

Halbleiter & Halbleiterdetektoren

Staatsexamensarbeit

Simon Amrein

1.4.2008

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Physikalisches Institut
Abteilung: Prof. Dr. K. Jakobs



Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Halbleiter	7
2.1	Leiter, Halbleiter, Isolatoren	7
2.1.1	Elementare Halbleiter	7
2.1.2	Verbindungshalbleiter	8
2.2	Bändermodell	8
2.2.1	Bändermodell durch Wechselwirkung	9
2.2.2	Bändermodell der Quantenmechanik	10
2.3	Ladungsträger in Halbleitern	14
2.3.1	Quasi-freie Ladungen	14
2.3.2	Ladung im E-Feld und Diffusion	15
2.3.3	Exzitonen	16
2.4	Direkte und indirekte Halbleiter	17
2.4.1	Direkter Übergang	18
2.4.2	Indirekter Übergang	18
2.5	Fermi-Statistik	18
2.6	Extrinsische Halbleiter und Dotierung	20
2.7	p-n-Diode	22
2.7.1	Berechnung des Kontaktpotenzials	23
2.7.2	Die Verarmungszone	24
2.8	Metall-Halbleiter-Kontakt	25
2.8.1	Der Schottky-Kontakt	25
2.8.2	Ohmscher Kontakt	27
3	Versuch I: Vermessung der Bandlücke	29
3.1	Versuchaufbau	29
3.1.1	Das Spektrometer	30
3.1.2	Proben, Filter und optische Gitter	32
3.1.3	Der Pyrodetektor	33
3.1.4	Der Lock-In Verstärker	33
3.2	Durchführung	33
3.3	Auswertung	36
3.3.1	Spektren und Fehler	36
3.3.2	Die Fit-Funktionen	36
3.4	Systematische Fehler	41
3.5	Studentenhilfe	42

4	Versuch II: Das Haynes&Shockley-Experiment	45
4.1	Historisch	45
4.2	Versuchsaufbau	46
4.2.1	Germaniumblock und Treiberspannung	46
4.2.2	Laser und Ladungsträgererzeugung	47
4.2.3	Verwendung des Oszilloskops	48
4.3	Durchführung	48
4.4	Auswertung	50
4.4.1	spezifische Theorie	50
4.4.2	Bestimmung der Konstanten	51
4.4.3	Die McKelvey-Korrektur	52
4.5	Studentenhilfe	53
5	Versuch III: Halbleiterdetektoren	55
5.1	Versuchsaufbau	56
5.1.1	Schematischer Aufbau eines Halbleiterdetektors	56
5.1.2	Der Siliziumdetektor	57
5.1.3	Der CdTe-Detektor	58
5.1.4	Vorverstärker und Shaping Amplifier	59
5.1.5	MCA	60
5.1.6	Die Messsoftware - ADMCA	60
5.1.7	Das Detektorgehäuse	61
5.1.8	Spannungsabhängigkeit der Signalbreite und Peakdrift	61
5.2	Wechselwirkung von Strahlung mit Materie	62
5.2.1	Der Photoeffekt	63
5.2.2	Der Comptoneffekt	64
5.2.3	Fluoreszenz und Escapes	65
5.3	Durchführung	65
5.4	Auswertung	65
5.4.1	Breite und Intensität der Peaks	65
5.4.2	Asymmetrie der Peaks	67
5.4.3	Auswertung der Spektren	68
6	Zusammenfassung	71

Kapitel 1

Einleitung

Halbleiter und Technologien, die auf Halbleitern basieren, sind heute aus dem Alltag kaum mehr wegzudenken. Seit Ferdinand Braun vor über 125 Jahren die Entdeckung machte, dass der Widerstand eines Metall-Metallsulfid-Kontaktes von der Polung der angelegten Spannung abhängt, hat sich die Elektroindustrie zu einem jährlichen Verkaufsvolumen von 3 Billionen US-Dollar aufgeschwungen. Dies entspricht einem Zehntel des Brutto-Weltproduktes und wurde maßgeblich von Halbleiterbauteilen vorangetrieben [1]. Die Entwicklungen der Diode (1907), des Transistors (1947), der Solarzelle (1954) und des Lasers (1962) sind nur einige nennenswerte Punkte auf dem historischen Weg der Halbleitertechnologie.

Die physikalische Fakultät der Universität Freiburg bietet, wohlwissend um die Bedeutung der Halbleiter, jedes Semester Vorlesungen und Seminare zum Thema Halbleiter an. Diese Veranstaltungen können zwar durchaus auch einen Praxisteil beinhalten, sie bleiben jedoch meist theoretisch und werden zudem von Studenten besucht, die in ihrem Studium weit fortgeschritten sind. Hinzu kommt, dass diese Veranstaltungen in Freiburg nicht zum obligatorischen Teil des Physikstudiums gehören.

Ziel der Versuchsreihe „Halbleiter&Halbleiterdetektoren“ ist es, die Studenten der Universität Freiburg früher als dies bisher der Fall war, mit der Physik der Halbleiter zu konfrontieren. Der Umgang mit Halbleitern und deren Theorie soll zudem ein unumgänglicher Teil des Physikstudiums werden.

Den unterschiedlichen Interessen der Studierenden wird es jedoch nicht gerecht, eine semesterübergreifende Veranstaltung mit diesem Thema zur Pflicht zu erklären.

Die Lösung dieses Problems wurde gefunden, indem die Versuchsreihe „Halbleiter&Halbleiterdetektoren“ als Bestandteil des Fortgeschrittenenpraktikums I (FPI) aufgenommen wurde. Diese Veranstaltung gehört bereits zum Pflichtteil des Studiums und gibt den Studenten üblicherweise die Gelegenheit, einen Praxisbezug zu den Vorlesungen „Experimentalphysik III-V“ zu finden.

Jeder Studierende, der in Freiburg einen Hochschulabschluss des Faches Physik machen möchte, wird sich künftig im Rahmen des FPI auch einige Tage mit der Physik der Halbleiter auseinandersetzen. (Die Länge der Versuchszeit hängt davon ab, ob das Praktikum während des Semesters oder der vorlesungsfreien Zeit absolviert wird.) Hierbei wird sich den Halbleitern auf rein experimentellem Wege genähert.

Der Anspruch an die Versuche dieser Versuchsreihe besteht daher darin, den Studierenden viel Information zu Halbleitern zu vermitteln, ihnen jedoch insgesamt nicht mehr experimentellen Aufwand zu bereiten, als dies die anderen Versuche des FPI tun.

Damit die Durchführung und Auswertung aller drei Teilversuche dieser Versuchsreihe nicht mehr Zeit benötigt als ein üblicher Versuch des FPI, wird versucht, den Studenten mit Kapiteln wie „Studentenhilfe“ (3.5 und 4.5) eine möglichst große Hilfestellung zu geben. Gleichzeitig sollen jedoch keine „Entdeckungen“ vorweggenommen werden.

Nach der erfolgreichen Durchführung und Auswertung der Versuche, soll ein Verständnis für die physikalischen Vorgänge in Halbleitern vorhanden sein. Des Weiteren soll ein „Gefühl“ für die Größenordnung der wichtigen physikalischen Größen in Halbleitern entstehen (Bandlückenenergie, Beweglichkeit der Ladungsträger, ...). Zu diesem Zweck wurden die, im Folgenden beschriebenen Versuche für die Studenten ausgewählt.

Kapitel 2 wird ein einführendes Kapitel zu Halbleitern sein. Die Folgenden Kapitel 3-5 stellen die drei Versuche „Bandlückenexperiment“, „Haynes&Shockley-Experiment“ und „Halbleiterdetektoren“ vor. Im letzten Kapitel werden dann die didaktischen Konzept und die Messergebnisse dieser Versuche kurz zusammengefasst.

Kapitel 2

Halbleiter

Im diesem Kapitel sollen Halbleiter charakterisiert und die wichtigsten Eigenschaften vorgestellt werden. Dieses Kapitel soll daher ein Einführungs-Kapitel zu Halbleitern sein, ähnlich wie es auch in der bekannten Literatur vorzufinden ist ([1], [2], [3]).

2.1 Leiter, Halbleiter, Isolatoren

Die elektrische Leitfähigkeit eines Materials hängt von der Zahl der freien Ladungsträger, genauer von der Ladungsträgerkonzentration ab. Beispielsweise ist die Leitfähigkeit von Kupfer, in dem sich viele Leitungselektronen frei bewegen können, sehr gut. Auch eine Salzwasser-Lösung, in der sich geladene Ionen frei bewegen können, leitet gut. Im Gegensatz dazu kann bei nichtleitenden Keramik-Produkten auf eine geringe oder verschwindende Zahl an freien Ladungsträgern geschlossen werden.

Im Experiment kann bei einer Probe der Querschnittsfläche A und der Länge l aus dem Ohmschen Widerstand R der spezifische Widerstand ρ gemäß

$$\rho = R \cdot \frac{A}{l} \quad (2.1)$$

bestimmt werden. Nach dem spezifischen Widerstand teilt man nun Materialien in die Gruppe der Isolatoren ($\rho \geq 10^8 \Omega\text{cm}$) und die Gruppe der Leiter ($\rho \leq 10^{-3} \Omega\text{cm}$) ein. Im Bereich dazwischen ($\rho = 10^8 \Omega\text{cm}$ bis $10^{-3} \Omega\text{cm}$) findet sich eine Stoffgruppe, deren elektrische Leitfähigkeit insbesondere stark temperaturabhängig ist. Kühlt man einen Vertreter dieser Stoffgruppe zum absoluten Nullpunkt, so enthält er (im Idealfall) keine freien Ladungsträger. Jedoch kann dieser Stoff durch thermische Anregung schwach leitfähig gemacht werden. Schon bei Raumtemperatur kann nach Anlegen einer Spannung ein schwacher Stromfluss beobachtet werden. Es handelt sich um einen Halbleiter.

2.1.1 Elementare Halbleiter

Es gibt elementare Halbleiter und Verbindungshalbleiter. Elementare Halbleiter bestehen nur aus einem einzigen Element des Periodensystems. Zu der Gruppe der elementaren Halbleiter gehört mit Silizium der wichtigste Vertreter aller

Halbleiter. Aber auch Germanium, das in derselben Hauptgruppe (s. Periodensystem der Elemente, IV-Hauptgruppe) liegt und ähnliche Eigenschaften wie Silizium besitzt, findet vielseitige Anwendung. Kohlenstoff in Diamantstruktur (also ein Diamant) besitzt auch Halbleitereigenschaften, könnte aber aufgrund seines hohen spezifischen Widerstandes (bei Raumtemperatur) auch als Isolator bezeichnet werden. Die Elementarzelle eines elementaren Halbleiters wird als Diamantstruktur bezeichnet (Abbildung 2.1). Die Elementarzellen von Kohlenstoff, Silizium oder Germanium unterscheiden sich nur durch unterschiedliche Kantenlänge (was sich natürlich auf andere physikalische Größen auswirkt).

2.1.2 Verbindungshalbleiter

Neben den elementaren Halbleitern haben auch die Verbindungshalbleiter Bedeutung in Industrie und Forschung (Leuchtdioden, Solarzellen). Ein Verbindungshalbleiter besteht im einfachsten Fall aus zwei verschiedenen Elementen, die sich mit ihren Valenzelektronen so ergänzen, dass sie dieselbe Raumstruktur wie ein elementarer Halbleiter bilden können. Beispielsweise besteht die wichtigste Untergruppe der Verbindungshalbleiter aus einem Element der III-Hauptgruppe und einem aus der V-Hauptgruppe. Man spricht dann von III-V-Halbleitern (GaAs, GaP, AlSb,...). Die Elementarzelle der Verbindungshalbleiter wird als Zinkblende bezeichnet (Abbildung 2.1). Neben den III-V-Halbleitern hat auch die Klasse der II-VI-Halbleiter zur Herstellung kurzweiliger Laser oder Strahlungs-Detektoren Anwendung gefunden (z.B. CdTe). Es ist auch möglich zwei Elemente der gleichen Hauptgruppe zu mischen und beispielsweise einen III-V-Halbleiter nach der Rezeptur $X_x^{III}Y_{(1-x)}^{III}Z^V$ zu konstruieren. Durch die Wahl von x können physikalische Eigenschaften genau justiert werden („Bandgap-Engineering“).

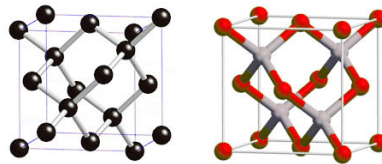


Abbildung 2.1: Elementare Halbleiter sind aus der Diamant-Elementarzelle (links) aufgebaut. Die Elementarzelle der Verbindungshalbleiter (rechts) wird als Zinkblende bezeichnet.

2.2 Bändermodell

Um verstehen zu können warum einige Festkörper (Metalle) eine bessere Leitfähigkeit haben als andere (Halbleiter), muss das Bändermodell für Elektronen eingeführt werden. Dieses Bändermodell kann durch Überlegungen über Wechselwirkungen in einem Kristall mit einer großen Zahl an Atomen eingeführt werden. Es folgt aber auch aus quantenmechanischen Überlegungen.

2.2.1 Bändermodell durch Wechselwirkung

Ausgegangen wird von zwei weit voneinander entfernten Atomen. Die Elektronen der Atome haben gemäß ihrer Quantenzahlen diskrete Energieniveaus. Nun wird der Abstand der Atomrümpfe auf einige Nanometer reduziert. Die Elektronen beginnen zu wechselwirken. Die Wellenfunktionen der Elektronen überschneiden sich und es entsteht eine Aufspaltung in zwei leicht voneinander getrennte Energieniveaus (die das Pauli-Prinzip auch verlangt). Doch schon bei einer Probe von einem Gramm Silizium wechselwirken 10^{22} Elektronen pro Quantenzustand. Die Aufspaltung der Niveaus (auch 10^{22}) führt dazu, dass sich aus den ursprünglich diskreten Niveaus kontinuierliche Energiebänder bilden (Abbildung 2.2).

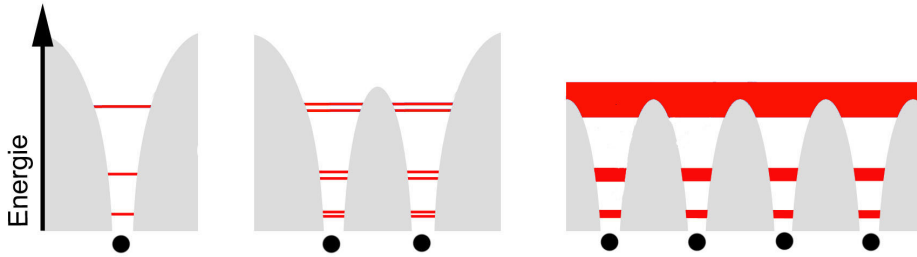


Abbildung 2.2: Energieniveaus (rot): Einzelatom, Aufspaltung bei 2 Atomen, Energiebänder in einem Festkörper. Die Wechselwirkung der Elektronen untereinander erzeugt zusätzliche Energieniveaus und damit die Bildung von Energiebändern.

Hierbei gilt, dass tiefere Energieniveaus weniger breite Bänder ausbilden, da die Elektronen stärker an den Kern gebunden sind und daher eine schwächere Wechselwirkung untereinander erfahren. Die Breite der Bänder hängt, gemäß dem erwähnten Gedankenexperiment der zwei getrennten Atome, vom Abstand der Atomrümpfe ab. Je näher sich die Atomrümpfe kommen desto breiter werden die Bänder. Bei Halbleitern dominiert die Aufspaltung durch die gegenseitige Wechselwirkung sogar über die Feinstrukturaufspaltung. Ab einem bestimmten Gitterabstand kann man also nicht mehr von s-Orbitalen oder p-Orbitalen sprechen, man spricht von einem sp^3 -Hybridorbital. Dies wird in Abbildung 2.3 dargestellt.

Zwei Bänder sind in der Festkörperphysik von besonderem Interesse: Valenzband nennt man das energetisch höchstliegende Band, das am absoluten Temperatur-Nullpunkt voll besetzt ist. Vollbesetzte Bänder tragen nicht zur Leitfähigkeit eines Festkörpers bei, da sich zu jedem Elektronenzustand mit dem Impuls \vec{k} auch ein Elektronenzustand mit dem Impuls $-\vec{k}$ findet. Der Gesamtimpuls der Elektronen in diesem Band ist also gleich Null. Damit addiert sich auch die elektrische Stromdichte \vec{j} in einem vollbesetzten Band zu Null.

$$\vec{j} = \rho_{el} \vec{v} = \rho_{el} \frac{\sum_{i=1}^N \vec{v}_i}{N} = \frac{\rho_{el}}{m_e} \frac{\sum_{i=1}^N \vec{p}_i}{N} = \frac{\rho_{el}}{m_e} \frac{0}{N} = 0 \quad (2.2)$$

Hierbei bezeichnet ρ_{el} die Ladungsdichte, N die Anzahl an Elektronen und m_e deren Masse.

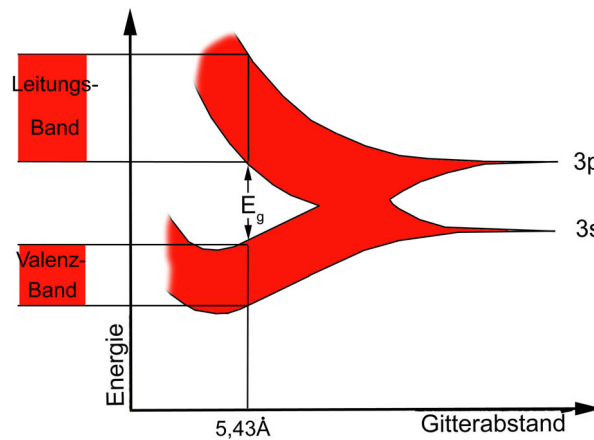


Abbildung 2.3: Entstehung der Hybridorbitale in Silizium. Kommen sich die Atome sehr nahe, so überwiegt die Aufspaltung der Energieniveaus durch Wechselwirkung der Elektronen untereinander sogar die Feinstrukturaufspaltung. [3]

Leitungsband nennt man das Band das energetisch über dem Valenzband liegt. Zustände im Leitungsband sind selten besetzt. Darin liegende Elektronen können jedoch zur elektrischen Leitfähigkeit beitragen, da sich ihr Gesamtimpuls beim Anlegen einer Spannung nicht zu Null addiert (wie beim Valenzband), sondern vom Potenzialgefälle beeinflusst wird. Bei Materialien, die Elektronen im Leitungsband haben, fließt beim Anlegen einer Spannung also Strom.

Nun kann die Unterscheidung zwischen Leitern, Halbleitern und Isolatoren, die zu Beginn über den spezifischen Widerstand eingeführt wurde, auch durch das Bändermodell erfolgen (s. Abbildung 2.4). Isolatoren haben bei 0°K ein vollbesetztes Valenzband und ein leeres Leitungsband. Die Bandlücke (E_g) dazwischen hat eine Breite von mehreren eV, daher ist eine thermische Anregung der Elektronen ins Leitungsband bei Raumtemperatur (300°K) sehr unwahrscheinlich (Fermi-Dirac-Statistik). Auch Halbleiter haben bei 0°K ein vollbesetztes Valenzband und ein leeres Leitungsband. Die Bandlücke dazwischen ist aber schmal genug ($E_g \approx 1\text{ eV}$) um thermische Anregungen zuzulassen. Bei Leitern ist das Ausbilden von Bändern soweit fortgeschritten, dass sich Valenzband und Leitungsband überschneiden. Elektronen können ohne energetischen Aufwand vom Valenz in das Leitungsband wechseln. Damit steht eine große Anzahl an Leitungselektronen zur Verfügung.

2.2.2 Bändermodell der Quantenmechanik

Dieser Abschnitt soll den vorangegangenen Abschnitt präzisieren, desweiteren führt er die Bloch-Wellen ein, welche in der Festkörperphysik eine wichtige Rolle spielen.

In einem Festkörper befinden sich N Elektronen. Unter der Annahme das sie nicht miteinander Wechselwirken, kann ihr gemeinsamer Hamiltonoperator

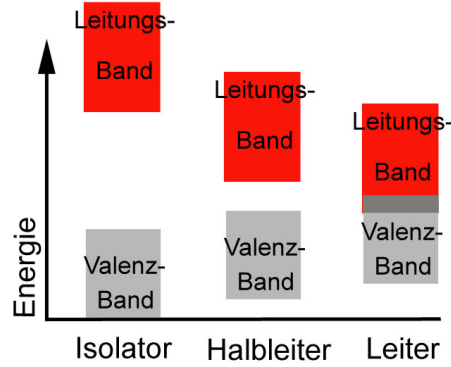


Abbildung 2.4: Isolator, Halbleiter, Leiter. Diese definieren sich durch den Abstand zwischen Valenz- und Leitungsband.

kann als Summe von Einelektronen-Hamiltonoperatoren geschrieben werden.

$$H(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = \sum_{i=1}^N H_i(\vec{r}_i) \quad (2.3)$$

Für jedes Elektron gilt die Schrödinger-Gleichung:

$$H(\vec{r})\Psi(\vec{r}) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r}) \right) \Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r}) \quad (2.4)$$

Nun sei die Annahme gemacht, dass das Potenzial $V(\vec{r})$ spinunabhängig ist. Somit ist das Potenzial in einem Festkörper periodisch, da die Atomrümpfe in einem Festkörper, der aus sich wiederholenden Elementarzellen aufgebaut ist, periodisch angeordnet sind. Die Perioden sind die Spannvektoren \vec{a}_1 , \vec{a}_2 und \vec{a}_3 der Elementarzelle. Eine Linearkombination dieser Spannvektoren nennt man Gittervektor \vec{R} .

$$\vec{R} = n_1\vec{a}_1 + n_2\vec{a}_2 + n_3\vec{a}_3 \quad n_i \in \mathbb{N} \quad (2.5)$$

Dieser \vec{R} -Gitter bedingt die Vektoren \vec{G} des reziproken Gitters (\vec{k} -Raum), dessen kleinste Gittervektoren durch

$$\vec{b}_i = 2\pi\Omega^{-1}\vec{a}_j\vec{a}_k\epsilon_{ijk} \quad (2.6)$$

gefunden werden. Hier bezeichnet $\Omega = \vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)$ das Volumen der Elementarzelle. Es gilt $\vec{a}_i\vec{b}_j = 2\pi\delta_{ij}$.

$$\vec{G} = g_1\vec{b}_1 + g_2\vec{b}_2 + g_3\vec{b}_3 \quad g_i \in \mathbb{N} \quad (2.7)$$

Nun bedeutet gitterperiodisches Potenzial: $V(\vec{r}) = V(\vec{r} + \vec{R})$. Da der Impulsoperator ohnehin ortsunabhängig ist, gilt damit auch für den Hamiltonoperator (2.4), dass $H(\vec{r}) = H(\vec{r} + \vec{R})$.

