

## Versuch 75: Lichtmikroskop

(durchgeführt am 01.10.2018 bei Daniel Bartel)  
Andréz Gockel, Patrick Münnich  
10. Oktober 2018

### Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel des Versuchs</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Zusammenhänge</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Teil XX</b>	<b>2</b>
3.1	Aufbau . . . . .	2
3.2	Durchführung . . . . .	2
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>4</b>

### Tabellenverzeichnis

### Abbildungsverzeichnis

## 1 Ziel des Versuchs

1. Aufbau des Köhlerschen Beleuchtungsstrahlengangs
2. Aufbau des Objektivs, Messung des Abbildungsmaßstabs am Zwischenbild
3. Separater Aufbau des Okulars, Messung der Okularvergrößerung
4. Kombination zum Mikroskopstrahlengang, Messung der Gesamtvergrößerung
5. **bonus** Begrenzung des Auflösungsvermögens durch einen Spalt im Strahlengang
6. **bonus** Beobachtung von Linsenfehlern, Vergleich mit kommerziellen Mikroskopen

## 2 Physikalische Zusammenhänge

Die wahrgenommene Größe eines Gegenstands hängt von der Größe des Bilds  $B$  und der Bildweite  $b$  ab:

$$\epsilon_0 = \arctan\left(\frac{B}{b}\right) \quad (1)$$

Wird ein Objekt durch eine Lupe betrachtet, so hängt die Vergrößerung des Gegenstands  $G$  von dem Abstand  $f$  dessen zur Lupe und der als 250 mm definierten Bezugssehweite ab:

$$V_{Lupe} \approx \frac{\tan \epsilon}{\tan \epsilon_0} = \frac{G/f}{G/s_0} = \frac{s_0}{f} \quad (2)$$

Das ganze wird komplizierter, wenn wir statt einer Lupe ein Lichtmikroskop verwenden. Wir gehen von einem aus zwei Sammellinsen bestehendes Mikroskop aus. Das heißt, dass zuerst durch ein Objektiv ein vergrößerndes Zwischenbild erzeugt wird und dann durch ein Okular das Resultat angeschaut wird. Das Zwischenbild hat die Größe  $B$  und wird mit dem Abbildungsmaßstab

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (3)$$

erzeugt. Im Okular wird dies unter dem Sehwinkel  $\epsilon \approx \tan\left(\frac{B}{f_{Ok}}\right)$  betrachtet. Unsere Gesamtvergrößerung sieht dann folgendermaßen aus:

$$V_M = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{B/f_2}{G/s_0} = \frac{b}{g} \frac{s_0}{f_2} = \beta_{Obj} V_{Ok} \quad (4)$$

Wichtig ist auch zu verstehen, dass es immer eine Auflösungsbegrenzung gibt, d.h. man kann nicht unendlich klein sehen. Um dies zu berechnen, führen wir erstmal die numerische Apertur  $NA$  ein. Dieser Wert hängt sowohl von dem halben Öffnungswinkel des Objektivs  $\alpha$  als auch von der Brechzahl der Immersionsflüssigkeit  $n$  ab:

$$NA = n \sin \alpha \quad (5)$$

Ohne Immersionsflüssigkeit ist immer  $NA < 1$ , mit einer ist  $NA \geq 1.4$ . Um daraus unser Abbe-Kriterium für den kleinsten noch auflösbaren Abstand zu finden rechnen wir dann

$$\delta = \frac{1.22\lambda}{2NA} = \frac{1.22\lambda}{2n \sin \alpha} \quad (6)$$

## 3 Teil XX

### 3.1 Aufbau

### 3.2 Durchführung

XXXX

## 4 Auswertung

Um die Vergrößerung des Mikroskops, die Korrektheit des Aufbaus und die Theorie zu überprüfen, berechnen wir zuerst den gemessenen Abbildungsmaßstab des Objektivs  $\beta$  mittels (3). Mit den bestimmten  $B = (98 \pm 0.2) \text{ mm}$  und  $G = 5 \text{ mm}$  erhalten wir:

$$\beta = 19.60 \pm 0.04$$

Für den Fehler können wir hier einfach

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \sqrt{\left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2 + \left(\frac{\Delta G}{G}\right)^2}$$

bestimmen.

