

# Experimentelle Methoden

Vorlesung von Prof. Dr. apl. Horst Fischer im Sommersemester 2019

Markus Österle   Damian Lanzenstiel

20. Mai 2019

# Inhaltsverzeichnis

<b>0</b>	<b>Einführung</b>	<b>2</b>
0.1	Wichtige Infos . . . . .	2
0.2	Programm der Vorlesung . . . . .	2
<b>1</b>	<b>Wechselwirkung geladener Teilchen mit Materie</b>	<b>3</b>
1.1	Klassische Betrachtung der Rutherfordstreuung . . . . .	3
1.2	Energieverlust von Elektronen $e^-$ und Positronen $e^+$ . . . . .	4
1.2.1	Strahlungslänge . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Wechselwirkungen von Quanten / Photonen</b>	<b>6</b>
2.1	Photoeffekt . . . . .	6
2.2	Compton Streuung . . . . .	6
2.3	Paarbildung . . . . .	7
2.3.1	Schwellen . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Detektoren für die Orts- und Zeitmessung</b>	<b>8</b>
3.1	Ionisationsdetektoren . . . . .	8
3.2	Halbleiterzähler . . . . .	9
3.2.1	Funktionsprinzip: . . . . .	9
3.2.2	Grundlagen . . . . .	10
3.3	Szintillationsdetektor . . . . .	10
3.3.1	Funktionsprinzip . . . . .	10
3.4	Photomultiplier . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Teilchenidentifikation</b>	<b>11</b>
4.1	Čerenkov Strahlung . . . . .	11
4.2	Übergangsstrahlung . . . . .	12
4.3	Kalorimeter . . . . .	12

# Kapitel 0

## Einführung

### 0.1 Wichtige Infos

**Vorlesung** Montag 14:15 - 15:45

**Übungen** ILIAS

**Kontakt** Horst Fischer Physikhochhaus Zi. 609  
★hier fehlt was★ (email usw. Folie 1)

### 0.2 Programm der Vorlesung

- Grundlagen moderner Nachweissysteme
- Grundlagen der Statistik und Unsicherheitsbetrachtungen
- Grundlagen der Analogelektronik

# Kapitel 1

## Wechselwirkung geladener Teilchen mit Materie

Nachweis durch Wirkung des Teilchens auf die Materie

- Ionisation, Szintillation
- Čevenkov-, Übergangsstrahlung
- Rückstoß

⇒ Teilcheneigenschaften verändert

- Energieverlust
- Richtungsänderung
- Identitätsverlust

### 1.1 Klassische Betrachtung der Rutherfordstreuung

- stimmt mit QM in niederster Ordnung überein

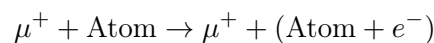
solange: „schwere Teilchen“

$v \gg v_e$  in Hülle

$\Delta E \gg$  Bindungsenergie von  $e^-$

★hier fehlt eine Grafik★

Typisches Beispiel:



Coulomb-Kraft

$$F_{\parallel}(x) = F_{\parallel}(-x)$$
$$F_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{z \cdot e \cdot Z \cdot e}{r^2} \frac{b}{|\mathbf{r}|}$$

Impulsübertrag

$$\Delta\rho_T = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp} df = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2Z \cdot z}{\beta cb}$$

$\beta = \frac{v}{c}$  Mehr zum Thema und die genaue Rechnung findet man im Lehrbuch von Jackson.

## Energieübertrag

[Folie: Energieverlust: klassisch nach Bohr]

$$\Delta E = \frac{\Delta \rho_T^2}{2M} = \frac{e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2} \cdot \frac{Z^2 z^2}{M\beta^2 c^2 b^2} \propto \frac{1}{b^2}$$

bei Kohärenter Streuung

$$\frac{\Delta E \text{ Elektronenhülle}}{\Delta E \text{ Kern}} = \frac{2m_p}{m_e} \approx 4000$$

Hülle:  $M = Z \cdot m_e$

Kern:  $M = A \cdot m_p = 2Z \cdot m_p$

$\Rightarrow$  Die Streuung am Kern ist vernachlässigbar

Der gesamte (mittlere) Energieverlust ist dann:

$$\langle dE \rangle = \int \underbrace{\Delta E \cdot 2\pi b \, db}_{\text{Volumenelement}} \cdot \underbrace{Z \cdot \frac{\rho \cdot N_A}{A}}_{=n_e} dx$$

