Experimentalphysik III

Vorlesung von Prof. Dr. Oliver Waldmann im Wintersemester 2018

Markus Österle
Andréz Gockel

16.10.2018

Inhaltsverzeichnis

Kapitel I

Spezielle Relativitätstheorie

I.1 Vorgeschichte

1861-1867: Maxwell Gleichungen
Vor Maxwell brauchten alle bekannten Wellen (Wasserwellen, Schall) ein Medium oder Trägerstoff. Daher stammte die Annahme, auch elektro-magnetische Wellen also Licht bräuchte ein Medium: der Äther. Somit wollte man experimentell zu zeigen, wie schnell wir uns durch den Äther bewegen und welches das Inertialsystem, das ausgezeichnete Bezugssystem des Äthers ist. Mit dem Ziel den Äther nachzuweisen wurde das Michelson-Morley Experiment durchgeführt.

I.1.1 Experiment von Michelson-Morley

Die Idee des Experimentes war es die Bewegung der Erde relativ zum Äther zu messen.
Anforderungen:

- Erde $30\,\mathrm{km/s}$
- Licht $3 \cdot 10^5\,\mathrm{km/s}$

$\Rightarrow$ relative Auflösung von circa 10^{-4} nötig

Prinzip:
Lichtlaufzeiten:
Arm parallel zum Ätherwind

$$t_2 = \frac{L_2}{c+v} + \frac{L_2}{c-v} = \frac{2cL_2}{(c^2 - v^2)} = \frac{2L_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}^2}$$

Arm senkrecht zum Ätherwind

$$t_1 = 2\frac{L_1'}{c}$$

Nebenrechnung:

$$L'^2 = L^2 + (vt)^2 \quad \Rightarrow \quad (ct)^2 = L^2 + (vt)^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{L}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

$$t_1 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

Somit ist die Zeitdifferenz der beiden Lichtstrahlen

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2L}{c} \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \frac{2L}{c} \left(\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) = \frac{lV^2}{c^2}$$

Hieraus können wir nun den Phasenunterschied der beiden Strahlen berechnen

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{c\Delta t}{\lambda}$$

Abschätzung:

$$L = 2 \times 11\,\mathrm{m}\ ,\ v = 30\,\mathrm{km/s}\ ,\ \lambda = 500\,\mathrm{nm}\ \Rightarrow\ \Delta\varphi/\pi \approx 0{,}88$$

Auflösung

$$\frac{\Delta\varphi}{\pi} \approx \frac{1}{4}$$

Ergebnis:
Es gibt keine Verschiebung des Interferenzmusters.

Konsequenz:
⇒ Es gibt keinen Ätherwind.
⇒ Es gibt kein ausgezeichnetes Bezugssystem. Alle Bezugssysteme sind gleichwertig.

Aber:
Kontraktionshypothese von Fitzgerald z Lorenz
Wenn der Arm in Richtung der Äthers um Faktor $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

Arm parallel zum Ä.W.:

$$t_2 = \frac{2cL_2}{c^2 - v^2}\frac{1}{\gamma} = \frac{2L_2}{\sqrt{denc^2 - v^2}}$$

Arm senkrecht zum Ä.W.:

$$t_1 = \frac{2L_1}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

Aber:
Äther nicht beobachtbar

I.1.2 Lorenz-Invarianz der Maxwell-Gleichungen

Maxwell-Gleichungen sind Lorenz-invariant und nicht Galilei-invariant.
Beispiel: Relativität der Feder.
⇒ Im Laborsystem: $\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$
⇒ Im Ruhesystem: $v' = 0 \Rightarrow F_L = 0$ ↯
⇒ ein zusätzliches E'-Feld, $\boldsymbol{F}_q = q\boldsymbol{E}$
⇒ neue „Transformationsgleichungen“
Transformation

- K: „ruhende“ Bezugssystem
- K': „sich in Bezug auf K konstant entlang der x-Achse bewegendes“ Bezugssystem

$$\boldsymbol{E}' = (E_x, \gamma(E_y - vB_z), \gamma(E_z - vB_y))^\top$$
$$\boldsymbol{B}' = (B_x, \gamma(B_y + {}^v\!/\!{}_{c^2}E_z), \gamma(B_z - {}^v\!/\!{}_{c^2}E_y))^\top$$

I.1.3 Einstein und die Patente

Einstein arbeitete um ... beim Patentamt in .... Zu dieser Zeit wurden häufig neue Patente zur Synchronisierung verschiedenen Uhren angemeldet, was zu Einsteins Inspiration und seinen späteren Entdeckungen führte.

I.1.4 Was ist ein Inertialsystem

Bezugssystem in welchem das Trägheitsgesetz gilt.

Konsequenzen:

$\Rightarrow$ Inertialsystem bewegen sich gradlinig - gleichförmig gegeneinander

Klassisches Relativitätsprinzip

Grundgesetze der Physik nicht in allen Inertialsystemen gleich (Form invariant)

I.1.5 Galilei-Transformation

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r}' &= \boldsymbol{r} - \boldsymbol{v}t \\ t' &= t \end{aligned}$$

$\boldsymbol{v}$: Geschwindigkeit vom $\boldsymbol{O'}$ gegenüber $\boldsymbol{O}$
Test:

$$k: \quad \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \quad \Leftrightarrow \quad k': \quad \boldsymbol{F}' = m\boldsymbol{a}'$$
$$\boldsymbol{a}' = \frac{d^2\boldsymbol{v}'}{dt'^2} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = \boldsymbol{a}$$

Bemerkungen

- Invarianz unter Drehungen $\Rightarrow$ Tensoren

Transformation der Geschwindigkeit

$$\boldsymbol{v}' = \frac{d\boldsymbol{v}'}{dt'} = \frac{d\boldsymbol{v}'}{dt}\frac{dt}{dt'} = \frac{d\boldsymbol{v}'}{dt} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} - \boldsymbol{u} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}$$

$\Rightarrow$ Lichtgeschwindigkeit ist NICHT konstant !

I.1.6 Lorenz-Transformation (LT)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -u \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{u}{c^2} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \qquad \text{LT}$$

Transformation der Geschwindigkeiten
NR:

$$\begin{aligned} \frac{dx'}{dt} &= \gamma\left(\frac{dx}{dt} - u\right) = \gamma(v_x - u) \\ \frac{dt'}{dt} &= \gamma\left(1 - \frac{u}{c^2}v_x\right) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{aligned} v'_x &= \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt}\frac{dt}{dt'} = \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \\ v'_y &= \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy'}{dt}\frac{dt}{dt'} = \frac{1}{\gamma}\frac{v_y}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \\ v'_z &= \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz'}{dt}\frac{dt}{dt'} = \frac{1}{\gamma}\frac{v_z}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \end{aligned}$$