

Experimentelle Methoden

Vorlesung von Prof. Dr. apl. Horst Fischer im Sommersemester 2019

Markus Österle Damian Lanzenstiel

6. Mai 2019

Inhaltsverzeichnis

0	Einführung	2
0.1	Wichtige Infos	2
0.2	Programm der Vorlesung	2
1	Wechselwirkung geladener Teilchen mit Materie	3
1.1	Klassische Betrachtung der Rutherfordstreuung	3
1.2	Energieverlust von Elektronen e^- und Positronen e^+	4
1.2.1	Strahlungslänge	5
2	Wechselwirkungen von Quanten / Photonen	6
2.1	Photoeffekt	6
2.2	Compton Streuung	6
2.3	Paarbildung	7
2.3.1	Schwellen	7

Kapitel 0

Einführung

0.1 Wichtige Infos

Vorlesung Montag 14:15 - 15:45

Übungen ILIAS

Kontakt Horst Fischer Physikhochhaus Zi. 609
★hier fehlt was★ (email usw. Folie 1)

0.2 Programm der Vorlesung

- Grundlagen moderner Nachweissysteme
- Grundlagen der Statistik und Unsicherheitsbetrachtungen
- Grundlagen der Analogelektronik

Kapitel 1

Wechselwirkung geladener Teilchen mit Materie

Nachweis durch Wirkung des Teilchens auf die Materie

- Ionisation, Szintillation
- Čevenkov-, Übergangsstrahlung
- Rückstoß

⇒ Teilcheneigenschaften verändert

- Energieverlust
- Richtungsänderung
- Identitätsverlust

1.1 Klassische Betrachtung der Rutherfordstreuung

- stimmt mit QM in niederster Ordnung überein

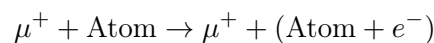
solange: „schwere Teilchen“

$v \gg v_e$ in Hülle

$\Delta E \gg$ Bindungsenergie von e^-

★hier fehlt eine Grafik★

Typisches Beispiel:



Coulomb-Kraft

$$F_{\parallel}(x) = F_{\parallel}(-x)$$
$$F_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{z \cdot e \cdot Z \cdot e}{r^2} \frac{b}{|\mathbf{r}|}$$

Impulsübertrag

$$\Delta\rho_T = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp} df = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2Z \cdot z}{\beta cb}$$

$\beta = \frac{v}{c}$ Mehr zum Thema und die genaue Rechnung findet man im Lehrbuch von Jackson.

Energieübertrag

[Folie: Energieverlust: klassisch nach Bohr]

$$\Delta E = \frac{\Delta \rho_T^2}{2M} = \frac{e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{Z^2 z^2}{M\beta^2 c^2 b^2} \propto \frac{1}{b^2}$$

bei Kohärenter Streuung

$$\frac{\Delta E \text{ Elektronenhülle}}{\Delta E \text{ Kern}} = \frac{2m_p}{m_e} \approx 4000$$

Hülle: $M = Z \cdot m_e$

Kern: $M = A \cdot m_p = 2Z \cdot m_p$

\Rightarrow Die Streuung am Kern ist vernachlässigbar

Der gesamte (mittlere) Energieverlust ist dann:

$$\langle dE \rangle = \int \underbrace{\Delta E \cdot 2\pi b \, db}_{\text{Volumenelement}} \cdot \underbrace{Z \cdot \frac{\rho \cdot N_A}{A}}_{=n_e} dx$$

Bethe-Bloch Beziehung

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle &= D \cdot \underbrace{\frac{Z \cdot \rho}{A}}_{\text{Medium}} \cdot \underbrace{\left(\frac{z}{\beta} \right)^2}_{\text{Projektil}} \cdot \underbrace{\ln \left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right)}_{\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I} T_{\max} \right)} \\ &= D \cdot \underbrace{\frac{Z \cdot \rho}{A}}_{\text{Medium}} \cdot \underbrace{\left(\frac{z}{\beta} \right)^2}_{\text{Projektil}} \cdot \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I} T_{\max} \right) \end{aligned}$$

mit $I = \hbar\omega$: Ionisationspotential des Streuzentrums

und T_{\max} : der Energie des e^- tragen kann

[Folie: Energieverlust]

[Folie: Mittlerer Energieverlust nach Bethe Bloch]

[Folie: Relativistischer Anstieg]

[Folie: Materialabhängigkeit des mittleren Energieverlusts]

[Folie: Minimaler Energieverlust]

[Folie: Abhängigkeit vom Ionisationspotential]

[Folie: Reichweite von Teilchen in Materie]

[Folie: Bragg-Kurve](Einstrahl-Tiefe in einen Menschen)

[Folie: Anwendung Teilchenidentifizierung]

[Folie: Energieverlust von Teilchen durch Ionisation]

1.2 Energieverlust von Elektronen e^- und Positronen e^+

Bremsstrahlung führt zu zusätzlichem Energieverlust.

$$E_K \approx \frac{600 \dots 700}{Z} \text{ MeV} \quad \text{kritische Energie}$$

Z des Materials. Unterschiede zwischen fest, flüssig, gasförmig.

