

Versuch 23: Schallwellen

(durchgeführt am 08.10.2018 bei Pascal Wunderlin)
Ye Joon Kim, Patrick Münnich
8. Oktober 2018

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuchs	3
2	1. Versuchsteil: Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit einem Quinckeschen Rohr	3
2.1	Aufbau	3
2.2	Durchführung	3
2.3	Auswertung und Fehleranalyse	3
3	Diskussion der Ergebnisse	4
4	2. Versuchsteil: Bestimmung der Ultraschallgeschwindigkeit durch die Messung der Wellenlänge.	6
4.1	Aufbau	6
4.2	Durchführung	6
4.3	Auswertung und Fehleranalyse	6
4.4	Diskussion der Ergebnisse	7
5	3. Versuchsteil: Bestimmung der Ultraschallgeschwindigkeit durch die Messung der Laufzeit	8
5.1	Aufbau	8
5.2	Durchführung	8
5.3	Auswertung und Fehleranalyse	9
5.4	Diskussion	9
6	Anhang: Tabellen und Diagramme	9

Tabellenverzeichnis

1	Die berechneten Steigungen der linearen Regressionen von ν gegen l	4
2	Die berechneten Steigungen der linearen Regressionen von x gegen k	7
3	Die berechnete Schallgeschwindigkeit für alle Messreihe	7

Abbildungsverzeichnis

1	Aufbau zum ersten Versuchsteil: Ein quinckeschen Rohr.	3
---	--	---

2	Aufbau zum zweiten Versuchsteil	6
3	Aufbau zum dritten Versuchsteil	8
4	Auftragen der Minima in Abhängigkeit der Frequenz für den ersten Versuchsteil	10
5	Auftragen der Maxima und Minima in Abhängigkeit der Frequenz für den ersten Versuchsteil bei Frequenz um 5036 Hz	10
6	Auftragen der Maxima und Minima in Abhängigkeit der Frequenz für den ersten Versuchsteil bei Frequenz um 5036 Hz	11
7	Der zur Mikrometerschraube relative Position des Empfängers, wo es eine 2π Phasenverschiebung gab, als Funktion von k (Teil 1). Hier sind die Fehlerbalken zu klein um sie zu erkennen.	12
8	Der zur Mikrometerschraube relative Position des Empfängers, wo es eine 2π Phasenverschiebung gab, als Funktion von k (Teil 2). Hier sind die Fehlerbalken zu klein um sie zu erkennen.	13
8	Dritter Versuchsteil: Zeit gegen Position mit linearer Regression	14

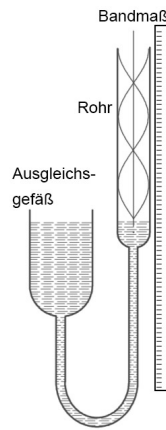


Abbildung 1: Aufbau zum ersten Versuchsteil: Ein quinckeschen Rohr.

1 Ziel des Versuchs

Das Ziel dieses Versuchs ist es, die Schallschallgeschwindigkeit von Luft auf drei Weisen zu bestimmen.

2 1. Versuchsteil: Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit einem Quinckeschen Rohr

2.1 Aufbau

Für den ersten Versuchsteil wurde ein Quinckesches Resonanzrohr verwendet (Siehe Abbildung 1). Über dem linken Rohr sind ein Mikrofon und ein Lautsprecher zu finden. Diese sind jeweils an ein Oszilloskop und ein Frequenzgenerator gebunden.

2.2 Durchführung

Die Frequenzgenerator und der Oszillator wurden angeschaltet. Es wurde dann eine Frequenz zwischen 2 kHz und 7 kHz ausgewählt. Die Wasserhöhe in dem Rohr wurde dann verkleinert, indem man das Ausgleichsgefäß senkt. Sobald eine maximale Amplitude in dem Oszilloskop beobachtet wurde, wurde die Höhe des Wasserspiegels in dem Rohr mit einem Maßband gemessen. Dies wurde auch gemessen, als ein Minimum beobachtet wurde. Für jede Frequenz wurden die Wasserhöhe für 8-10 Maxima und Minima gemessen. Es wurden drei Unterschiedliche Frequenzen untersucht.

2.3 Auswertung und Fehleranalyse

Um mit unseren Messdaten die Schallgeschwindigkeit bestimmen zu können, tragen wir zuerst die Lagen der Maxima und Minima in Diagramme auf. Daraufhin führen wir eine lineare Regression durch und fügen sie dem Bild hinzu. Die Resultierenden Graphiken können im Anhang als Abbildung 4, 5 und 6 gefunden werden.

Um die lineare Regression durchführen zu können, nehmen wir uns das folgende Polynom ersten Grades vor:

$$a + bx$$

Für a berechnen wir

$$a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

und für b

$$b = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}.$$

Wollen wir die Unsicherheiten bestimmen, so können wir die folgenden Formeln verwenden:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2}$$

$$\Delta a = s \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$

$$\Delta b = s \sqrt{\frac{n}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}}$$

Mit diesen Formeln erhalten wir als Werte

Messreihe	b	u_b
	cm	cm
1	4,5	0,3
2	7,6	0,3
3	4,5	0,3

Tabelle 1: Die berechneten Steigungen der linearen Regressionen von ν gegen l

Wir nutzen dann die Steigung, um die Wellenlängen zu bestimmen. Wir berechnen dann einfach mit

$$c = \nu \lambda \quad (1)$$

die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen. Die einzelnen Werten wurden dann gemittelt, und ihre Standardabweichung wurde berechnet, um die Standardunsicherheit:

$$u_{\bar{c}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (c_i - \bar{c})^2}{n-1}}$$

des Mittelwerts zu berechnen.

