Theoretische Physik II
Elektrodynamik

Vorlesung von Prof. Dr. Michael Thoss im Wintersemester 2018

Markus Österle   Andréz Gockel   Damian Lanzenstiel   Patrick Munnich

31. Januar 2019

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Relativitätstheorie und Elektrodynamik

1.1 Spezielle Relativitätstheorie (Wiederholung)

Inertialsysteme:
Bezugssysteme, in denen sich ein Kräftefreier Körper geradlinig und gleichförmig bewegt.
Newtonsche Nechanik: Galileisches Relativitätspinzip
Alle IS sind gleichwertig, das heißt, physikalische Gesetze haben in allen Intertialsystemen dieselbe Form. Übergang zwischen Intertialsystemen:

1) Galileitransformationen

   Transformation der Koordinaten:

$$\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}$$

   Transformation von Geschwindigkeiten

$$\underbrace{\frac{x'}{t'}}_{u'} = \frac{x - vt}{t} = \underbrace{\frac{x}{t}}_{u} - v$$

$$u = u' + v$$

   Experiment: Lichtgeschwindigkeit in allen Systemen gleich
   $\rightarrow$ Einsteinsche Relativitätsprinzip:

   1) Alle Intertialsysteme sind gleichwertig
   2) Die Lichtgeschwindigkeit c ist in allen Interialsystemen gleich

2) Lorentztransformation und relativistische Notation

   Lorentztransformation:

$$\beta = \frac{v}{c},\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$
\begin{aligned}
t' &= \gamma\left(-\frac{\beta}{c}x + t\right)\\
x' &= \gamma(x - vt)\\
y' &= y\\
z' &= z
\end{aligned}
$$

Grenzfall:

$$\left|\frac{v}{c}\right| << 1 \ : \ \beta \to 0, \ \gamma \to 1$$

$$t' = t, \ x' = x - vt, \ y' = y, \ z' = z$$

<u>Relativistische Notation</u> t, x, y, z: Ereigneis Minkowski-Raum

Victorervektor

$$(x^\mu) : x^\mu, \ \mu = 0, 1, 2, 3$$

$$
\begin{aligned}
x^0 &= ct\\
x^1 &= x\\
x^2 &= y\\
x^3 &= z
\end{aligned}
$$

$$(x^\mu) = \begin{pmatrix} (ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Darstellung: Raum-Zeit-Diagramme

Abstand zweier Ereignisse

$$\left(x^\mu_A\right) = \left(x^0_A, x^1_A, x^2_A, x^3_A\right) = (ct_A, x_A, y_A, z_A)$$

$$\left(x^\mu_B\right) = \left(x^0_B, x^1_B, x^2_B, x^3_B\right) = (ct_B, x_B, y_B, z_B)$$

Abstand

$$(\Delta s)^2 = (x^0_A - x^0_B)^2 - (x^1_A - x^1_B)^2 - (x^2_A - x^2_B)^2 - (x^3_A - x^3_B)^2$$

Wegelement $\mathrm{d}s$:

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{d}s)^2 &= c^2\mathrm{d}t^2 - \mathrm{d}x^2 - \mathrm{d}y^2 - \mathrm{d}z^2\\
&= (\mathrm{d}x^0)^2 - (\mathrm{d}x^1)^2 - (\mathrm{d}x^2)^2 - (\mathrm{d}x^3)^2\\
&= \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu}\mathrm{d}x^\mu \mathrm{d}x^\nu
\end{aligned}
$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Lorentztransformation

$$S \to S'$$

$$x^\mu \to x'^\mu \to \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\Lambda} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$x'^\mu = \sum_\nu \Lambda^\mu \nu x^\nu =: \Lambda^\mu \nu x^\nu$$

3) <u>Skalare, Vektoren, Tensoren in der vierdimensionalen Raum-Zeit</u>
<u>Skalare</u>: Größen, die invariant unter Lorenztransformation
Beispiele:

i) Abstand $\Delta s, \mathrm{d}s$

ii) Eigenzeit: $\mathrm{d}\tau = \sqrt{1 - \left(\frac{\boldsymbol{r}(t)}{c}\right)^2} \mathrm{d}t$

iii) c, m_0, q

<u>Vierervektoren</u>
Ortsvektor:

$$x'^\nu = \Lambda^\mu \nu x^\nu$$

Ein Vierervektor b ist eine vierkomponentige Größe (b^μ), welche sich bei Lorenztransformation wie die Komponenten des Ortsvektors transformiert.

$$b'^\mu = \Lambda^\mu \nu b^\nu$$

<u>Beispiele</u>:

i) Ortsvektor

ii) Vierergeschwindigkeit $u = (u^\mu)$

$$u^\mu := \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{d}x^\mu &= (\mathrm{d}x^0, \mathrm{d}x^1, \mathrm{d}x^2, \mathrm{d}x^3) \\ &= (c\mathrm{d}t, \mathrm{d}x, \mathrm{d}y, \mathrm{d}z) \end{aligned}$$

$$\mathrm{d}\tau' = \mathrm{d}\tau$$

$$\mathrm{d}x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu \mathrm{d}x^\nu, \; u'^\mu = \frac{\mathrm{d}x'^\mu}{\mathrm{d}\tau'} = \Lambda^\mu \nu u^\nu$$

$$u^0 = \frac{\mathrm{d}x^0}{\mathrm{d}\tau} = \gamma \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} ct = \gamma c$$

$$u^1 = \frac{\mathrm{d}x^1}{\mathrm{d}\tau} = \gamma \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \gamma v_x$$

$$(u^\mu) = \gamma \begin{pmatrix} c \\ \boldsymbol{v} \end{pmatrix}$$

"Skalarprodukt" zweier Vierervektoren

$$(a^\mu), (b^\mu) : a \cdot b := a^0 b^0 - a^1 b^1 - a^2 b^2 - a^3 b^3$$

$$\to (\Delta s)^2 = (x_A - x_B) \cdot (x_A - x_B)$$

Kovariante und kontravariante Vektorkomponenten

$$(a^\mu) = (a^0, a^1, a^2, a^3)$$

$$(a_\mu) := (a^0, -a^1, -a^2, -a^3)$$

a^μ: Kontravariante Komponenten
a_μ: Kovariante Komponenten

$$a \cdot b = \sum_\mu a^\mu b_\mu = a^\mu b_\mu$$

$$g_{\mu\nu}: \; x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu, \; x^\mu = g^{\mu\nu} x_\nu$$

$$\begin{aligned} x_1 &= g_{1\nu} x^\nu \\ &= \cancel{g_{10} x^0} + g_{11} x^1 + \cancel{g_{12} x^2} + \cancel{g_{13} x^3} \\ &= -x^1 \end{aligned}$$

Tensoren: Größe mit oberen und/oder unteren Indizes, wobei sich jeder obere Index kontravariant und jeder untere kovariant transformiert
Beispiel: Tensor 3. Stufe

$$T^{\alpha\beta}_\gamma : T'^{\alpha\beta}_\gamma = \Lambda^\alpha_\mu \Lambda^\beta_\nu \bar{\Lambda}^\sigma_\gamma T^{\mu\nu}_\sigma$$

metrischer Tensor: $(g_{\mu\nu})$, Feldstärketensor: $F^{\mu\nu}$