Material	E_K
Luft:	84,0 MeV
Pb:	7,4 MeV

$$\left. \frac{dE}{dx} \right|_{\text{Brems}} \propto \frac{Z^2}{m^2} \quad \begin{array}{l} \text{Target} \\ \text{Projektil} \end{array}$$

Bremsstrahlung wichtig für e^\pm

$$\frac{m_\mu^2}{m_e^2} \left(\frac{100}{0,5} \right)^2 = 40000$$

(Eigentlich 105 statt 100)

Bremsstrahlung führt zu

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dx} &= E_e \cdot 4\alpha r_e^2 N_A \frac{\rho Z}{A} \left\{ \ln \frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{1}{18} - f(z) \right\} \\ f(z) &= \alpha Z \left\{ \frac{1}{1 + \alpha^2 Z^2} + 0.2 + \mathcal{O}(\alpha Z^2) \right\} \end{aligned}$$

α : gemessene Konstante $\alpha = 5,3$ für H | 3 Pb

1.2.1 Strahlungslänge

$$\frac{1}{L_{\text{rad}}} = 4\alpha r_e^2 N_A \frac{\rho Z}{A} \left\{ \ln \frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{1}{18} - f(z) \right\} = \frac{dE}{dx} \cdot \frac{1}{E_e}$$

(Die Formale stammt von Bether Heitler).

Die Strahlungslänge ist die Distanz, in der die e^\pm den Bruchteil $(1 - 1/e)$ der Energie durch Bremsstrahlung verlieren.

$$\left. \frac{dE}{dx} \right|_{\text{Brems}} = \frac{E_e}{L_{\text{rad}}}$$

Kapitel 2

Wechselwirkungen von Quanten / Photonen

2.1 Photoeffekt

Photoeffekt = Absorption eines Photons ist gebunden an Hüllenelektron

$$\gamma e^- A \rightarrow e^- A^+$$

★hier fehlt eine Grafik★

Wichtig $E_\gamma \gtrsim E_{\text{bindung}} \approx \mathcal{O}(100 \text{ keV})$. 10% der WW an e^- der inneren Schalen.

$$\sigma_{\text{tot}} \propto Z^5 \cdot \left(\frac{m_e c}{E_\gamma} \right)^{-7/2}$$

Wichtig: $\sigma_{\text{Photoeffekt}}$ ist pro Atom

2.2 Compton Streuung

[Folie: Wechselwirkung von Photonen mit Materie]

Streuung an quasi-freien e^- :

★hier fehlt eine Grafik★

Energie & Impulserhaltung

$$E_{\gamma'} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

$$\lambda_{\gamma'} = \lambda_\gamma + \lambda_C (1 - \cos \theta)$$

Compton Wellenlänge

$$\lambda_C \leq \frac{\hbar}{m_e c^2} = \frac{r_e}{\alpha_{\text{em}}} = 39 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

Wichtig:

$$E_{\gamma'}^{\text{max}}(\theta = 0) = E_\gamma$$

$$E_{\gamma'}^{\text{min}} = \frac{E_\gamma}{1 + 2 \frac{E_\gamma}{m_e c^2}}$$

Wegen der Impulserhaltung gilt:

$$\theta_e^{\text{max}} \leq \frac{\pi}{2}$$

Wirkungsquerschnitt (aus der Quantenelektrodynamik (QED))

$$\sigma_{\text{Compton}} \propto \frac{1}{E_\gamma} \cdot \ln \frac{2E_\gamma}{m_e c^2}$$

Erzeugung hochenergetischer Photonen durch inverse Compton-Streuung.

2.3 Paarbildung

Paarbildung ist nur möglich in der Nähe eines Kerns (wegen Energie- und Impulserhaltung).

2.3.1 Schwellen

$$E_\gamma > 2m_e \approx 1,02 \text{ MeV} \quad \text{im Kernfeld}$$

$$E_\gamma > 4m_e \approx 2,04 \text{ MeV} \quad \text{im Elektronenfeld}$$

$$\gamma + A \rightarrow e^- e^+ (A)$$

★hier fehlt eine Grafik★

$$\gamma + e^- \rightarrow e^- e^+ e^-$$

(Indent-Reaktion)

★hier fehlt eine Grafik★

$$\sigma_{\text{Paar}} \propto \ln 183 Z^{-1/3} \propto \frac{1}{L_{\text{rad}}}$$

Insgesamt erhalten wir also für den Photoeffekt, die Compton-Streuung und die Paarbildung zusammen:

$$\sigma_{\text{tot}} \propto \sigma_{\text{Photo}} + \sigma_{\text{Compton}} + \sigma_{\text{Paar}}$$

$$\sigma_\gamma \propto c_1 Z^5 E^{7/2} + c_2 Z \frac{1}{E} \ln E + c_3 Z^2$$

Minimum bei $\mathcal{O}(10 \text{ MeV})$

\Rightarrow große Reichweite !