

## Versuch 06: Elastizitätskonstante

(durchgeführt am 24.09.2018 bei Julia Müller)  
Andréz Gockel, Patrick Münnich  
1. Oktober 2018

### Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel des Versuchs</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Versuch</b>	<b>3</b>
2.1	Theorie . . . . .	3
2.2	Aufbau . . . . .	4
2.3	Durchführung . . . . .	4
2.4	Auswertung . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Diskussion</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Anhang: Tabellen und Diagramme</b>	<b>9</b>

### Tabellenverzeichnis

1	Berechnete Werte für $E$ . . . . .	8
2	XXXX . . . . .	9

### Abbildungsverzeichnis

1	Biegung eines Stabes unter Einfluss einer Kraft $F_0$ mit neutraler Faser . . . . .	3
2	Versuchsaufbau . . . . .	4
1	Vergleich der Biegung von Aluminium, Stahl und Messing . . . . .	5
1	Vergleich von Biegung von Aluminium bei verschiedenen Ausrichtungen . . . . .	6
1	Vergleich von Biegung von Aluminium bei verschiedenen Längen . . . . .	7



# 1 Ziel des Versuchs

Das Ziel des Versuchs ist es, den Elastizitätsmodul von drei unterschiedlichen isotropen Festkörpern mittels Biegung zu ermitteln. Außerdem soll die Abhängigkeit der Biegung eines Stabes mit rechteckigen Querschnitt vom Material, der Ausrichtung und der Länge untersucht werden.

## 2 Versuch

### 2.1 Theorie

Wird eine (nicht all zu große) Kraft  $F$  auf einen elastischen Festkörper ausgeübt, so führt dies zu einer Längenänderung  $\Delta l$ . Für hinreichend kleiner Kräfte ist die Längenänderung proportional zur angreifenden Kraft. Den Kehrwert dieser Proportionalitätskonstante wird als Elastizitätsmodul  $E$  bezeichnet (*Hooke'sches Gesetz*):

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{EA} = \frac{\sigma}{E} \quad (1)$$

Wie in Abbildung 1 zu erkennen, führt die Biegung eines Balkens zu Stauchung und Streckung oberhalb und unterhalb der sog. *neutralen Faser*.

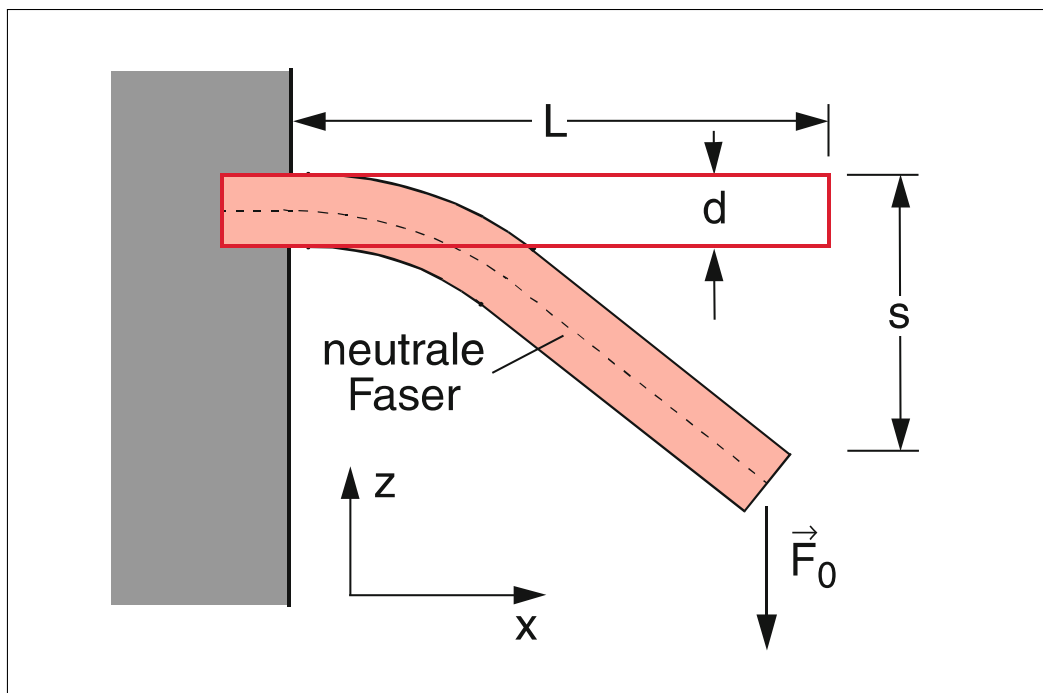


Abbildung 1: Biegung eines Stabes unter Einfluss einer Kraft  $F_0$  mit neutraler Faser [3]