### Bethe-Bloch Beziehung

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle &= D \cdot \underbrace{\frac{Z \cdot \rho}{A}}_{\text{Medium}} \cdot \underbrace{\left( \frac{z}{\beta} \right)^2}_{\text{Projektil}} \cdot \underbrace{\ln \left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right)}_{\frac{1}{2} \ln \left( \frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I} T_{\max} \right)} \\ &= D \cdot \underbrace{\frac{Z \cdot \rho}{A}}_{\text{Medium}} \cdot \underbrace{\left( \frac{z}{\beta} \right)^2}_{\text{Projektil}} \cdot \frac{1}{2} \ln \left( \frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2}{I} T_{\max} \right) \end{aligned}$$

mit  $I = \hbar\omega$ : Ionisationspotential des Streuzentrums

und  $T_{\max}$ : der Energie des  $e^-$  tragen kann

[Folie: Energieverlust]

[Folie: Mittlerer Energieverlust nach Bethe Bloch]

[Folie: Relativistischer Anstieg]

[Folie: Materialabhängigkeit des mittleren Energieverlusts]

[Folie: Minimaler Energieverlust]

[Folie: Abhängigkeit vom Ionisationspotential]

[Folie: Reichweite von Teilchen in Materie]

[Folie: Bragg-Kurve](Einstrahl-Tiefe in einen Menschen)

[Folie: Anwendung Teilchenidentifizierung]

[Folie: Energieverlust von Teilchen durch Ionisation]

## 1.2 Energieverlust von Elektronen $e^-$ und Positronen $e^+$

Bremsstrahlung führt zu zusätzlichem Energieverlust.

$$E_K \approx \frac{600 \dots 700}{Z} \text{ MeV} \quad \text{kritische Energie}$$

$Z$  des Materials. Unterschiede zwischen fest, flüssig, gasförmig.

Material	$E_K$
Luft:	84,0 MeV
Pb:	7,4 MeV

$$\left. \frac{dE}{dx} \right|_{\text{Brems}} \propto \frac{Z^2}{m^2} \quad \begin{array}{l} \text{Target} \\ \text{Projektil} \end{array}$$

Bremsstrahlung wichtig für  $e^\pm$

$$\frac{m_\mu^2}{m_e^2} \left( \frac{100}{0,5} \right)^2 = 40000$$

(Eigentlich 105 statt 100)

Bremsstrahlung führt zu

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dx} &= E_e \cdot 4\alpha r_e^2 N_A \frac{\rho Z}{A} \left\{ \ln \frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{1}{18} - f(z) \right\} \\ f(z) &= \alpha Z \left\{ \frac{1}{1 + \alpha^2 Z^2} + 0.2 + \mathcal{O}(\alpha Z^2) \right\} \end{aligned}$$

$\alpha$ : gemessene Konstante  $\alpha = 5,3$  für H | 3 Pb

### 1.2.1 Strahlungslänge

$$\frac{1}{L_{\text{rad}}} = 4\alpha r_e^2 N_A \frac{\rho Z}{A} \left\{ \ln \frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{1}{18} - f(z) \right\} = \frac{dE}{dx} \cdot \frac{1}{E_e}$$

(Die Formale stammt von Bether Heitler).

Die Strahlungslänge ist die Distanz, in der die  $e^\pm$  den Bruchteil  $(1 - 1/e)$  der Energie durch Bremsstrahlung verlieren.

$$\left. \frac{dE}{dx} \right|_{\text{Brems}} = \frac{E_e}{L_{\text{rad}}}$$

## Kapitel 2

# Wechselwirkungen von Quanten / Photonen

### 2.1 Photoeffekt

Photoeffekt = Absorption eines Photons ist gebunden an Hüllenelektron

$$\gamma e^- A \rightarrow e^- A^+$$

★hier fehlt eine Grafik★

Wichtig  $E_\gamma \gtrsim E_{\text{bindung}} \approx \mathcal{O}(100 \text{ keV})$ . 10% der WW an  $e^-$  der inneren Schalen.

$$\sigma_{\text{tot}} \propto Z^5 \cdot \left( \frac{m_e c}{E_\gamma} \right)^{-7/2}$$

**Wichtig:**  $\sigma_{\text{Photoeffekt}}$  ist pro Atom

### 2.2 Compton Streuung

[Folie: Wechselwirkung von Photonen mit Materie]

Streuung an quasi-freien  $e^-$ :

★hier fehlt eine Grafik★

Energie & Impulserhaltung

$$E_{\gamma'} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

$$\lambda_{\gamma'} = \lambda_\gamma + \lambda_C (1 - \cos \theta)$$

#### Compton Wellenlänge

$$\lambda_C \leq \frac{\hbar}{m_e c^2} = \frac{r_e}{\alpha_{\text{em}}} = 39 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

