**Лабораторная работа 5. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА**

**Цель работы:** Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **18** | **8** | **12** | **9** | **17** | **7** | **174** |
| 2 | **16** | **6** | **14** | **11** | **13** | **19** | **119** |
| 3 | **7** | **11** | **17** | **14** | **8** | **17** | **156** |
| 4 | **10** | **16** | **16** | **9** | **19** | **8** | **165** |
| 5 | **9** | **17** | **15** | **6** | **16** | **10** | **106** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **149** | **113** | **137** | **199** | **101** | **169** |  |

Для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы суммарные запасы продукции у поставщиков равнялись суммарной потребности потребителей.

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.  
∑a = 174 + 119 + 156 + 165 + 106 = 720

∑b = 149 + 113 + 137 + 199 + 101 + 169 = 868.

Суммарная потребность груза у потребителей превышает запасы груза у поставщиков. Следовательно, модель исходной транспортной задачи является **открытой**. Чтобы получить **закрытую** модель, введем дополнительного (фиктивного) поставщика с запасом груза, равным 148 (868 - 720). Тарифы перевозки единицы груза из от поставщика ко всем потребителям полагаем равны нулю.  
Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **18** | **8** | **12** | **9** | **17** | **7** | **174** |
| 2 | **16** | **6** | **14** | **11** | **13** | **19** | **119** |
| 3 | **7** | **11** | **17** | **14** | **8** | **17** | **156** |
| 4 | **10** | **16** | **16** | **9** | **19** | **8** | **165** |
| 5 | **9** | **17** | **15** | **6** | **16** | **10** | **106** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **148** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **149** | **113** | **137** | **199** | **101** | **169** |  |

**2. Поиск первого опорного плана**.  
Искомый элемент равен c22=2. Для этого элемента запасы равны 115, потребности 109. Поскольку минимальным является 109, то вычитаем его.  
x22 = min(119,113) = 113.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **18** | X | **12** | **9** | **17** | **7** | **174** |
| **16** | **6** | **14** | **11** | **13** | **19** | **119 – 113 = 6** |
| **7** | X | **17** | **14** | **8** | **17** | **156** |
| **10** | X | **16** | **9** | **19** | **8** | **165** |
| **9** | X | **15** | **6** | **16** | **10** | **106** |
| **0** | X | **0** | **0** | **0** | **0** | **148** |
| **149** | **113- 113 = 0** | **137** | **199** | **101** | **169** |  |

Искомый элемент равен c54=6. Для этого элемента запасы равны 106, потребности 199. Поскольку минимальным является 106, то вычитаем его.  
x54 = min(106,199) = 106.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **18** | X | **12** | **9** | **17** | **7** | **174** |
| **16** | **6** | **14** | **11** | **13** | **19** | **6** |
| **7** | X | **17** | **14** | **8** | **17** | **156** |
| **10** | X | **16** | **9** | **19** | **8** | **165** |
| x | X | x | **6** | x | x | **106 – 106 = 0** |
| **0** | X | **0** | **0** | **0** | **0** | **148** |
| **149** | **0** | **137** | **199 – 106 = 93** | **101** | **169** |  |

Искомый элемент равен c16=7. Для этого элемента запасы равны 174, потребности 169. Поскольку минимальным является 169, то вычитаем его.  
x16 = min(174,169) = 165.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **18** | X | **12** | **9** | **17** | **7** | **174 – 169 = 5** |
| **16** | **6** | **14** | **11** | **13** | X | **6** |
| **7** | X | **17** | **14** | **8** | X | **156** |
| **10** | X | **16** | **9** | **19** | X | **165** |
| x | X | x | **6** | x | X | **0** |
| **0** | X | **0** | **0** | **0** | x | **148** |
| **149** | **0** | **137** | **93** | **101** | **169 – 169 = 0** |  |

Искомый элемент равен c31=7. Для этого элемента запасы равны 156, потребности 149. Поскольку минимальным является 149, то вычитаем его.  
x31 = min(156,149) = 149.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | X | **12** | **9** | **17** | **7** | **5** |
| **x** | **6** | **14** | **11** | **13** | X | **6** |
| **7** | X | **17** | **14** | **8** | X | **156 – 149 = 7** |
| **x** | X | **16** | **9** | **19** | X | **165** |
| x | X | x | **6** | x | X | **0** |
| x | X | **0** | **0** | **0** | x | **148** |
| **149 – 149 = 0** | **0** | **137** | **93** | **101** | **0** |  |

Искомый элемент равен c35=8. Для этого элемента запасы равны 7, потребности 97. Поскольку минимальным является 7, то вычитаем его.  
x35 = min(7,101) = 7.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | X | **12** | **9** | **17** | **7** | **5** |
| **X** | **6** | **14** | **11** | **13** | X | **6** |
| **7** | X | X | **X** | **8** | X | **7 – 7 = 0** |
| **X** | X | **16** | **9** | **19** | X | **165** |
| x | X | x | **6** | x | X | **0** |
| X | X | **0** | **0** | **0** | x | **148** |
| **0** | **0** | **137** | **93** | **101 – 7 = 104** | **0** |  |