$\Psi_n(\vec{k}, \vec{r})$ soll nun die Wellenfunktion eines Elektrons sein, die einen solchen periodischen Hamiltonoperator löst. n bezeichnet hier die Hauptquantenzahl (und wird im späteren Verlauf die Lage eines Energiebandes angeben). Es ist

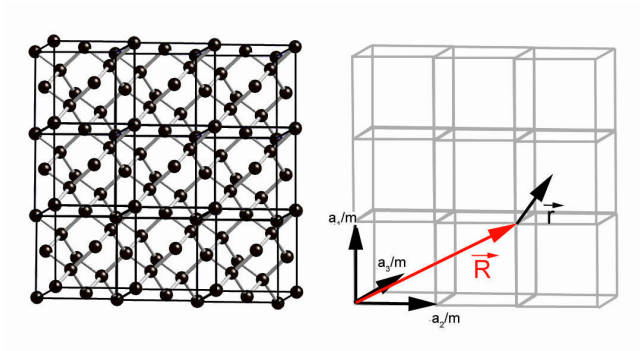


Abbildung 2.5: Diamantstruktur (links), Elementarzellen (rechts). \vec{R} wird als Gittervektor bezeichnet.

leicht einzusehen, dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\Psi|^2$ eines Elektrons in einem gitterperiodischen Potential auch gitterperiodisch ist:

$$|\Psi_n(\vec{k}, \vec{r})|^2 = |\Psi_n(\vec{k}, \vec{r} + \vec{R})|^2 \quad (2.8)$$

Nun besagt das Bloch-Theorem, dass eine solche Elektronen-Wellenfunktion die folgende Gestalt hat (die auch als Bloch-Welle bezeichnet wird):

$$\Psi_n(\vec{k}, \vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} u_n(\vec{r}) \quad (2.9)$$

Die Wellenfunktion kann also aufgespalten werden in einen Phasenteil $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ und eine Funktion $u_n(\vec{r})$, die unabhängig von \vec{k} ist. Diese Funktion $u_n(\vec{r})$ ist periodisch im Ort.

$$u_n(\vec{r}) = u_n(\vec{r} + \vec{R}) \quad (2.10)$$

Somit ist auch Forderung nach einer periodischen Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons erfüllt:

$$u_n(\vec{r}) = u_n(\vec{r} + \vec{R}) \quad (2.11)$$

$$\Rightarrow |u_n(\vec{r})|^2 = |u_n(\vec{r} + \vec{R})|^2 \quad (2.12)$$

$$\Rightarrow |u_n(\vec{r})|^2 = |e^{i\vec{k}\vec{r}}|^2 |u_n(\vec{r} + \vec{R})|^2 \quad (2.13)$$

$$\Rightarrow |\Psi_n(\vec{k}, \vec{r})|^2 = |\Psi_n(\vec{k}, \vec{r} + \vec{R})|^2 \quad (2.14)$$

Nun soll gedanklich kurzzeitig die Bloch-Theorie verlassen und an eine reale Festkörperprobe gedacht werden. An der Oberfläche dieser Probe wird die Periodizität des Potentials verletzt (denn jenseits der Probe gibt es kein Potential mehr).

Eine reale Probe (z. B. aus Silizium) sei in jeder Richtung aus $L \gg 1$ Elementarzellen aufgebaut. Bei einem Volumen der Elementarzelle von Ω , hat die Probe also das Volumen $V = L^3 \Omega$. Nun wird diese reale Probe mit einem Trick so verbogen, dass keine Elementarzelle mehr eine Elementarzelle an der Oberfläche ist. Es solle dabei an eine Torus-Oberfläche gedacht werden (Abbildung 2.6). Da die Anzahl an Elementarzellen $L^3 \gg 1$ sehr groß ist, verschwindet der Anteil an Oberflächen-Elementarzellen ohnehin $L^2/L^3 \rightarrow 0$: Die reale Probe

und die verbogene Probe sind im Grenzfall $L \rightarrow \infty$ identisch. Jedoch folgt aus der Forderung einer zyklischen Probe:

$$\Psi_n(\vec{k}, \vec{r}) = \Psi_n(\vec{k}, \vec{r} + L\vec{a}_i) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.15)$$

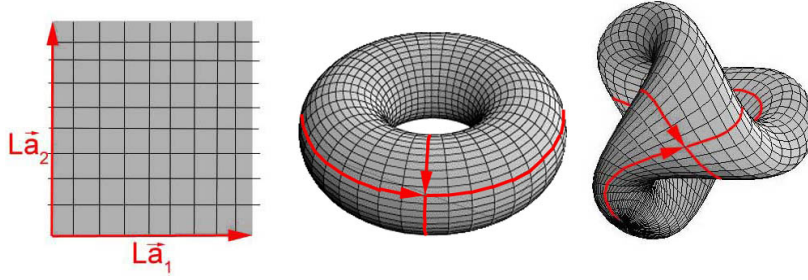


Abbildung 2.6: Der Torus (mitte) und die Boy-Fläche (rechts) setzen das 2dim-Gitter (links) periodisch fort. Auf ähnliche Weise sollte man sich das Fortsetzen einer realen Halbleiterprobe zu einer Probe ohne Rand, die den Blochbedingungen genügt, vorstellen.

Nun wird das Bloch-Theorem auf Gleichung (2.15) angewendet:

$$\Psi_n(\vec{k}, \vec{r} + L\vec{a}_i) = e^{i\vec{k}L\vec{a}_i} \Psi_n(\vec{k}, \vec{r}) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.16)$$

Hieraus ergibt sich eine Forderung an \vec{k} , denn (2.15) und (2.16) beinhalten, dass

$$e^{i\vec{k}L\vec{a}_i} = 1 \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.17)$$

$$\cos(\vec{k}L\vec{a}_i) + i \cdot \sin(\vec{k}L\vec{a}_i) = 1 \quad (2.18)$$

$$\Rightarrow \vec{k}L\vec{a}_i = 2\pi m \quad m \in \mathbb{N} \quad (2.19)$$

sein muss. Da $\vec{a}_i\vec{b}_j = 2\pi\delta_{ij}$ gilt, werden die \vec{k} aufgrund von (2.19) zu

$$\vec{k} = \frac{m_1}{L}\vec{b}_1 + \frac{m_2}{L}\vec{b}_2 + \frac{m_3}{L}\vec{b}_3 \quad m_i = 0, \dots, (L-1) \quad (2.20)$$

festgelegt. Zunächst ist zwar nicht einsichtig, warum die m_i nicht auch über L hinausgehen können, doch es zeigt sich, dass der zyklische \vec{R} -Raum auch einen zyklischen \vec{k} -Raum bedingt. Für $\tilde{m}_i = m_i + L$ lässt sich ein eventuell neu gewonnenes $\tilde{\vec{k}}$ mit einem reziproken Gittervektor (s.2.7) als

$$\tilde{\vec{k}} = \vec{k} + \vec{G} \quad (2.21)$$

schreiben. Doch dies ergibt keinen neuen Zustand, denn:

$$e^{i\tilde{\vec{k}}\vec{R}} = e^{i(\vec{k}+\vec{G})\vec{R}} = e^{i\vec{k}\vec{R}}e^{i\vec{G}\vec{R}} = e^{i\vec{k}\vec{R}} \quad (2.22)$$

Aus Gleichung (2.20) kann nun das Bändermodell in Festkörpern gefolgert werden. In einem Festkörper in dem die Anzahl an Elementarzellen L^3 beliebig groß wird, wird der Abstand benachbarter \vec{k} aufgrund der Proportionalität zu L^{-1}

beliebig klein. Damit wird der Abstand der Energien der Elektronenzustände auch beliebig klein, denn:

$$H\Psi_n(\vec{k}_1, \vec{r}) = E_{n,1}\Psi_n(\vec{k}_1, \vec{r}), \quad H\Psi_n(\vec{k}_2, \vec{r}) = E_{n,2}\Psi_n(\vec{k}_2, \vec{r}) \quad (2.23)$$

$$\vec{k}_1 \rightarrow \vec{k}_2 \Rightarrow E_{1,n} \rightarrow E_{2,n} \quad (2.24)$$

Für jedes n gibt es L^3 Elektronenzustände, deren Energien beliebig dicht beieinander liegen können. Diese dicht beieinander liegenden Energien bilden das Energieband und n bestimmt die Art des Bandes (Leitungsband, oberstes Valenzband, tiefes Valenzband,...). Die Elektronenzustände werden bei 0°K von unten nach oben mit Elektronen besetzt. Vollbesetzte Bänder können nicht zur Leitfähigkeit beitragen, da der Gesamt-Elektronenimpuls \vec{P} verschwindet.

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{L^3} \vec{p}_i = \hbar \sum_{i=1}^{L^3} \vec{k}_i = 0 \quad (2.25)$$

Dies ist leicht einzusehen, wenn man in Gleichung (2.20) statt $m_i = 0, \dots, L-1$ ein gleichwertiges Set an \vec{k} -Vektoren mit $m_i = -L/2, \dots, L/2-1$ wählt.

2.3 Ladungsträger in Halbleitern

2.3.1 Quasi-freie Ladungen

Ausgehend von dem Bändermodell können nun die Ladungsträger beschrieben werden, die in Halbleitern bei Anlegen einer Spannung fließen. An einen Halbleiter, dessen Valenzband voll besetzt ist und dessen Leitungsband leer ist, sei eine Spannung angelegt. Da es im Leitungsband keine Elektronen gibt, und ein vollbesetztes Valenzband nicht zur Leitfähigkeit beitragen kann, fließt zunächst kein Strom. Nun wird durch Anregung einem Elektron im Valenzband soviel Energie zugeführt, dass es ins Leitungsband gehoben wird. Im Leitungsband ist das Elektron quasi-frei und kann in Richtung der Spannung fließen. Es entsteht eine bewegliche negative Ladung. Die effektive Masse dieser Ladung entspricht allerdings nicht der freien Elektronenmasse, da sich das Elektron nicht frei, sondern in einem periodischen Potenzial bewegt. Die effektive Masse der Elektronen wird üblicherweise mit m_n (n: negativ) bezeichnet. In einem Kristall mit unterschiedlichen Symmetrie-Achsen können sogar unterschiedliche m_n gemessen werden.

Neben den quasi-frei beweglichen Elektronen kommt es noch zu einem weiteren Phänomen, das Ladungstransport verursacht: An der Stelle im Valenzband, an der das Elektron in das Leitungsband gesprungen ist, bleibt ein Loch (auch Defektladung genannt) zurück. Ein benachbartes Elektron, für das diese Position aufgrund der angelegten Spannung günstiger ist, springt in dieses Loch und hinterlässt seinerseits ein Loch. In das neu entstandene Loch kann nun wieder ein Elektron springen usw. Neben der Bewegung des Elektrons im Leitungsband kommt es auch zur Bewegung eines Loches im Valenzband. Da dieses quasi-freie Loch sich ähnlich verhält wie das quasi-freie Elektron, aber zum negativen elektrischen Pol fließt, kann man es als positives Ladungsteilchen bezeichnen. Experimentell kann ihm auch eine Masse m_p (p: positiv) zugeschrieben werden. Im Energie-Bänder-Schema wird die Energieachse für Löcher nach unten

aufgetragen und die obere Kante des Valenzbandes als Nullpunkt genommen, dagegen wird die Energieachse für Elektronen nach oben aufgetragen und die untere Kante des Leitungsbandes als Nullpunkt gewählt.

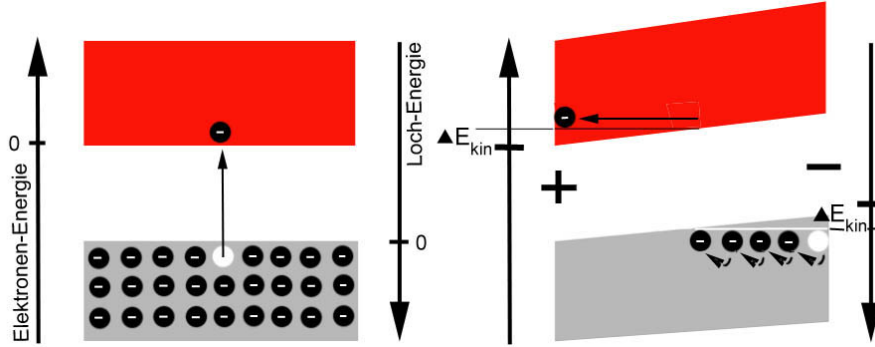


Abbildung 2.7: Anregung eines Elektrons in das Leitungsband (links). Bei einer angelegten Spannung wird Ladung sowohl durch ein Loch/eine Fehlstelle im Valenzband, als auch durch ein Elektron im Leitungsband transportiert (rechts).

2.3.2 Ladung im E-Feld und Diffusion

Betrachtet wird ein Halbleiter im Gleichgewicht, hieraus folgt, dass die Rate an Elektronen-Loch-Paarbildungen gleich der Rate an Rekombinationen von Elektronen und Löchern ist. Einem Elektronen-Loch-Paar kann eine mittlere Lebensdauer τ zugeschrieben werden. Während dieser Lebenszeit bewegen sich die quasi-freien Teilchen mit der kinetischen Energie $E_{kin} = 3/2kT$, so dass der Rekombinationspartner im Allgemeinen nicht der Partner bei der Erzeugung ist. Beim Anlegen eines elektrischen Feldes \vec{E} wird diese Lebenszeit als Beschleunigungszeit wichtig, und es gilt für die mittleren Geschwindigkeiten der Ladungen:

$$\vec{v}_n = -\frac{e\tau}{m_n}\vec{E} = -\mu_n\vec{E} \quad \vec{v}_p = \frac{e\tau}{m_p}\vec{E} = \mu_p\vec{E} \quad (2.26)$$

Hier bezeichnet μ_n und μ_p die Beweglichkeit der Ladungsträger. Es ist klar, dass die thermische Bewegung mit der Energie $E_{kin} = 3/2kT$ nicht zur mittleren Geschwindigkeit beiträgt, da sich diese im Durchschnitt zu Null addiert.

Auch die Diffusion kann Einfluss auf den Ladungstransport in Halbleitern nehmen. Die Idee ist, sich die Ladungsträger zunächst neutral vorzustellen. Auch ohne elektrische Abstoßung würde ein Konzentrationsgebiet von Ladungsträgern aufgrund von Stößen auseinander fließen. Führt man die Elektronen-Konzentration $n(\vec{r})$, die Loch-Konzentration $p(\vec{r})$ und eine Diffusionskonstante D_n bzw. D_p ein, so kann der Ladungsfluss durch Diffusion als

$$\vec{j}_{n,diff} = -D_n\vec{\nabla}n \quad \vec{j}_{p,diff} = -D_p\vec{\nabla}p \quad (2.27)$$

beschrieben werden. Nun kann eine Gleichung für die Elektronen-Stromdichte \vec{j}_n und die Loch-Stromdichte \vec{j}_p gefunden werden:

$$\vec{j}_n = -e\mu_n n\vec{E} - eD_n\vec{\nabla}n \quad \vec{j}_p = e\mu_p p\vec{E} - eD_p\vec{\nabla}p \quad (2.28)$$

Für die gesamte Stromdichte gilt dann $\vec{j} = \vec{j}_p + \vec{j}_n$. Unter Vernachlässigung der Diffusion ist die Stromdichte in einem Halbleiter also:

$$\vec{j} = e(\mu_p p + \mu_n n) \vec{E} = \sigma \cdot \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E} \quad (2.29)$$

Hier bezeichnet σ die spezifische Leitfähigkeit des Materials. Das Reziproke der spezifischen Leitfähigkeit ist der spezifische Widerstand, der schon bei Gleichung (2.1) eingeführt wurde. Es ist noch zu erwähnen, dass die Beweglichkeit und die Diffusionskonstante durch die Einstein-Gleichung korreliert sind.

$$D_n = \frac{kT}{e} \mu_n \quad D_p = \frac{kT}{e} \mu_p \quad (2.30)$$

2.3.3 Exzitonen

Es wurde im bisherigen Modell noch nicht berücksichtigt, dass das Elektron auch im Leitungsband eine Coulomb-Bindung zu seinem Atomkern verspürt. Es entsteht also ein gebundener Zustand. Diese gebundenen Zustände nennt man Exzitonen und schreibt ihnen die Energie E_{ex} zu. Die tatsächliche Anregungsenergie für ein Elektron in das Leitungsband fällt damit auf $E_g - E_{ex}$ ab (s. Abbildung 2.8). Da auch angeregte exzitoniche Zustände möglich sind verschmälert sich die Bandlücke kontinuierlich in der Energie. Betrachtet man beispielsweise die Bindungsenergie des 1s-Zustandes von Wasserstoff,

$$E_{1s} = -\frac{1}{2} \frac{me^4}{(4\pi\epsilon\hbar)^2} \quad (2.31)$$

so stellt man eine Proportionalität zu $1/\epsilon^2$ fest. Da die Dielektrizitäts-Konstante ϵ bei Halbleitern sehr groß ist, wird die Exzitonenenergie klein (Si: $E_{ex} \approx 15$ meV, GaAs: $E_{ex} \approx 4$ meV).

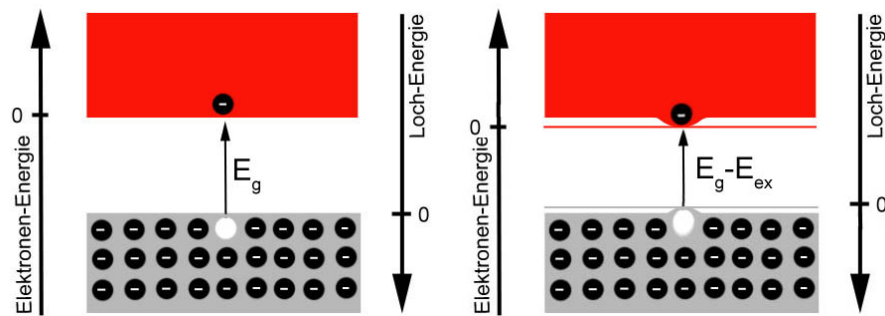


Abbildung 2.8: Anregung eines Elektrons in das Leitungsband; dort ist es quasi-frei (links). Anregung eines Elektrons in das Leitungsband. Hier benötigt es noch die Energie E_{ex} um sich aus einer schwachen Coulomb-Bindung an den Atomkern zu lösen (rechts).

2.4 Direkte und indirekte Halbleiter

Im bisherigen Energie-Band-Schema erscheinen die Valenzband-Oberkante und die Leitungsband-Unterkante als zwei parallele Geraden. Nun soll das Energie-Band-Schema jedoch im Impulsraum betrachtet werden. Es wird die Energie der Elektronen bzw. Löcher also in Abhängigkeit von ihrem Impuls dargestellt. Der Verlauf von Valenz- und Leitungsband im Impulsraum ist allgemein recht kompliziert. Im $E(k)$ -Diagramm zeigt sich jedoch eine, für die Halbleiter-Physik wichtige Unterscheidung (s. Abbildung 2.9). Halbleitern, bei denen das Maximum des Valenzbandes direkt über dem Minimum des Leitungsbandes liegt, nennt man direkte Halbleiter. Halbleiter bei denen das Valenzband-Maximum gegenüber dem Leitungsband-Minimum um ein Δp verschoben ist, nennt man indirekte Halbleiter.

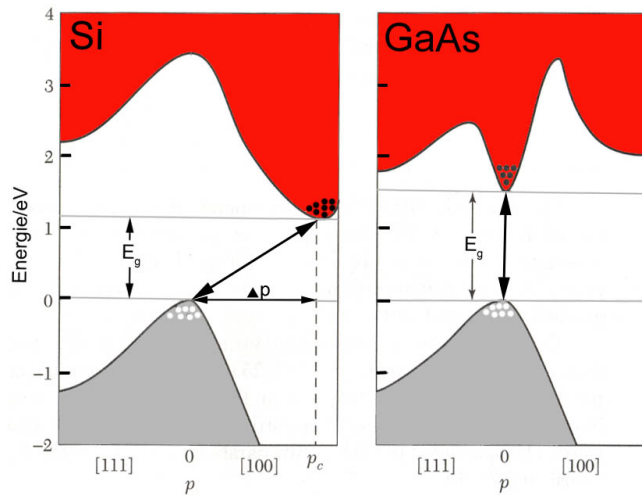


Abbildung 2.9: Bei einem indirekten Halbleiter (links) muss das Elektron noch Δp aufnehmen bzw. abgeben um über die Bandlücke E_g zu gelangen. Bei einem direkten Halbleiter (rechts) gibt es diese Differenz Δp nicht. Das Elektron kann ohne Impulsveränderung in das Leitungsband springen. [1]

In Abbildung 2.9 sind Anregungen bzw. Rekombinationen in einem typischen direkten (GaAs) und indirekten (Si) Halbleiter eingezeichnet. Der $E(k)$ -Verlauf ist einmal für Impulse mit Impulsrichtung parallel zu den Kanten der Elementarzelle ($[100]$, $[010]$, $[001]$), und einmal für diagonale Impulse ($[111]$) aufgetragen. Anregung kann sowohl durch die Absorption eines Photons, als auch durch ein Phonon erfolgen. Phononen sind angeregte Gitterschwingungen eines Kristalls, werden in der Festkörperphysik aber als (Quasi-)Teilchen betrachtet. Genau wie Photonen führen auch Phononen Energie und Impuls mit sich.

Wichtig bei einem Übergang ist, dass Impuls und Energie erhalten sind. Da Phononen im Verhältnis zu ihrem Impuls wenig Energie tragen, spielen sie bei indirekten Übergängen eine wichtige Rolle: Sie nehmen einen Impuls Δp auf bzw. geben ihn ab.

2.4.1 Direkter Übergang

Damit ein Photon einen direkten Übergang anregen kann, muss Energieerhaltung und Impulserhaltung gelten. Das Photon muss mindestens die Energie tragen, die ein Elektron benötigt um die Bandlücke zu überspringen.

$$E_{\text{photon}} = \hbar\omega \geq E_g \quad (2.32)$$

Der Impuls des Photons wird bei einem direkten Übergang von dem gesamten Gitter als Rückstoß aufgenommen. Dazu muss

$$\vec{p}_{\text{photon}} = \hbar\vec{G} \quad \vec{G} \in \text{reziprokes Gitter} \quad (2.33)$$

erfüllt sein. Es ist zu beachten, dass es auch in indirekten Halbleitern zu direkten Übergängen kommen kann. Wie Abbildung 2.9 zeigt wird, dazu jedoch mehr als die (per Definition minimale) Bandlückenenergie benötigt. Im Beispiel von Silizium benötigt man für einen indirekten Übergang die Bandlückenenergie von 1,12 eV, für den direkten Übergang aber 3,4 eV.