Das Ergebnis lautet dann:

$$c = (370 \pm 60) \text{ m/s}$$

3 Diskussion der Ergebnisse

Um einen Vergleichswert zu erhalten, rechnen wir mit

$$c_l = 331 \left(\sqrt{\frac{T}{273,15\text{K}}} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \left(331 + 0,6 \frac{\Delta T}{\text{K}} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

den theoretischen Wert für die Schallgeschwindigkeit in dem verwendeten Raum. In diesem Fall wurde $T = 23^\circ\text{C}$ verwendet, und wir erhalten somit als Vergleichswert:

$$c = 344 \text{ m/s}$$

Um zu sehen, ob der theoretische und die gemessenen Werte miteinander verträglich sind, wurde ihre Differenz in Einheiten der Unsicherheit, $t = \frac{c - c_{\text{theo}}}{u_c}$ berechnet:

$$t_c = 0,43$$

Da also $t < 2$, sind die beiden Werte miteinander verträglich. Das Problem ist aber, dass die relative Unsicherheit des gemessenen Werts ungefähr 16% beträgt. Deshalb ist dieses Ergebnis nicht besonders signifikant.

Ein sehr signifikanter statistischer Fehler war es, dass es sehr schwierig war, die genaue Lage des Maximums oder Minimums zu bestimmen, da die Schwankungen sehr graduell waren. Bei größeren Wellenlänge sind die Messungen noch schwieriger. Dieses Problem lässt sich lösen, indem man einen Oszilloskop benutzt, das besser die Amplitude und die Welle selbst darstellen kann.

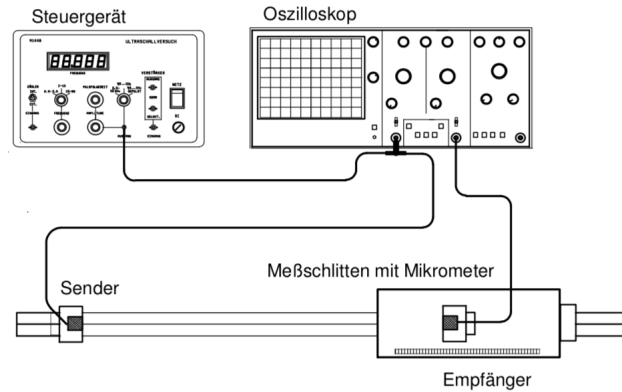


Abbildung 2: Aufbau zum zweiten Versuchsteil

4 2. Versuchsteil: Bestimmung der Ultraschallgeschwindigkeit durch die Messung der Wellenlänge.

4.1 Aufbau

Für diesen Versuchsteil wurden ein Ultraschallsender und -empfänger, ein Oszilloskop, ein Signalgenerator und eine Mikrometerschraube verwendet (siehe Abbildung 2).

4.2 Durchführung

Der Sender und der Empfänger (mit der Mikrometerschraube) wurden auf beiden Seiten der Bank fixiert. Der Oszilloskop wurde angeschaltet und justiert, sodass beide Signale im Bildschirm zu sehen waren. Der Empfänger wurde dann mit der Mikrometerschraube verschoben, sodass die zwei angezeigten Signale in Deckung waren. Seine Position relativ zur Mikrometerschraube wurde dann aufgenommen. Der Empfänger wurde daraufhin wiederum mit der Mikrometerschraube verschoben, bis die zwei Signale wieder in Deckung waren. Seine Position wurde dann wieder aufgenommen. Die Positionen wurden 10-mal für jedes mal, dass die zwei Signalen in Deckung waren, gemessen. Dieser Prozess wurde für vier verschiedene Startpositionen des Empfängers wiederholt.

4.3 Auswertung und Fehleranalyse

Für jede Messreihe wurden die x Werte gegen k aufgetragen (siehe Anhang). Die linearen Regressionen wurden mithilfe eines Excel-Dokuments mit den folgenden Formeln berechnet:

Die Steigung b ist:

$$b = \frac{n \sum k_i x_i - \sum k_i \sum x_i}{n \sum k_i^2 - (\sum k_i)^2}$$

und ihre Unsicherheit:

$$u_b = s \cdot \sqrt{\frac{n}{n \sum k_i^2 - (\sum k_i)^2}}$$

Mit $s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum [x_i - (a + bk_i)]^2}$

Es wurden nur die Steigungen und deren Unsicherheiten berechnet, da der Achsenabschnitt irrelevant zum erwünschten Ergebnis ist. Die berechneten Steigungen und deren Unsicherheiten für jede Messreihe sind in Tabelle 2 zu sehen.

