

## Versuch 22: Kreiselpräzession

(durchgeführt am 21.09.2018 bei Adrian Hauber)

Ye Joon Kim, Marouan Zouari

23. September 2018

### 1 Einführung

Ein schräger Kreisel, auf den eine Gravitationskraft wirkt, führt eine Präzession aus, da das auf den Kreisel wirkenden Drehmoment verursacht eine Änderung des Drehmoments senkrecht zur Kraft und Figurenachse.

Das Drehmoment ist definiert als die Zeitliche Änderung des Drehimpulses.

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (1)$$

und das Drehimpuls lässt auch sich in diesem Fall schreiben als:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{G} \quad (2)$$

Mit Geometrie kann  $dL$  in Terme von  $d\varphi$  geschrieben werden (Siehe Abbildung). Da die Präzessionsgeschwindigkeit  $\frac{d\varphi}{dt}$  ist, kann  $\omega_P$  geschrieben werden als:

$$\omega_P = \frac{dL}{dt \cdot L \cdot \sin \theta}$$

und deshalb:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\omega}_P \times \vec{L}$$

und mit Gleichung (1) und (2):

$$\vec{r} \times \vec{G} = \vec{\omega}_P \times \vec{L}$$

Angenommen, dass die Rotationsgeschwindigkeit,  $\omega_F$ , viel größer ist als die Präzessionsgeschwindigkeit,  $\omega_P$  ist, können  $\vec{L}$  zu  $I_A \vec{\omega}_A$  und  $\omega_A$  zu  $\omega_F$  angenähert werden. Wobei  $\vec{L}$  die Drehmoment,  $I_A$  die Trägheitsmoment entlang der Figurenachse und  $\omega_A$  der Anteil der Gesamt-Winkelgeschwindigkeit entlang der Figurenachse sind.

### 2 Ziel des Versuchs

Das Ziel dieses Versuchs ist es, das Trägheitsmoment des Kreisels entlang der Figurenachse durch die Messung der Präzessions- und Rotationsgeschwindigkeiten zu bestimmen.

### 3 Aufbau

### 4 Durchführung

### 5 Auswertung und Fehleranalyse

Zur Bestimmung des Trägheitsmoments entlang der Figurenachse wird die oben hergeleitete Formel benutzt, nämlich:

$$I_A = \frac{rG}{\omega_F \omega_P}$$

Zuerst wurden die Werte für  $\omega_F$  und  $\omega_P$  für die verschiedene  $x$  und Messreihen bestimmt (Siehe Anhang 1).

#### 5.0.1 Rechenweg

Für die Bestimmung von  $\omega$  wurde die folgende Formel benutzt:

$$\omega = \frac{T_{\text{Tot}}}{n} \frac{1}{2\pi}$$

Wobei  $T_{\text{Tot}}$  die gesamte Zeitdauer der Messung, und  $n$  die Anzahl Drehungen war. Für den Fehler wurde der Messfehler durch  $\text{sqrtn}$  geteilt, da es handelt sich um einen Mittelwert.

Um den Offset zwischen  $x$ , der Skala auf der Kreiselachse, und  $r$ , der Abstand zwischen den Schwerpunkt und Unterstützungspunkt zu bestimmen wurde  $\frac{\omega_F \omega_P}{G}$  gegen  $x$  aufgetragen. Da  $I_A$  eine Konstante ist, muss  $\omega_P$  bei  $r = 0$  unendlich sein. Deswegen in einem Plot von  $\frac{\omega_F \omega_P}{G}$  gegen  $x$  soll es eine Unstetigkeitsstelle geben. Der  $x$  Wert von dieser Unstetigkeitsstelle ist dann das Offset zwischen  $x$  und  $r$  (Siehe Abbildung 1).

#### 5.0.2 Rechenweg

Zuerst wurden die Werte für  $\frac{\omega_F \omega_P}{G}$  für alle Messreihen berechnet. Die Fehler für  $\frac{\omega_F \omega_P}{G}$  wurden mit der Formel für die Standardabweichung bestimmt, nämlich:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Angenommen, dass der Verlauf etwas wie Abbildung (2) aussieht, kann es abgeschätzt werden, dass die Unstetigkeitsstelle ungefähr bei  $x = 0,03\text{m}$  liegt. Das wurde auch experimentell bestätigt, da bei  $x = 0,03$  schient es