2.4.2 Indirekter Übergang

Damit ein Photon einen indirekten Übergang induzieren kann, muss es die Energie der Bandlücke tragen. Damit ist der Impuls des Photons aber schon zu

$$|\vec{p}| = \frac{E}{c} \quad (2.34)$$

festgelegt. Für die Impulsbilanz mit der Impulsdifferenz Δp (s. Abbildung 2.9) zwischen den Bändern muss ein Phonon mit passendem Impuls beteiligt sein. Dies kann auf zwei verschiedene Arten geschehen: Ein Phonon kann gemeinsam mit einem Photon einen indirekten Übergang erzeugen, hier wird ein Phonon vernichtet. Andererseits kann ein Photon auch unter Anregung eines Phonons einen indirekten Übergang erzeugen, hier wird ein Phonon erzeugt. Dementsprechend sehen die Energie- und Impulsgleichungen aus. Bei der Vernichtung des Phonons gilt:

$$E_{\text{photon}} + E_{\text{phonon}} = E_g \quad \vec{p}_{\text{photon}} + \vec{p}_{\text{phonon}} = \Delta\vec{p} \quad (+\vec{G}) \quad (2.35)$$

Bei der Anregung eines Phonons gilt:

$$E_{\text{photon}} = E_{\text{phonon}} + E_g \quad \vec{p}_{\text{photon}} = \vec{p}_{\text{phonon}} + \Delta\vec{p} \quad (+\vec{G}) \quad (2.36)$$

2.5 Fermi-Statistik

Es soll nun die zuvor (2.27) schon angesprochene Dichte der quasi-freien Elektronen $n(\vec{r})$ bzw. der quasi-freien Löcher $p(\vec{r})$ berechnet werden. Dies geschieht unter der Annahme eines thermischen Gleichgewichts in einem Halbleiter-Kristall, der rein und frei von Störstellen ist (intrinsischer Halbleiter).

Die Elektronen im Leitungsband sind Fermionen, genau wie die Löcher (als Defektelektronen) im Valenzband. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein fermionischer Zustand mit der Energie E besetzt ist, wird von der Fermi-Dirac-Verteilung beschrieben :

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad \text{mit } f(E_F) = \frac{1}{2} \quad (2.37)$$

Dies ist eine, um die Fermi-Energie punktsymmetrische Funktion. Für große Energien ($E - E_F > 3kT$) geht die Fermi-Verteilung stark gegen Null und für kleine Energien ($E_F - E > 3kT$) stark gegen Eins. Folgende Näherung ist Zulässig:

$$f(E) \approx e^{-(E-E_F)/kT}, \quad \text{für } E - E_F > 3kT \quad (2.38)$$

$$f(E) \approx 1 - e^{-(E_F-E)/kT}, \quad \text{für } E_F - E > 3kT \quad (2.39)$$

Es ist sehr anschaulich, dass die Fermi-Energie in Halbleitern zwischen Oberkante des Valenzbandes und der Unterkante des Leitungsbandes liegt, denn Zustände im Leitungsband müssen eine geringe und Zustände im Valenzband eine hohe Besetzungswahrscheinlichkeit erhalten. Damit kann für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron einen Zustand im Leitungsband besetzt Gleichung (2.38) verwendet werden.

$$f_n(E) \approx e^{-(E-E_F)/kT} \quad (2.40)$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Lochzustand besetzt ist, ist genau die Wahrscheinlichkeit, dass ein Zustand im Valenzband nicht besetzt ist ($1 - f(E)$). Für Löcher im Valenzband folgt daher mit Gleichung (2.39):

$$f_p(E) \approx e^{-(E_F-E)/kT} \quad (2.41)$$

Nun muss die Anzahl der besetzbaren Zustände $N(E)$ betrachtet werden, denn die Anzahl der besetzbaren Zustände multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit der Besetzung ergibt, nach Integration über alle Energien, die Zahl der Ladungsträger n bzw. p . Es ist nun so, dass die Zahl der besetzbaren Zustände $N(E)$ im Energieintervall $[E, E + dE]$ genau der Anzahl an Impulsvektoren entspricht, die in die Kugelschale $E \leq p^2/2m < E + dE$ passen. Dieser Term muss noch verdoppelt werden, da jedes \vec{k} zwei Spineinstellungen erlaubt. Es zeigt sich:

$$N(E) = \frac{\pi}{3} \left(\frac{8m}{h^2} \right)^{3/2} E^{3/2} \quad (2.42)$$

Zur Herleitung von $N(E)$ sei gesagt, dass \tilde{N} Elektronenzustände aufgrund des Spins stets $1/2\tilde{N}$ Zellen der Größe $(h/L)^3$ im Impulsraum benötigen. Um die Zustände kleinster Energie zu belegen, ordnen sich diese als Kugel im Impulsraum an.

$$\frac{1}{2}\tilde{N} \left(\frac{h}{L} \right)^3 = \frac{4}{3}\pi|\vec{p}|^3, \quad E = \frac{1}{2} \frac{\vec{p}^2}{m} \quad (2.43)$$

Geht man nun von der Elektronenzahl \tilde{N} zur Dichte $N = \tilde{N}/L^3$ über, so folgt aus den Gleichungen (2.43) die Gleichung für $N(E)$ (2.42). Es sei noch einmal gesagt, dass N die Dichte der besetzbaren Zustände und nicht die der tatsächlich besetzten Zustände bezeichnet.

Die Zahl der quasi-freien Elektronen n kann durch Integration über die Energien von der Leitungsband-Unterkante E_C bis ins Unendliche berechnet werden. Die Zahl der quasi-freien Löcher ergibt sich, indem von Null bis zur Valenzband-Oberkante E_V integriert wird.

$$n = \int_{E_C}^{\infty} f_n(E) \cdot N(E) dE = 2 \left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-(E_C-E_F)/kT} =: N_C e^{-(E_C-E_F)/kT} \quad (2.44)$$

$$p = \int_0^{E_V} f_p(E) \cdot N(E) dE = 2 \left(\frac{2\pi m_p kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-(E_F - E_V)/kT} =: N_V e^{-(E_F - E_V)/kT} \quad (2.45)$$

N_V und N_C werden als die effektiven Zustandsdichten von Valenz- und Leitungsband bezeichnet.

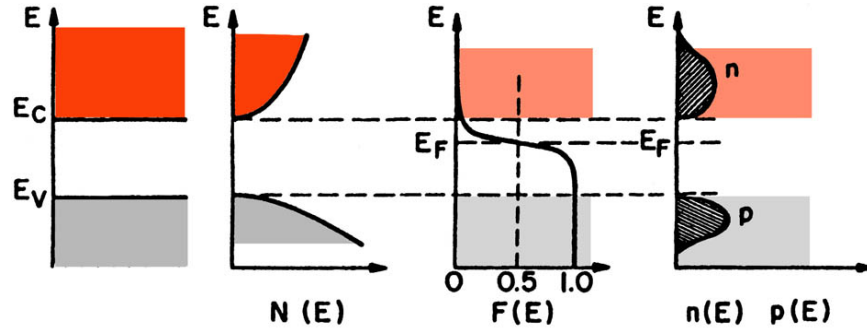


Abbildung 2.10: Bändermodell eines Halbleiters im Energieschema (links). Zustandsdichten von Elektronen (rot) und Löchern (grau) (halblinks). Die Fermi-Verteilung beschreibt die Besetzungswahrscheinlichkeit der Elektronenzustände (halbrechts). Die Ladungsträgerdichte der Elektronen und Löcher resultiert aus Zustandsdichte und Besetzungswahrscheinlichkeit (rechts). [3]

In einem intrinsischen Halbleiter (perfekter Kristall) muss die Anzahl der Leitungselektronen und die Anzahl der Löcher identisch sein. Man definiert eine intrinsische Ladungsträgerdichte $n_i := n = p$ und kann mit Hilfe von Gleichung (2.44) und Gleichung (2.45) auf eine wichtige Beziehung zwischen Ladungsträgerdichte, Bandlücke und Temperatur schließen:

$$n_i = \sqrt{n \cdot p} = \sqrt{N_C(T)N_V(T)} e^{-(E_C - E_V)/2kT} = \text{const} \cdot T^{3/2} e^{-E_g/2kT} \quad (2.46)$$

2.6 Extrinsische Halbleiter und Dotierung

Bis jetzt wurde von einem intrinsischen Halbleiter (perfekter Kristall) ausgegangen. Intrinsische Halbleiter lassen sich aber technisch nicht erzeugen. Halbleiterkristalle haben in der Realität beispielsweise Defekte in ihrer Kristallstruktur. Bei Kristalldefekten kann es sich um die Beschädigung einer einzelnen Elementarzelle handeln, es können aber auch ganze Elementarzellen-Fronten gegeneinander verschoben sein. Dabei können sich Energieniveaus in der Mitte der Bandlücke bilden, was beträchtlichen Einfluss auf die Elektron-Loch-Rekombination hat. Ein ganzer Industrie-Zweig beschäftigt sich daher mit der Herstellung von möglichst gut gewachsenen Einkristallen. Doch trotz unterschiedlicher Herstellungsverfahren (Züchtung aus der Lösung, Kristallwachstum aus der Gasphase, Hydrothermalsynthese,...) können die Einkristalle nicht beliebig perfekt und nicht beliebig groß gezüchtet werden.

Ein extrinsischer (realer) Halbleiter ist, zusätzlich zu Störungen im Kristall, auch immer mit Fremdatomen verunreinigt. Ein normales Atom in einem Halbleiter geht mit genau vier benachbarten Atomen eine Valenzbindung ein (s.

Abbildung 2.1). Verunreinigt beispielsweise ein Phosphor-Atom (5 Valenzelektronen) aber einen Siliziumkristall, so ist das fünfte Valenzelektron nicht in das Gitter eingebunden: Abgesehen von einer schwachen Coulomb-Bindung an das Phosphoratom kann sich dieses Elektron als Leitungselektron frei im Kristall bewegen. Eine Verunreinigung mit beispielsweise Aluminium (3 Valenzelektronen) würde ein schwach gebundenes zusätzliches Loch erzeugen.

Fremdatome, die ein zusätzliches Elektron in das Kristallgitter einbringen nennt man Donatoren (donare: lat. schenken), Fremdatome, die ein zusätzliches Loch in das Kristallgitter einbringen nennt man Akzeptoren (acceptare: lat. empfangen). Galt in einem intrinsischen Halbleiter noch, dass die Zahl der Leitungselektronen und die Zahl der Löcher übereinstimmen muss ($n = p$), so gilt in einem extrinsischen Kristall der mit N_D Donatoren und N_A Akzeptoren verunreinigt ist:

$$n + N_A = p + N_D \quad N_A, N_D \text{ im Einheitsvolumen} \quad (2.47)$$

Im Gegensatz zu den ungeliebten Kristallbeschädigungen findet die gewollte Verunreinigung von Halbleitern, Dotierung genannt, in der Praxis eine wichtige Anwendung. Die Dotierung wirkt sich positiv auf die Leitfähigkeit des Halbleiters aus. Bei einer typischen Dotierung von einem Fremdatom auf 10^6 Halbleiteratome erhöht sich die spezifische Leitfähigkeit σ um mehrere Größenordnungen. Klar ist, dass nicht sowohl mit Donatoren, als auch mit Akzeptoren dotiert werden darf, da ansonsten die freien Elektronen der Donatoren in die freien Löcher der Akzeptoren springen würden und es zu keiner gesteigerten Leitfähigkeit kommen würde. Halbleiter die mit Donatoren dotiert wurden nennt man n -Typ, Halbleiter die mit Akzeptoren dotiert wurden nennt man p -Typ. In einem n -Typ-Halbleiter gilt, dass die Anzahl an freien Elektronen durch Dotierung stark die Anzahl der durch thermische Anregung frei gewordenen Löcher überwiegt. Die Löcher werden durch die Vielzahl an freien Elektronen sofort gefüllt, so dass $p \approx 0$ gilt. Außerdem ist in n -Typ-Halbleitern die Zahl der noch zufällig enthaltenen Akzeptoren gegenüber der großen Zahl an gewollten Donatoren verschwindend gering $N_A \approx 0$. Analoges gilt für die p -Typ-Halbleiter.

$$n - \text{Typ:} \quad p \approx 0, \quad N_A \approx 0, \quad n \approx N_D, \quad \sigma = \frac{1}{\rho} \approx eN_D\mu_n \quad (2.48)$$

$$p - \text{Typ:} \quad n \approx 0, \quad N_D \approx 0, \quad p \approx N_A, \quad \sigma = \frac{1}{\rho} \approx eN_A\mu_p \quad (2.49)$$

Hier wurde die Gleichung für die spezifische Leitfähigkeit σ (2.29) nun auf dotierte Halbleiter umgeschrieben. $n \approx N_D$ ist dabei nicht so zu verstehen, dass die Zahl der durch Anregung entstandener freier Elektronen n aus dem Valenzband (das war n bisher) mit der Anzahl an Donatoren übereinstimmt, sondern dass die Anzahl an freien Elektronen in n -dotierten Halbleitern fast nur von den Donatoren bestimmt wird ($p \approx N_A$ analog).

Ähnlich wie bei den Exzitonen kann man auch die Energien, die benötigt werden, um ein Leitungselektron von seinem Donatoratom bzw. ein Loch von seinem Akzeptoratom zu lösen, in das Energie-Band-Schema einzeichnen (Abbildung 2.11). Diese Auslöse-Energien liegen meist im Bereich von 0,05 eV, weshalb eine Anregung in den quasi-freien Zustand hier viel wahrscheinlicher ist, als die Anregung eines Elektrons aus dem Valenzband ($E_g \approx 1$ eV). Aus den Gleichungen (2.44) und (2.48) kann eine wichtige Beziehung zwischen der Konzentration

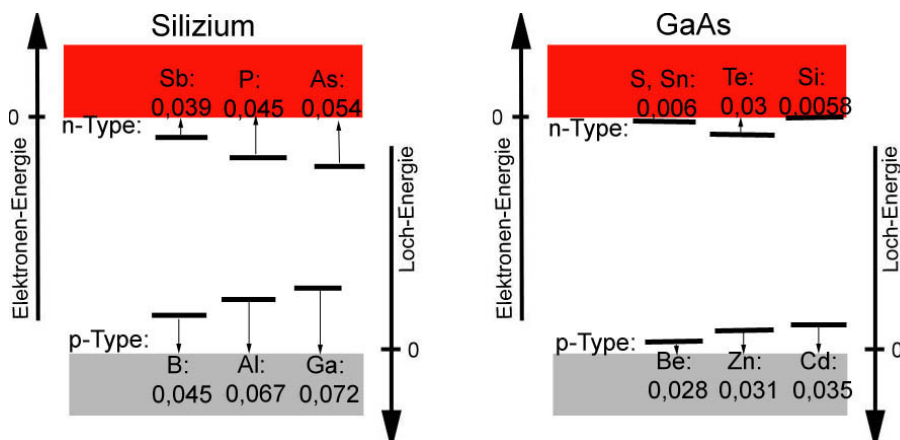


Abbildung 2.11: Verschiedene Elemente können verwendet werden, um Halbleiter zu dotieren. Oft beträgt die Energie die benötigt wird, um deren Elektronen bzw. Löcher in den quasi-freien Zustand des Leitungsbands bzw. Valenzbands zu heben nur einige meV. Diese Energien werden für Silizium und GaAs in eV angegeben. [1]

an Donatoratomen N_D und einer Verschiebung der Fermi-Energie hin zur unteren Leitungsbandoberkante gewonnen werden. Analog zeigt sich mit (2.45) und (2.49), dass in p -dotierten Halbleitern die Fermi-Energie absinkt.

$$E_F = E_C + kT \ln(N_D/N_C), \quad E_F = E_V - kT \ln(N_A/N_V) \quad (2.50)$$

Nun wird ein intrinsisches Energielevel E_i eingeführt:

$$E_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3kT}{4} \ln(m_p/m_n) \quad (2.51)$$

Durch E_i , das nahe der Mitte der Bandlücke liegt, kann die tatsächliche Ladungsdichte n bzw. p wieder mit der intrinsischen Ladungsdichte n_i in Verbindung gebracht werden. Galt in einem intrinsischen Halbleiter noch $n_i = n = p$ so gilt in einem extrinsischen Halbleiter $n_i \neq n \neq p$. Mit der intrinsischen Energie E_i gilt für n aus (2.44) und p aus (2.45) aber:

$$n = n_i e^{(E_F - E_i)/kT}, \quad p = n_i e^{(E_i - E_F)/kT} \quad (2.52)$$

Und wie bei dem intrinsischen Halbleiter gilt $n \cdot p = n_i^2$.

2.7 p-n-Diode

Eines der wichtigsten Bauelemente der Halbleiter-Technologie erhält man, wenn man eine Schicht n -Typ-Halbleiter mit einer Schicht p -Typ-Halbleiter in Kontakt bringt. Die freien Elektronen der n -Typ-Schicht diffundieren in die freien Löcher der p -Typ-Schicht. Damit löschen sich die freien Ladungen im Übergangsbereich aus. Was zurück bleibt, sind die positiv ionisierten Atomrümpfe in der n -Typ-Schicht und die negativ ionisierten Atomrümpfe in der p -Typ-Schicht. Da die Atomrümpfe in ein Gitter eingebunden sind, können diese nicht

diffundieren, was zur Folge hat, dass sich im Übergangsbereich zwischen n - und p -Typ-Halbleitern ein elektrisches Feld ausbildet. Man spricht von einem Kontakt-Potenzial und schreibt ihm die Spannung U_{bi} (built-in: engl. eingebaut) zu. Die Kombination von n -Typ-Halbleiter und p -Typ-Halbleiter wird p-n-Diode, oder nur Diode genannt. Abbildung 2.12 zeigt die Ausbildung eines Kontakt-Potenzials in einer Diode. Das \vec{E} -Feld, das sich im Kontaktbereich einstellt, sorgt dafür, dass auch Ladungen, die durch thermische oder photonische Anregung neu entstehen aus der sog. Verarmungszone herausbeschleunigt werden. Dies ist die Grundlage für Halbleiter-Detektoren. Die Grundidee der Halbleiterdetektoren ist es, eine p-n-Diode in einen Stromkreis einzubinden: Ein ionisierendes Teilchen, das durch die Verarmungszone fliegt erzeugt dort freie Ladungen. Diese Ladungen bewegen sich im \vec{E} -Feld der p-n-Diode und verursachen einen kurzzeitigen Strom, der proportional zur Energie ist, die das Teilchen in der Verarmungszone deponiert hat.

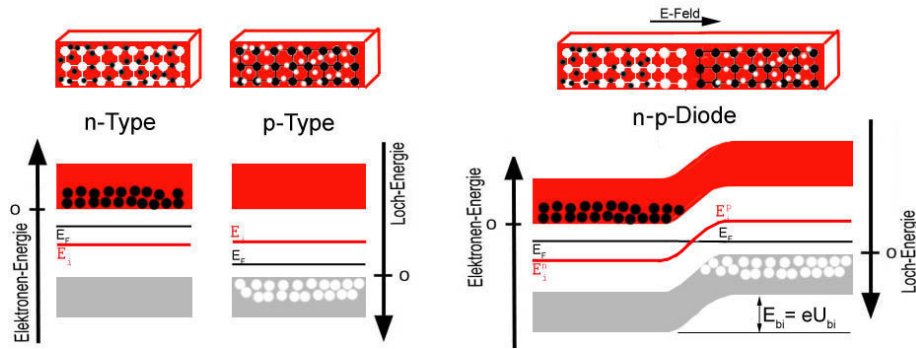


Abbildung 2.12: Eine Diode setzt sich aus einer Schicht n-Material und einer Schicht p-Material zusammen (links). Bringt man diese in Kontakt, so verschieben sich die Bänder im Energieschema gegeneinander und es kommt zur Ausbildung eines Kontakt-Potenzials U_{bi} (rechts).

2.7.1 Berechnung des Kontaktpotenzials

Grundsätzlich gilt für Kontaktenergie E_{bi} und Kontaktpotenzial U_{bi} an einen p-n-Übergang der einfache Zusammenhang $E_{bi} = q \cdot U_{bi}$. q ist die Ladung eines Teilchens, das das Potenzial durchläuft und E_{bi} erhält. Die Ladung q wird im Folgenden immer die Elementarladung e sein, da dies die Ladung ist, die die Leitungselektronen und die Löcher tragen. Um E_{bi} zu berechnen werden die unterschiedlichen intrinsischen Energieniveaus von n -Schicht (E_i^n) und p -Schicht (E_i^p) verglichen. Es muss klar sein, dass die Diode als vereinheitlichter Festkörper auch nur eine Fermi-Energie E_F haben kann (s. Abb. 2.12). Greift man nun noch einmal die Gleichungen (2.52) auf und berücksichtigt, dass die Anzahl an Ladungsträgern in dotierten Halbleitern in etwa der Dotierungsdichte entspricht ($n \approx N_D, p \approx N_A$), so erhält man:

$$N_D = n_i e^{(E_F - E_i^n)/kT}, \quad N_A = n_i e^{(E_i^p - E_F)/kT} \quad (2.53)$$

Es wird nach der Fermi-Energie aufgelöst und gleichgesetzt. Nun kann E_{bi} dargestellt werden:

$$E_{bi} = E_i^n - E_i^p = kT \ln(N_A N_D / n_i^2) \quad (2.54)$$

Für das Kontaktpotenzial U_{bi} gilt dann:

$$U_{bi} = E_{bi} / e \quad (2.55)$$

Typische Werte für das Kontaktpotenzial in Dioden liegen bei einem halben Volt. Im Energie-Band-Schema einer p-n-Diode (Abb. 2.12) lässt sich erkennen, dass im Kontaktbereich von n- und p-Schicht keine Ladungsträger vorhanden sind. Man spricht von der Verarmungszone. In einem Stromkreis stellt die Diode zunächst einen gewaltigen Widerstand dar. Legt man jedoch eine externe Spannung ($|U| > |U_{bi}|$) an, die dem Kontaktpotenzial entgegengerichtet ist, so kommt es im Kontaktbereich permanent zu Rekombination von Elektronen und Löchern. Die Diode wird leitend und man sagt, dass die Spannung in „Durchlassrichtung“ angelegt sei. Bei umgekehrter Polung der Spannung würde sich die Verarmungszone dagegen noch vergrößern und die Ladungsträger müssten ein noch größeres Potenzialgefälle überwinden. Bezüglich der Polung der Spannung wird hier von der „Sperrrichtung“ gesprochen.

