Blatt 2

Andréz Gockel
Experimental Physik II
Gruppe: 6

07.05.18

Aufgabe 1a. Berechnen Sie das elektrische Feld des Drahtes, indem Sie das Superpositionsprinzip anwenden.

$$b = \frac{a}{\cos\alpha}$$

$$L = R\tan\alpha \;\; \Rightarrow dL = \frac{R}{\cos^2\alpha}$$

$$\Rightarrow dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda dL}{b^2} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda dL}{(\frac{R}{\cos\alpha})^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda dL}{R^2}\cos^2\alpha$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\lambda}{R^2}\cos^2\alpha\frac{R}{\cos^2\alpha}\; d\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\lambda}{R^2}\cos^2\alpha\frac{R}{\cos^2\alpha}\; d\alpha = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

Aufgabe 1b. Berechnen Sie den Fluß des elektrischen Feldes durch die Oberfläche eines Zylinders mit Durchmesser D und Höhe H unter Benutzung des Ergebnisses aus Teil a). Zylinder und Draht seien koaxial. Warum ist dieses Resultat zu erwarten?

Elektrische Fluss für beliebige Fläche A:

$$\phi_A = \int_A \vec{E} d\vec{A}$$

mit:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \text{ , } R = D/2$$

$$\phi = \int_A \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0 D} dA$$

mit:

$$dA = 2\pi rh$$

$$\Rightarrow \phi = \int_0^H dh \frac{2\pi D\lambda}{2\pi\epsilon_0 D} h = \frac{\lambda}{\epsilon_0} \int_0^H dh\ h = \frac{\lambda}{2\epsilon_0} H^2$$

Aufgabe 1c. Der Draht wird durch ein Koaxialkabel ersetzt. Der Draht im Inneren hat Radius R_1 (Seele des Kabels) und ist homogen positiv geladen. Der Draht ist in einem Abstand R_2 durch eine negativ geladene Abschirmung ummantelt. Bestimmen Sie die elektrische Feldstärke für alle möglichen Werte des Radius r.

für: $R_1 < r < R_2$:

$$\text{aus dem Gauß'schen Gesetz folgt: } \phi = \oint_A E_n dA = \frac{q_{innen}}{\epsilon_0}$$

mit:

$$\begin{aligned}\oint_A E_n dA &= \int_{links} E_n dA + \int_{Mantel} E_n dA + \int_{rechts} E_n dA \\ &= 0 + \int_{Mantel} E_r dA + 0 \\ &= E_r \int_{Mantel} dA \\ &= E_r 2\pi r h\end{aligned}$$

$\oint_A E_n dA$ einsetzen:

$$E_r 2\pi r h = \frac{q_{innen}}{\epsilon_0}$$

mit:

$$q_{innen} = \frac{h}{L} q$$

$$E_r 2\pi r h = \frac{h}{\epsilon_0 L} q \Rightarrow E_r = \frac{q}{2\pi L \epsilon_0 r}$$

Aufgabe 2. Betrachten Sie einen Würfel der Kantenlänge $2d$, in dessen Mittelpunkt sich eine Punktladung der Grösse q befindet. Berechnen Sie den Fluss durch eine der Oberflächen und zeigen Sie, dass sich in der Summe der Oberflächen q/ϵ_0 ergibt. Hinweis: Sie können das Integral in einer Integrationstabelle nachschlagen.

$$\phi = \oint_A E_n dA$$

Aufgabe 5. Sie reihen abwechselnd Anionen mit negativer Elementarladung und Kationen mit positiver Elementarladung auf einem unendlich ausgedehnten, eindimensionalen Gitter auf. Der Abstand zwischen zwei Ladungen beträgt $a = 5 \cdot 10^{-10}$m. Bestimmen Sie die potenzielle Energie eines Kations. Hinweis: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2}(1)^{n+1}x^n = \ln(1+x)$ für $1 < x < 1$.

$$E_{pot} = a \cdot F_c = a \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{a^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{a}$$

$n = 1$:

$$E_{pot1} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{a}$$

$n = 2$:

$$E_{pot2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2a}$$

$n = 3$:

$$E_{pot} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{3a}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow E_{pot}^{tot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{a} \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{n}(-1)^n &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{a} \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{n}(-1)^{n+1} \\
&= -2\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(-1)^{n+1} \\
&= -2\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{a} \ln(2) \\
&= -2 \cdot 899 \cdot 10^7 \cdot \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{5 \cdot 10^{-10}} \ln(2) \\
&= -6 \cdot 10^{-19}
\end{aligned}$$