Um die Schallgeschwindigkeit zu bestimmen wurde die folgende Formel benutzt:

$$c = \nu \lambda$$

Messreihe	b	u_b
	cm	cm
1	9,1	1,7
2	8,6	0,2
3	8,46	0,15
4	8,51	0,02

Tabelle 2: Die berechneten Steigungen der linearen Regressionen von x gegen k

Für ν wurde die durchschnittliche Frequenz während der Messreihe benutzt. Seine Unsicherheit wurde mit der Standardunsicherheit berechnet, nämlich:

$$u_\nu = \frac{s_\nu}{\sqrt{n}}$$

und

$$s_{\bar{\nu}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\nu_i - \bar{\nu})^2}{n-1}}.$$

Für die Unsicherheiten der Schallgeschwindigkeiten wurde die vereinfachte gaußsche Fehlerfortpflanzung für Produkte benutzt, aber da die Beträge von $\frac{u_\lambda}{\lambda}$ rund 100-mal größer als die von den $\frac{u_\nu}{\nu}$ Terme waren, wurde die Letzteren vernachlässigt. Die Unsicherheit von c ist deshalb:

$$u_c = \left| \frac{u_\lambda}{\lambda} \right|$$

Die berechnete Werte für die Schallgeschwindigkeiten und ihre Unsicherheiten sind in Tabelle 3 zu sehen.

Messreihe	c	u_c
	m/s	m/s
1	370	70
2	350	10
3	342	6
4	344,2	0,8

Tabelle 3: Die berechnete Schallgeschwindigkeit für alle Messreihe

Die c Werte wurden gemittelt und ihre Standardunsicherheit berechnet.

$$c = (351 \pm 6) \text{ m/s}$$

Die Unsicherheit wurde genau wie oben mit

$$u_{\bar{c}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (c_i - \bar{c})^2}{n-1}}$$

berechnet.

4.4 Diskussion der Ergebnisse

Die mit der Wellenlängemessung bestimmte Schallgeschwindigkeit ist:

$$c = (361 \pm 6) \text{ m/s}$$

Um zu sehen, ob dieses Ergebnis und der theoretischer Wert miteinander verträglich sind, wurde ihre Differenz in Einheiten der Standardunsicherheit berechnet, nämlich mit:

$$t = \frac{c - c_{\text{theo}}}{u_{\bar{c}}},$$

was $t \approx 1,03$ beträgt.

Da dieser Wert kleiner als 2 ist, sind die zwei Werte miteinander verträglich, und da die relative Unsicherheit 1,7% ist, ist dieses Ergebnis auch signifikant.

Ein statistischer Fehler war es, dass die Auflösung und Größe des Bildschirms nicht besonders gut waren. Deswegen war es ein Bisschen schwierig festzustellen, ob beide Wellen genau in Deckung waren. Dieses Problem lässt sich dadurch lösen, dass man ein Oszilloskop mit einem größeren Bildschirm oder besserer Auflösung benutzt.

Ein anderer Fehler war es, dass die abgebildeten Wellen nach der Zeit sich leicht verschoben, obwohl die „Trigger“ Funktion benutzt wurde. Sein Einfluss wurde minimiert, indem man die Lage der gesamten Abbildung ständig horizontal mit dem Drehknopf korrigiert.

5 3. Versuchsteil: Bestimmung der Ultraschallgeschwindigkeit durch die Messung der Laufzeit

5.1 Aufbau

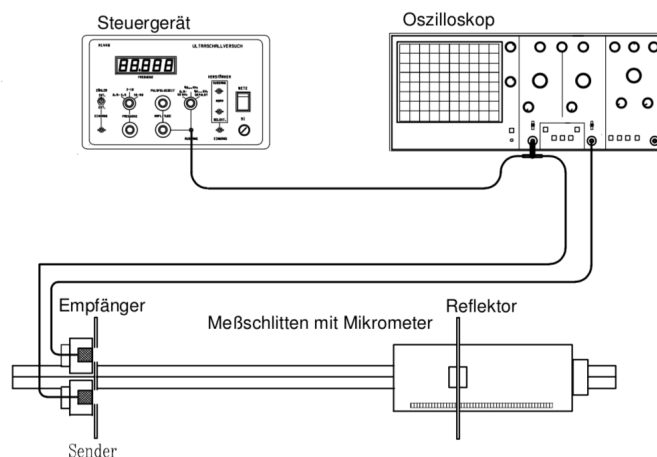


Abbildung 3: Aufbau zum dritten Versuchsteil

Für diesem Versuchsteil wurden dieselben Apparate wie in dem zweiten Teil und ein Reflektor benutzt (Siehe Abbildung 3).

5.2 Durchführung

Zu diesem Versuchsteil wurde der Empfänger und der Sender auf derselben Seite der Bank fixiert. Auf der anderen Seite wurde ein Reflektor installiert. Es wurde die Betriebsart 3 des Frequenzgenerators ausgewählt. Das Oszilloskop und der Frequenzgenerator wurden angeschaltet und justiert, sodass zwei Pulse im Bildschirm des Oszilloskops zu sehen waren. Der Abstand zwischen dem Empfänger-Sender Komplex und dem Reflektor wurde mit einem Maßband gemessen. Der Zeitdauer zwischen dem ausgesandten Puls und empfangenen Puls wurde direkt mithilfe der Skala auf dem Oszilloskop gemessen.

5.3 Auswertung und Fehleranalyse

Um die Schallgeschwindigkeit zu bestimmen, tragen wir unsere gemessenen Daten mit t gegen x auf und führen eine lineare Regression durch. Das Resultat kann im Anhang als Abbildung 8 gefunden werden.

Wir erhalten mit der in den vorherigen Teil beschriebenen Methode für unsere Steigung einen Wert von 18872 cm/s . Da wir nur eine halbe Wellenlänge messen, verdoppeln wir diesen Wert und erhalten eine Schallgeschwindigkeit von 37740 cm/s .

Um die Unsicherheit des Wertes zu bestimmen rechnen wir mit der Formel für die Streuung,

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2},$$

und erhalten eine Unsicherheit von 9 cm/s .

