als Endergebnis η wollen, müssen wir erstmal die Gleichung (1) umstellen und wir erhalten:

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 I_V l}.$$

Hier haben Δp und I_V Fehler. Wir wenden also wieder die Gleichung für Produkte an und erhalten:

$$\left|\frac{\Delta\eta}{\eta}\right| = \sqrt{\left(\frac{\Delta\Delta p}{\Delta p}\right)^2 + \left(-1\frac{\Delta I_V}{I_V}\right)^2}$$

Als Ergebnis für η erhalten wir für unsere vier verwendeten Messreihen:

- $(0.076 \pm 0.017)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$
- $(0.118 \pm 0.027)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$
- $(0.088 \pm 0.020)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$
- $(0.091 \pm 0.020)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$

Als nächstes betrachten wir den durchschnittlichen Fehler der Messungen und die Streuung:

Wir erhalten als durchschnittlichen Fehler $0.006\,\mathrm{A}$ und als Streuung $0.570\,\mathrm{A}$.

3 Diskussion

XXXX

4 Anhang: Tabellen und Diagramme

Tabelle 1: XXXX

Unsicherheiten:
XXXX: $\pm XX$XX

XXXX/XX	XXXX/XX	XXXX/XX
2	0.26	0.23
4	0.33	0.25
5		0.3
6	1.25	0.83
8	3.9	0.83
9	4.75	4.6
10	4.7	

Literatur

[1] "Correlations between variables are automatically handled, which sets this module apart from many existing error propagation codes." - https://pythonhosted.org/uncertainties/

[2] Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg (Hrsg.) (08/2018): Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 1, Ferienpraktikum im Sommersemester 2018.