Искомый элемент равен c14=5. Для этого элемента запасы равны 5, потребности 93. Поскольку минимальным является 5, то вычитаем его.  
x14 = min(5,93) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X** | X | **X** | **9** | **X** | **7** | **5 – 5 = 0** |
| **X** | **6** | **14** | **11** | **13** | X | **6** |
| **7** | X | **X** | **X** | **8** | X | **0** |
| **X** | X | **16** | **9** | **19** | X | **165** |
| x | X | x | **6** | x | X | **0** |
| **X** | X | **0** | **0** | **0** | x | **148** |
| **0** | **0** | **137** | **93 – 5 = 88** | **94** | **0** |  |

Искомый элемент равен c44=9. Для этого элемента запасы равны 165, потребности 88. Поскольку минимальным является 88, то вычитаем его.  
x44 = min(165,88) = 88.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X** | X | **X** | **9** | **X** | **7** | **0** |
| **X** | **6** | **14** | X | **13** | X | **6** |
| **7** | X | **X** | **X** | **8** | X | **0** |
| **X** | X | **16** | **9** | **19** | X | **165 – 88 = 77** |
| x | X | x | **6** | x | X | **0** |
| **X** | X | **0** | X | **0** | x | **148** |
| **0** | **0** | **137** | **88 – 88 = 0** | **94** | **0** |  |

Искомый элемент равен c25=13. Для этого элемента запасы равны 6, потребности 94. Поскольку минимальным является 6, то вычитаем его.  
x25 = min(6,94) = 6.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X** | X | **X** | **9** | **X** | **7** | **0** |
| **X** | **6** | x | X | **13** | X | **6 – 6 = 0** |
| **7** | X | **X** | **X** | **8** | X | **0** |
| **X** | X | **16** | **9** | **19** | X | **77** |
| x | X | x | **6** | x | X | **0** |
| **X** | X | **0** | X | **0** | x | **148** |
| **0** | **0** | **137** | **0** | **94 – 6 = 88** | **0** |  |

Искомый элемент равен c43=16. Для этого элемента запасы равны 77, потребности 137. Поскольку минимальным является 77, то вычитаем его.  
x43 = min(77,137) = 77.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X** | X | **X** | **9** | **X** | **7** | **0** |
| **X** | **6** | x | X | **13** | X | **0** |
| **7** | X | **X** | **X** | **8** | X | **0** |
| **X** | X | **16** | **9** | x | X | **77 – 77 = 0** |
| x | X | x | **6** | x | X | **0** |
| **X** | X | **0** | X | **0** | x | **148** |
| **0** | **0** | **137 – 77 = 60** | **0** | **88** | **0** |  |

Искомый элемент равен c63=0. Для этого элемента запасы равны 148, потребности 60. Поскольку минимальным является 60, то вычитаем его.  
x63 = min(148,60) = 60.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X** | X | **X** | **9** | **X** | **7** | **0** |
| **X** | **6** | x | X | **13** | X | **0** |
| **7** | X | **X** | **X** | **8** | X | **0** |
| **X** | X | **16** | **9** | x | X | **0** |
| x | X | x | **6** | x | X | **0** |
| **X** | X | **0** | X | **0** | x | **148 – 60 = 88** |
| **0** | **0** | **60 – 60 = 0** | **0** | **88** | **0** |  |

Искомый элемент равен c65=0. Для этого элемента запасы равны 88, потребности 88. Поскольку минимальным является 88, то вычитаем его.  
x65 = min(88,88) = 88.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X** | X | **X** | **9** | **X** | **7** | 0 |
| **X** | **6** | x | X | **13** | X | 0 |
| **7** | X | **X** | **X** | **8** | X | 0 |
| **X** | X | **16** | **9** | x | X | 0 |
| x | X | x | **6** | x | X | 0 |
| **X** | X | **0** | X | **0** | x | **88 - 88 = 0** |
| 0 | 0 | 0 | 0 | **88 - 88 = 0** | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | Запасы |
| A1 | **18** | **8** | **12** | **9[5]** | **17** | **7[169]** | **174** |
| A2 | **16** | **6[113]** | **14** | **11** | **13[6]** | **19** | **119** |
| A3 | **7[149]** | **11** | **17** | **14** | **8[7]** | **17** | **156** |
| A4 | **10** | **16** | **16[77]** | **9[88]** | **19** | **8** | **165** |
| A5 | **9** | **17** | **15** | **6[106]** | **16** | **10** | **106** |
| A6 | **0** | **0** | **0[60]** | **0** | **0[88]** | **0** | **148** |
| Потребности | **149** | **113** | **137** | **199** | **101** | **169** |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.  
2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 11, а должно быть m + n - 1 = 11. Следовательно, опорный план является *невырожденным*.  
Значение целевой функции для этого опорного плана равно:  
F(x) = 5\*5 + 3\*165 + 2\*109 + 9\*6 + 3\*145 + 4\*7 + 12\*73 + 5\*88 + 2\*102 + 0\*60 + 0\*84 = 2775