2.7.2 Die Verarmungszone

Es soll nun berechnet werden, wie weit die Verarmungszone in die n-Schicht hineinreicht (x_n) und wie weit die Verarmungszone in die p-Schicht hineinreicht (x_p). Daraus kann dann die Gesamtlänge der Verarmungsschicht $d = x_n + x_p$ gewonnen werden.

Um diese Größen zu erhalten wird die Poisson-Gleichung der Elektrostatik betrachtet. Die Poisson-Gleichung ergibt sich aus dem Gradient eines Potenzials und der ersten Maxwell-Gleichung:

$$-\vec{\nabla}\Phi = \vec{E} \quad \text{und} \quad \vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho(x)}{\epsilon} \quad \Rightarrow \quad \Delta\Phi = -\frac{\rho(x)}{\epsilon} \quad (2.56)$$

Hierbei bezeichnet die Dielektrizitätskonstante $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ das Produkt aus der elektrischen Feldkonstante ϵ_0 und der materialspezifischen Dielektrizitätszahl ϵ_r . $\rho(x)$ steht für die Ladungsdichte, die durch

$$\rho(x) = \begin{cases} eN_D & 0 < x < x_n \\ -eN_A & -x_p < x < 0 \end{cases} \quad (2.57)$$

gegeben ist.

Das Potenzial Φ wird im eindimensionalen Fall betrachtet, daher gilt $\Delta\Phi = d^2\Phi/dx^2$. Nun wird ein erstes Mal integriert. Die Integrationskonstanten werden durch die Randbedingungen $d\Phi/dx = 0$ bei x_n und x_p festgelegt. Es ergibt sich:

$$\frac{d\Phi}{dx} = \begin{cases} \frac{-eN_D}{\epsilon}(x - x_n) & 0 < x < x_n \\ \frac{eN_A}{\epsilon}(x + x_p) & -x_p < x < 0 \end{cases} \quad (2.58)$$

Nun wird ein zweites Mal integriert. Es ergibt sich:

$$\Phi = \begin{cases} \frac{-eN_D}{\epsilon}(x^2/2 - x_n x) + C_1 & 0 < x < x_n \\ \frac{eN_A}{\epsilon}(x^2/2 + x_p x) + C_2 & -x_p < x < 0 \end{cases} \quad (2.59)$$

Aufgrung von Stetigkeit bei $x = 0$ gilt: $C_1 = C_2 := C$. Weiter wird das Null-Niveau auf der p -Seite festgelegt, so dass gilt $\Phi(x_p) = 0$. Dieses Niveau muss sich beim Übergang zur n -Seite zur Kontaktspannung erheben $\Phi(x_n) = U_{bi}$. Nun kann

$$U_{bi} = \frac{eN_D}{2\epsilon}x_n^2 + C \quad \text{und} \quad 0 = -\frac{eN_A}{2\epsilon}x_p^2 + C \quad (2.60)$$

in C gleichgesetzt werden.

$$U_{bi} = \frac{e}{2\epsilon} (N_D x_n^2 + N_A x_p^2) \quad (2.61)$$

Die Tatsache, dass die Verarmungszone keine Ladung enthält ($N_A x_p = N_D x_n$), liefert eine zweite Gleichung, so dass nun nach x_n und x_p aufgelöst werden kann:

$$x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon U_{bi}}{eN_D(1 + N_D/N_A)}} \quad x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon U_{bi}}{eN_A(1 + N_A/N_D)}} \quad (2.62)$$

Damit gilt für die Breite der Verarmungszone:

$$d = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon U_{bi}(N_A + N_D)}{eN_A N_D}} \quad (2.63)$$

Bei Detektoren wird zur Kontaktspannung oft noch eine zusätzliche gleichgerichtete Spannung U angelegt, so dass die Verarmungszone, in der der Teilchen-nachweis stattfindet, anwächst.

$$d(U) = \sqrt{\frac{2\epsilon(U_{bi} + U)(N_A + N_D)}{eN_A N_D}} \quad (2.64)$$

2.8 Metall-Halbleiter-Kontakt

2.8.1 Der Schottky-Kontakt

Sobald ein Halbleiter oder eine Diode in einen Stromkreis eingebunden werden muss, kommt es zwangsweise zu einem Metall-Halbleiter-Kontakt. Bei diesem Kontakt entsteht ein physikalisch ähnlicher Sachverhalt wie bei der p-n-Diode. Das Fermi-Niveau des Metalls muss sich mit dem Fermi-Niveau des Halbleiters ausgleichen (vergl. Abbildung 2.13 mit Abbildung 2.12). Hier kann aber nicht, wie bei dem p-n-Übergang die Verschiebung der intrinsischen Energieniveaus vermessen werden, da dem Metall kein intrinsisches Energieniveau zugeschrieben wird. Stattdessen vermisst man die Verschiebung der beiden Vakuum-Niveaus. Gibt man einem virtuellen Elektron, das sich auf dem Fermi-Niveau befindet, die zusätzliche Energie $E_s = e\Phi_s$, so kann es den Halbleiter verlassen und ins Vakuum entweichen. Es ist nicht länger nur ein quasi-freies, sondern ein freies Elektron. Ein reales Elektron, dass sich an der Leitungsband-Unterkante befindet benötigt immer noch $E_{Vak}^s = e\Phi_C$ um ins Vakuum zu gelangen. Im Metall benötigen die Elektronen nahe dem Fermi-Niveau (diese Elektronen-Zustände sind zur Hälfte besetzt) die Energie $E_{Vak}^m = e\Phi_m$, um ins Vakuum zu gelangen. Bevor das Metall und ein n -Halbleiter in Verbindung gebracht werden ist das Vakuum-Niveau der freien Elektronen identisch. Bringt man Metall und

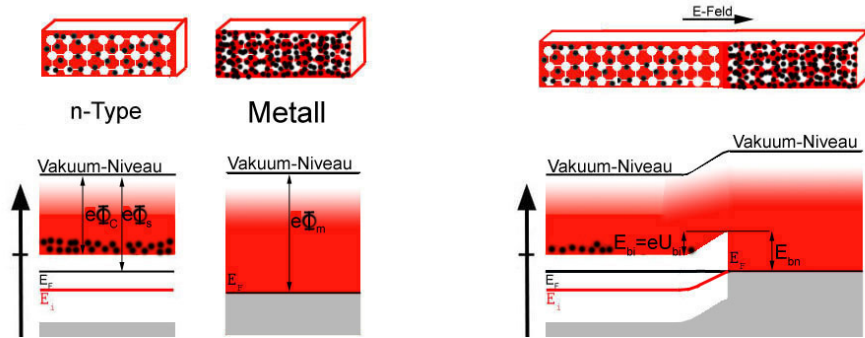


Abbildung 2.13: Bringt man einen n-Halbleiter mit Metall in Kontakt, so verschieben sich die Vakuum-Niveaus der Materialien gegeneinander und es entsteht ein Kontaktpotential U_{bi} . Das Resultat ist eine Schottky-Diode

n -Halbleiter nun in Verbindung, so wird das Fermi-Niveau vereinheitlicht. Leitungselektronen, die von dem Metall in den Halbleiter gelangen wollen, müssen nun das Kontaktpotenzial U_{bi} überwinden und benötigen dazu die Energie

$$E_{bi} = eU_{bi} = e(\Phi_m - \Phi_s). \quad (2.65)$$

Will andererseits ein Elektron von dem Halbleiter in das Metall, so sieht es die Energie-Barriere

$$E_{bn} = e(\Phi_m - \Phi_C) \quad (2.66)$$

vor sich. Diese extrem steile Barriere wird durch die hohe Beweglichkeit der Elektronen im Metall verursacht. Sie hat zur Folge, dass auch bei starken angelegten Spannungen keine Elektronen vom Metall in den Halbleiter gelangen können. Umgekehrt können Elektronen jedoch bei einer extern angelegten Spannung $U > U_{bi}$ sehr leicht vom Halbleiter in das Metall gelangen. Auf diese Weise definiert sich die Durchlassrichtung der sogenannten Schottky-Diode (Abbildung 2.13).

Der p -Halbleiter-Metall-Kontakt funktioniert analog: Ein Loch (Defektelektron) das von dem Metall in den Halbleiter gelangen will, muss auch hier ein Kontaktpotenzial durchlaufen:

$$E_{bi} = eU_{bi} = e(\Phi_s - \Phi_m) \quad (2.67)$$

Will ein Loch von dem Halbleiter in das Metall gelangen, so wird dies von der Barriere

$$E_{bp} = e(\Phi_V - \Phi_m) \quad (2.68)$$

verhindert. Entsprechend ist auch hier die Durchlassrichtung für die Schottky-Diode gegeben. Die Verarmungszonen sind sowohl bei n - als auch bei p -Halbleitern fast vollständig im Halbleiter und niemals im Metall. Dies liegt an der großen Zahl an Ladungsträgern in den Metallen und erklärt die scharfen Kanten im Potenzial-Profil von Abbildung 2.13 und 2.14. Das Potenzial in Metallen ist aufgrund der hohen Leitfähigkeit stets eben. Weiter zeigt sich:

$$e(\Phi_{bp} + \Phi_{bn}) = e(\Phi_V - \Phi_m + \Phi_m - \Phi_C) = E_g \quad (2.69)$$

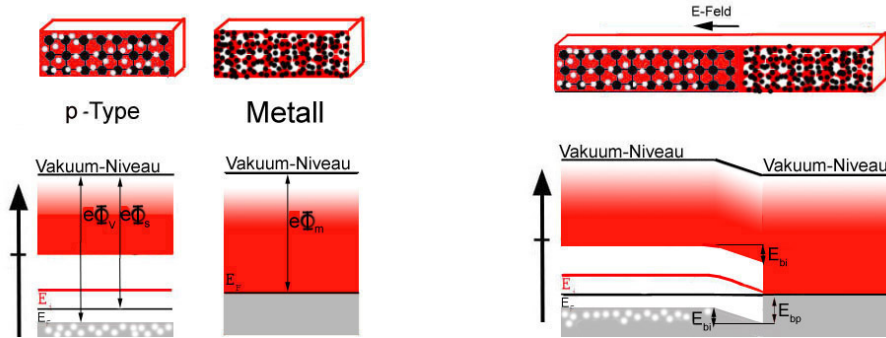


Abbildung 2.14: Bei Kontakt eines p-Halbleiters mit Metall entsteht ein Kontakt-Potential U_{bi} , da sich die Vakuumniveaus von Metall und Halbleiter gegeneinander verschieben. Diese Abbildung kann mit Abbildung 2.13 verglichen werden. Abbildung 2.13 zeigt den Kontakt eines n-Halbleiters mit Metall.

Typische Werte für Metall-Halbleiter-Barrieren (Φ_{bp} , Φ_{bn}), die auch Schottky-Barrieren genannt werden, liegen zwischen einem halben, und einem Elektronenvolt.

2.8.2 Ohmscher Kontakt

Es ist auch möglich Metall und Halbleiter in Kontakt zu bringen, ohne dass eine Schottky-Diode entsteht. Für eine geeignete Auswahl an Metall, Halbleiter und dazugehöriger Dotierungskonzentration lässt sich erreichen, dass sich keine Verarmungszone im Kontaktbereich ausbildet. Hierzu müssen sich die Arbeitsfunktionen von Metall und Halbleiter ungefähr ausgleichen ($\Phi_m \approx \Phi_s$). In der Praxis zeigt sich, dass sich dieser Ausgleich praktisch nur bei n-Halbleitern erreichen lässt. Ohne eine Verarmungszone an der Kontaktstelle besteht der Widerstand eines Metall-Halbleiter-Kontakts nur aus den spezifischen Widerständen der Materialien. Diese Tatsache führt zu der Namensgebung „ohmscher Kontakt“. Typisch für einen ohmschen Kontakt ist, dass es keine Sperrrichtung gibt, womit dieser Metall-Halbleiter-Kontakt in beide Richtungen leitend ist.

Kapitel 3

Versuch I: Vermessung der Bandlücke

Ziel des Versuch I ist es, die Absorptions-Spektren von Silizium und Germanium zu vermessen. Hieraus kann die Bandlückenenergie E_g bei Raumtemperatur bestimmt werden. Zeitgleich zum Absorptions-Spektrum wird ein Transmissions-Spektrum aufgenommen. Aus diesem kann ebenfalls die Bandlückenenergie entnommen werden. Die Werte der Bandlückenenergien können somit verifiziert werden.

Der Student erhält experimentell Zugang zu den grundlegenden Vorgängen in Halbleitern und kann die wichtigste Kenngröße eines Halbleiters selbst bestimmen.

3.1 Versuchaufbau

Der Versuch besteht aus einer optischen Bank mit zwei Armen, die in einem Winkel von 15° zueinander stehen. Im Scheitelpunkt der V-förmigen Anordnung steht ein optisches Gitter von $3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ Fläche. Dieses optische Gitter ist drehbar auf einer Halterung montiert. Auf dem ersten Arm der optischen Bank befindet sich eine Lichtquelle, welche mithilfe einer Linse paralleles Licht gegen das optische Gitter wirft. Je nach Einstellwinkel des optischen Gitters fällt (aufgrund von Interferenz) Licht einer bestimmten Wellenlänge in die Flucht des zweiten Armes. Auf den zweiten Arm der optischen Bank ist eine Probe (Silizium, Germanium) und ein dahinterliegender Pyrosensor montiert. Auf der Probe befinden sich elektrische Kontakte. Es wird an die Probe eine Spannung angelegt und der Stromfluss durch die Probe gemessen. Übersteigt die Photonenenergie des interferierenden Lichts die Bandlückenenergie, so ist aufgrund der möglichen Absorption ein Anstieg des Stroms durch die Probe zu erwarten. Der dahinterliegende Pyrosensor vermisst die Intensität des Lichts, das durch die Probe gelangt. Für Photonen mit mehr als der Bandlückenenergie wird ein Abfallen der gemessenen Transmission erwartet.

Die Firma LAB TREK stellt neben dem Spektrometer auch einen Lock-In-Verstärker zur Verfügung. Das Licht der Lampe wird von einem an dem Gehäuse angebrachten „Chopper“ in Lichtpulse einer bekannten Pulsdauer „zerhackt“. Der Lock-In-Verstärker ermöglicht es, Signale einer bekannten Frequenz besser von

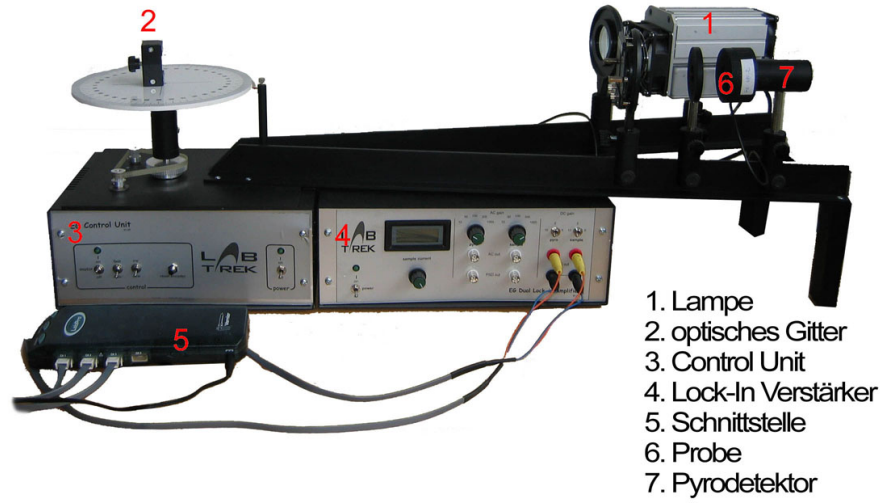


Abbildung 3.1: Aufbau von Versuch I

dem Signalrauschen zu trennen.

Das Absorptionssignal der Probe und das Transmissionssignal des Pyrosensors werden zusammen mit der Information der Winkeleinstellung des optischen Gitters zu einer Schnittstelle der Firma **Vernier** und schließlich an einen Computer geleitet.

Gemessen wird zum einen der Strom durch die Probe, welcher als Indikator für die Absorption betrachtet werden kann. Des weiteren werden, durch Bestrahlung ausgelöste dielektrische Veränderungen im dahinterliegenden Pyrodetektor als Indikator für die Transmission vermessen. Die Software **Logger Pro** kann aus diesen Daten nun die Spektren erstellen.

3.1.1 Das Spektrometer

Der Strahlengang muss mittels der Linse ($F=100\text{ mm}$) so eingestellt werden, dass das Licht als paralleles Bündel auf das optische Gitter fällt. Nun folgen Überlegungen zur Beugung an dem optischen Gitter: Ziel ist es, die Energie der Photonen, die auf die Probe fallen, aus dem Anstellwinkel Φ (s. Abbildung 3.2) des optischen Gitters herzuleiten.

Im Allgemeinen gilt, dass zwei parallele Lichtstrahlen die unter dem Winkel α auf ein Gitter (Gitterkonstante d) fallen und in die Reflexionsrichtung β emittiert werden, genau dann konstruktive Interferenz erfahren, wenn ihr Gangunterschied ein Vielfaches ihrer Wellenlänge λ beträgt:

$$d(\sin(\alpha) - \sin(\beta)) = n \cdot \lambda \quad n \in \mathbb{N} \quad (3.1)$$

Nun wird im Aufbau des Spektrometers neben dem Anstellwinkel Φ des optischen Gitters der Winkel Ψ als halber Öffnungswinkel der beiden Arme definiert. Damit ergeben sich einfache Gleichungen für den Einfallswinkel α und den Winkel β unter dem das Licht vom Lot des Gitters auf die Probe fällt.

$$\alpha = \Psi - \Phi \quad \beta = \Psi + \Phi \quad (3.2)$$

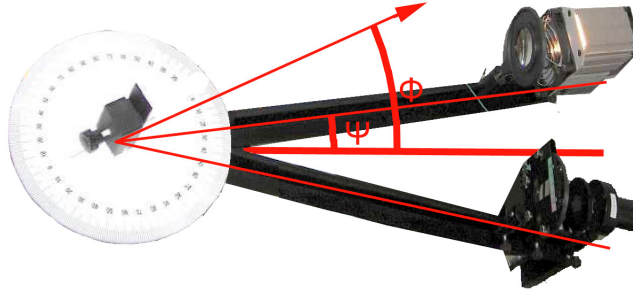


Abbildung 3.2: Spektrometer: Von einer Lichtquelle (rechts oben) aus fällt paralleles Licht auf ein optisches Gitter (links). Je nach Anstellwinkel Φ dieses Gitters interferieren Photonen der Energie $E(\Phi)$ in Richtung der Halbleiterprobe (rechts unten).

Abbildung 3.3 zeigt, wo sich diese Winkel im Versuchsaufbau zeigen. Unter Verwendung des Sinus-Satzes kann nun Gleichung (3.1) umgeschrieben werden.

$$d(\sin(\alpha) - \sin(\beta)) = d \cdot 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = d \cdot 2 \cos(\Psi) \sin(\Phi) \quad (3.3)$$

Dieser Gangunterschied entspricht der Wellenlänge des Lichtes, das auf die Probe fällt. Spektren höher Ordnung werden von speziellen Filtern absorbiert, weshalb in Gleichung (3.1) $n=1$ gesetzt werden darf. Dieser Wellenlänge kann die Energie

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (3.4)$$

zugeschrieben werden. Der Winkel Ψ ist durch Vermessen des Spektrometers bekannt ($\Psi = 7,5^\circ$). Die Photonenenergie kann nun in Abhängigkeit des Anstellwinkels des optischen Gitters Φ angegeben werden:

$$E(\Phi) = \frac{h \cdot c}{2d \cos(\Psi) \sin(\Phi)} \quad (3.5)$$

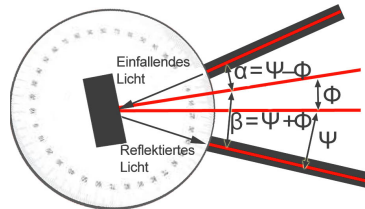


Abbildung 3.3: Einfallswinkel α und Reflexionswinkel β des Spektrometers. Diese lassen sich aus dem Winkel der optischen Bank Ψ und dem Anstellwinkel Φ des optischen Gitters berechnen.

3.1.2 Proben, Filter und optische Gitter

Um bei den jeweiligen Proben ein Spektrum zu erhalten, das die Bandlückenenergie klar und mit wenig systematischen Fehlern darstellt, kann der Strahlengang mit einigen Hilfsmitteln optimiert werden. Zunächst sollte der zu erwartende Interferenzwinkel für die Bandlückenenergie nicht zu groß sein (genügend Intensität); er sollte aber auch nicht zu nahe am Maximum nullter Ordnung liegen, da dieses alle Energien enthält. Um die Bandlückenenergie unter einem Winkel von ca. 45° zu beobachten, sollte für Silizium das optische Gitter mit 1200 Linien pro Millimeter verwendet werden ($d = 0,833 \mu\text{m}$). Für Germanium steht ein optisches Gitter mit 600 Linien pro Millimeter zur Verfügung ($d = 1,667 \mu\text{m}$).

Wellenlängen mit zu großer Energie, die aufgrund von Interferenz höherer Ordnung ($n = 2, 3, \dots$) in das Spektrum erster Ordnung hineinfallen könnten, werden von Filtern absorbiert, dies zeigt Abbildung 3.4. Höhere Ordnungen machen sich daher in den Spektren, die von der Probe und dem Pyrodetektor gemessen werden nicht bemerkbar. Für Silizium wird ein RG715 Industriefilter verwendet. Dieser absorbiert die Energien ab ca. 1,7 eV. Für Germanium wird ein Filter verwendet, der aus einer dünnen Silizium-Scheibe besteht und Energien über 1,1 eV absorbiert. Außerdem wird zwischen optischem Gitter und der Probe eine Blende und eine weitere Linse ($F=100 \text{ mm}$) montiert. Die Blende sollte nicht zu weit ($b \approx 1 \text{ cm}$) geöffnet werden, da anderenfalls zu unterschiedliche Wellenlängen von der zweiten Linse auf die Probe fokussiert würden (s. 3.10).