5.4 Diskussion

Vergleichen wir diesen Wert mit der schon bekannten t -Formel

$$\frac{|x - y_0|}{u_x}$$

mit dem vorher berechneten theoretischen Ergebniss, so erhalten wir $t = 1626$. Wir sind hiermit also deutlich außerhalb des erwünschten $t > 2$ -Bereichs. Daraus schließen wir, dass unsere Werte unverträglich sind.

Um dieses Ergebnis verstehen zu können, muss klar gemacht werden, dass durch die Zeitablenkung des Oszilloskops eine systematische Unsicherheit vorhanden ist. Es kann also sein, dass das Oszilloskop falsch eingestellt wurde und somit jede Messung einzeln eine andere systematische Unsicherheit aufgrund der Neueinstellung des Geräts besitzt.

Außerdem ist gleich wie beim vorherigen Teil auch das Ablesen des Messwertes ungenau. Durch Schwierigkeiten des Ablesens bei kleinen Gitterlinien haben wir eine statistische Unsicherheit auf der Zeit. Ist die Unsicherheit hiervon falsch geschätzt, so beeinflusst dies unsichere Steigung stark.

Es gelten dieselben Verbesserungsvorschläge wie in dem zweiten Versuchsteil.

6 Anhang: Tabellen und Diagramme

Literatur

- [1] "Correlations between variables are automatically handled, which sets this module apart from many existing error propagation codes." - <https://pythonhosted.org/uncertainties/>
- [2] Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg (Hrsg.) (08/2018): Versuchsanleitungen zum Physikkabor für Anfänger*innen, Teil 1, Ferienpraktikum im Sommersemester 2018.

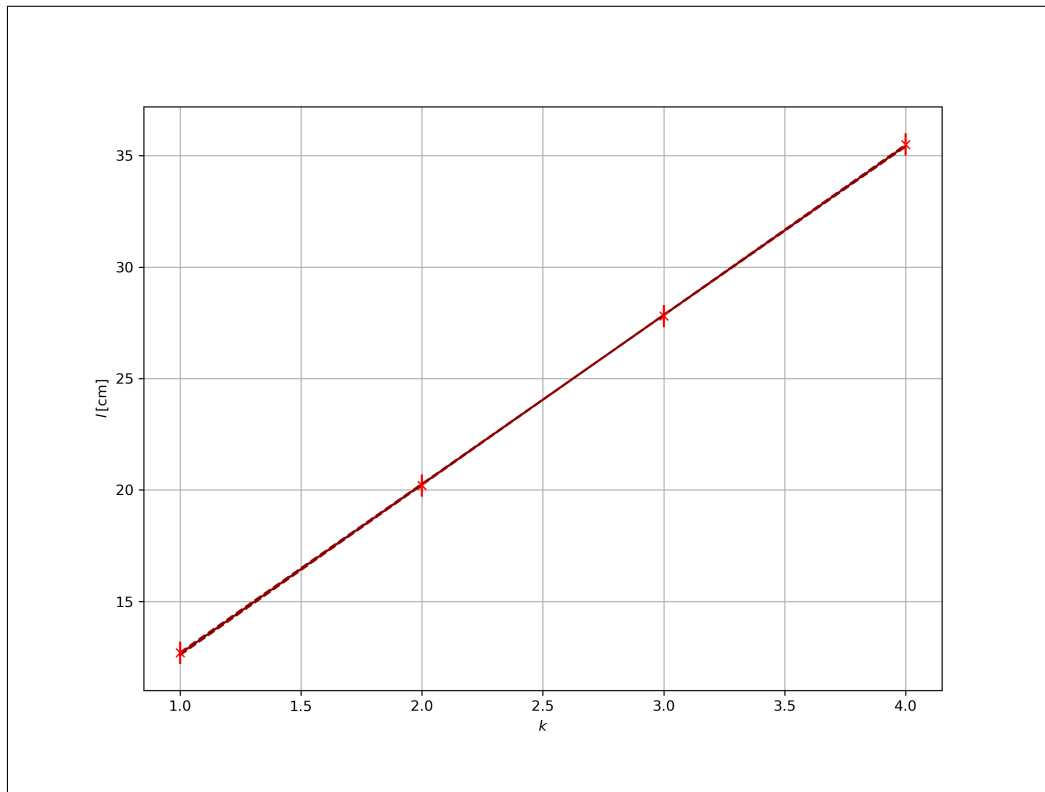


Abbildung 4: Auftragen der Minima in Abhängigkeit der Frequenz für den ersten Versuchsteil. Frequenz ist hier circa 3612 Hz

