

# Theoretische Physik II

## Elektrodynamik

Vorlesung von Prof. Dr. Michael Thoss im Wintersemester 2018

Markus Österle  
Andréz Gockel

15.10.2018

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Elektrostatik</b>	<b>3</b>
1.1	Elektrisches und Coulombsches Gesetz . . . . .	3
1.2	Elektrisches Feld . . . . .	4
1.2.1	Feld eines Systems von Punktladungen . . . . .	4
1.2.2	Feld einer kontinuierlichen Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ . . . . .	5

# Einführung und Überblick

Es gibt vier fundamentale Wechselwirkungen:

- starke Wechselwirkung
- **elektromagnetische Wechselwirkung**
- schwache Wechselwirkung
- Gravitation

## Rückblick: Theoretische Physik I

**Punktmechanik:** Bahnkurven von Körpern

**Bewegungsgleichung:**

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$$

## Elektrodynamik

grundlegende Größen: **Felder**

$$\begin{array}{cc} \vec{E}(\vec{r}, t) & \vec{B}(\vec{r}, t) \\ \text{elektrisches Feld} & \text{Magnetfeld} \end{array}$$

→ Feldtheorie

### Exp: Definition als Messgröße

Kraft auf Ladung:

$$\vec{F} = q(\vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{r} \times \vec{B}(\vec{r}, t))$$

Mathematisch: Feldgleichungen - Maxwellgleichungen

$$\begin{array}{ll} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho & \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 & \vec{\nabla} \times \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \vec{j} \end{array} \quad (1)$$

$\rho$  : Ladungsdichte,  $\vec{j}$  Stromdichte

## Aufbau der Vorlesung

1./2. Elektrostatische und Magnetostatische Phänomene

$$\begin{array}{cc} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 & \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \\ \text{elektrostatik} & \text{magnetostatik} \end{array}$$

3. zeitabhängige elektrische/magnetische Felder

4. Relativistische Formulierungen der Elektrodynamik

# Kapitel 1

## Elektrostatik

Wir beschäftigen uns in diesem Kapitel mit **ruhenden Ladungen** und **zeitunabhängigen Feldern**. Das Grundproblem besteht darin, dass wir eine Ladungsverteilung haben und das Elektrische Feld und dessen Potential bestimmen wollen.

el. Feld  $\vec{E}(\vec{r})$  und el. Potential  $\Phi(\vec{r})$

### 1.1 Elektrisches und Coulombsches Gesetz

**Ladungen:** Beobachtungstatsachen:

- i) zwei Arten „+“ und „-“
- ii) geschlossenes System:  
Ladung erhalten  $q = \sum_i q_i = \text{const.}$
- iii) Ladung ist quantisiert in Einheiten der Elementarladung:

$$q = ne \quad n \in \mathbb{Z}, \quad e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$n = -1$  wäre ein Beispiel für ein Elektron als eine Punktladung

Bei einer kontinuierlichen Ladungsverteilung kann die Ladung über Ladungsdichte und Volumen ausgedrückt werden:

$$\text{Ladungsdichte } \rho(\vec{r}) = \frac{\text{Ladung}}{\text{Volumen}} = \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

Die Gesamtladung in dem begrenzten Volumen erhält man dann durch Integration:

$$Q = \int_V d^3r \rho(\vec{r})$$

#### Coulombsches Gesetz

Die Kraft, welche eine am Ort  $\vec{r}_2$  lokalisierte Punktladung auf eine Punktladung am Ort  $\vec{r}_1$  ausübt ist gegeben durch:

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2} \underbrace{\frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}}_{\vec{e}_{\vec{r}_{12}}}$$

- i)  $\vec{F}_{12} \sim q_1 q_2$
- ii)  $\vec{F}_{12} \sim \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2}$
- iii)  $\vec{F}_{12} \sim q_1 q_2 \vec{e}_{\vec{r}_{12}}$

iv)  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Es gilt das Superpositionsprinzip. Das heißt man kann durch die vektorielle Addition der Kräfte die Gesamtkraft ermitteln.

$$\vec{F}_1 = k \sum_{j=2}^N \frac{q_1 q_j}{r_{1j}^2} \vec{e}_{r_{1j}}$$

**zur Konstanten  $k$**  Die Konstante ist abhängig von dem verwendeten Maßsystemen.

i) Gauß-System (cgs)

$$k \equiv 1$$

$$\text{dyn} = \frac{g \cdot \text{cm}}{s^2} = 10^{-5} \text{ N}$$

$$1 \text{ dyn} = \frac{(1 \text{ ESE})^2}{\text{cm}^2} \quad 1 \text{ ESE} = \frac{g^{\frac{1}{2}} \text{cm}^{\frac{3}{2}}}{s}$$

ii) SI (MKSA-System)

Def.  $A$  = Ampère über Kraft zweier Stromdurchflossener Leiter aufeinander.

$$\frac{\Delta F}{\Delta l} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}} \rightarrow I = 1 \text{ A}$$

$$\text{Strom} = \frac{\text{Ladung}}{\text{Zeit}} \Rightarrow 1 \text{ A} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}} \rightarrow e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\frac{\Delta F}{\Delta l} = k \frac{2I^2}{c^2 d} \quad c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\rightarrow k = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}} \frac{c^2 1 \text{ m}}{2(1 \text{ A})^2} = 10^{-7} c^2 \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Damit erhalten wir für die Dielektrizitätskonstante des Vakuums:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

## 1.2 Elektrisches Feld

### 1.2.1 Feld eines Systems von Punktladungen

$N$  Ladungen  $q_1, \dots, q_N$  die an den Orten  $\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N$  ruhen. Nun bringen wir eine Testladung  $q$  beim Ort  $\vec{r}$  mit ein.

Die Kraft von  $q_1, q_2$  auf  $q$  ist dann:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \sum_{j=1}^N q_j \frac{\vec{r} - \vec{r}_j}{|\vec{r} - \vec{r}_j|^3} = q \vec{E}(\vec{r})$$

Also ist das elektrische Feld:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N q_j \frac{\vec{r} - \vec{r}_j}{|\vec{r} - \vec{r}_j|^3}$$

*Bemerkung:*

i) Testladung klein (formal:  $\lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q}$ )

ii) math.  $\vec{E}(\vec{r})$  Vektorpfeil

$$\text{kartesisch: } \vec{E}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} E_x(\vec{r}) \\ E_y(\vec{r}) \\ E_z(\vec{r}) \end{pmatrix}$$

iii) Wechselwirkungsprozess: 2 Teile

$$q_j \rightarrow \vec{E}(\vec{r}) \rightarrow \vec{F} = q\vec{E}(\vec{r})$$

iv) Superpositionsprinzip gilt

### 1.2.2 Feld einer kontinuierlichen Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$

$$\vec{E}(\vec{r}) = k \underbrace{\int_V d^3r' \rho(\vec{r}') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}}_{\text{schließt alle Ladungen ein}}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) &= k \sum_j \Delta q_j \frac{\vec{r} - \vec{r}_j}{|\vec{r} - \vec{r}_j|^3} \\ &= k \sum_j \Delta V_j \rho(\vec{r}_j) \frac{\vec{r} - \vec{r}_j}{|\vec{r} - \vec{r}_j|^3} \\ \text{mit } \Delta V_j \rightarrow 0 &\rightarrow k \int_V d^3r' \rho(\vec{r}') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \end{aligned}$$