**Wichtig:**

$$E_{\gamma'}^{\text{max}}(\theta = 0) = E_\gamma$$

$$E_{\gamma'}^{\text{min}} = \frac{E_\gamma}{1 + 2 \frac{E_\gamma}{m_e c^2}}$$

Wegen der Impulserhaltung gilt:

$$\theta_e^{\text{max}} \leq \frac{\pi}{2}$$

Wirkungsquerschnitt (aus der Quantenelektrodynamik (QED))

$$\sigma_{\text{Compton}} \propto \frac{1}{E_\gamma} \cdot \ln \frac{2E_\gamma}{m_e c^2}$$

Erzeugung hochenergetischer Photonen durch inverse Compton-Streuung.

## 2.3 Paarbildung

Paarbildung ist nur möglich in der Nähe eines Kerns (wegen Energie- und Impulserhaltung).

### 2.3.1 Schwellen

$$E_\gamma > 2m_e \approx 1,02 \text{ MeV} \quad \text{im Kernfeld}$$

$$E_\gamma > 4m_e \approx 2,04 \text{ MeV} \quad \text{im Elektronenfeld}$$

$$\gamma + A \rightarrow e^- e^+ (A)$$

★hier fehlt eine Grafik★

$$\gamma + e^- \rightarrow e^- e^+ e^-$$

(Indent-Reaktion)

★hier fehlt eine Grafik★

$$\sigma_{\text{Paar}} \propto \ln 183 Z^{-1/3} \propto \frac{1}{L_{\text{rad}}}$$

Insgesamt erhalten wir also für den Photoeffekt, die Compton-Streuung und die Paarbildung zusammen:

$$\sigma_{\text{tot}} \propto \sigma_{\text{Photo}} + \sigma_{\text{Compton}} + \sigma_{\text{Paar}}$$

$$\sigma_\gamma \propto c_1 Z^5 E^{7/2} + c_2 Z \frac{1}{E} \ln E + c_3 Z^2$$

Minimum bei  $\mathcal{O}(10 \text{ MeV})$

$\Rightarrow$  große Reichweite !



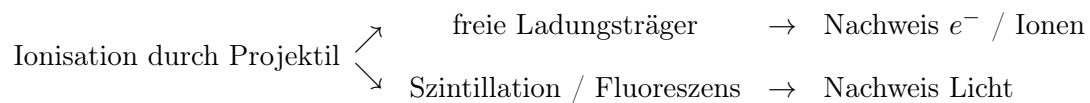
## Kapitel 3

# Detektoren für die Orts- und Zeitmessung

Programm Heute:

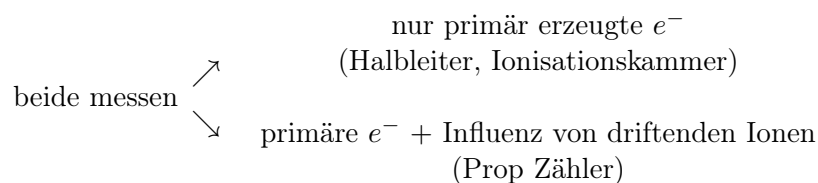
- Ionisationsdetektoren
- Szintillation
- Photomultiplier (PM)

„Rekation“ im Material auf elektrische geladenes Teilchen oder Quanten



### 3.1 Ionisationsdetektoren

- mit flüssigem oder gasförmigen Edelgas + Beimischungen als „Quentscher“
- Halbleiter



★hier fehlt eine Grafik★ Strohalmdetektor

Elektrisches Feld aus statischen Maxwellgleichungen:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \\ \int_S \mathbf{E} d\mathbf{S} &= \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV\end{aligned}$$

auf Drahtlänge  $\Delta z$  befindet sich die Ladung  $\Delta Q$

$$\begin{aligned}E(r) \cdot 2\pi r \Delta z &= \frac{1}{\varepsilon_0} \Delta Q \\ \Rightarrow E(r) &= \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} \frac{dQ}{dz}\end{aligned}$$

Das  $\mathbf{E}$ -Feld wird durch angelegte Spannung erzeugt. Aus der Abbildung oben folgt dann:

$$\int_{r_i}^{r_a} E(r) dr = U = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) \cdot \frac{dQ}{dz}$$

$$E(r_0) = \frac{U}{r_0 \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}$$

[Folie: Arbeitsbereiche von Gasionisationsdetektoren]

[Folie: Funktionsprinzip Gasionisationsdetektoren]

Ionisationszähler → Dosimetrie / Dosimeter

Proportionalitätsbereich → Teilchennachweis (Ort und Zeit)