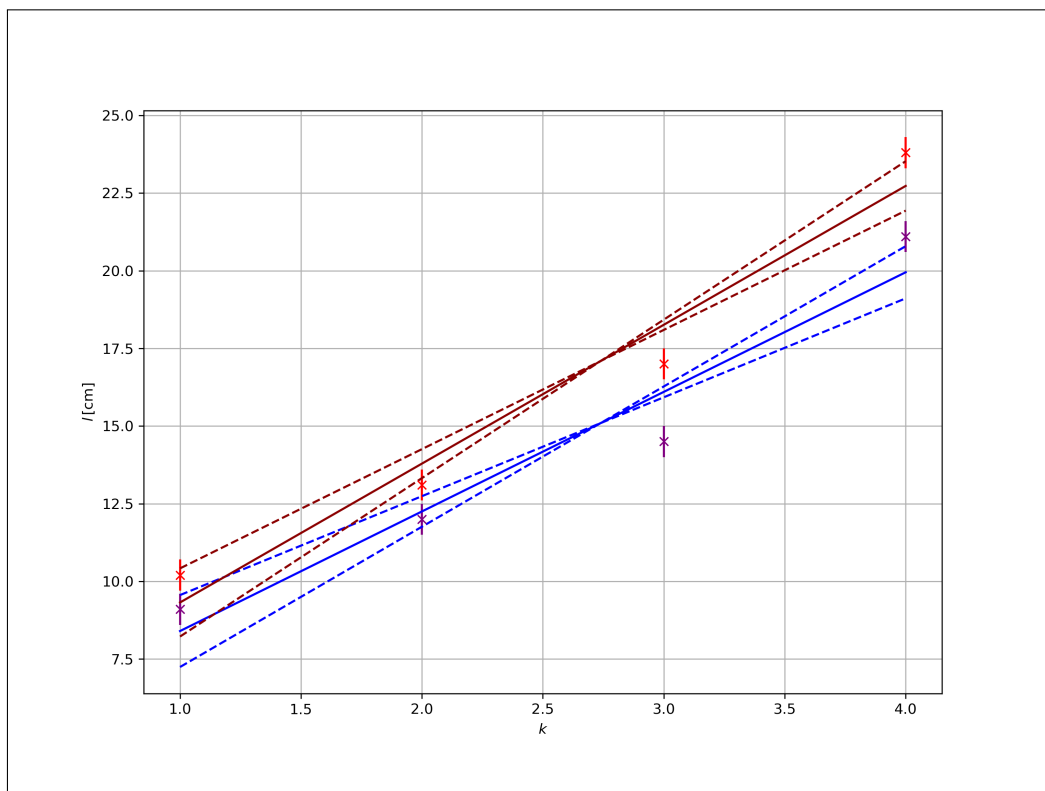


Abbildung 5: Auftragen der Maxima und Minima in Abhängigkeit der Frequenz für den ersten Versuchsteil bei Frequenz um 2263 Hz.

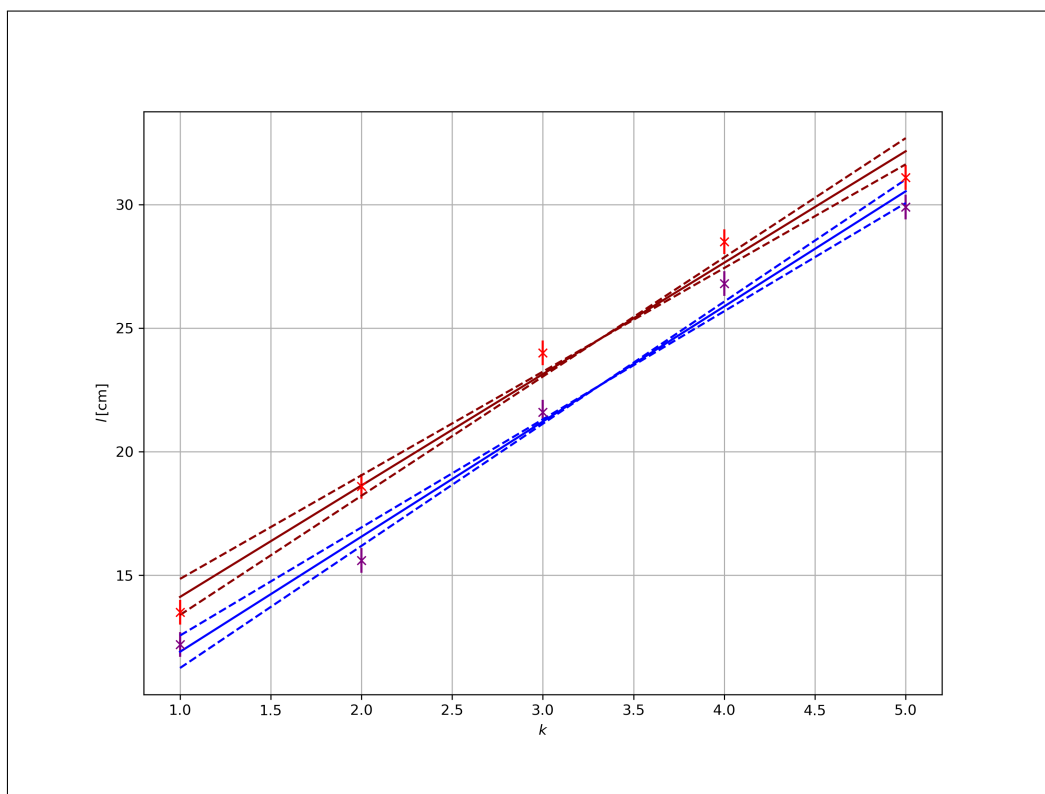


Abbildung 6: Auftragen der Maxima und Minima in Abhängigkeit der Frequenz für den ersten Versuchsteil bei Frequenz um 5036 Hz.

