Изначальная функция последования и производная по x от нее

```
In[7]:= F[x_] = (1 + r) * x - r * x^2;
```

```
In[8]:= G[x_] = D[F[x], x];
```

Исследования точек равновесия

```
In[9]:= Reduce[Abs[G[0]] < 1, r][[1]]
```

Out[9]= $-2 < \mathrm{Re}[r] < 0$

```
In[10]:= Reduce[Abs[G[0]] == 0, r]
```

Out[10]= $r == -1$

```
In[11]:= Reduce[Abs[G[1]] < 1, r][[1]]
```

Out[11]= $0 < \mathrm{Re}[r] < 2$

```
In[12]:= Reduce[Abs[G[1]] == 0, r]
```

Out[12]= $r == 1$

Исследования двухкратного цикла

```
In[13]:= U[x_] = F[F[x]];
```

```
In[14]:= Solve[U[x] == x, x]
```

Out[14]= $$\left\{\{x \to 0\}, \{x \to 1\}, \left\{x \to \frac{2 r + r^2 - r \sqrt{-4 + r^2}}{2 r^2}\right\}, \left\{x \to \frac{2 r + r^2 + r \sqrt{-4 + r^2}}{2 r^2}\right\}\right\}$$

```
In[15]:= x3 = Solve[U[x] == x, x][[3]][[1]][[2]];
         x4 = Solve[U[x] == x, x][[4]][[1]][[2]];
```

Найдены границы двухкратного цикла. Найдем значения r при которых возникает состояние супер-устойчивости. Для этого посчитаем производную от функции F[F[x]]

```
In[17]:= dU[x_] = D[U[x]]
```

Out[17]= $(1 + r) \times \left((1 + r)\ x - r x^2\right) - r \left((1 + r)\ x - r x^2\right)^2$

```
In[18]:= Reduce[dU[x3] == 0, r]
```

Out[18]= $r == -2$

```
In[19]:= Reduce[dU[x4] == 0, r]
```

Out[19]= $r == -2$

Таким образом, получам двухкратный цикл в состоянии супер-устойчивости при r = -2

```
In[20]:= dU[x]
```

Out[20]= $(1 + r) \times \left((1 + r)\ x - r x^2\right) - r \left((1 + r)\ x - r x^2\right)^2$

```
In[21]:= U[x]
```

Out[21]= $(1 + r) \times \left((1 + r)\ x - r x^2\right) - r \left((1 + r)\ x - r x^2\right)^2$

In[22]:= `K[x_] = F[F[F[x]]]`

Out[22]= $(1+r)\times\left((1+r)\times\left((1+r)\,x-r\,x^2\right)-r\left((1+r)\,x-r\,x^2\right)^2\right)-r\left((1+r)\times\left((1+r)\,x-r\,x^2\right)-r\left((1+r)\,x-r\,x^2\right)^2\right)^2$

In[23]:= `Solve[K[x] == x, x]`

Out[23]= {{x → 0}, {x → 1},
{x → Root[$3+3\,r+r^2+\left(-6\,r-9\,r^2-5\,r^3-r^4\right)$ #1 + $\left(9\,r^2+15\,r^3+9\,r^4+2\,r^5\right)$ #1^2 + $\left(-10\,r^3-16\,r^4-8\,r^5-r^6\right)$ #1^3 + $\left(8\,r^4+10\,r^5+3\,r^6\right)$ #1^4 + $\left(-4\,r^5-3\,r^6\right)$ #1^5 + r^6 #1^6 &, 1]},
{x → Root[$3+3\,r+r^2+\left(-6\,r-9\,r^2-5\,r^3-r^4\right)$ #1 + $\left(9\,r^2+15\,r^3+9\,r^4+2\,r^5\right)$ #1^2 + $\left(-10\,r^3-16\,r^4-8\,r^5-r^6\right)$ #1^3 + $\left(8\,r^4+10\,r^5+3\,r^6\right)$ #1^4 + $\left(-4\,r^5-3\,r^6\right)$ #1^5 + r^6 #1^6 &, 2]},
{x → Root[$3+3\,r+r^2+\left(-6\,r-9\,r^2-5\,r^3-r^4\right)$ #1 + $\left(9\,r^2+15\,r^3+9\,r^4+2\,r^5\right)$ #1^2 + $\left(-10\,r^3-16\,r^4-8\,r^5-r^6\right)$ #1^3 + $\left(8\,r^4+10\,r^5+3\,r^6\right)$ #1^4 + $\left(-4\,r^5-3\,r^6\right)$ #1^5 + r^6 #1^6 &, 3]},
{x → Root[$3+3\,r+r^2+\left(-6\,r-9\,r^2-5\,r^3-r^4\right)$ #1 + $\left(9\,r^2+15\,r^3+9\,r^4+2\,r^5\right)$ #1^2 + $\left(-10\,r^3-16\,r^4-8\,r^5-r^6\right)$ #1^3 + $\left(8\,r^4+10\,r^5+3\,r^6\right)$ #1^4 + $\left(-4\,r^5-3\,r^6\right)$ #1^5 + r^6 #1^6 &, 4]},
{x → Root[$3+3\,r+r^2+\left(-6\,r-9\,r^2-5\,r^3-r^4\right)$ #1 + $\left(9\,r^2+15\,r^3+9\,r^4+2\,r^5\right)$ #1^2 + $\left(-10\,r^3-16\,r^4-8\,r^5-r^6\right)$ #1^3 + $\left(8\,r^4+10\,r^5+3\,r^6\right)$ #1^4 + $\left(-4\,r^5-3\,r^6\right)$ #1^5 + r^6 #1^6 &, 5]},
{x → Root[$3+3\,r+r^2+\left(-6\,r-9\,r^2-5\,r^3-r^4\right)$ #1 + $\left(9\,r^2+15\,r^3+9\,r^4+2\,r^5\right)$ #1^2 + $\left(-10\,r^3-16\,r^4-8\,r^5-r^6\right)$ #1^3 + $\left(8\,r^4+10\,r^5+3\,r^6\right)$ #1^4 + $\left(-4\,r^5-3\,r^6\right)$ #1^5 + r^6 #1^6 &, 6]}}

Проверить систему на наличие трехкратных и более кратных циклов не представляет возможности