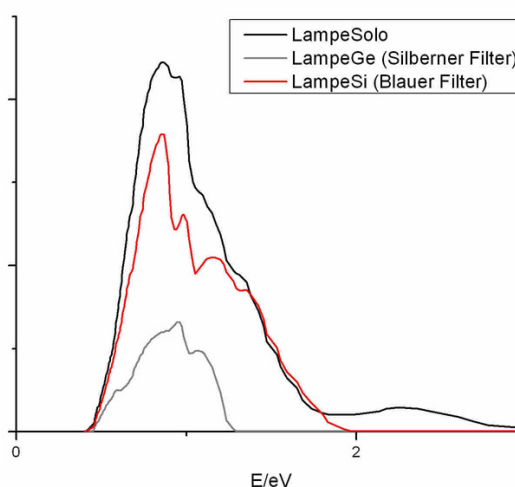


Abbildung 3.4: Gemessene Strahlungsspektren der Lampe. Gezeigt wird ein Emissionsspektrum. Höhere Photonenenergien werden von speziellen Filtern absorbiert.

Die Proben selbst bestehen aus dünnen Plättchen (Silizium $600 \mu\text{m}$, Germanium $500 \mu\text{m}$), die von einem Einkristall geschnitten wurden. An zwei Stellen wurden, nach chemischer Reinigung der Oberfläche, Kontakte angebracht. Die Proben sind in einen schwarzen Metallrahmen gefasst, der sich seinerseits vor den Pyrodetektor schieben lässt.

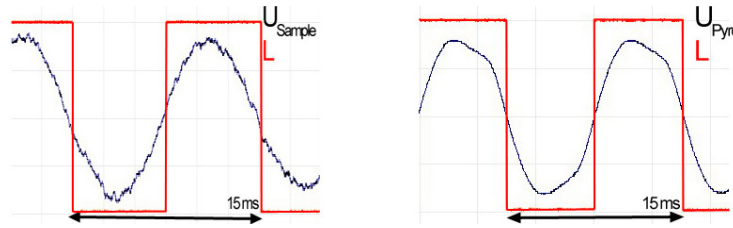


Abbildung 3.5: Signal der Probe (links) und Pyrosignal (rechts) beobachtet mit einem Oszilloskop, Referenzsignal des Choppers (rot)

3.1.3 Der Pyrodetektor

Der Pyrodetektor bietet „Flat Spectral Response“, womit gemeint ist, dass sein Signal nur von der Intensität des einfallenden Lichtes und nicht von seiner Wellenlänge abhängt. Er registriert Veränderungen im Lichtsignal, weshalb er mit Lichtpulsen von ca. 70 Hz bestrahlt wird. (Diese Lichtpulse werden von einem Rotor „Chopper“, der vor der Lampe montiert ist, erzeugt.) Technisch basiert er auf einem dünnen Lithium-Tantalat-Blättchen, welches als Dielektrikum in einen Kondensator eingebaut ist. Lichtpulse erzeugen Polarisation und wirken sich damit auf die Dielektrizitäts-Zahl aus, was wiederum als Spannungs-Veränderung gemessen und verstärkt wird. Bei einem Pyrodetektor dieser Bauart, muss das Experiment nicht in einem speziell abgedunkelten Raum stattfinden.

3.1.4 Der Lock-In Verstärker

Der Lock-In Verstärker basiert auf der Idee, dass es möglich ist Signale, deren Frequenz und Phasenlage bekannt sind, von ihrem Signalrauschen zu trennen. Ein Eingangssignal $U_{in}(s)$ wird mit einem Referenzsignal $L_{\omega,\phi}(s)$ überlagert und über eine Zeit T integriert. Stimmen Frequenz ω und Phasenlage ϕ beider Signale überein, so wird das Ausgangssignal U_{out} maximal.

$$U_{out}(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t L_{\omega,\phi}(s) U_{in}(s) ds \quad (3.6)$$

Als Referenzsignal wird hier eine Sägezahnspannung verwendet. Frequenz und Phasenlage wurden bereits optimiert. Beides kann aber an kleinen Schrauben, die sich an der Rückseite des Lock-In Verstärkers befinden, nachgestellt werden. Gleichung (3.6) zeigt, dass das Signalrauschen herausgemittelt wird, da es weder erkennbare Frequenz noch Phasenlage besitzt. Das Signal der Probe, das des Pyrodetektors und das Referenzsignal des Choppers ist in Abbildung 3.5 dargestellt.

3.2 Durchführung

Zunächst muss der Stahlgang optimiert werden. Es lohnt sich, den Raum an dieser Stelle kurzfristig abzudunkeln. Die Lichtstrahlen müssen parallel auf das optische Gitter fallen. Dazu muss eine Linse ($F=100$ mm) vor die Lampe gebracht werden. Mit einem Stück Papier lässt sich prüfen, ob sich der Lichtkegel

nach der Linse noch weitet oder zusammenzieht. Bleibt der Radius des Lichtkegels hinter der Linse konstant, so ist der Strahlengang ideal, andernfalls muss die Linse nachgestellt werden. Nun sollte ein optisches Gitter in die Halterung gebracht werden. **Das optische Gitter darf nicht mit den Fingern berührt werden**, da sich das Fett der Finger nicht wieder abwaschen lässt. Es sollte seitlich angefasst werden. Um sicherzustellen, dass das Gitter horizontal und nicht etwa vertikal eingebracht wurde, sollte nach Spektren (Regenbogen-Farben) links und rechts der Arme der optischen Bank Ausschau gehalten werden. Zeichnet sich ein Spektrum auf der weißen Winkelscheibe ab, so muss das Gitter gegebenenfalls um 90° gedreht werden.

Das Kombinationsteil Linse-Blende muss nun auf den zweiten Arm montiert werden (möglichst weit von der Drehscheibe entfernt). Ungefähr 10 cm hinter der Linse muss nun der Pyrodetektor montiert werden. Die Position ist so zu wählen, dass das Licht, das von der Linse kommt, sich auf dem sensitiven Teil des Pyrodetektors bündelt (auch hier kann ein Stück Papier helfen). Die Blende sollte insgesamt ungefähr 2 cm geöffnet werden. Die Öffnungsweite der Blende und ihr Abstand von dem optischen Gitter (40-70 cm) müssen notiert werden, da dies zur Fehlerrechnung verwendet werden soll.

Eine Probe (Silizium, Germanium) wird vor den Pyrodetektor montiert. Der passende Filter ist zwischen optischem Gitter und der Probe einzubringen. Wenn nun sichergestellt ist, dass Probe, optisches Gitter und der Filter zueinander passen, kann damit begonnen werden, sich mit der Verkabelung und der Software (Abbildung 3.6) vertraut zu machen.

Silizium	blauer Filter	0,833 μm -Gitter	$\approx 1 \text{ mA}$ für I-U-Wandler
Germanium	silberner Filter	1,667 μm -Gitter	$\approx 10 \text{ mA}$ für I-U-Wandler

Tabelle 3.1: Proben, optisches Gitter, Filter, Probenspannung

Die Kabel der Probe („Sample“) und des Pyrodetektors („Pyro“) sollten zusammen mit dem Referenzsignal der Lampe („Chopper“) an den hinteren Teil des Lock-In Verstärkers angeschlossen werden. Der Lock-In Verstärker bietet an seiner Vorderseite mehrere Möglichkeiten, die Endverstärkung zu wählen (AC gain, DC gain). Am Lock-In Verstärker lässt sich auch die Spannung verändern, die an der Probe anliegt. Dies geschieht über den „Sample Current“-Regler, der einen nachgeschalteten Strom-Spannungs-Wandler ansteuert. Von dem Lock-In Verstärker („DC out“) aus sollten die Signale dann an die Schnittstelle angeschlossen werden (Pyro \rightarrow Ch2, Sample \rightarrow Ch3). An den ersten Kanal der Schnittstelle soll das Signal der Control Unit angeschlossen werden. Dieses überträgt die Information über die Winkelstellung Φ (Angle \rightarrow Ch1). Durch Drücken von „reset encoder“ kann die Winkelstellung auf 0° gesetzt werden.

Die Software **Logger Pro** wurde schon so voreingestellt, dass zu dem Winkel der Drehscheibe Φ (bei richtiger Wahl des optischen Gitters) auch die Wellenlängen λ und die Energien in Spalten berechnet werden. Wird eine Messung gestartet, so werden zweimal in der Sekunde die Information über Anstellwinkel Φ , Absorptionssignal (Sample) und Transmissionssignal (Pyro) ausgelesen. Zusammen mit der berechneten Energie lassen sich diese Daten nun direkt in die Tabellen von **Origin** kopieren oder als Text-File für **ROOT** exportieren.

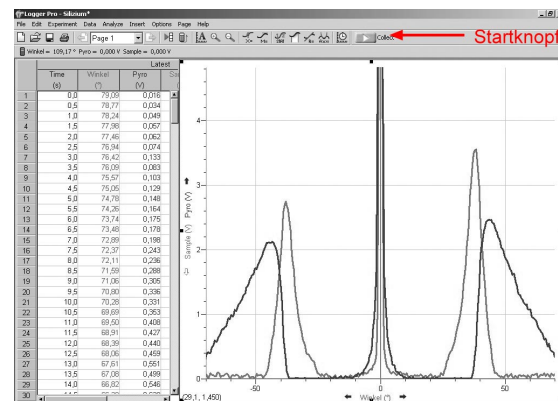


Abbildung 3.6: Das Messprogramm LoggerPro

Es ist darauf zu achten, dass die Signale jenseits des Hauptmaximums (bei 0°) niemals einen Wert von 5 V überschreiten, da die Schnittstelle nur Signale zwischen 0 V und 5 V verarbeitet. Gegebenenfalls muss die Verstärkung des Lock-In Verstärkers zurückgeregt werden.

Ist die Verstärkung für Pyro und Sample optimiert, so kann mit der Aufnahme der Spektren begonnen werden. Zusätzlich zu Absorptions- und Transmissionsspektrum sollten auch die Untergründe gemessen werden. Des Weiteren wird das Spektrum der Lampe unter Verwendung des Filters benötigt.

Nun muss ein Fehler auf die y-Werte der Messung (Pyro, Sample) erarbeitet werden. Studenten, die ihre Auswertung ausschließlich mit **Origin** machen möchten, sollten dazu die Winkelscheibe an einem Punkt nahe der Bandlückenenergie anhalten („motor off“) und in Zeitintervallen von 2 bis 3 Sekunden die Messwerte von Pyro und Sample auslesen. Aus der Veränderung der Messwerte (≈ 10 Werte) kann die Standardabweichung berechnet werden. Studenten die den Umgang mit **Root** beherrschen, können die Spektren Pyro und Sample mehrere Male aufnehmen und über Binning einen Fehler für jeden Messpunkt errechnen.

Folgende Daten sollten nach Ende des Experimentierens für beide Proben ausgelesen worden sein:

- Transmissionsspektrum (Pyro)
- Absorptionsspektrum (Sample)
- Spektrum der Lampe mit Filter, aber ohne Probe
- Untergrundmessung von Pyro und Sample
- Fehlerwerte auf Pyro und Sample
- Blendenweite (≈ 2 cm) und Blendenabstand (≈ 50 cm)

3.3 Auswertung

3.3.1 Spektren und Fehler

Der erste und wichtigste Schritt besteht darin, die Spektren sowohl von ihrem Untergrund zu bereinigen, als auch zu berücksichtigen, dass die Strahlungsleistung der Lampe (mit Filter) nicht für alle Energien konstant ist. Es muss also auf die Strahlungsleistung der Lampe normiert werden.

$$\text{Pyro}_{real} = \frac{\text{Pyro-Untergr}}{\text{Lampe}} \quad \text{Sample}_{real} = \frac{\text{Sample-Untergr}}{\text{Lampe}} \quad (3.7)$$

Nun sollten die Fehlerbalken bestimmt werden. Für Studenten, die die Standardabweichung aus den Fluktuationen fester Messpunkte errechnen möchten gilt:

$$s_Y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\bar{Y} - Y_i)^2}{N-1}} \quad (3.8)$$

Studenten die mit `Root` arbeiten möchten und mehrere Spektren aufgenommen haben, können einen individuellen Fehler für jeden Y-Wert ausrechnen. Es wird die Abweichung weiterer Spektren von einem Referenzspektrum bestimmt. Ein Beispielpogramm steht möglicherweise auf der Homepage des Praktikums zur Verfügung. In Formel (3.9) sind zusätzlich zu dem Referenzspektrum noch R weitere Spektren aufgenommen worden. In das Energie-Intervall $[E_i, E_{i+1})$ des Referenzspektrums fallen von den R weiteren Spektren M_i Messpunkte. Für den Fehler auf diesem Energie-Intervall gilt:

$$s_{Y_i} = \sqrt{\frac{1}{M_i} \sum_{k=1}^R \sum_{E_i \leq E_{j,k} < E_{i+1}} \left(\frac{Y_{i+1} - Y_i}{E_{i+1} - E_i} (E_{j,k} - E_i) + Y_i - Y_{j,k} \right)^2} \quad (3.9)$$

Die zweite Summation beachtet, dass von einem Spektrum auch mehr als ein Messpunkt in $[E_i, E_{i+1})$ liegen kann. Abbildung 3.7 zeigt, wie sich der Ausdruck in (3.9) veranschaulichen lässt.

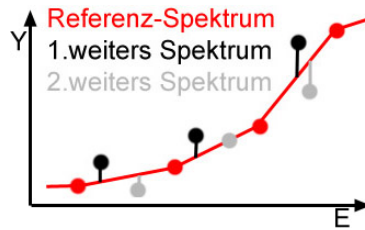


Abbildung 3.7: Wird ein Spektrum mehrfach gemessen, so können aus den Abweichungen der Spektren von einem Referenzspektrum Messfehler errechnet werden.

3.3.2 Die Fit-Funktionen

Allgemein gilt für die Transmission und Absorption von Photonen in einem Material der Länge l mit Absorptions-Koeffizienten $\alpha(E)$:

$$T = e^{-\alpha(E) \cdot l} \quad A = 1 - e^{-\alpha(E) \cdot l} \quad (3.10)$$

Die Reflexion wird hier nicht beachtet, da sie sich in den interessanten Energiebereichen um die Bandlücke ähnlich der Absorption verhält und im Absorptionsfit in einer Skalierungs-Konstanten verschwindet. Nun wird der Absorptions-Koeffizient $\alpha(E)$ betrachtet. Dieser wird bei R. A. Smith [7] hergeleitet. Um $\alpha(E)$ leichter darzustellen sei eine Funktion $\tilde{\Theta}$ eingeführt.

$$\tilde{\Theta}(x) = \Theta(x) \cdot x = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

Der gesamte Absorptions-Koeffizient eines indirekten Halbleiters, der im \vec{k} -Raum die Symmetrieachsen [100] und [111] besitzt, ergibt sich damit zu:

$$\begin{aligned} \alpha(E) = & AC_{[100]} \left(\frac{\tilde{\Theta}(E - E_{g,100} + E_{p,100})^2}{e^{E_{p,100}/kT} - 1} + \frac{\tilde{\Theta}(E - E_{g,100} - E_{p,100})^2}{1 - e^{-E_{p,100}/kT}} \right) \\ & + AC_{[111]} \left(\frac{\tilde{\Theta}(E - E_{g,111} + E_{p,111})^2}{e^{E_{p,111}/kT} - 1} + \frac{\tilde{\Theta}(E - E_{g,111} - E_{p,111})^2}{1 - e^{-E_{p,111}/kT}} \right) \\ & + A_{dir} \frac{\tilde{\Theta}(E - E_{g,dir})^{3/2}}{E} \end{aligned}$$

Hier sind $AC_{[100]}$, $AC_{[111]}$ und A_{dir} Konstanten. $E_{p,100}$ und $E_{p,111}$ sind die zu den Übergängen notwendigen Phononen-Energien. Nun werden die Proben einzeln betrachtet: Bei Silizium ist nur die [100]-Absorption interessant, da hier die minimale und damit eigentliche Bandlücke liegt ($E_{g,100} = E_g \approx 1,12$ eV). Der [111]-Übergang ist mit $E_{g,111} \approx 2,0$ eV genau wie der direkte Übergang ($E_{g,dir} \approx 3,4$ eV) zu hochenergetisch, um Berücksichtigung zu finden. Ähnliches gilt für Germanium, nur dass hier die [111]-Absorption die Bandlücke definiert ($E_{g,111} = E_g \approx 0,66$ eV) und der [100]-Übergang ($E_{g,111} \approx 0,85$ eV), sowie der direkte Übergang ($E_{g,dir} \approx 0,8$ eV) zu hochenergetisch sind. Damit ist eine Funktion gewonnen, die $\alpha(E)$ genügend genau darstellt:

$$\alpha(E) = AC \left(\underbrace{\frac{\tilde{\Theta}(E - E_g + E_p)^2}{e^{E_p/kT} - 1}}_{\text{Phonon wird Vernichtet}} + \underbrace{\frac{\tilde{\Theta}(E - E_g - E_p)^2}{1 - e^{-E_p/kT}}}_{\text{Phonon wird erzeugt}} \right) \quad (3.12)$$

Der erste Summand repräsentiert die Absorption eines Photons unter Vernichtung eines Phonons. Der zweite Summand repräsentiert die Absorption eines Photons unter Erzeugung eines Phonons. Die Nenner der Brüche gewichten die Summanden gemäß der verfügbaren Phononen (erster Summand) bzw. der verfügbaren freien Quantenzuständen für Phononen (zweiter Summand). Im weiteren Verlauf der Auswertung bedeutet Absorption bei Silizium nun immer [100]-Absorption und Absorption bei Germanium immer [111]-Absorption.

Auch wenn in der Fachliteratur die Phononenenergien der jeweiligen Übergänge für Silizium und Germanium bekannt sind, so ist es leider nicht möglich einen AC -Wert für Germanium zu finden. Gleichung (3.12) kann aber an die Daten von W.C. Dash und R. Newman [8] angefitet werden (Abb. 3.8). Dies liefert die gewünschten Konstanten und dient zur Bestätigung von Gleichung (3.12). Da der Übergang in der jeweils anderen Symmetrie ([100] oder [111]) sowie der direkte Übergang von Gleichung (3.12) nicht berücksichtigt wird, muss der Fit-Bereich entsprechend eingeschränkt sein.

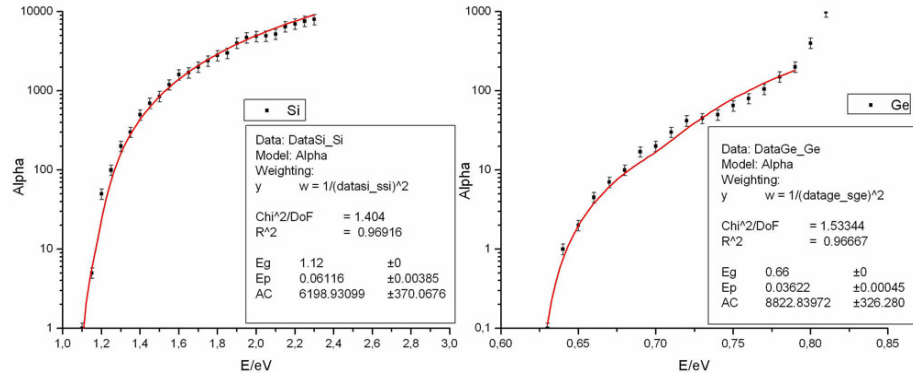


Abbildung 3.8: Die Phononenenergien und die Konstanten AC für Silizium und Germanium können durch das Anpassen des Absorptionskoeffizienten $\alpha(E)$ an die Messungen von Dash&Newmann [8] gewonnen werden.

(a) Silizium			(b) Germanium		
$\rho(X, Y)$	E_p	AC	$\rho(X, Y)$	E_p	AC
E_p	1,000		E_p	1,000	
AC	0,919	1,000	AC	0,043	1,000

Tabelle 3.2: Korrelationen der freien Parameter des Absorptionskoeffizienten beim Fit an die Werte von Dash&Newmann [8]

Quelle	Si: E_p	Si: AC	Ge: E_p	Ge: AC
Dash&Newmann-Fit	0,061 eV	$6199 \frac{1}{\text{cm} \cdot \text{eV}^2}$	0,036 eV	$8823 \frac{1}{\text{cm} \cdot \text{eV}^2}$
Polleux&Rumelhard [9]	0,050 eV	$3200 \frac{1}{\text{cm} \cdot \text{eV}^2}$	-	-
Bücher&Bruns [10]	0,018 eV	$1392 \frac{1}{\text{cm} \cdot \text{eV}^2}$	-	-
J. Singh [11]	0,063 eV	-	0,037 eV	-

Tabelle 3.3: Quellen für Phononen-Energien und die Konstante AC . Diese Werte werden bei der Bestimmung der Bandlückenenergie von Silizium und Germanium verwendet.

Die Unterschiede in der Literatur sind für die Siliziumwerte von E_p und AC sehr groß. Da E_p und AC stark korreliert sind (Tab. 3.2), wirkt sich ein leichtes Abweichen der Phononen-Energie sich stark auf den AC -Wert aus.

Nun können also die Fit-Funktionen für die Absorption und die Transmission benannt werden. Die Konstanten, die aus den Dash&Newmann-Fits folgen, sollte in die Transmission- und Absorptionsspektren eingehen. Tatsächlich können diese Werte später auch als Fitparameter in den Spektren freigelassen werden. Beim der Anpassung ist die Initialisierung dieser Werte allerdings so empfindlich, dass die Größenordnung sehr wohl bekannt sein muss. Zusätzlich sollte eine Temperatur $T = 300^\circ\text{K}$ und die Probendicke (Si: $l=0,06\text{ cm}$ bzw. Ge: $l=0,05\text{ cm}$) in den Fit von Absorption und Transmission eingehen. Die Temperatur auf der Oberfläche der Probe kann jedoch auch mit einem speziellen Thermometer bestimmt werden.

Bei genauerer Betrachtung des Absorptions-Spektrums ergibt sich allerdings eine Besonderheit. Nach einem starken Anstieg des Probenstroms in der Nähe der Bandlückenenergie, fällt dieser wieder ab. Dies lässt sich erklären: Die Probe besteht aus einem dünnen Plättchen. Insbesondere in der Nähe der Oberfläche des Plättchens gibt es eine Vielzahl an Kristallfehlern, die von einem intrinsischen Absorptionsmodell nicht berücksichtigt werden. Diese Kristallfehler lassen Energieniveaus in der Mitte der Bandlücke entstehen, an denen Elektronen-Loch-Paare sehr leicht und sehr schnell rekombinieren können. Die mittlere Lebenszeit τ fällt in der Nähe der Oberfläche derart ab, dass damit auch μ und die Stromdichte \vec{j} nahezu verschwinden (s. 2.26, 2.29). Aus Gleichung (3.12) geht hervor, dass insbesondere Photonen mit hohen Energien stark, und damit nahe der Oberfläche absorbiert werden. Der Absorptions-Verlauf fällt also ab, da hochenergetische Photonen nicht mehr tief genug in die Probe eindringen können, um registriert zu werden. Im Rahmen dieser Staatsexamensarbeit wurde daher das Modell entwickelt, die Probe gedanklich in eine sensitive „Sample-Schicht“ und eine „Damage-Schicht“, in der kein Nachweis stattfindet, aufzuteilen. Das extrinsische Absorptions-Spektrum dieses Modells besteht also aus einem Absorptions-Spektrum, das mit der Transmission durch die Damage-Schicht kombiniert ist. Abbildung 3.9 zeigt wie man sich dieses Modell vorstellen kann.