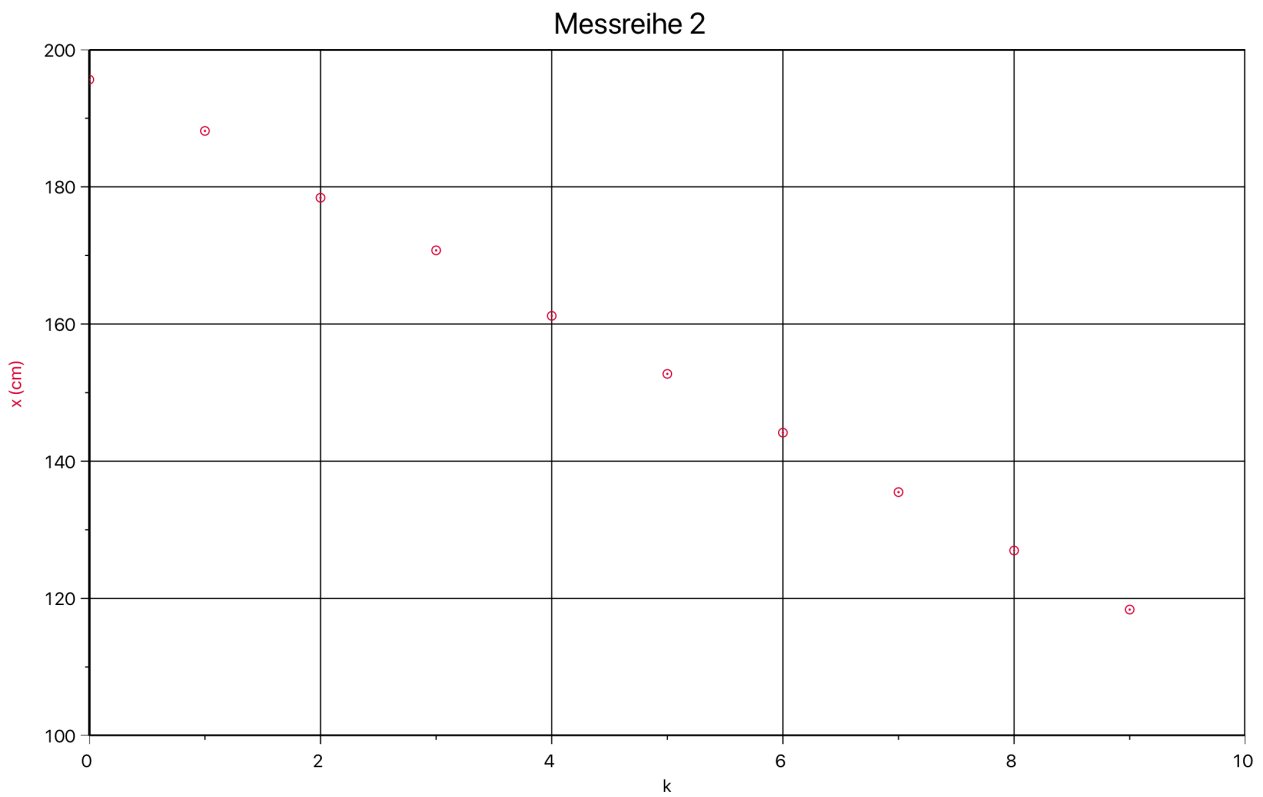
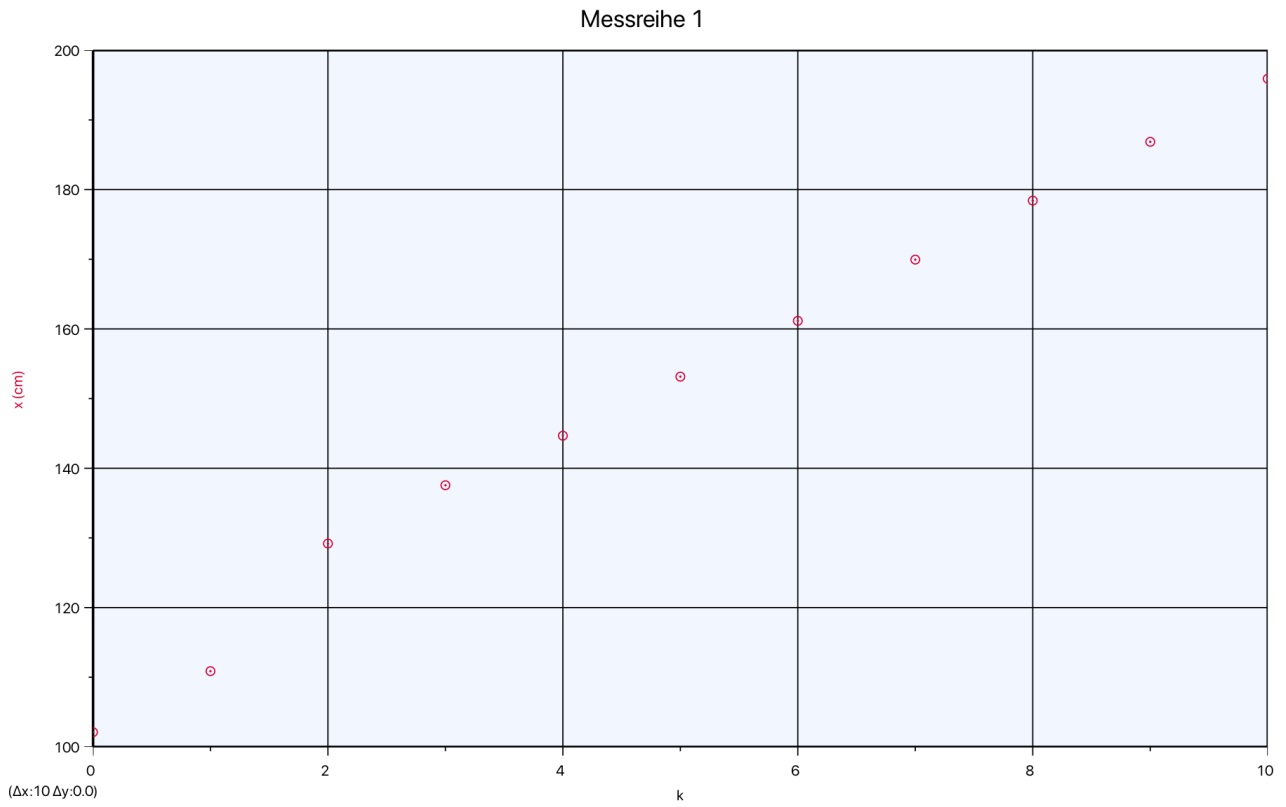