Geiger Müller Zähler ist selbst verstärkend → keine extra Geräte notwendig

Elektronen & Ionen, die im Abstand  $r_0$  erzeugt werden driften zur Anode/Kathode.

z.B.

$$\Delta t^- = \int_{r_i}^{r_a} \frac{dr}{\theta_0^-} = \int_{r_i}^{r_a} \frac{dr}{\mu^- \cdot E} = \frac{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}{2\mu^- E}$$

[Folie: Eigenschaften von Edelgasen]

[Folie: Vieldrahtproportional- und Driftkammern]

[Folie: MICROMEGAS]

[Folie: GEM / THGEM]

## 3.2 Halbleiterzähler

Kristallines Si & Ge. Ideoal für  $\frac{dE}{dx}$  hochauflösende Ortsmessung

### 3.2.1 Funktionsprinzip:

- Diode in Sperrrichtung
- ionisierende Strahlung erzeugt  $e^-$ /Loch Paare
- äußere Betriebsspannung saugt  $e^-$ /Löcher ab

**Vorteile:**

a)  $\langle E \rangle$  zur Erzeugung eines  $e^-$ /Loch Paars  $\langle E \rangle_{\text{Si}} = 3,6 \text{ eV}$  und  $\langle E \rangle_{\text{Ge}} = 2,8 \text{ eV}$ .

Zum Vergleich  $\langle E \rangle_{\text{Gas}} \approx 10.40 \text{ eV}$  und  $\langle E \rangle_{\text{Szint}} = 100 \text{ eV}-1 \text{ keV}$

b) hohe spezifische Dichte  $\Rightarrow \frac{dE}{dx}$  groß

c) sehr schnelle ★hier fehlt was★

d) kompakte ★hier fehlt was★

### 3.2.2 Grundlagen

Festkörper:

★hier fehlt eine Grafik★

Direkte Rekombination  $\mathcal{O}(s)$  weil  $e^-$  & Loch Energie- und Impulserhaltung.

[Folie: Funktionsprinzip (Halbleiter)]

[Folie: Funktionsprinzip: Streifenzähler]

[Folie: Ultrasonic Bonding]

[Folie: ATLAS Silizium Spurdetektor]

[Folie: Silizium Detektoren als Spur Detektor (CMS: Currently the Most Silicon)]

[Folie: Halbleiter-Pixelzähler]

[Folie: Zukunft: 3D-Technologie]

### 3.3 Szintillationsdetektor

$\frac{dE}{dx} \rightarrow$  Anregung der Atome/Moleküle  $\rightarrow$  Lichtemission  $\propto \frac{dE}{dx}$ .

Wichtig dabei ist die Transparenz des Detektors für das erzeugte Licht. Vorteilhaft ist deswegen, wenn die Spektralemission im sichtbaren Bereich ist.

Typen:

- organische Kristalle, Flüssigkeiten oder Plastik
- anorganische Kristalle
- flüssige, gasförmige Edelgase

#### 3.3.1 Funktionsprinzip

a) Anorganisch

- Dotieren mit Farbzentren (Aktivatorzentren) (Leerstellen im Gitter)
- Ionisation führt zu freien  $e^-$
- $\Rightarrow$  Rekombination in Aktivatorzentren  $\rightarrow$  Anregung selbige  $\rightarrow$  Übergang in Grundzustand unter ★hier fehlt was★ }  $\mathcal{O}(\mu s)$

b) Organisch

- Ionisation & Anregung von Molekülen
- $\rightarrow$  emittiert beim Zerfall UV- Licht + Wellenlängenverschiebung  $\Rightarrow$  sichtbares Licht

[Folie: Szintillatoren]

[Folie: Einsatzprinzip]

[Folie: Emission]

[Folie: Organische Szintillatoren - Licht Absorption]

### 3.4 Photomultiplier

[Folie: Photomultiplier]

[Folie: Quanteneffizienz]

[Folie: PMT und Szintillator Handhabung]

# Kapitel 4

## Teilchenidentifikation

### Programm Heute

- Cherenkov Strahlung
- Übergangsstrahlung
- Energiemessung
- Elektromagnetische Kalorimeter
- Hadronische Kalorimeter

### 4.1 Čerenkov Strahlung

★hier fehlt eine Grafik★

Čerenkov Strahlung wird emittiert wenn  $v > v_{\text{Phase}}(\text{Medium})$  also bei  $\beta > \frac{1}{n_{\text{Medium}}}$ .

Der Abstrahlwinkel ist:

$$\cos \theta = \frac{1}{\beta \cdot n} = \frac{v_{\text{Phase}}(\text{Medium})}{v_{\text{Teilchen}}} \Rightarrow \frac{c}{n} \cdot \frac{1}{v_{\text{Teilchen}}}$$

mit  $n$  dem Brechungsindex im Medium.

