Theoretische Physik II
Elektrodynamik

Vorlesung von Prof. Dr. Michael Thoss im Wintersemester 2018

Markus Österle
Andréz Gockel

15.10.2018

Inhaltsverzeichnis

Einführung und Überblick

Es gibt vier fundamentale Wechselwirkungen:

- starke Wechselwirkung
- **elektromagnetische Wechselwirkung**
- schwache Wechselwirkung
- Gravitation

Rückblick: Theoretische Physik I

Punktmechanik: Bahnkurven von Körpern
Bewegungsgleichung:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$$

Elektrodynamik

grundlegende Größen: **Felder**

$$\begin{array}{cc} \vec{E}(\vec{r},t) & \vec{B}(\vec{r},t) \\ \text{elektrisches Feld} & \text{Magnetfeld} \end{array}$$

$\rightarrow$ Feldtheorie

Exp: Definition als Messgröße

Kraft auf Ladung:

$$\vec{F} = q(\vec{E}(\vec{r},t) + \vec{r} \times \vec{B}(\vec{r},t))$$

Mathematisch: Feldgleichungen - Maxwellgleichungen

$$\begin{array}{cc} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho & \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 & \vec{\nabla} \times \vec{B} - \mu_0\epsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0\vec{j} \end{array} \tag{1}$$

ρ : Ladungsdichte, $\vec{j}$ Stromdichte

Aufbau der Vorlesung

1./2. Elektrostatische und Magnetostatische Phänomene

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\begin{array}{cc} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 & \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0\vec{j} \\ \text{elektrostatik} & \text{magnetostatik} \end{array}$$

3. zeitabhängige elektrische/magnetische Felder
4. Relativistische Formulierungen der Elektrodynamik

Kapitel 1

Elektrostatik

Wir beschäftigen uns in diesem Kapitel mit **ruhenden Ladungen** und **zeitunabhängigen Feldern**. Das Grundproblem beteht darin, dass wir eine Ladungsverteilung haben und das Elektrische Feld und dessen Potential bestimmen wollen.

el. Feld $\vec{E}(\vec{r})$ und el. Potential $\Phi(\vec{r})$

1.1 Elektrisches und Coulombsches Gesetz

Ladungen: Beobachtungstatsachen:

i) zwei Arten „+“ und „−“

ii) geschlossenes System:
Ladung erhalten $q = \sum_i q_i = \text{const.}$

iii) Ladung ist quantisiert in Einheiten der Elemantarlaung:

$$q = ne \quad n \in \mathbb{Z},\ e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

$n = -1$ wäre ein Beispiel für ein Elektron als eine Punktladung

Bei einer kontinuierlichen Ladungsverteilung kann die Ladung über Ladungsdichte und Volumen ausgedrückt werden:

$$\text{Ladungsdichte } \rho(\vec{r}) = \frac{\text{Ladung}}{\text{Volumen}} = \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

Die Gesamtladung in dem begrenzten Volumen erhält man dann durch Integration:

$$Q = \int_V d^3r \rho(\vec{r})$$

Coulombsches Gesetz
Die Kraft, welche eine am Ort $\vec{r}_2$ lokalisierte Punktladung auf eine Punktladung am Ort $\vec{r}_1$ ausübt ist gegeben durch:

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2} \underbrace{\frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}}_{\vec{e}_{\vec{r}_{12}}}$$

i) $\vec{F}_{12} \sim q_1 q_2$

ii) $\vec{F}_{12} \sim \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2}$

iii) $\vec{F}_{12} \sim q_1 q_2\, \vec{e}_{\vec{r}_{12}}$

iv) $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Es gilt das Superpositionsprinzip. Das heißt man kann durch die vektorielle Addition der Kräfte die Gesamtkraft ermitteln.

$$\vec{F}_1 = k \sum_{j=2}^{N} \frac{q_1 q_j}{r_{1j}^2} \vec{e}_{r_{1j}}$$

zur Konstanten k Die Konstante ist abhängig von dem verwendeten Maßsystemen.

i) Gauß-System (cgs)

$$k \equiv 1$$

$$\text{dyn} = \frac{g \cdot \text{cm}}{s^2} = 10^{-5}\,\text{N}$$

$$1\text{dyn} = \frac{(1\text{ESE})^2}{\text{cm}^2} \qquad 1\text{ESE} = \frac{g^{\frac{1}{2}}\text{cm}^{\frac{3}{2}}}{s}$$

ii) SI (MKSA-System)
Def. $A =$ Ampére über Kraft zweier Stromdurchflossener Leiter aufeinander.

$$\frac{\Delta F}{\Delta l} = 2 \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{N}}{\text{m}} \quad \rightarrow \quad I = 1A$$

$$\text{Strom} = \frac{\text{Ladung}}{\text{Zeit}} \quad \Rightarrow \quad 1\text{A} = \frac{1\text{C}}{1\text{s}} \quad \rightarrow \quad e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$$

$$\frac{\Delta F}{\Delta l} = k \frac{2I^2}{c^2 d} \qquad c \approx 3 \cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\rightarrow k = 2 \cdot 10^{-7}\frac{\text{N}}{\text{m}}\frac{c^2 1m}{2(1\text{A})^2} = 10^{-7}c^2\,\frac{\text{N}}{\text{A}^2} \qquad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Damit erhalten wir für die Dielektrizitätskonstante des Vakuums:

$$\epsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

1.2 Elektrisches Feld

1.2.1 Feld eines Systems von Punktladungen

N Ladungen $q_1, \ldots, q_N$ die an den Orten $\vec{r}_1, \ldots, \vec{r}_N$ ruhen. Nun bringen wir eine Testladung q beim Ort $\vec{r}$ mit ein.

Die Kraft von q_1, q_2 auf q ist dann:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \sum_{j=1}^{N} q_j \frac{\vec{r} - \vec{r}_j}{|\vec{r} - \vec{r}_j|^3} = q\vec{E}(\vec{r})$$

Also ist das elektrische Feld:

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^{N} q_j \frac{\vec{r} - \vec{r}_j}{|\vec{r} - \vec{r}_j|^3}}$$

Bemerkung:

i) Testladung klein (formal: $\lim_{q \to 0} \frac{\vec{F}}{q}$)

ii) math. $\vec{E}(\vec{r})$ Vektorpfeil

$$\text{kartesisch:} \quad \vec{E}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} E_x(\vec{r}) \\ E_y(\vec{r}) \\ E_z(\vec{r}) \end{pmatrix}$$

iii) Wechselwirkungsprozess: 2 Teile

$$q_j \to \vec{E}(\vec{r}) \to \vec{F} = q\vec{E}(\vec{r})$$

iv) Superpositionsprinzip gilt

1.2.2 Feld einer kontinuierlichen Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$

$$\vec{E}(\vec{r}) = k \underbrace{\int\limits_V}_{\substack{\text{schließt alle}\\\text{Ladungen ein}}} d^3r\rho(\vec{r}')\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) &= k\sum_j \Delta q_j \frac{\vec{r}-\vec{r}_j}{|\vec{r}-\vec{r}_j|^3} \\ &= k\sum_j \Delta V_j \rho(\vec{r}_j)\frac{\vec{r}-\vec{r})j}{|\vec{r}-\vec{r}_j|^3} \\ \text{mit } \Delta V_j \to 0 \quad &\to k\int_V d^3r'\rho(\vec{r}')\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} \end{aligned}$$