Abbildung 7: Der zur Mikrometerschraube relative Position des Empfängers, wo es eine 2π Phasenverschiebung gab, als Funktion von k (Teil 1). Hier sind die Fehlerbalken zu klein um sie zu erkennen.

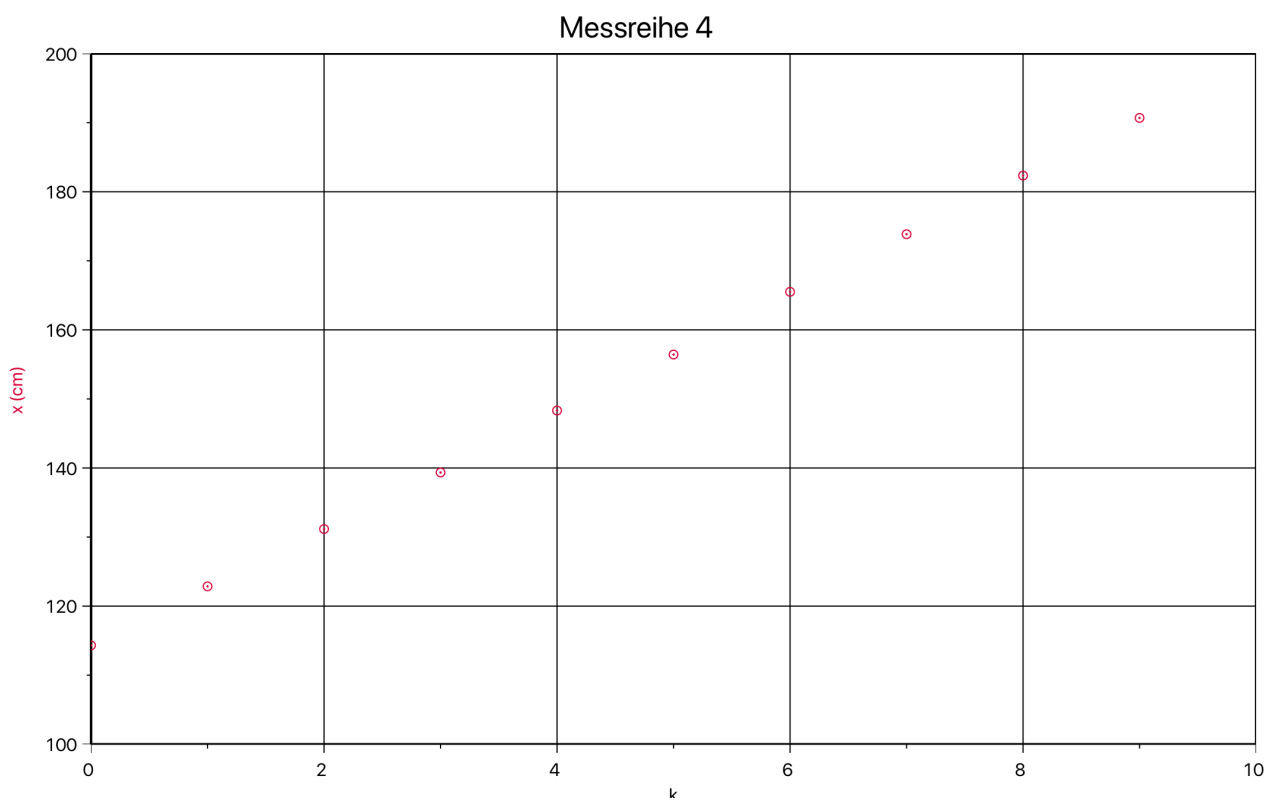
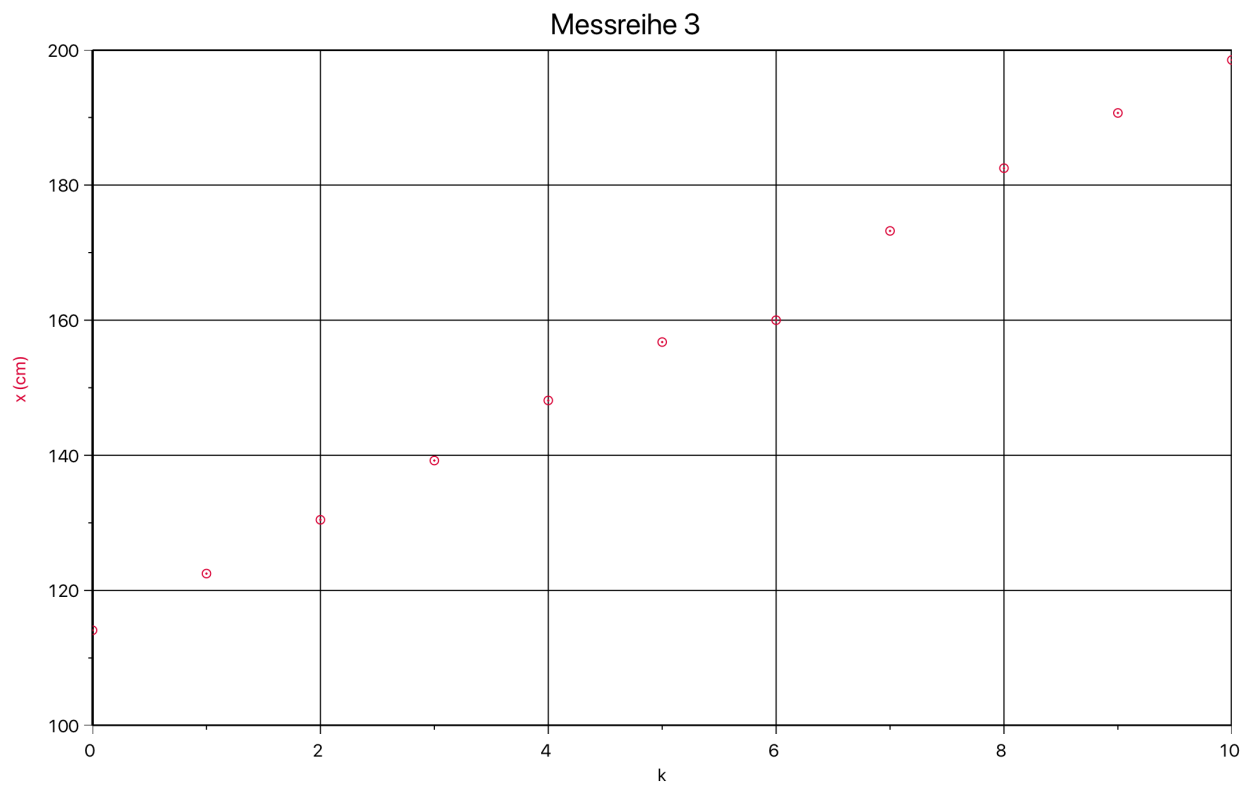