Dann berechnen wir die Vergrößerung des Mikroskops. Wir rechnen

$$V_M = \frac{B d_1}{G d_2}$$

mit  $d_1$  als die am Referenzmaßstab gemessene Länge und  $d_2$  die Größe des Bilds. Als Werte haben wir  $d_1 = (10.00 \pm 0.03) \text{ mm}$  und  $d_2 = (3.00 \pm 0.03) \text{ mm}$ . Wir erhalten:

$$V_M = (65.3 \pm 0.7)$$

Zur Fehlerberechnung kann man hier die vereinfachte Form der gaußschen Fehlerfortpflanzung verwenden:

$$\frac{\Delta V}{V} = \sqrt{\left(\frac{\Delta d_1}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d_2}{d_2}\right)^2}$$

Um dann zum Vergleich den theoretischen Wert zu finden, rechnen wir laut (4) einfach

$$V_M = \frac{b s_0}{g f_2}$$

Unsere Messwerte lauten

- $b = (826 \pm 1) \text{ mm}$
- $g = (42.036 \pm 0.004) \text{ mm}$

mit  $s_0 = 250 \text{ mm}$  und  $f_2 = 80 \text{ mm}$ . Zur Berechnung von  $g$  rechnen wir

$$g = \left( \frac{1}{f_1} - \frac{1}{s_{\text{Ok}} - f_4 - s_{\text{Obj}}} \right)^{-1}.$$

Dies folgt aus

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b},$$

also

$$g = \left( \frac{1}{f} - \frac{1}{b} \right)^{-1}.$$

Partielle Ableitungen lauten dann:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial f} &= \frac{b^2}{(b-f)^2} \\ \frac{\partial g}{\partial b} &= -\frac{b^2}{(b-f)^2} \end{aligned}$$

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial b} \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial f} \Delta f\right)^2}$$

Wir erhalten also

$$V_M = 61.4 \pm 0.1$$

Zudem wollen wir noch mittels des zuvor erwähnten Abbe-Kriteriums den kleinsten noch auflösbaren Abstand  $\delta$  bestimmen und mit dem Strichabstand auf dem Objektmikrometer vergleichen.

Bestimmt haben wir  $\beta = 20.38 \pm 0.03$  und  $B = (9.8 \pm 0.2) \text{ mm}$ . Für den Fehler finden wir dann mit

$$\Delta s = s \sqrt{\left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta}{\beta}\right)^2}$$

unseren Fehler auf  $s$ . Den Wert von  $s$  selbst berechnen wir mit

$$s = \frac{B}{\beta}$$

und erhalten

$$s = (0.471 \pm 0.001) \text{ mm}.$$

Dazu wollen wir noch unser  $\alpha$  berechnen. Wir nutzen eine geometrische Abschätzung und rechnen

$$\alpha \approx \arctan\left(\frac{s}{f}\right) \approx \frac{s}{f}$$

Wir erhalten  $\alpha = (0.01178 \pm 0.00003) \text{ rad}$ . Fehler wird hier analog zu vorherigen mit gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet.

Wir rechnen jetzt mit (6),  $n = 1$  und  $\lambda = 540 \text{ nm}$   $\delta$  aus, wieder mit Fehlerfortpflanzung für die Fehlerberechnung. Unser Ergebnis lautet dann:

$$\delta \approx (2.796 \pm 0.007) \times 10^{-5} \text{ m}$$

## 5 Diskussion

Um unsere Messwerte auf Verträglichkeit zu überprüfen, nutzen wir die bekannte  $t$ -Funktion

$$t = \frac{|x_n - y_n|}{\sqrt{x_s^2 + y_s^2}} \quad (7)$$

Wir erhalten für unsere oben bestimmten Werte  $t = 5.58$ . Dies ist außerhalb des erwünschten Bereichs von  $t < 2$ , was Unverträglichkeit impliziert.

Erstaunlich ist dieses Resultat jedoch nicht. Es ist durchaus möglich, dass aufgrund von mangelnder Erfahrung die Größen schlecht abgelesen wurden. Eventuell sollten also Fehler größer abgeschätzt werden.

Systematische Fehler sind hier erstmal, dass nicht klar ist, ob unsere  $f$ -Werte korrekt sind, da diese vorgegeben wurden. Außerdem ist es durchaus möglich, dass die Angaben auf dem Referenzmaßstab und dem Objekt nicht richtig sind.

Zur Verbesserung könnte man hier in den Halterungen Schlitze einbauen, durch welche man die genaue Position der einzelnen Geräte identifizieren könnte. Auch würde helfen, wenn die Halterung für die Objekte dünner wäre, sodass die Objekte nicht nach links und rechts rutschen könnten, da dies auch die Schärfe beeinflusst.

Um noch unseren Wert für die Auflösungsbegrenzung zu überprüfen vergleichen wir diesen mittels (7) mit dem Strichabstand  $x = 5 \times 10^{-5} \text{ m}$  und erhalten  $t = 315$ . Dies impliziert starke Unverträglichkeit. Es ist also wahrscheinlich, dass hier größere Fehler stattfanden. Wie zuvor ist es aber am wahrscheinlichsten, dass schlecht bzw. falsch abgelesen wurde.

## Literatur

- [1] Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg (Hrsg.) (08/2018): Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger\*innen, Teil 1, Ferienpraktikum im Sommersemester 2018.