Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Sommersemester 2018

# Versuch 19: Gekoppeltes Pendel

(durchgeführt am 19.09.2018 bei Adrian Hauber)
Gruppe 14: Andréz Gockel, Patrick Münnich
27. September 2018

## Inhaltsverzeichnis



## Tabellenverzeichnis



## Abbildungsverzeichnis

# 1 Ziel des Versuchs

Das Ziel dieses Versuchs ist einen gekoppelten Oszillator durch einen gekoppelten Pendel zu veranschaulichen. Hierzu werden erst die Differentialgleichungen hergeleitet und durch das Drehmoment entkoppelt, um die Eigenfrequenzen zu berechnen womit die Schwebungsdauer aus den Schwingungsdauern berechnet werden kann. In diesem Versuch werden Periodendauern bei verschiedenen Kopplungsgraden gemißt und zusätzlich die Schwebungsdauer. Der Kopplungsgrad wird verändert indem die Kopplungsfeder verschoben wird. Zusätzlich wird der Koppelungsgrad durch die Schwingdauern berechnet.

# 2 Messung der Schwingungsdauern

## 2.1 Theorie

Um den Koppelungsgrad zu bestimmen wird zunächst die Differentialgleichung des gekoppelten Pendels hergeleitet.

Wir beginnen dazu mit dem rücktreibenden Moment infolge der Schwerkraft bei kleinen Auslenkungen $\varphi$:

$$M = -mgl\varphi = D_g\varphi \tag{1}$$

Dazu gibt es bei jedem Pendel ein Kopplungsmoment $D_f(\varphi_2 - \varphi_1)$. Es existiert noch ein weiteres Moment, welches von der Vorspannung der Feder her rührt. Dieses gibt es, da die Feder schon wenn die Pendel in paralleler Lage stehen eine gewisse Spannung besitzt. Beide Pendel weisen in der Ruhelage einen Ausschlag $\alpha$ bzw. $-\alpha$ in Bezug auf die Vertikallage auf. Wenn man aber die Auslenkungen $\varphi_1$ und $\varphi_2$ von der Gleichgeweichtslage aus rechnet, so fällt dieses Moment aus der Rechnung raus, da es durch ein Moment $mgl \pm \alpha$ kompensiert wird. Wir erhalten also als Momentengleichungen:

$$\begin{aligned} M_1 &= -D_g\varphi_1 + D_f(\varphi_2 - \varphi_1) \\ M_2 &= -D_g\varphi_2 - D_f(\varphi_2 - \varphi_1) \end{aligned} \tag{2}$$

Setzen wir diese in die Bewegungsgleichung eines physikalischen Pendels

$$I\ddot{\varphi} = M = -mgl\sin\varphi$$

ein, so erhalten wir

$$\begin{aligned} I\frac{\mathrm{d}^2\varphi_1}{\mathrm{d}t^2} &= -D_g\varphi_1 + D_f(\varphi_2 - \varphi_1) \\ I\frac{\mathrm{d}^2\varphi_2}{\mathrm{d}t^2} &= -D_g\varphi_2 - D_f(\varphi_2 - \varphi_1). \end{aligned} \tag{3}$$

Addieren bzw. subtrahiert man die Differentialgleichungen für die Winkelsumme $(\varphi_2 + \varphi_1)$ bzw. die Winkeldifferenz $(\varphi_2 - \varphi_1)$, so liefert dies:

$$\begin{aligned} I\frac{\mathrm{d}^2(\varphi_2 + \varphi_1)}{\mathrm{d}t^2} &= -D_g(\varphi_2 + \varphi_1) \\ I\frac{\mathrm{d}^2(\varphi_2 - \varphi_1)}{\mathrm{d}t^2} &= -(D_g + 2D_f)(\varphi_2 - \varphi_1) \end{aligned} \tag{4}$$