Nach dem *Hooke'schen* Gesetz ist diese Biegung/Stauchung für kleine Gewichte proportional zur an-greifenden Kraft. Für einen Balken, der an beiden Enden unterstützt wird (Abbildung 2), ergibt sich

$$s := z(x = l/2) = \frac{1}{E} \frac{l^3}{4h^3b} F \quad (2)$$

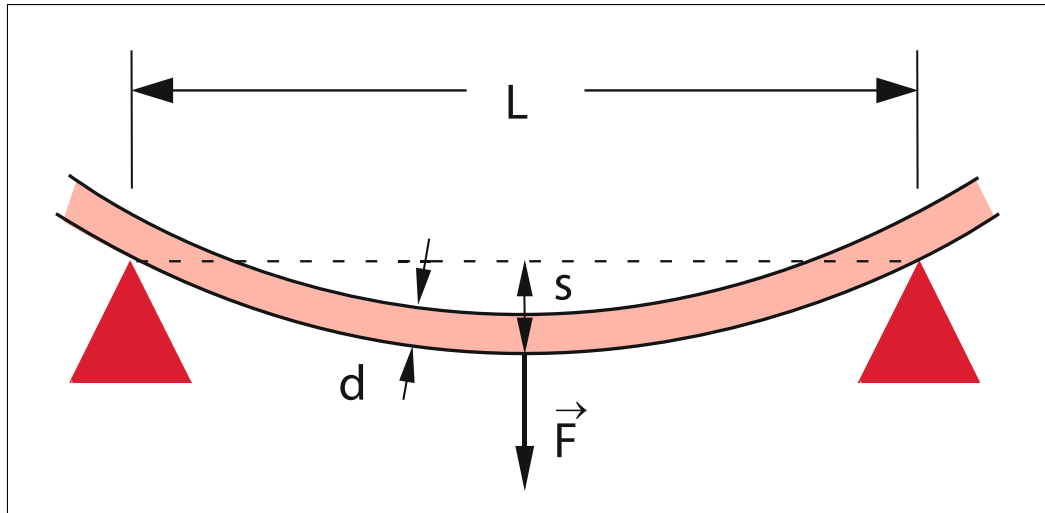


Abbildung 2: Versuchsaufbau [3]

## 2.2 Aufbau

## 2.3 Durchführung

XXXX

## 2.4 Auswertung

Um die Messwerte anständig darzustellen, können wir eine einfache Lineare Regression durchführen. Da die Werte schon von allein sehr linear verlaufen, werden die Grenzgeraden weggelassen. Dies sind dann wesentlich ästhetischer aus.

Die für die lineare Regression benötigten Formeln sind bekannterweise:

$$a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (3)$$

$$b = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (4)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2} \quad (5)$$

$$\Delta a = s \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \quad (6)$$

$$\Delta b = s \sqrt{\frac{n}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \quad (7)$$

Der Graph für den Vergleich der Materialien sieht dann folgendermaßen aus:

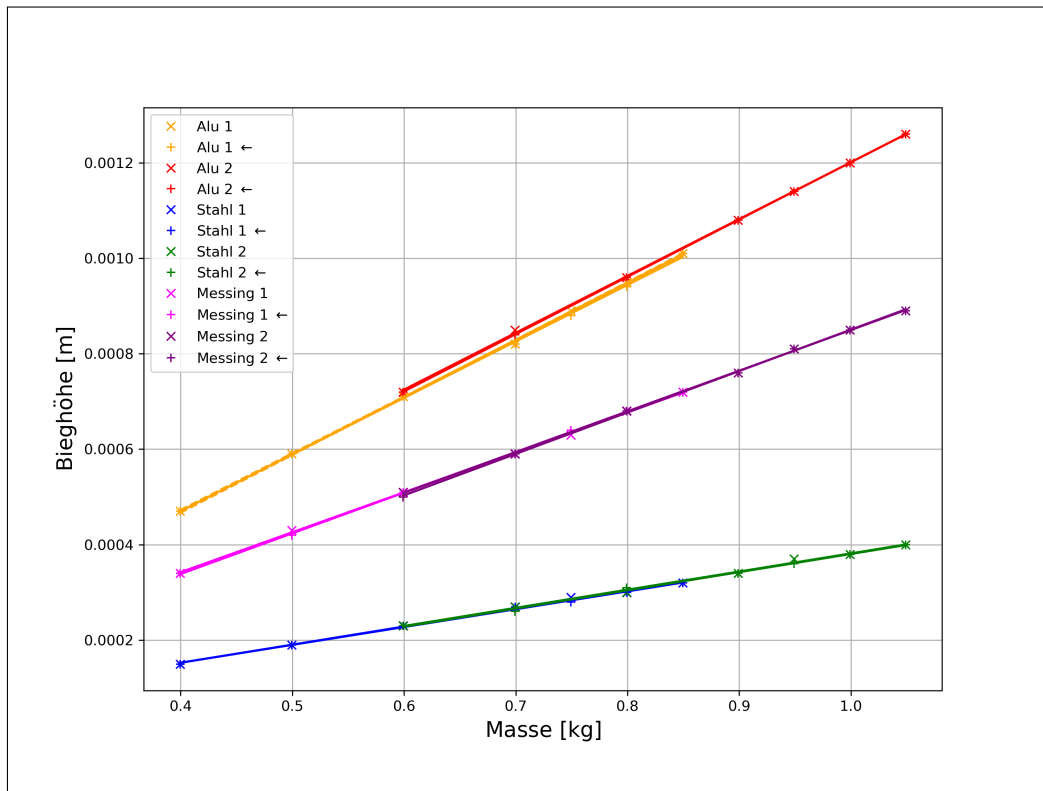


Abbildung 1: Vergleich der Biegung von Aluminium, Stahl und Messing

Dies wurde bei einem Abstand von  $40.5 \pm 0.5$  cm zwischen den beiden Auflegepunkten für den Stab durchgeführt.

Wieder beim selben Abstand wurde dann auch der Einfluss der Änderung der Ausrichtung bei Aluminium überprüft:

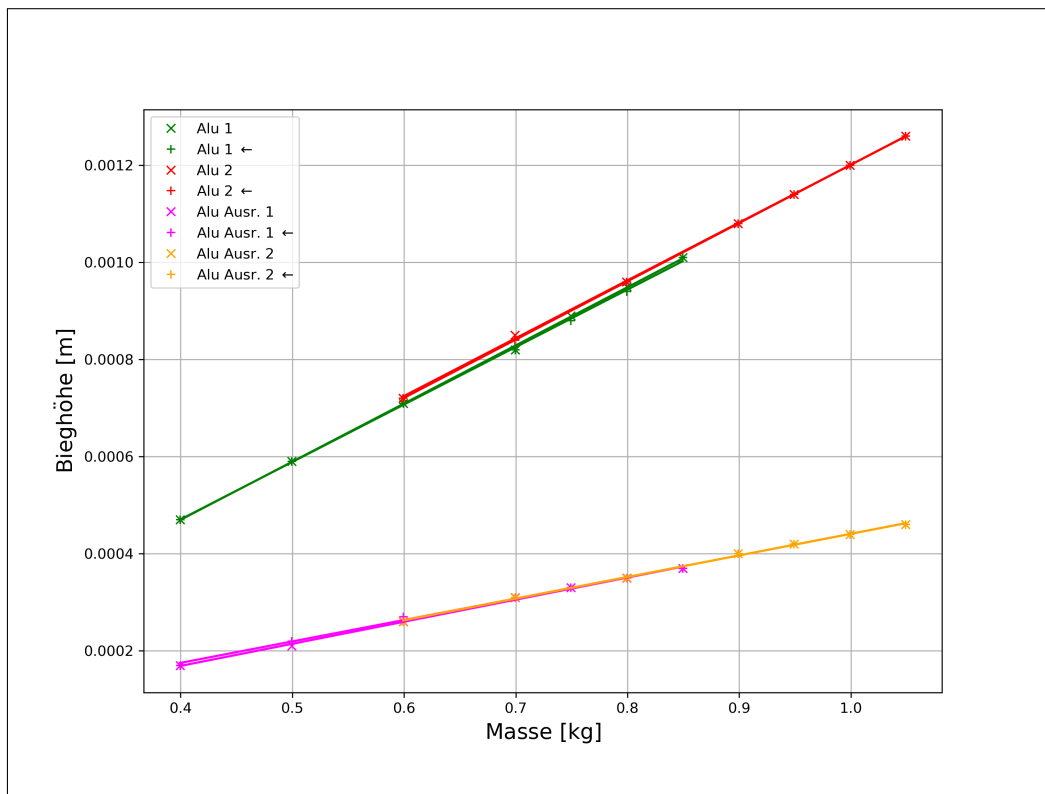


Abbildung 1: Vergleich von Biegung von Aluminium bei verschiedenen Ausrichtungen

Als letztes der Vergleich von verschiedenen Längen:

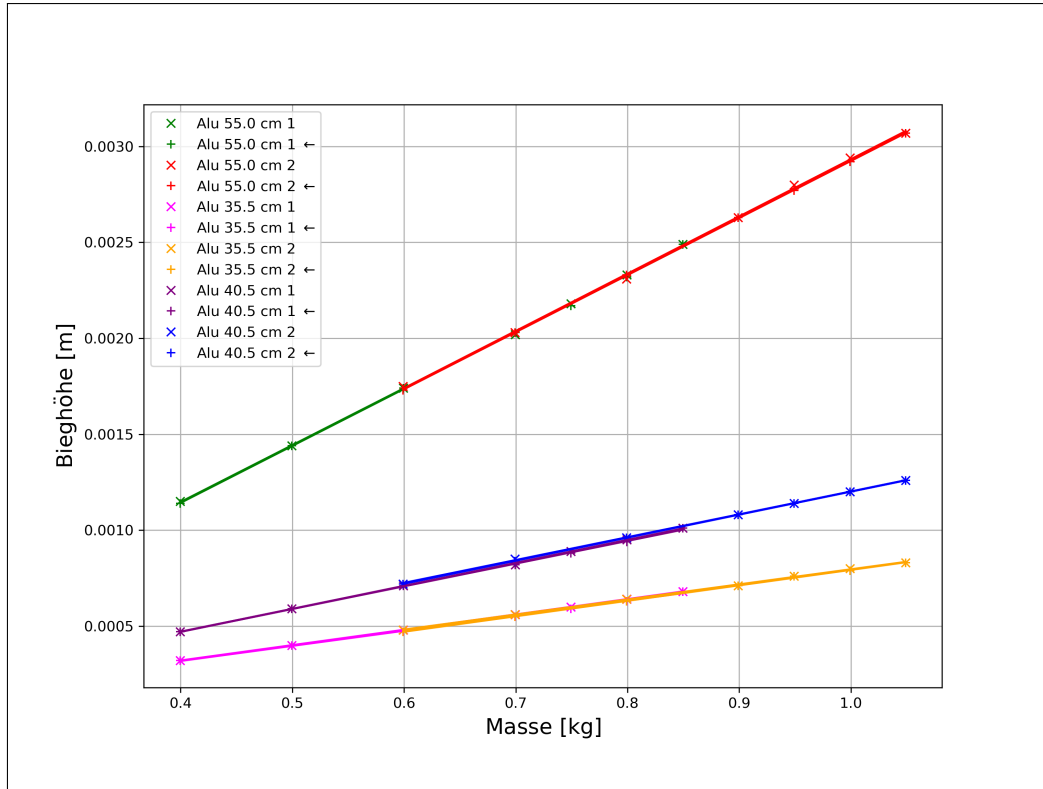


Abbildung 1: Vergleich von Biegung von Aluminium bei verschiedenen Längen

Um von hier auf unser Ziel, der Elastizitätsmodul, zu kommen, nutzen wir die Formel (1) aus der Theorie. Diese müssen wir jedoch erstmal nach  $E$  umstellen. Da wir ja in Abhängigkeit von  $m$  arbeiten, drücken wir zuerst unser  $F$  als  $mg$  aus und lassen dieses  $m$  alleine auf der rechten Seite stehen:

$$E = \frac{l^3 g}{s 4 h^4 b} m$$

Wir benötigen also die Länge, Breite und Höhe des verwendeten Stabteils, sowie dessen Durchbiegung bei verschiedenen Massen. Wir betrachten erstmal die Formel für Fehlerrechnung bei Produkten und Quotienten:

$$\left| \frac{\Delta z}{z} \right| = \sqrt{\left( a \frac{\Delta x}{x} \right)^2 + \left( b \frac{\Delta y}{y} \right)^2 + \dots} \text{ für } z = x^a y^b \dots \quad (8)$$

Mit unserer Formel dann:

$$\left| \frac{\Delta E}{E} \right| = \sqrt{\left( 3 \frac{\Delta l}{l} \right)^2 + \left( -\frac{\Delta s}{s} \right)^2 + \left( -4 \frac{\Delta h}{h} \right)^2 + \left( -\frac{\Delta b}{b} \right)^2} \quad (9)$$

Da die Unsicherheit der Steigung klein ist und nur das 1-Fache dessen in die Unsicherheit von  $E$  eingeht, ist diese zu vernachlässigen. Die Unsicherheit von  $b$  können wir auch vernachlässigen.

FUCK YOUR DERIVATIVES

Wir nutzen also unsere Steigung aus der linearen Regression als  $s$  und rechnen hiermit als Werte für  $E$ :

Tabelle 1: Berechnete Werte für  $E$

Unsicherheiten: Länge: $\pm 0.005$ cm	Messreihe	Länge [cm]	Elastizitätsmodul [ $\text{N/m}^2$ ]
	Aluminium	40.5	$(6.75 \pm 0.025) \times 10^{10}$
	Stahl	40.5	$(2.137 \pm 0.008) \times 10^{11}$
	Messing	40.5	$(9.49 \pm 0.035) \times 10^{10}$
	Alu umgedreht	40.5	$(6.46 \pm 0.024) \times 10^{10}$
	Aluminium	55.0	$(6.78 \pm 0.018) \times 10^{10}$
	Aluminium	33.5	$(5.74 \pm 0.026) \times 10^{10}$
	Alu 10 Messungen	40.5	$(6.76 \pm 0.025) \times 10^{10}$

Die genauen Werte für die Breite und Höhe der Stäbe sind im Anhang zu finden. Wir verwenden als Wert für  $g$   $9.81 \text{ m/s}^2$ .

### 3 Diskussion

Es wirken noch zusätzliche Kräfte, welche durch das Eigengewicht der Stäbe, das Gewicht der Halterung und der Andruckkraft des Messgeräts ausgeübt werden. Da dieser Versuch sich aber im Proportionalitätsbereich aufhält, müssen diese Kräfte nicht berücksichtigt werden, da sie nur den Nullpunkt des Messgeräts verschieben.



## 4 Anhang: Tabellen und Diagramme

Tabelle 2: XXXX

Unsicherheiten: XXXX: $\pm$ XXXX	XXXX/XX	XXXX/XX	XXXX/XX
	2	0.26	0.23
	4	0.33	0.25
	5		0.3
	6	1.25	0.83
	8	3.9	0.83
	9	4.75	4.6
	10	4.7	

## Literatur

- [1] "Correlations between variables are automatically handled, which sets this module apart from many existing error propagation codes." - <https://pythonhosted.org/uncertainties/>
- [2] Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg (Hrsg.) (08/2018): Versuchsanleitungen zum Physiklabor für Anfänger\*innen, Teil 1, Ferienpraktikum im Sommersemester 2018.
- [3] Demtröder, Experimentalphysik 1, <https://www.springer.com/us/book/9783662464151>, Kapitel 6.2.4