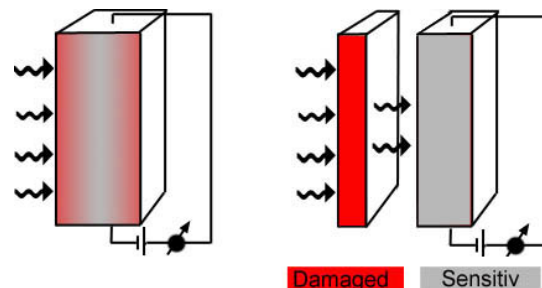


Abbildung 3.9: Modell der extrinsischen Absorption: Verlust des Absorptionssignals durch Rekombination von Elektron-Loch-Paaren an Gitterdefekten (rot) nahe der Oberfläche, wird durch Absorption in einer „Damage-Schicht“ simuliert.

Die Fitfunktion für das Transmissions-Spektrum ist gegeben durch:

$$T(E) = T_0 \cdot e^{-l \cdot \alpha(E_p, E_g, AC, T, E)} \quad (3.13)$$

Die Fitfunktion für das Absorptions-Spektrum ist nach diesem Modell gegeben durch:

$$A(E) = A_0 \cdot e^{-d \cdot \alpha(E_p, E_g, AC, T, E)} \left(1 - e^{-(l-d) \cdot \alpha(E_p, E_g, AC, T, E)} \right) \quad (3.14)$$

Die Bandlückenenergie E_g und die Dicke der „Damage-Schicht“ d , sowie die Absorptions- und Transmissions-Konstante T_0 bzw. A_0 , können damit als Fitparameter berechnet werden. Alle weiteren Werte sollten gemäß den Dash&Newmann-Werten festgesetzt werden. Für die Absorption kann bei Bedarf auch ein Offset y_0 eingeführt werden, dieser steht dann für einen permanenten Leckstrom in der Probe.

(a) Transmission			(b) Absorption				
$\rho(X, Y)$	E_g	T_0	$\rho(X, Y)$	E_g	A_0	d	y_0
E_g	1,000		E_g	1,000			
T_0	-0,039	1,000	A_0	0,658	1,000		
			d	0,663	0,871	1,000	
			y_0	0,165	-0,051	0,078	1,000

Tabelle 3.4: Korrelationen der freien Parameter bei Silizium

(a) Transmission			(b) Absorption				
$\rho(X, Y)$	E_g	T_0	$\rho(X, Y)$	E_g	A_0	d	y_0
E_g	1,000		E_g	1,000			
T_0	-0,537	1,000	A_0	0,839	1,000		
			d	0,792	0,937	1,000	
			y_0	0,537	0,338	0,504	1,000

Tabelle 3.5: Korrelationen freien Parameter bei Germanium

Die Messergebnisse der Bandlückenenergien und die Spektren werden den Studenten nicht zugänglich gemacht; sie sollen diese selbstständig bestimmen.

3.4 Systematische Fehler

Das hier verwendete Spektrometer wirft keine scharf definierten Energien auf die Probe, sondern ein Energien-Intervall. Das Energien-Intervall entsteht durch die (nicht infinitesimale) Breite von Blende und optischem Gitter. Es werden also gleichzeitig niederenergetische Photonen unter einem Winkel W_{max} und höherenergetische Photonen unter einem Winkel W_{min} von Probe und Pyrodetektor registriert. Abbildung 3.10 zeigt die Entstehung der Winkel. Die Breite

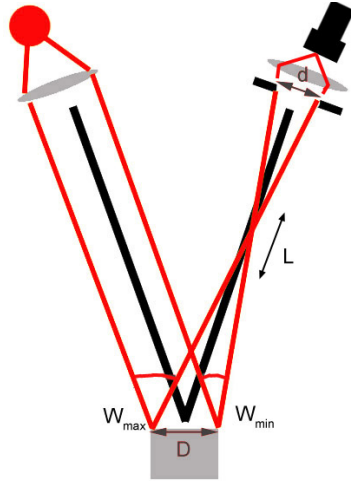


Abbildung 3.10: Photonen können unter jedem Winkel zwischen W_{min} und W_{max} auf die Halbleiterprobe fallen. Dies ist die Ursache für einen statistischen Fehler der Photonenenergie.

des optische Gitters ($D = 2,5 \text{ cm}$) ist bekannt und zusammen mit dem Abstand L zwischen optischem Gitter und Linse, sowie der Blendenweite d , können W_{min} und W_{max} berechnet werden.

$$W_{min}(\Phi) = \Psi + \arcsin \left(\frac{\sin(\Psi)L - D/2 \cdot \cos(\Phi) - d/2 \cdot \cos(\Psi)}{L} \right) \quad (3.15)$$

$$W_{max}(\Phi) = \Psi + \arcsin \left(\frac{\sin(\Psi)L + D/2 \cdot \cos(\Phi) + d/2 \cdot \cos(\Psi)}{L} \right) \quad (3.16)$$

Hier bezeichnet $\Psi = 7,5^\circ$ immer noch den halben Öffnungswinkel der Arme, und Φ den Anstellwinkel des optischen Gitters. Es gilt zwar $W_{min} \approx W_{max} \approx 2\Psi$, dennoch muss dieser Fehler im Winkel unter Verwendung von Gleichung (3.5) nun in einen Fehler in der Energie-Auflösung des Spektrometers umgerechnet werden:

$$s_E = \frac{1}{2} \left(\frac{h \cdot c}{2d \cos(\Psi) \sin(W_{min}/2)} - \frac{h \cdot c}{2d \cos(\Psi) \sin(W_{max}/2)} \right) \quad (3.17)$$

Dieser Fehler kann nun mit einem Fehler s_{fit} der Bandlückenenergie aus der Fitfunktion verrechnet werden, um den endgültigen Fehler zu erhalten:

$$s_{E_g} = \sqrt{s_E^2 + s_{fit}^2} \quad (3.18)$$

Meistens jedoch ist der Fehler aus dem Fit vernachlässigbar klein. Als letzter Schritt muss das Ergebnis von linkem und rechtem Spektrum gemittelt werden (es entstehen zwei Spektren erster Ordnung), um den systematischen Fehler eines Winkel-Offsets zu beheben. Es ist noch zu bemerken, dass der Fehler in der Energieauflösung auch durch eine Faltung der Fitfunktion

$$\tilde{fit}(E) = C \cdot \int_{E-s_E}^{E+s_E} fit(\bar{E}) d\bar{E} \quad C := \frac{\int fit(E) dE}{\int \tilde{fit}(E) dE} \quad (3.19)$$

modellierbar wäre. Dies geht jedoch über den Rahmen des FPI hinaus und wäre mit **Origin** schon nicht mehr durchführbar. Ein solches Vorgehen wäre auch nur begrenzt nötig, da die Genauigkeit der mathematischen Modellierung ohnehin durch die Extrinsität der Probe beschränkt ist. Abbildung 3.11 zeigt, wie eine solche Faltung die Anpassung an die Transmission verändern würde.

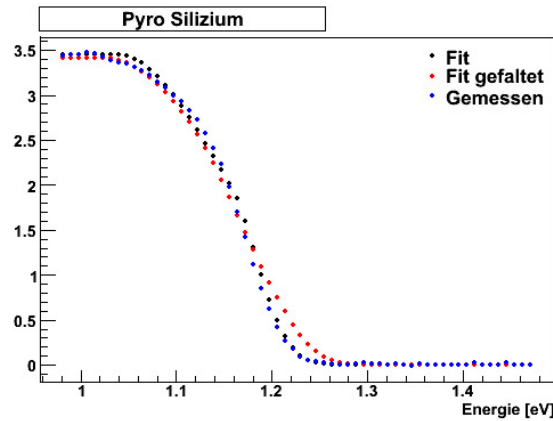


Abbildung 3.11: Transmissionsspektrum von Silizium (Gemessen). Dieses wird von Gleichung (3.13) vorhergesagt (Fit). Eine Faltung berücksichtigt auch, dass stets ein gesamtes Energieintervall auf die Halbleiterprobe fällt (Fit gefaltet).

3.5 Studentenhilfe

Im Folgenden sollen Hilfestellungen zur Durchführung und Auswertung von Versuch I gegeben werden:

Problem	Mögliche Lösung
Es entsteht kein Spektrum	optisches Gitter um 90° drehen
Werte stimmen um Faktor 2 nicht	richtige Gitterkonstante verwenden
Fitfunktion stimmt nicht	Boltzmann-Konstante: $k=0,000086 \text{ eV/K}$
Ungewöhnliches s_E	7,5° in Rad umrechnen
„Sample Current“ unveränderlich	Germanium-Probe anhängen

Tabelle 3.6: Mögliche Fehler (ExpI)

Die Fitfunktionen zu erstellen ist nicht so leicht, da erst eine Darstellung für $\tilde{\Theta}$ gefunden werden muss:

$$\tilde{\Theta}(x) = \frac{x}{2} \left(\frac{|x|}{x} + 1 \right) \quad (3.20)$$

Die Fitfunktionen werden hier nun via „Copy-Paste“ zur Verfügung gestellt:

Für die Absorption:

$y = A * (1 - \exp(-(l-d) * AC * ((\text{abs}(x-Eg+Ep)/(x-Eg+Ep)+1)^{0.5} * (x-Eg+Ep)) \wedge 2 / (\exp(Ep/0.000086/Temp)-1) + ((\text{abs}(x-Eg-Ep)/(x-Eg-Ep)+1)^{0.5} * (x-Eg-Ep)) \wedge 2 / (1 - \exp(-Ep/0.000086/Temp))) * (\exp(-d * AC * ((\text{abs}(x-Eg+Ep)/(x-Eg+Ep)+1)^{0.5} * (x-Eg+Ep)) \wedge 2 / (\exp(Ep/0.000086/Temp)-1) + ((\text{abs}(x-Eg-Ep)/(x-Eg-Ep)+1)^{0.5} * (x-Eg-Ep)) \wedge 2 / (1 - \exp(-Ep/0.000086/Temp)))$

Für die Transmission

$y = A * (\exp(-l * AC * ((\text{abs}(x-Eg+Ep)/(x-Eg+Ep)+1)^{0.5} * (x-Eg+Ep)) \wedge 2 / (\exp(Ep/0.000086/Temp)-1) + ((\text{abs}(x-Eg-Ep)/(x-Eg-Ep)+1)^{0.5} * (x-Eg-Ep)) \wedge 2 / (1 - \exp(-Ep/0.000086/Temp)))$

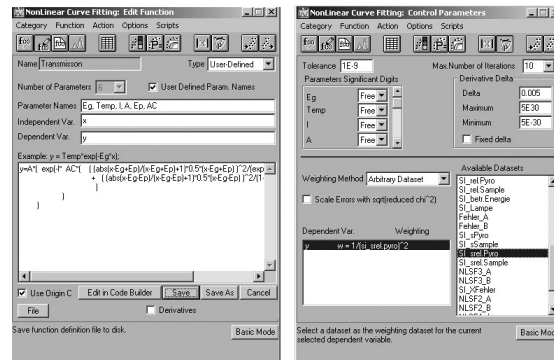


Abbildung 3.12: Formeleingabe und das Einbeziehen von Messfehlern bei Origin

Für die Absorption sollten die freien Parameter Eg, Ep, Temp, AC, A, l und d eingeführt werden. Es sind jedoch nur Eg, A und d zu fitten. Ähnliches gilt für die Transmission. Hier sollten Eg, Ep, Temp, AC, A und l eingeführt, jedoch nur Eg und A gefittet werden. Abbildung 3.12 zeigt, wie die zur Verfügung gestellten Funktionen bei Origin eingegeben werden können.

Kapitel 4

Versuch II: Das Haynes&Shockley-Experiment

In Versuch II erhält der Student Zugang zu weiteren Kenngrößen der Halbleiterphysik. Zur Verfügung steht eine Versuchsanordnung die dem originalen Versuch von Haynes&Shockley [12] nachempfunden ist. Durch einen Laserpuls wird in einer Germaniumprobe eine „Ladungsträger-Wolke“ erzeugt. Die Fortbewegung dieser „Wolke“ in einem elektrischen Feld wird beobachtet. Dabei soll auf die Beweglichkeit μ und die mittlere Lebensdauer der Ladungsträger τ geschlossen werden. Als dritte Kenngröße kann die Diffusions-Konstante bestimmt werden.

4.1 Historisch

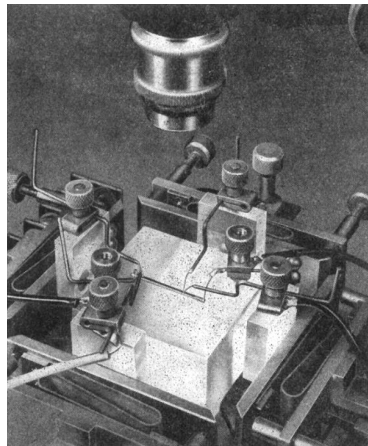


Abbildung 4.1: Originalaufbau von Haynes und Shockley [12]. Zu sehen ist ein Halbleiterblock, sowie die Nadel für den Spannungspuls und die Nadel für die Beobachtung der, durch den Spannungspuls entstandenen Ladungsträger mit einem Oszilloskop.

Im Jahr 1950 ging ein Artikel bei dem Magazin „Physical Review“ ein, in

dem J. R. Haynes und W. Shockley von einer neuen Methode zur Bestimmung der Geschwindigkeit, mit der sich Ladungsträger in Halbleitern fortbewegen, berichteten. Alle bis zu diesem Zeitpunkt durchgeführten Messungen beruhten auf dem Halleffekt. (Halleffekt: Bewegen sich Ladungsträger in x-Richtung in einem Halbleiterblock, der in y-Richtung von einem Magnetfeld durchsetzt wird, so lässt sich in z-Richtung eine Spannung messen, von der aus man auf die Geschwindigkeit der Ladungsträger schließen kann.) J. R. Haynes und W. Shockley gelang es aber eine Versuchsanordnung zu konstruieren, bei der man das Fortbewegen der Ladungsträger direkt sehen konnte. Ausgangspunkt war wieder ein Halbleiterblock, an den eine starke „Treiber-Spannung“ angelegt wurde. An einer Stelle auf dem Halbleiterblock wurde nun mit einer Nadel ein zusätzlicher Spannungspuls induziert und somit ein Strom weiterer Ladungsträger erzeugt. Eine zweite Nadel, die einige Millimeter von der ersten entfernt war, wurde an ein Kathodenstrahl-Oszilloskop angeschlossen und konnte die Ladungsträger registrieren, die von der Treiber-Spannung vorbeigetragen wurden. Synchronisierte man das Oszilloskop mit dem Zeitpunkt an dem die erste Nadel die Spannung induzierte, so konnte abgelesen werden, wie lange die Ladungsträger zur Überwindung der Distanz der beiden Nadeln brauchten. Da der Halbleiterblock dotiert war, hatte jeweils nur ein Typus von Ladungsträger eine nichtverschwindende Lebensdauer, je nach Dotierung konnten so Elektronen und Löcher getrennt untersucht werden.

4.2 Versuchsaufbau



Abbildung 4.2: Versuchsaufbau von Versuch II

Der Versuchsaufbau im Fortgeschrittenen-Praktikum ist in seinen Grundzügen dem Originalversuchsaufbau von Haynes&Shockley nachempfunden. Es gibt jedoch einige Modifikationen, die das Experimentieren leichter und hochwertiger machen. Die Technik dazu wird von der Firma Lab Trek geliefert.

4.2.1 Germaniumblock und Treiberspannung

Untersucht werden die Ladungsträger in einem p-dotierten Germaniumblock. Der Germaniumblock hat die Maße $40 \times 40 \times 300 \text{ mm}^3$ und wurde aus einem Einkristall geschnitten. An den Enden wurden, nach chemischer Reinigung mit Schmirgelpapier und Aluminiumpulver, ohmsche Kontakte angebracht. Die Oberfläche ist glänzend, kann aber vor Beginn des Experimentierens noch einmal mit Isopropanol (Alkohol) und einem feinen Tuch nachpoliert werden.

An den Germaniumblock wird eine Spannung angelegt, die variabel eingestellt werden kann. An einem mit „Sweep Amplitude“ bezeichneten Spannungsteiler lassen sich zwischen 0 V und 50 V „Treiberspannung“ einstellen. Diese Spannung wird während des Versuchs jedoch nie konstant anliegen, da sich der Germaniumblock ansonsten während der Messreihen durch den konstant fließenden Strom erwärmen könnte. Stattdessen wird von einem NE555-Timer alle ≈ 30 ms das Feld für eine Dauer von 300-500 μ s gepulst. Die Polarität der Treiberspannung lässt sich an einem P-N-Kippschalter einstellen. Dieser sollte stets auf P gestellt sein.

4.2.2 Laser und Ladungsträgererzeugung

Bei Haynes&Shockley wurden die bewegten Ladungsträger noch von einer Nadel erzeugt, welche einen Spannungspuls auf den Halbleiter induzierte. Hier jedoch werden die Ladungsträger von der konzentrierten Energie eines Laserpulses erzeugt. (Der Laser war zur Zeit von Haynes&Shockley noch nicht erfunden.) Verwendet wird ein C86160E Diodenlaser mit einer Wellenlänge von 905 nm. Der Laser emittiert damit im Infrarot-Bereich. **Das Laserlicht kann vom Auge nicht wahrgenommen werden, es kann das Auge aber irreparabel schädigen.** Über ein Lichtleiterkabel wird das Laserlicht präzise auf den Germaniumblock gerichtet. Synchronisiert mit dem Anlegen des elektrischen Feldes wird nun mit dem Laser auf den Germaniumblock gepulst. Die Pulsweite kann an einem, mit „Pulse Width“ bezeichneten Schraubchen von 20-200 ns variiert werden. Auch die Laserintensität lässt sich an dem „Amplitude“-Regler einstellen. Ein „Delay“ sorgt dafür, dass das Pulsen des Lasers erst einige Mikroskunden nach dem Anschalten des elektrischen Feldes erfolgt. Dies ist sinnvoll, da das System eine kurze Zeit braucht um ins Gleichgewicht zu gelangen. Die Pulse des NE555-Timers können zusammen mit der Verzögerung des Delays unter „Trigger Out“ als externen Trigger für das Oszilloskop verwendet werden.

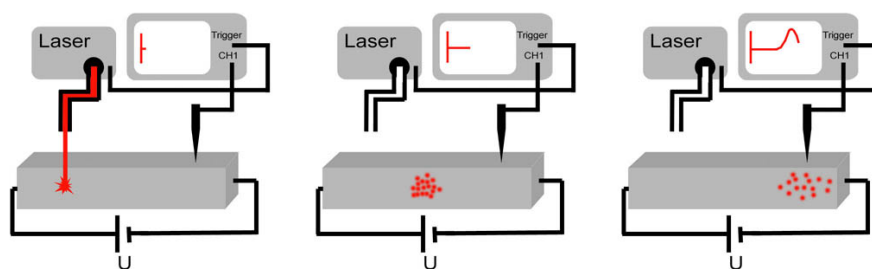


Abbildung 4.3: Schema des Versuch-Vorgangs: Ein Laser erzeugt eine Ladungsträgerwolke in einem Halbleiter (links). Diese bewegt sich durch eine extern angelegte Spannung (mitte) und wird von einem Oszilloskop registriert (rechts).

Bei einer Laserleistung von $10^4 \frac{W}{cm^2}$, einer Pulsdauer von 50 ns, einer Querschnittsfläche des Lichtleiters von $0,04 cm^2$ und einer mittleren Erzeugungsenergie eines Elektron-Loch-Paares von 2,8 eV, werden $\approx 4 \cdot 10^{13}$ Ladungsträger-Paare erzeugt. Die Wellenlänge des Lasers hat in Germanium nach den Daten von

Dash&Newmann [8] einen Absorptions-Koeffizienten von ca. $20000 \frac{1}{cm}$, damit werden die Ladungsträger im Schnitt $0,5 \mu m$ unter der Oberfläche erzeugt.

4.2.3 Verwendung des Oszilloskops

Zur Verfügung steht ein TDS 1002 B digitales Oszilloskop des Herstellers Tektronix. Dieses kann bei Bedarf auch via USB von einem Computer ausgelesen werden. Der erste und wichtigste Vorgang ist es, das Oszilloskop extern auf den Beginn des Laserpulses zu triggern. Der Vorgang des Anlegens des elektrischen Feldes und des leicht verzögerten Laserpulses wird so mit einer Frequenz von ca. 30 Hz wiederholt beobachtet und ist zeitlich mit dem Laserpuls synchronisiert. Einer der beiden Kanäle des Oszilloskops sollte nun mit „Shifted Output“ verbunden werden. „Shifted Output“ ist das Signal, welches von der Nadel auf dem Germaniumblock empfangen wird, zu diesem wird allerdings noch eine weitere Spannung addiert, um den Offset des elektrischen Feldes (immerhin bis zu 50 V) wieder abzuziehen. Nur so lässt sich das feine Signal der vorbeigetragenen Ladungsträger vermessen. Die zusätzliche Spannung kann durch „Level Shift“ verändert werden. Das ursprüngliche Signal der Nadel ohne „Level Shift“ lässt sich unter „Collector Output“ beobachten. An den zweiten Kanal des Oszilloskop kann ein Taster (kugelschreiber-ähnlich) angeschlossen werden. Auf der vorderen der beiden Messingschienen nahe des Germaniumblocks lässt sich damit exakt die Spannung abgreifen die an den Germaniumblock angelegt ist. Wichtig für die Vermessung des Signals und der angelegten Spannung sind die Cursor, welche sich auf dem Oszilloskop durch Drücken der Cursor-Taste aktivieren lassen. Mit den Cursorsollte sich der Student vor Aufnahme der ersten Messreihe vertraut machen. Für das Vermessen des Signals bzw. für das Vermessen des elektrischen Feldes sind sehr unterschiedliche Einstellungen am Oszilloskop nötig. Das Signal der Ladungsträger lässt sich bei einer Zeitskala von $5 \mu s$ und einer Auflösung von 50 mV gut beobachten, dagegen ist für die Vermessung des elektrischen Feldes die Zeit im Bereich von $250 \mu s$ und die Verstärkung im Bereich von 10 V bis 20 V gut gewählt.