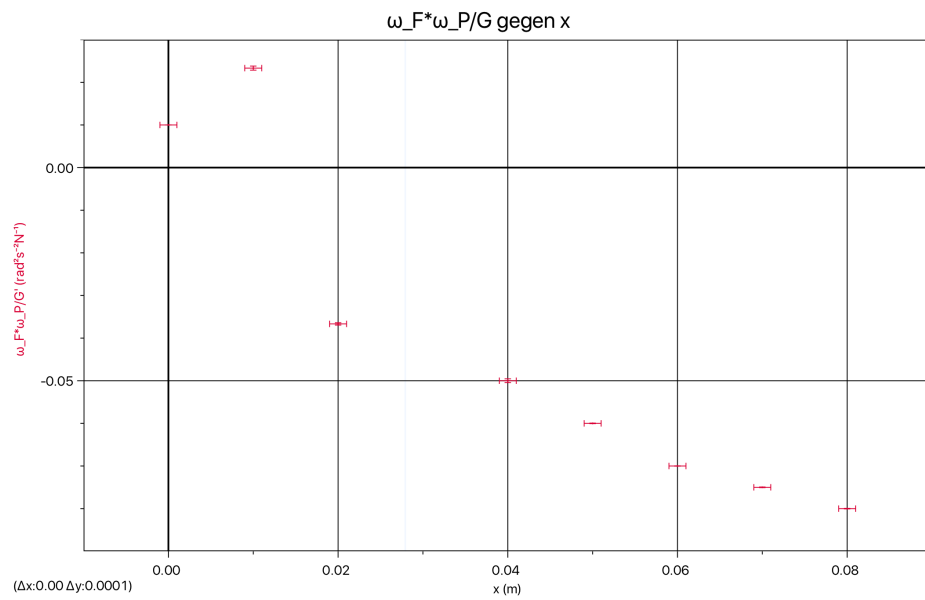


Abbildung 1:  $\frac{\omega_F \omega_P}{G}$  als Funktion von der Position  $x$

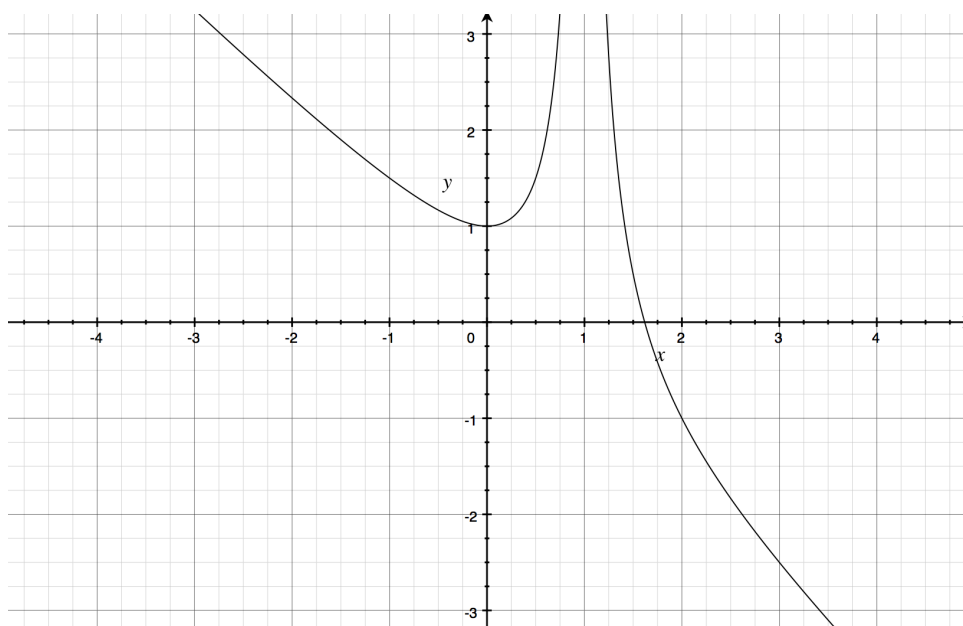


Abbildung 2: Eine Beispielfunktion

$x$	$r$
m	m
0	0,03
0,01	0,02
0,02	0,01
0,04	-0,01
0,05	-0,02
0,06	-0,03
0,07	-0,04
0,08	-0,05

Tabelle 1: Umrechnung von  $x$  auf  $r$

so, als gäbe es keine Präzession. Der Fehler wurde als 0,002 m abgeschätzt. die Werte für  $x$  kann jetzt in  $r$  umgerechnet werden (Siehe Tabelle 1).

$\frac{\omega_F \omega_P}{G}$  wurde gegen  $r$  geplottet. In diesem Fall entspricht die Steigung dem Wert für  $\frac{1}{I_A}$ , da die Formel für  $I_A$  lässt sich umformen als:

$$\frac{\omega_F \omega_P}{G} = \frac{1}{I_A} r$$

Mit einem Microsoft-Excel Dokument wurde die lineare Regression und die Fehlerrechnungen durchgeführt.

## 6 Diskussion der Ergebnisse

## 7 Literatur

## 8 Anhang

(Unsicherheiten der  $x$  sind 0,001m)

x m	Messreihe	$\omega_F$	$u_{\omega_F}$	$\omega_P$	$u_{\omega_P}$
0	1	0,46	0,06	10,8	0,2
	2	0,50	0,06	9,9	0,2
	3	0,47	0,06	10,5	0,2
0,01	1	0,56	0,06	17,3	0,3
	2	0,69	0,06	11,8	0,3
	3	0,51	0,06	15,7	0,3
0,02	1	0,48	0,06	36,0	0,3
	2	0,48	0,06	38,4	0,3
	3	0,46	0,06	40,1	0,3
0,04	1	0,50	0,06	23,1	0,3
	2	0,58	0,06	18,8	0,3
	3	0,52	0,06	18,7	0,3
0,05	1	0,47	0,06	13,2	0,2
	2	0,43	0,06	13,9	0,2
	3	0,42	0,06	14,8	0,2
0,06	1	0,44	0,06	9,7	0,2
	2	0,50	0,06	8,5	0,2
	3	0,49	0,05	9,6	0,2
0,07	1	0,43	0,06	8,3	0,3
	2	0,50	0,06	6,6	0,3
	3	0,48	0,06	7,3	0,3
0,08	1	0,47	0,06	6,2	0,3
	2	0,50	0,06	6,0	0,3
	3	0,53	0,06	5,2	0,3

Tabelle 2: Die Berechnete Winkelgeschwindigkeiten für Präzession und Rotation bei verschiedene  $x$