Abbildung 8: Der zur Mikrometerschraube relative Position des Empfängers, wo es eine 2π Phasenverschiebung gab, als Funktion von k (Teil 2). Hier sind die Fehlerbalken zu klein um sie zu erkennen.

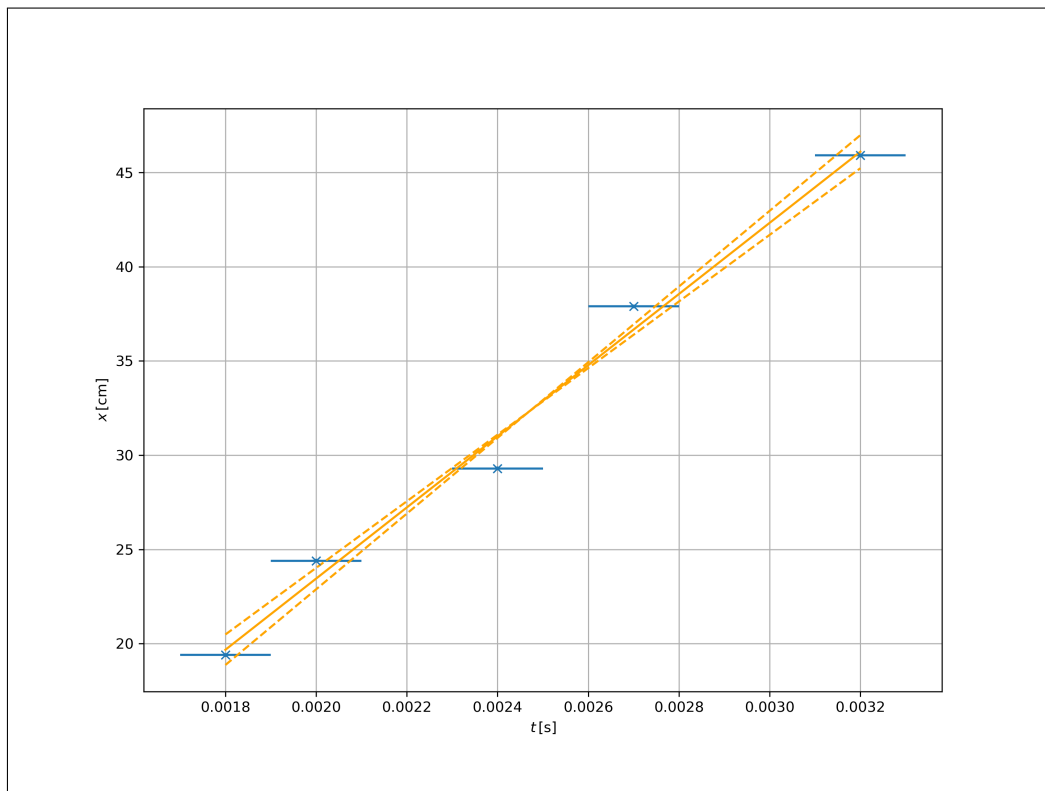


Abbildung 8: Dritter Versuchsteil: Zeit gegen Position mit linearer Regression. Hier sind die Fehlerbalken in y zu klein um sie zu erkennen.