4.3 Durchführung

Insgesamt sollen zwei Messreihen protokolliert werden. Bei der ersten Messreihe sollte die an den Germaniumblock angelegte Spannung konstant bleiben und der Abstand zwischen Laserinjektion und Nadel verändert werden. Bei der zweiten Messreihe wird der Abstand unverändert gelassen und die angelegte Spannung variabel gehalten. Es sind ca. 10 Messpunkte aufzunehmen wobei der Abstand zwischen 2 mm und 10 mm bzw. die Spannung zwischen 20 V und 50 V variiert werden sollte. Einen Messpunkt aufzunehmen bedeutet in diesem Zusammenhang anhand einiger, vom Oszilloskop übertragener Werte eine Gaußfunktion anzupassen. Aus der Veränderung des Schwerpunkts der Gaußfunktion lässt sich auf die Geschwindigkeit und damit auf die Beweglichkeit μ der Ladungsträger schließen. Die Veränderung der Standardabweichung σ führt zur Diffusionskonstante D und die Abnahme der Fläche unter der Gaußkurve lässt Rückschlüsse auf die mittlere Lebensdauer τ der Ladungsträger zu. Das genaue Einstellen des Abstandes zwischen Laser und Nadel erfordert etwas Geschick. Die Messskala auf der Oberseite der Halterung ist nicht zu verwenden, stattdessen steht eine

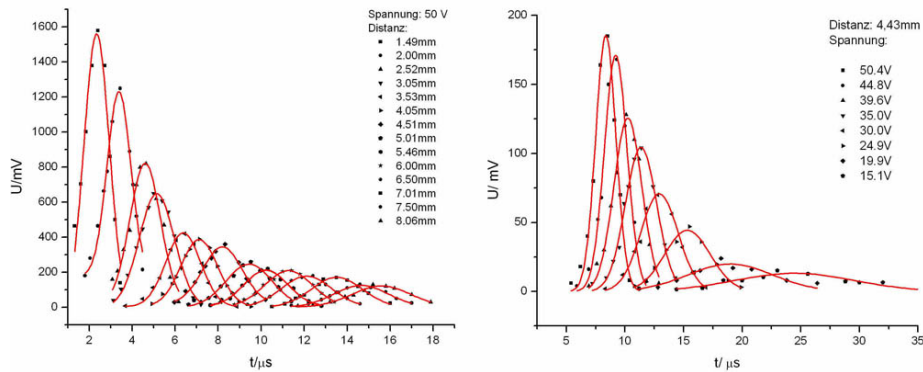


Abbildung 4.4: Die beiden Messreihen von Versuch II: Die zeitliche Entwicklung des Signals einer Ladungsträgerwolke wird beobachtet, indem zum einen die Distanz zwischen Laserinjektion und Nadel verändert wird (links) und indem zum anderen die Spannung, die die Bewegung der Ladungsträger verursacht, verändert wird (rechts).

Schieblehre zur Verfügung. Besonders präzise ist die Methode, bei der der gewünschte Abstand zuerst an der Schieblehre eingestellt wird, und anschließend der Laserleiter soweit nach Außen gedreht wird, bis dieser die Schieblehre zu berühren scheint. Es ist besser den Laserleiter und nicht die Nadel zu bewegen, da „Level Shift“ auf diese Art nicht nachjustiert werden muss, außerdem verändern sich Nadel und Oberfläche durch mögliches Entlangkratzen nicht.

Nun sollten die Einstellungen am Oszilloskop so angepasst werden, dass das gaußförmige Signal der vorbeigetragenen Ladungsträger gut zu erkennen ist. Im Cursor-Menü muss als Quelle der Kanal des zu vermessenden Signals und als Typ „Zeit“ eingestellt werden. Einer der beiden Cursor muss nun als Referenz zwei bis drei Standardabweichungen vor oder hinter der Gaußkurve platziert werden, der zweite kann nun die Gaußkurve entlangfahren. Die Zeit die dieser Cursor gegenüber dem Triggersignal benötigt, ist an einigen Stellen zu notieren (Achtung: nicht Δt). Desweiteren der y-Abstand der beiden Cursor, dieser wird mit ΔV bezeichnet. Diese Daten liefern dann den Ausgangspunkt für das Anpassen der Gauß-Funktionen.

In der Praxis wird sich zeigen, dass der Wert ΔV bei kleinen angelegten Spannungen oder großen Distanzen mit starken Schwankungen behaftet ist. Diese Schwankungen werden zum einen durch ein Untergrund-Rauschen und zum anderen durch die Tatsache erzeugt, dass die angelegte Spannung geringfügig instabil ist (sie schwankt mit einer Frequenz von ca. 30 Hz um ca. 0,2 V). Die Schwankungen in ΔV können und sollen aber als Fehlerwerte für die Fits verwendet werden. Es ist daher nur bedingt zu Empfehlen mit der Stop-Taste am Oszilloskop zu arbeiten.

Sind die benötigten Daten, um die zeitliche Entwicklung der Gaußkurven (wie sie in Abbildung 4.4 gezeigt werden) zu fitten vorhanden, und dies für jeweils veränderliche Spannung und veränderlichen Abstand, so ist der Messvorgang beendet. Insbesondere bei veränderlichem Abstand sollte abgeschätzt werden, ob sich alle Gauß-Funktionen erwartungsgemäß verhalten. Die Begründung hierfür liegt darin, dass bei bewegter Nadel (lieber Laserleiter bewegen)

die Amplituden oft aus der Messreihe herausfallen.

4.4 Auswertung

4.4.1 spezifische Theorie

Nun folgen theoretische Überlegungen zur Ladungsträger-Konzentration, die der Laserpuls erzeugt. Die Konzentrationen n (Elektronen) und p (Löcher) setzt sich zusammen aus einer Grund-Konzentration n_0 und p_0 , und der vom Laser lokal erzeugten zusätzlichen Ladungsträger \bar{n} und \bar{p} .

$$n(\vec{x}) = n_0 + \bar{n}(\vec{x}), \quad p(\vec{x}) = p_0 + \bar{p}(\vec{x}) \quad (4.1)$$

Der sich aufdrängende Gedanke, die zusätzlichen Ladungsträger gleichzusetzen ($\bar{n} = \bar{p}$) ist korrekt, da sich der geringe Unterschied in einer Zeit der Größenordnung der dielektrischen Relaxationszeit $\tau_{dr} = \epsilon/\sigma \approx 10^{-12}s$ aufhebt. Dieser Ausgleich erfolgt durch Coulomb-Kräften zwischen Elektronen und Löchern.

$$(\bar{n} - \bar{p})(t) = (\bar{n} - \bar{p})_{t=0} e^{-t/\tau_{dr}} \quad (4.2)$$

Aus Überlegungen zum thermischen Gleichgewicht ist bekannt, dass im Gleichgewicht Erzeugung $G = n_0/\tau_{n_0}$ und Rekombination $R = -n_0/\tau_{n_0}$ ausgeglichen sind (p analog). Daher wird hier nur die zeitliche Veränderung an zusätzlicher Ladungsträger betrachtet (zunächst noch ohne Fluss $\vec{j}_{\bar{n}}$ bzw. $\vec{j}_{\bar{p}}$).

$$\frac{d\bar{n}}{dt} = -\frac{\bar{n}}{\tau_n}, \quad \frac{d\bar{p}}{dt} = -\frac{\bar{p}}{\tau_p} \quad (4.3)$$

Es ist wichtig τ_n und τ_p vorerst nicht als Konstante zu betrachten, da die Rekombinationszeit des einen Ladungsträgers auch von der verfügbaren Konzentration des jeweils anderen Ladungsträger abhängig ist. Bei dem hier verwendeten p-dotierten Germaniumblock gilt jedoch aufgrund der Dotierung $p(\vec{x}) \approx p_0$. Damit wird τ_n nun doch zu einer Konstanten. Da sich gemäß Gleichung (4.2) die Veränderung der zusätzlicher Ladung des einen Ladungsträgers nahezu instantan auf den jeweils andern Ladungsträger überträgt, überträgt sich auch die konstante Rekombinationszeit τ_n und es gilt:

$$-\frac{\bar{n}(\vec{x})}{\tau_n} = -\frac{\bar{p}(\vec{x})}{\tau_n} \quad \text{wenn } p \gg n \quad (4.4)$$

Nun wird die Bewegung der zusätzlichen Ladungsträger beschrieben. Bewegung von Ladungsträgern in einem elektrischen Feld bei gleichzeitiger Diffusion wurde bereits im Theorie-Teil eingeführt. Für die Ströme der Ladungsträger gilt:

$$\vec{j}_n = -\vec{E}\mu_n n - D_n \vec{\nabla} n, \quad \vec{j}_p = \vec{E}\mu_p p - D_p \vec{\nabla} p \quad (4.5)$$

Weiterhin gilt die Kontinuitätsgleichung. Diese besagt im Normalfall, dass der Massenstrom durch den Rand eines Gebietes gleich der Massenveränderung im Inneren dieses Gebietes ist. Im Fall der hier vorhandenen Ladungsträger muss noch der mögliche Zerfall durch die zusätzliche Rekombinationsrate $-\bar{n}/\tau_n$ bzw. $-\bar{p}/\tau_n$ im Inneren des Gebietes berücksichtigt werden. Damit ergibt die Kontinuitätsgleichung für Elektronen:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{j}_n - \frac{n - n_0}{\tau_n} = \vec{E}\mu_n \vec{\nabla} n + D_n \Delta n - \frac{n - n_0}{\tau_n} \quad (4.6)$$

Das elektrische Feld wird innerhalb des Halbleiterblockes als konstant betrachtet. Analoges gilt für die Löcher:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\vec{\nabla} \vec{j}_p - \frac{p - p_0}{\tau_n} = -\vec{E} \mu_p \vec{\nabla} p + D_p \Delta p - \frac{p - p_0}{\tau_n} \quad (4.7)$$

Die Differentialgleichungen (4.6) und (4.7) sind gekoppelt durch die Notwendigkeit, dass die Rekombinationsrate der zusätzlichen Elektronen und Löcher identisch sein muss (s. 4.4). Diese beiden gekoppelten Differentialgleichungen können nach geschickter Addition durch eine Einzige beschrieben und somit gelöst werden. Dabei gilt es zu beachten, dass

$$\frac{\bar{n}}{\tau_n} = \frac{\bar{p}}{\tau_n} \Rightarrow \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t}, \quad \vec{\nabla} n = \vec{\nabla} p \quad \text{und} \quad \Delta n = \Delta p \quad (4.8)$$

Näheres hierzu findet sich bei F. F. Y. Wang [16] oder bei R. A. Smith [7]. Um diese vereinheitlichte Differentialgleichung zu beschreiben, wird die ambipolare Ladungsträgerkonzentration c eingeführt. Auch eine reduzierte Diffusionskonstante \tilde{D} und eine reduzierte Beweglichkeit $\tilde{\mu}$ wird definiert.

$$\tilde{D} = \frac{\mu_p D_n p + \mu_n D_p n}{n \mu_n + p \mu_p} \quad (4.9)$$

$$\tilde{\mu} = \frac{\mu_n \mu_p (n - p)}{n \mu_n + p \mu_p} \quad (4.10)$$

Nun kann die Differentialgleichung für die ambipolare Ladungsträger-Wolke formuliert werden:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \tilde{\mu} \vec{E} \vec{\nabla} c + \tilde{D} \Delta c - \frac{c - c_0}{\tau_n} \quad (4.11)$$

4.4.2 Bestimmung der Konstanten

Die Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \tilde{\mu} \vec{E} \vec{\nabla} c + \tilde{D} \Delta c - \frac{c - c_0}{\tau_n} \quad (4.12)$$

gibt Antwort auf die Frage, warum das Signal, welches auf dem Oszilloskop erscheint gauß-förmig wirkt. (4.12) wird von

$$c(t, x) = C \cdot e^{\frac{t}{\tau_n}} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi \tilde{D} t}} e^{-\frac{(x + \tilde{\mu} E t)^2}{4 \tilde{D} t}} \quad (+C_0) \quad (4.13)$$

gelöst. Bevor die Lösungsfunktion mit der Gauß-Funktion verglichen wird, sollen nun die Näherungen untersucht werden, die bei dem hier verwendeten p-dotierten Germaniumblock zulässig sind:

$$\text{Für } p \gg n: \quad \tilde{D} \rightarrow D_n, \quad \tilde{\mu} \rightarrow -\mu_e \quad (4.14)$$

Der direkte Vergleich zwischen (4.13) und der Gauß-Funktion

$$y(x) = A \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_c}{\sigma}\right)^2} \quad (4.15)$$

zeigt, dass die Amplitude bzw. Fläche des Signals exponentiell abnimmt, und dieser Zerfall durch die mittlere Lebensdauer der Ladungsträger bestimmt wird.

$$A(t) = C \cdot e^{-\frac{t}{\tau_n}} \quad (4.16)$$

Weiter lässt sich erkennen, dass sich der Schwerpunkt der Gaußkurve

$$x_c(t) = -E\tilde{\mu} \cdot t \quad (4.17)$$

mit konstanter Geschwindigkeit durch den Halbleiterblock bewegt. x_c entspricht hierbei genau dem Abstand zwischen Laserpunkt und Nadel. Das elektrische Feld ergibt sich aus dem Quotienten von angelegter Spannung U und Länge des Germaniumblockes l .

$$v_c = \frac{x_c}{t} = -\frac{U}{l}\tilde{\mu} \quad (4.18)$$

Die Diffusion lässt hierbei die Gaußkurve zerfließen und der Vergleich von (4.13) und (4.15) ergibt:

$$\sigma(t) = \sqrt{2\tilde{D} \cdot t} \quad (4.19)$$

Die Gleichungen (4.16), (4.18) und (4.19) sind die Grundlage zur Auswertung des Haynes&Shockley-Experiments und führen in einem p-dotierten Germaniumblock, unter Verwendung der Näherungen (4.14) direkt zu den zu messenden Größen τ_n , μ_n und D_n .

Nach abgeschlossener Auswertung wird sich eine deutliche Abweichung der Lebensdauer τ_n der Elektronen vom Literaturwert zeigen. Dies kann begründet werden: Die freien Elektronen werden durchschnittlich nur $0,5\mu\text{m}$ tief in der Germaniumprobe erzeugt. Gitterdefekte nahe der Oberfläche sind daher der Grund dafür, dass sich die Lebenszeit der freien Elektronen sehr stark verringert.

Die Messergebnisse für Beweglichkeit μ_n , Diffusionskonstante D_n und Lebenszeit τ_n der Elektronen werden für die Studenten nicht zugänglich gemacht; sie sollen diese selbstständig bestimmen.

4.4.3 Die McKelvey-Korrektur

Bisher wurde die Tatsache vernachlässigt, dass ein Teil des Signals auch während des „Vorbeiflugs“ zerfällt. Mit anderen Worten: Die Amplitude A ist im Falle eines Gauß-Fits konstant, in der physikalischen Realität nimmt diese jedoch aufgrund von Rekombination gemäß $A(t) = C \exp(t/\tau_n)$ ab. Dieser Effekt ist zwar nur klein, da die Dauer des Signals gering ist im Vergleich zur Zerfallszeit, er hat jedoch durchaus messbare Auswirkungen auf das Resultat. Die Beweglichkeit $\tilde{\mu}$ wird zu groß gemessen, da die Schwerpunktschwindigkeit durch Gaußfits zu groß berechnet wird. Dieses Problem wurde schon wenige Jahre nach dem Haynes&Shockley-Experiments von J. P. McKelvey [13] erkannt und behandelt. Ergebnis seiner Arbeit war eine Korrektur, die das Anpassen von Gaußfunktionen zuließ, gleichzeitig aber den Zerfall der Ladungsträger berücksichtigte. Werden in einer Messreihe mehrere Werte für $\tilde{\mu}$ errechnet, so können diese durch

$$\tilde{\mu}_0 = \frac{\tilde{\mu}}{\sqrt{x^2 + 1} - x} \quad \text{mit } x = \frac{2kT}{eEd} \left(\frac{t}{\tau_n} + \frac{1}{2} \right) \quad (4.20)$$

dem wahren Wert $\tilde{\mu}_0$ angepasst werden. d bezeichnet den Abstand zwischen Laserinjektion und Nadel. Will man den Effekt des zerfallenden Signals bei der

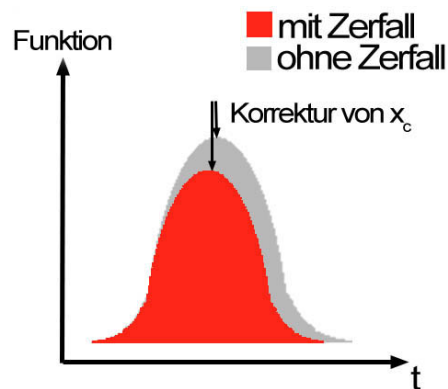


Abbildung 4.5: Die McKelvey-Korrektur [13]: McKelvey erkannte, dass sich die Lage des Schwerpunktes x_c eines Gauß-Signals leicht ändert, wenn berücksichtigt wird, dass das Signal zerfällt, während es gemessen wird.

Bestimmung der Diffusionskonstanten D mit einbeziehen, kann die McKelvey-Korrektur nicht verwendet werden. Hier empfiehlt es sich eine modifizierte Gauß-funktion zu verwenden:

$$y(x) = Ae^{-x/\tau} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_c}{\sigma}\right)^2} \quad (4.21)$$

Die Korrektur der verschiedenen σ und damit die Korrektur von D ist aufwendig, da alle Messdaten mit (4.21) erneut gefittet werden müssen, und der erste Durchgang (fitten mit Gauß) somit nur einen Wert für τ_n lieferte.

4.5 Studentenhilfe

Problem	Mögliche Lösung
Flackerndes Oszilloskop	Externen Trigger benutzen
Es ist kein Signal zu sehen	Polung der Spannung umschalten
Es ist kein Signal zu sehen	Richtige Auflösung von U und t wählen
Es ist kein Signal zu sehen	„Shifted Output“ benutzen und Shift einstellen
Signal vermessen	Cursor und Cursor-Menu benutzen
Signal-Offset wandert	„Level Shift“ nachjustieren
„Level Shift“ nachjustieren	Verstärkung am Oszilloskop zunächst verringern
Wert für D ist schlecht	Fitfunktion bei Origin überprüfen
Werte für $\tilde{\mu}$ sind schlecht	lineare Offsets beachten

Tabelle 4.1: Mögliche Fehler (ExpII)

Als kleine Übersicht zum schnellen Verständnis folgt hier ein Leitfaden, um die Werte τ , D_n und μ_n zu errechnen:

- Auffinden des Gauß-Ähnlichen Signals
- Vermessen der Gaußkurven durch ca. 10 herausgeschriebene $U(t)$ -Werte. (mit Cursorn)
- Messreihen bei verändertem Abstand und bei veränderter Treiberspannung.
- Fitten von Gauß-Funktionen an die jeweiligen 10 Wertepaare.
- Aus den verschiedenen Gauß-Fits $x_c(t)$, $A(t)$ und $\sigma(t)$ in separate Schaubilder eintragen.
- Die Gleichungen (4.16), (4.18) und (4.19) an diese Schaubilder fitten.

Vorsicht beim Verwenden von `Origin`: Es ist möglich, dass

$$y(x) = A \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi w^2}} e^{-2(\frac{x-x_c}{w})^2} \quad \text{statt} \quad y(x) = A \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi w^2}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-x_c}{w})^2} \quad (4.22)$$

die vordefinierte Gaußfunktion ist. In diesem Fall drohen falsche Werte für w bzw. σ . Dies sollte daher unbedingt überprüft werden. Es können sich auch Fehler durch das Vernachlässigen von Offsets einschleichen. Bei der Schwerpunktsbewegung der Ladungsträgerwolke $x_c(t)$ lässt sich ein x_c -Offset beobachten, der dadurch zustande kommt, dass die Schieblehre den Abstand der Außenkanten von Laserleiter und Nadel vermisst, und nicht den Abstand der Mitten. Einen solchen Offset gibt es auch bei der Spannung. Werden daher die beiden Messreihen gemäß

$$x_c(t) = \frac{U}{l} \tilde{\mu} \cdot t + x_0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{U}(t) = \frac{\tilde{\mu}}{l \cdot x_c} t + \frac{1}{U_0} \quad (4.23)$$

linear ausgewertet, so muss der Offset der einen Messreihe, auch in die anderen Messreihe einfließen. Der Offset für x_c liegt etwa bei 0,4 mm, der Offset in der Spannung ergibt sich aus Messungen etwa bei -0,005 1/V.

Kapitel 5

Versuch III: Halbleiterdetektoren

Der dritte Versuch dieser Versuchsreihe bietet die Möglichkeit, den klassischen Aufbau eines Halbleiterdetektors kennen zu lernen. Strahlungsnachweis und Spektrometrie findet im Fortgeschrittenpraktikum (FP) üblicherweise mittels Szintillationsdetektoren statt, hier jedoch wird dazu eine Alternative geboten: der Halbleiterdetektor.

Wird die Energie eines Photons durch Photo- oder Comptoneffekt in einem Halbleiter absorbiert, so entsteht eine Vielzahl an Elektron-Loch-Paaren. Etwa ein Drittel der Energie des Photons regt durch Sekundärstöße des Photo- oder Comptonelektrons weitere Elektronen in den quasi-freien Zustand des Leitungsbandes an. (Die restliche Energie geht in phononische Anregungen über.) Wird an den Halbleiter nun eine Spannung angelegt, so entsteht durch die zusätzliche Ladung ein kurzzeitiges Signal, das proportional zur ursprünglichen Energie des Photons ist. Diese Tatsache kann verwendet werden, um die Spektren von Strahlungsquellen zu vermessen.

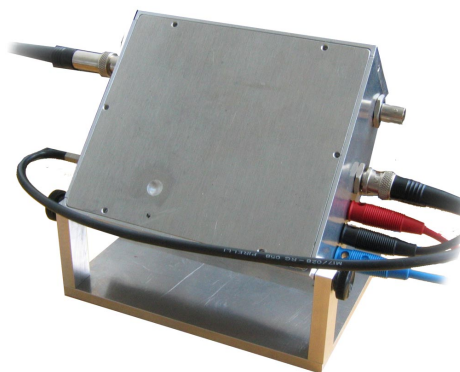


Abbildung 5.1: Detektorgehäuse

Der experimentelle Aufwand soll in diesem Teilversuch für die Studenten möglichst gering gehalten werden, da bereits zwei Teilversuche absolviert wurden. Dennoch lassen sich Erkenntnisse über Absorptionskoeffizienten von Silizi-

um und Cadmiumtellurid gewinnen (diesmal bei höheren Energien). Des Weiteren kann aus der Breite eines Absorptions-Peaks die Energieauflösung eines Detektors gewonnen werden.

