Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Sommersemester 2018

Versuch 17: Trägheitsmomente/Steinerscher Satz

(durchgeführt am 17.09.2018 bei Adrian Hauber)
Gruppe 14: Andréz Gockel, Patrick Münnich
24. September 2018

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Ziel des Versuchs

Dieser Versuch hat zwei Teile. Im ersten Teil wird mit Hilfe von einer hergeleiteten Formel (**??**), die den Trägheitsmoment mit der Periodendauer in Zusammenhang bringt, das Trägheitsmoment eines starren Körpers berechnet. Dieses wird verglichen mit dem experimentell bestimmten Wert. Man bestimmt das Trägheitsmoment einer zylindrischen Stange, die nicht im Schwerpunkt aufgehängt wird und die per Hand in Schwingung versetzt wird, indem die Schwingungsdauer gemessen wird und der Wert mit der hergeleiteten Formel berechnet wird. In dem zweiten Teil wird von einem Drehpendel zur Untersuchung des Zusammenhangs von der Schwingungsdauer und dem Abstand von einer Zusatzmasse zum Mittelpunkt verwendet, um hiermit den Steinerschen Satz experimentell zu verifizieren.

2 Teil 1 - Trägheitsmomente

2.1 Herleitung der Schwingungsgelichung

Der unterschied von einem mathematischen Pendel und einem physikalischen Pendels ist, dass es sich beim Physikalischen nicht um eine punktförmige Masse handelt, sondern der Schwerpunkt von einem starren Körper zur Rechnung verwendet wird, wobei das Trägheitsmoment berücksichtigt werden muss. Mit der rücktreibenden Kraft $F_r = mg\sin\varphi$ und dem Abstand vom Aufhängepunkt zu Schwerpunkt d können wir das Drehmoment ausdrücken als:

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{F_r} \times \boldsymbol{d} = dm\boldsymbol{g}\sin(\varphi)$$

mit der Kleinwinkeläherung: $\sin\varphi \approx \varphi$:

$$\boldsymbol{M} = dm\boldsymbol{g}\varphi$$

Dies wird gleichgesetzt mit:

$$\boldsymbol{M} = \dot{\boldsymbol{L}} = -I \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}} = -I \cdot \ddot{\varphi}$$

$$\Rightarrow -I \cdot \ddot{\varphi} = dm\boldsymbol{g}\varphi \quad \Rightarrow \ddot{\varphi} = -\Bigg(\underbrace{\frac{dm\boldsymbol{g}}{I}}_{\omega^2}\Bigg)\varphi \quad \Rightarrow \ddot{\varphi} = -\omega^2\varphi$$

Mit $T = 2\pi\frac{1}{\boldsymbol{\omega}}$ bekommt man: $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{dm\boldsymbol{g}}}$.

Zunächst wird das Trägheitsmoment eines starren Körpers, in diesem fall von einem Stab (Vollzylinder) berechnet. Allgemein für das Trägheitsmoment bezüglich der Drehachse gilt:

$$I = \int \boldsymbol{r}^2 \,\mathrm{d}m$$

mit $m = \rho V$ und der Annahme, der Zylinder ist homogen, bekommt man: $I_{\text{stab}} = \rho\int_V \boldsymbol{r}^2\,\mathrm{d}V$

In Zylinderkoordinaten: $\boldsymbol{r}^2 =$

$$I = \rho\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{l}\int\limits_0^{r} \mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}r$$

wobei

2.2 Aufbau

Zur Verfügung steht in zylindrischer Stab, der an ein Stativ gehängt werden kann. Zusätzlich werden ein Bandmass, Messschieber und eine Stoppuhr für die Messungen benötigt.

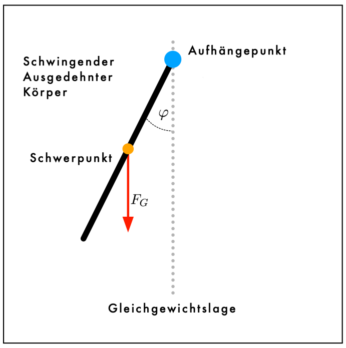

Abbildung B1: Versuchsaufbau 1

2.3 Durchführung

Zuerst wurde die Länge des Stabes mittels Bandmass gemessen. Daraufhin wurde mit dem Messschieber der Durchmesser des Stabs gemessen. Dann wurde der Stab an das Stativ gehängt und per Hand zum Pendeln gebracht. Es wurde mit der Stoppuhr 30 mal eine Periode zeitlich gemessen. Danach wurde einmal 30 Perioden gemessen, um zu schauen, welches Verfahren einen kleineren Fehler hat. Dies ergab sich als das Zweite verfahren.

2.3.1 Auswertung

Tabelle 1: Relevante Werte (Teil 2)

Zu Bestimmende Werte	
Stablänge	$l = 95.6(3)\,\mathrm{cm}$
Radius	$r = 5.0(2)\,\mathrm{mm}$

3 Teil 2 - Steinersche Satz

3.1 Aufbau

Zu diesem Versuch wurde ein Drehpendel verwendet, der aus einer Zusatzmasse, Drehtisch und einer Spiralfeder besteht. Die Zusatzmasse kann in verschiedenen Abständen von dem Mittelpunkt befestigt werden. Für die Messungen wurde eine Stoppuhr und ein Messschieber verwendet.

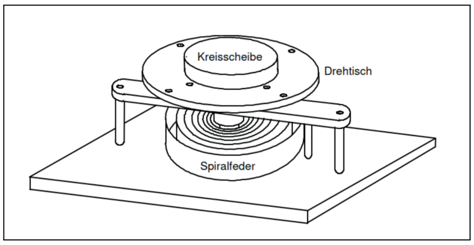

Abbildung B2: Versuchsaufbau 2 [2]

3.1.1 Durführung

Es wurden Breite und Durchmesser der Zusatzmasse mit dem Messschieber gemessen. (Die Masse wurde schon vorher bestimmt und auf das Pendel oben drauf Geschrieben.) Zunächst wurde die Zeit für 30 Perioden ohne Zusatzmasse gemessen. Danach wurde die Masse in den Mittelpunkt gesetzt und derDrehtisch wurde von Hand soweit aus gelenkt, dass 30 Perioden zeitlich gemessen werden konnten. Dies wurde wiederholt für 10 Perioden. Anschliessend wurde die Masse mit einem Abstand von 15 mm versetzt und wieder jeweils 30 und 10 Perioden gemessen. Diese Messung wurde wiederholt für vier weitere Abstände.

3.2 Auswertung

Tabelle 2: Relevante Werte (Teil 2)

Zu Bestimmende Werte	
Zusatzmasse	$m = 1.109(5)\,\mathrm{kg}$
Durchmesser	$d = 118.9(1)\,\mathrm{mm}$
Breite	$h = 12.9(1)\,\mathrm{mm}$
Bekannte Werte	
Abstände	$a = 15.0\,\mathrm{mm}$

Literatur

[1] ”Correlations between variables are automatically handled, which sets this module apart from many existing error propagation codes.” - https://pythonhosted.org/uncertainties/

[2] Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg (Hrsg.) (08/2018): Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 1, Ferienpraktikum im Sommersemester 2018.

4 Anhang

Tabelle 3: Messwerte (Teil 2)

Abstand/mm	10 Perioden/s	30 Perioden/s
Ohne Zusatzmasse	18.1	54.6
0	20.6	60.3
15.0	20.8	63.0
30.0	21.8	63.2
45.0	22.9	68.9
60.0	24.9	72.0