Nutzt man hierauf den Lösungsansatz

$$\begin{aligned} (\varphi_2 + \varphi_1) &= 2A\cos(\omega t + \delta) \\ (\varphi_2 - \varphi_1) &= 2B\cos(\Omega t + \Delta), \end{aligned} \tag{5}$$

so erhält man die Kreisfrequenzen

$$\omega = \sqrt{\frac{D_g}{I}} \text{ und } \Omega = \sqrt{\frac{D_g + 2D_f}{I}} \tag{6}$$

Mit $I = mr^2$, hier ist $r$ der Abstand $L$ zwischen Masse und Rotationsachse, und (1) kommen wir also auf:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \text{ und } \Omega = \sqrt{\frac{g}{L} - \frac{2D_f l^2}{mL^2}} \tag{7}$$

Dies sind die Kreisfrequenzen für gleich- und gegensinnige Schwingung.

### 2.2 Aufbau

In diesem Versuch haben wir zwei Pendel mit die aus einer festen Stange und einem Zusatzkörper bestehen. Eine Feder die beide Pendel koppelt hängt mit der verstellbaren Länge $l$ von dem Aufhängepunkt des Pendels. Vor beginn der Messungen ist zu beachten:

- das der Aufbau komplett eben sein muss
- das beide Pendel mit gleicher Periodendauer schwingen

Unsere Kalibriermessung ergab 18.70(5) s für 10 Schwingungen beider Pendel. Die länge der Pendel von Aufhängepunkt zu der Masse ist jeweils $L = 95.0(5)$ cm.

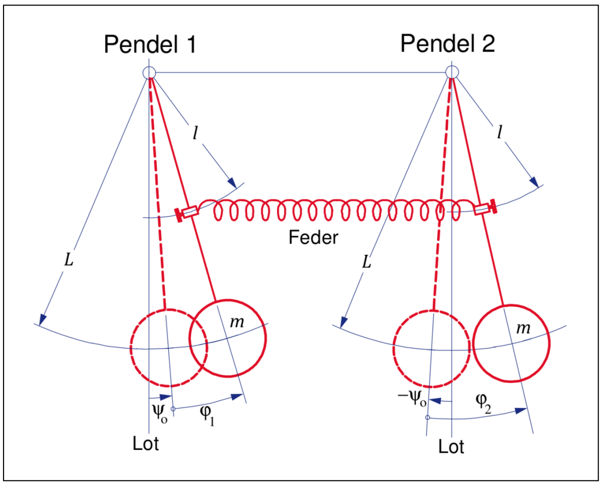


Abbildung B1: Gekoppeltes Pendel [2]

### 2.3 Durchführung

Wir haben zuerst 20 Schwingungsperioden einer :

- Glei

### 2.4 Auswertung

XXXX

## 3 Diskussion

XXXX

# 4 Anhang: Tabellen und Diagramme

Tabelle 1: Messwerte

| Gleichsinnig | Entgegen | Schwebung | Koppelungsfeder |
|---|---|---|---|
| 20 Perioden/s | 20 Perioden/s | 2 Schwebungen/s | Abstand/cm |
| 37.2 | 33.2 | 15.4 | 55.5 |
| 37.1 | 33.2 | 15.6 | |
| 37.2 | 31.5 | 10.4 | 70.5 |
| – | 32.0 | 10.2 | |
| 37.2 | 35.8 | 48.8 | 31.0 |
| 37.1 | 35.8 | 49.3 | |
| 37.4 | 28.9 | 8.2 | 80.5 |
| 37.2 | 30.2 | 7.8 | |

Unsicherheiten:
Zeit: $\pm 0.3\,\mathrm{s}$
Länge: $\pm 0.5\,\mathrm{cm}$

## Literatur


[1] ”Correlations between variables are automatically handled, which sets this module apart from many existing error propagation codes.” - https://pythonhosted.org/uncertainties/

[2] Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg (Hrsg.) (08/2018): Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 1, Ferienpraktikum im Sommersemester 2018.

Abbildung BX: XXXX