Der maximale Abstrahlwinkel  $\vartheta$ :

$$\Theta^{\max} = \arccos \frac{1}{n}$$

Schwellenenergie  $E_s$  ab der Čerenkov Strahlung auftritt

$$\gamma_s = \frac{E_s}{mc^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_s^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}}$$

[Folie: Leuchten eines Kernreaktors]

[Folie: Čerenkov Effekt]

Anzahl emittierter Photonen

$$\frac{d\mu}{d\lambda} = 2\pi\alpha Z^2 \left(1 - \frac{1}{(p_n)^2}\right) \frac{d\lambda}{\lambda^2} \approx 2\pi\alpha Z^2 \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2} \sin^2 \theta$$

$n = n(\lambda)$

für [400 nm, 700 nm]  $\frac{dN}{dx} \approx$  ★hier fehlt was★

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\check{C}} \approx 10^{-2} \left(\frac{dE}{dx'}\right)_{\text{Ionis}}$$

als Radiator: alle transparente Stoffe: NaCl, Diamant, Bleiglas, H<sub>2</sub>O.

[Folie: Čerenkov Winkel vs. Teilchengeschwindigkeit]

[Folie: Photonenausbeute]

[Folie: Verschiedene Typen]

## 4.2 Übergangsstrahlung

★hier fehlt eine Grafik★

Teilchen + Spiegelladung  $\Rightarrow$  veränderlicher Dipol  $\Leftrightarrow$  Übergangsstrahlung

★hier fehlt was★

Abstrahlungscharakteristik

$$\frac{dE}{d\omega d\Omega} = \frac{h\alpha}{\pi^2} \beta^2 \cdot f(\theta)$$

$\omega$  : Plasmafrequenz

a) nicht relativistischer Fall  $f(\theta) = \sin^2 \theta$

b) relativistischer Fall  $f(\theta) = \frac{\sin^2 \theta}{1 - \beta \cos^2 \theta}$

c)  $v = \frac{E}{m} \gg 1000$  u.s. Bereich der Röntgenstrahlung

Polarisationsebene definiert durch

- bewegte Ladung
- Abstrahlrichtung des Photonen

Bsp  $e^-$  mit  $E = 15$  GeV,  $\gamma_e = 30000$ ,  $\gamma_\pi = 110$

Wahrscheinlichster Abstrahlwinkel:

$$\theta \approx \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} + \frac{\omega_p}{\omega}} \approx \frac{1}{\gamma}$$

$\Rightarrow$  **Kein Grenzwinkel!** verstärkung des Effekts durch mehrfache Übergänge zwischen Medien.

[Folie: Winkelverteilung Übergangsstrahlungsstrahlung]

[Folie: Übergangsstrahlungsdetektoren]

## 4.3 Kalorimeter

Aufgabe: Messung der Gesamtenergie in Abhängigkeit von der Bauweise

- homogene Schauerzähler/Kalorimeter
- sampling Schauerzähler/Kalorimeter (Stichprobenmessung)  $\rightarrow$  Einfluss auf die Auflösung bei der Energiemessung

a) Elektron-Photon Schauer  
Einfache Abschätzung

$$N_{e^\pm, \gamma} \approx 2^t \quad E(t) \approx \frac{E_0}{2^t}$$

$t$  : konstante Zeit / Eindringtiefe Schnitte

$x_0 = \frac{1}{C_{\text{RAD}}}$  Strahlungslänge

- Elektronen:  $1 - \frac{1}{e} \approx 63\%$  der Energie wird durch Abstrahlung in Photonen abgegeben

- Photonen  $1 - \frac{1}{e^{7/9}} \approx 54\%$  Intensität geht durch  $e^+, e^-$  Paarbildung verloren

$$t_{\max} = \frac{\ln E_0/E_{\text{Krit}}}{\ln 2} \approx 10,5 X_0$$

$$N_{\max} = \frac{E_0}{E_{\text{Krit}}} \approx 1400 \text{ für } Z = 82$$

genau auf  $O(x_3, \dots, x_5)$  genauer mit EGS GEANT

$$\frac{dE}{dt} \propto t^a e^{-bt}$$

mit  $t = \frac{x}{x_0}$  (Anzahl Strahlungslängen)

★hier fehlt was★

[Folie: Bremsstrahlung (Bethe-Heitler)]

[Folie: Naives Schauerbild]

[Folie: Longitudinal und Transverse Schauer Profile]

[Folie: Longitudinale Schauerentwicklung]