5.1 Versuchsaufbau

5.1.1 Schematischer Aufbau eines Halbleiterdetektors

Das wichtigste Element eines Halbleiterdetektors ist der Detektorkristall selbst. An diesen wird eine Spannung angelegt, was zunächst zu einem Leck- oder Dunkelstrom führt. Der zeitlich konstante Dunkelstrom wird von thermisch entstandenen Elektron-Loch-Paaren verursacht. Wird ein Photon von dem Halbleiterkristall absorbiert, so entsteht kurzzeitig eine zusätzliche Anzahl an Elektron-Loch-Paaren, was zu einem zusätzlichen Strom führt. Abbildung 5.2 zeigt, wie dieses kurzzeitige zusätzliche Stromsignal durch einen Kondensator von dem zeitlich konstanten Dunkelstrom getrennt werden kann.

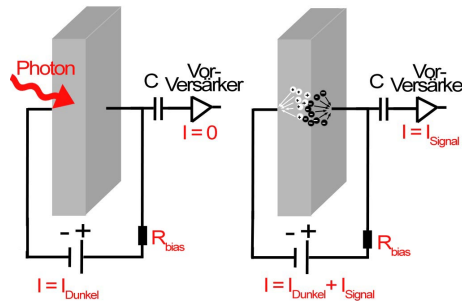


Abbildung 5.2: Ein Photon wird von einem Halbleiterkristall absorbiert (links). Die Bewegung der zusätzlichen Ladungsträger erzeugt ein Stromsignal, dass durch einen Kondensator von dem Dunkelstrom getrennt werden kann (rechts).

Nun bedarf es Elektronik um aus den Photonen-Signalen ein Zerfallsspektrum entstehen zu lassen. (Die verwendeten elektronischen Geräte sind identisch mit jenen, die auch einem Szintillationsdetektor nachgeschaltet werden.)

Zunächst wird von einem Vorverstärker das Stromsignal in ein Spannungssignal umgewandelt und verstärkt. Das vorverstärkte Signal wird dann von einem Shaping-Amplifier zu einem gaußähnlichen Signal verarbeitet. Die Amplitude ist dann proportional zur ursprünglichen Stärke des Signals. Von einem Analog-Digital-Wandler (ADC) wird die Höhe der Gaußkurve (durch Abgleichen mit bekannten Spannungen) in ein digitales Signal konvertiert. Zuletzt ordnet ein Vielkanalanalysator (MCA) diese Signale gemäß ihrer Amplitude in Kanäle ein. Jeder Kanal i steht dabei stellvertretend für einen Energiebereich $[E_i - dE, E_i + dE)$. Beim Auslesen der Kanäle kann aus der Anzahl der Signale in den Kanälen (Counts) letztlich das Strahlungsspektrum erstellt werden. Die Reihenfolge der verwendeten Geräte ist schematisch noch einmal in Abbildung 5.3 dargestellt.

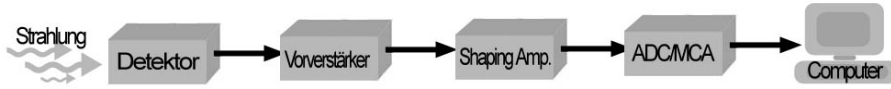


Abbildung 5.3: Spektrometrie: Vom Photon zum Spektrum (schematisch)

5.1.2 Der Siliziumdetektor

Zur Detektion von Strahlung wird eine n-n⁺-Silizium-Diode der Firma **Hamamatsu** verwendet. Die n-n⁺-Diode unterscheidet sich physikalisch kaum von der klassischen p-n-Diode, die in Kapitel 1 beschrieben wurde. Das Fermi-Niveau einer stark dotierten n⁺-Schicht, gleicht sich mit dem einer weniger stark dotierten n-Schicht aus. (Das Fermi-Niveau der n⁺-Schicht liegt näher an der Leitungsbandkante als das der n-Schicht.) Dadurch kommt es zur Verschiebung der Bänder im Energieschema (s. Abb. 2.12) und damit zur Ausbildung einer Verarmungszone.

Die aktive Detektorfläche beträgt 100 mm². Die Detektorstärke (max. Dicke der Verarmungszone) von 220 µm setzt sich aus der Stärke der n-Schicht (200 µm) und der Stärke der n⁺-Schicht (20 µm) zusammen. Der Kristall wurde im Floatzone-Verfahren gezüchtet und liegt nicht frei vor, sondern ist von einer Epoxid-Schicht umschlossen. Ein markierter Pin führt zur n-Schicht; an ihn wird eine positive Spannung angelegt, um die Verarmungszone, in welcher der Strahlungsnachweis stattfindet, gemäß Gleichung (2.64) anwachsen zu lassen.

Das Volumen der Verarmungszone ist auch das Entstehungsgebiet des Leckstroms: thermisch erzeugte Elektron-Loch-Paare, die in der Verarmungszone entstehen führen zu einem permanenten Strom, der auch als Dunkelstrom bezeichnet wird. Betrachtet man die Strom-Spannungs-Kennlinie der Diode (Abb. 5.4), so erkennt man ein Plateau. Dieses zeigt an, dass ab einer Spannung von ca. 15 V der Detektor nahezu vollständig verarmt ist und das Volumen der Verarmungszone nur noch unmerklich anwächst.

Ab einer Spannung von ca. 50 V (bzw. einem E-Feld von 2500 V/cm) lässt sich ein weiteres typisches Verhalten in der Kennlinie der Diode beobachten: der Durchbruch. Beim Anlegen von Spannungen in der Größenordnung der Durchbruchspannung U_B werden thermisch erzeugte Elektronen so stark beschleunigt, dass ihre kinetische Energie ausreicht ($\geq E_g$), um bei Stößen weitere Elektronen in das Leitungsband anzuheben. Da auch diese herausgeschlagenen Elektronen ihrerseits wieder Elektronen herausschlagen, wird vom Lawinen-Effekt (Avalanche Effect) gesprochen. Bei noch stärkeren E-Feldern (10⁶ V/cm) würde es auch zu Tunneleffekten zwischen Valenz- und Leitungsband kommen [1].

Zwei Exponential-Funktionen bestimmen das Verhalten der Strom-Spannungs-Kennlinie: Die Shockley-Gleichung (5.1) beschreibt den Strom einer Diode in Durchlassrichtung. Typischerweise kann eine Diode in Durchlassrichtung bei Spannungen, die größer als die Eigenspannung der Diode ($U_{Bi} \approx 0,4$ V) sind, als leitend betrachtet werden.

$$I(U) = I_0 \cdot \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right) \quad (5.1)$$

Hier bezeichnet I_0 den Sättigungsstrom. Dieser beträgt für die verwendete Diode $1,12 \pm 0,03$ nA (gemittelt aus beiden Fits in Abbildung 5.4). Um einen Kurzschluss in Durchlassrichtung zu vermeiden ist der Stromkreis mit einem Gesamtwiderstand von 87 MΩ abgesichert.

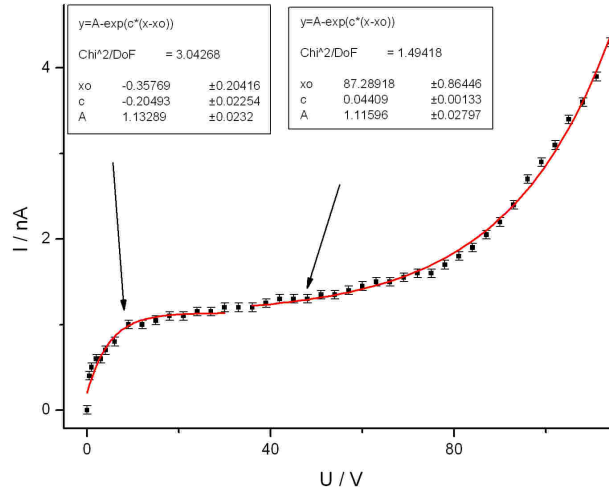


Abbildung 5.4: I-U-Kennlinie der Detektordiode in Sperrrichtung. Ab einer Spannung von ca. 15 V ist der Detektor verarmt. Ab einer Spannung von 87 V führt der Lawineneffekt zu starken Strömen; man spricht dann vom „Durchbruch“

Die zweite Exponentialfunktion beschreibt den Lawinen-Effekt, der jenseits der Durchbruchsspannung $U_D=87,3\pm 0,8$ V einsetzt.

$$I(U) = I_0 \cdot e^{\frac{e(U-U_D)}{kT}} \quad (5.2)$$

5.1.3 Der CdTe-Detektor

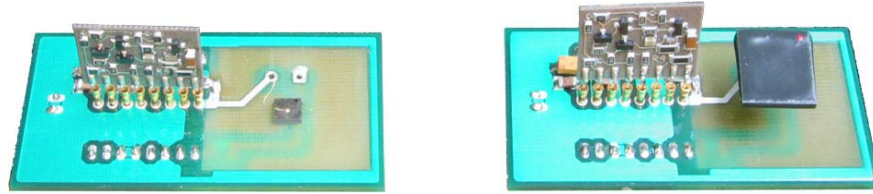


Abbildung 5.5: Detektoren und Vorverstärker (links: CdTe, rechts: Si)

Der bisher vorgestellte Silizium-Detektor eine ist Diode. Es besteht aber auch die Möglichkeit, einen Halbleiterkristall über ohmsche Kontakte in einen Stromkreis einzubinden. Auch hier ist Spektrometrie möglich. Es gilt weiterhin, dass ein Photon zusätzliche Elektron-Loch-Paare erzeugt und der kurzzeitige zusätzliche Strom verwendet werden kann, um hochenergetische Photonen nachzuweisen und so ein Spektrum zu vermessen.

Die Realisierung des ohmschen Kontakts erfolgt über einen CdTe-Kristall (Cadmiumtellurid) und Goldkontakte. Der Detektorkristall hat eine Querschnittsfläche von 23 mm^2 bei einer Stärke von 1 mm (vergl. Si: $100 \times 0,22 \text{ mm}^3$). Der

CdTe-Kristall ist im Gegensatz zum Silizium-Kristall nicht von Epoxid umschlossen; es ist daher notwendig ihn in einem lichtdichten Gehäuse unterzubringen, denn bei einem Bandlückenabstand von 1,56 eV könnten optische Photonen schon erheblich zu einem Signalrauschen beitragen.

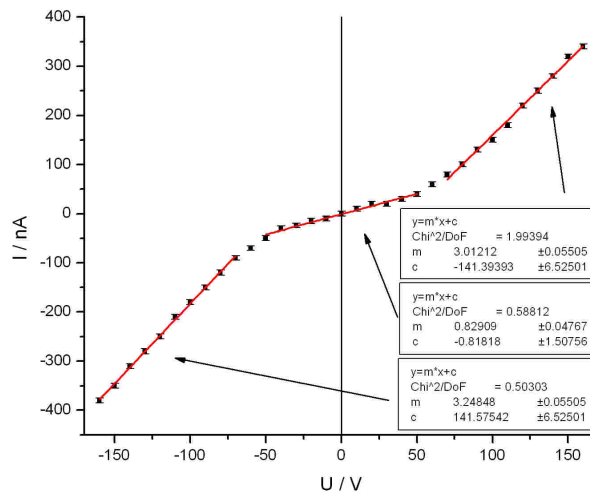


Abbildung 5.6: I-U-Kennlinie eines ohmschen Kontakts (CdTe)

In der Strom-Spannungs-Kennlinie (Abb. 5.6) zeigt sich deutlich, dass der Stromfluss durch den CdTe-Kristall nicht von der Polung der angelegten Spannung abhängig ist (symmetrisch um 0 V). Weiter zeigt sich das in der Literatur [19] schon beobachtete Verhalten von CdTe, in einem Spannungsbereich $|U| < 50$ V einen größeren spezifischen Widerstand zu besitzen, als in höheren Spannungsbereichen. Messungen ergeben in einem Spannungsbereich unter 50 V einen spezifischen Widerstand von $\rho = 25,7 \pm 1,5 \text{ M}\Omega\text{m}$; im Spannungsbereich über 50 V ergibt sich ein spezifischer Widerstand von $\rho = 5,33 \pm 0,09 \text{ M}\Omega\text{m}$. Damit liefert der Kristall einen Gesamtwiderstand von $R = 1119 \pm 67 \text{ M}\Omega$ im niederen Spannungsbereich und einen Widerstand von $R = 232 \pm 4 \text{ M}\Omega$ im Spannungsbereich über 50 V.

5.1.4 Vorverstärker und Shaping Amplifier

Die verwendeten Vorverstärker des Typs PR304 wurden von der Firma Eurorad hergestellt. Je ein Vorverstärker ist zusammen mit einem Detektorkristall austauschbar auf einer Platine angebracht (Abb. 5.5). Die lineare Verstärkung liefert ein Signal von einigen mV bei Absorption eines γ -Photons. Dieses Signal kann als schnelle Spannungsveränderung am Oszilloskop beobachtet werden (Abb. 5.7). Schwankungen der Kapazität des Vorverstärkers können zu unterschiedlichen Verstärkungsfaktoren der Vorverstärker führen, dennoch ist die Verstärkung stets linear.

Das vorverstärkte Signal wird von einem Shaping Amplifier zu einem gaußförmigen Signal verarbeitet. Technisch wird dies umgesetzt, indem das ankommende

mende Signal einen Kondensator auflädt, der sich wiederum über einen Widerstand zu Masse entlädt (CR-Filter). Das Ansteigen eines so entstandenen Signals wird nun noch über einen, zu Masse führenden Kondensator und einen Widerstand gedämpft (RC-Filter). Diese Dämpfung im Spannungsanstieg erfolgt noch an einem weiteren RC-Filter. Der gesamte Prozess wird daher als CR-(RC)²-Shaping bezeichnet.

Sowohl das Ansteigen der Spannung am Kondensator (durch das Signal), als auch das Entladen über den Widerstand wird in einem exponentiellen Verlauf ($e^{-t/\tau}$) durch die Shaping Time $\tau = CR$ bestimmt. Bei einer Kondensatorkapazität von $C=1\text{ nF}$ und einem Widerstand von $R=1\text{ k}\Omega$ entsteht so eine Shaping Time von $\tau = 1\text{ }\mu\text{s}$. Dies hat Signalbreiten von ca. $3\text{ }\mu\text{s}$ zu Folge und limitiert die Frequenz der Signale auf ca. 200 kHz (bei höheren Frequenzen würden die einzelnen Photonen nicht getrennt aufgelöst werden können).

Die Firma **Cremat** liefert die Shaping Amplifier und ein dazugehöriges Board (CR-160), welches auch zusätzliche Linearverstärker enthält. Als Standard ist der CR-200-1 μs mit einer Shaping Time von $1\text{ }\mu\text{s}$ auf das Board montiert. Dieser kann jedoch durch den CR-200-250ns mit einer Shaping Time von 250 ns ausgetauscht werden. Der CR-200-1 μs wurde dem CR-200-250ns vorgezogen, da er ein geringeres Elektronikrauschen verursacht. Am Ende des Verstärkungsprozesses stehen gaußförmige Signale, deren Amplituden mehrere Volt betragen (Abbildung 5.7).

5.1.5 MCA

Nach der Verstärkung durch Linearverstärker und den Shaping Amplifier werden die Signale an das MCA8000A geleitet. Dieser Vielkanalanalysator hat einen integrierten Analog-Digital-Wandler (ADC) und eine Kanalauflösung, die wahlweise zwischen 250 und 16000 Kanälen eingestellt werden kann. Durch die mitgelieferte Software **ADMCA** kann das MCA8000A auf einfache Art angesteuert und ausgelesen werden. Problematisch ist die innere Verstärkung des Geräts: Das Gerät akzeptiert wahlweise Signale bis 5 V oder bis 10 V ; bei der 5 V -Einstellung entsteht jedoch ein interner Spannungs-Offset von ca. 1 V . Dadurch werden Signale bis 1 V nicht mehr von dem Gerät erkannt; ein erheblicher „Threshold“ entsteht bereits im Gerät, weshalb nur die 10 V -Einstellung verwendet werden sollte.

Das MCA8000A wurde als besonders preiswerte Lösung gewählt. Die Anforderungen an die Kanalauflösung und die Eingangsfrequenz der Signale werden erfüllt. Eine externe Stromversorgung erfordert keinen speziellen NIM-Rahmen (Nuclear Instrumentation Module).

5.1.6 Die Messsoftware - ADMCA

Die entscheidenden Einstellungen der Messsoftware lassen sich unter „Acquisition Setup“ bewerkstelligen. Hier kann der „Threshold“ (Unterdrückung von Rauschen) und die Kanalauflösung „ADC Gain“ (500 bis 16000 Kanäle) eingestellt werden. Es ist auch möglich präzise die Messzeit einzustellen (was eine spätere Normierung überflüssig macht). Eine Schwelle von 100 Kanälen, bei einer Gesamtanzahl von 4000 Kanälen ist eine Einstellung, die gute Auflösung bei nicht zu geringen Zählraten (je nach Aktivität der Probe) liefert und eine adäquate Rauschunterdrückung bietet.

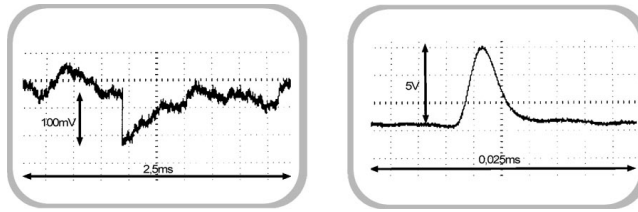


Abbildung 5.7: Signal: Vorverstärkt (links), Shaping Amplifier (rechts)

5.1.7 Das Detektorgehäuse

Das Detektorgehäuse (Abb. 5.1) besteht aus Aluminium und kann mittels Stellschrauben drehbar einer Strahlungsquelle zugeneigt werden. Um die Absorption von niederenergetischen Photonen (Licht) durch die Detektorkristalle zu vermeiden, schließt es nahezu lichtdicht ab. Über dem Detektor wurde der Deckel an einer Stelle auf $260\text{ }\mu\text{m}$ heruntergefräst. Aus dem Absorptionskoeffizient von Aluminium lässt sich die Transmissionswahrscheinlichkeit durch diese dünne Schicht berechnen. Tabelle 5.1 zeigt diese Transmissionswahrscheinlichkeit und die Absorptionswahrscheinlichkeiten als Funktion der Photonenenergie für verschiedene Detektormaterialien an.

E_{ph}	Si	CdTe	Al
	Abs.	Abs.	Trans.
	0,22 mm	1 mm	0,26 mm
10 keV	99,9%	82,7%	16%
59,5 keV	1,4%	99,8%	98%
122 keV	0,8%	43,7%	99%
136 keV	0,7%	34,9%	99%

Tabelle 5.1: Absorptionswahrscheinlichkeit der Detektoren, Transmissionwahrscheinlichkeit durch den Aluminium-Deckel [18]

5.1.8 Spannungsabhängigkeit der Signalbreite und Peak-drift

Entscheidend für die Auflösung der Strahlungsspektren ist die richtige Wahl der Detektorspannung. Die Spannung sollte nicht zu gering sein, da das E-Feld im Inneren des Detektors ausreichend stark sein muss, um die von einem γ -Quant erzeugte Ladung „einzusammeln“, bevor diese durch Rekombination der Elektron-Loch-Paare verloren geht. Abbildung 5.8(b) zeigt, dass sich das Maximum des Photopeaks bei Silizium über 40 V nicht mehr verschiebt, wenn die Spannung weiter vergrößert wird. Dies lässt erkennen, dass die gesamte erzeugte Ladung ab einer Spannung von 40 V bei Silizium eingesammelt wird. Das Maximum des Photopeaks ändert sich bei CdTe auch jenseits der 40 V noch geringfügig.

Es sollte jedoch keine zu große Detektorspannung angelegt werden, da große Spannungen zu großen Leckströmen führen (s. Kennlinien). Der Leckstrom wirkt sich auf das Rauschen und damit auf das Auflösungsvermögen σ eines Photonen-

signals (Peak) aus. Abbildung 5.9(b) zeigt ein lineares Verhältnis von Leckstrom und Varianz σ^2 eines Peaks, das sowohl bei der Siliziumdiode als auch bei dem CdTe-Detektor gemessen wurde. Unabhängig von der angelegten Spannung entsteht auch eine Verbreiterung des Signals durch die Elektronik. Messungen mit einem speziellen Signal-Pulser ergeben eine von der Elektronik verursachte Standardabweichung von $\sigma_{El}=0,35$ keV. Diese Verbreiterung ergibt, zusammen mit der Verbreiterung durch eine leicht variierende Anzahl an Elektron-Loch-Paaren des Detektors σ_{Det} und dem Rauschen des Dunkelstroms σ_I die Gesamtbreite σ eines Photopeaks.

$$\sigma = \sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_{Det}^2 + \sigma_{El}^2} \quad (5.3)$$

Hierbei ist die Verbreiterung durch den Dunkelstrom σ_I maßgebend. Die Abbildungen 5.8(a) und 5.9(a) zeigen, dass die beste Auflösung der Detektoren im Bereich zwischen 25 V und 50 V erreicht wird.

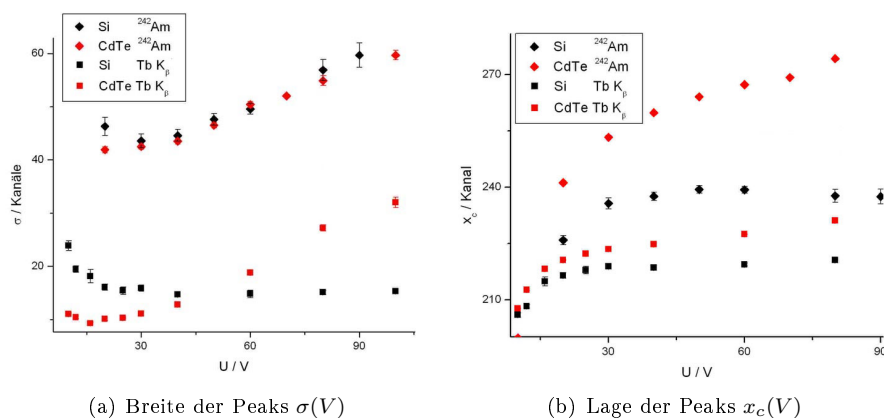


Abbildung 5.8: Die an den Detektor angelegte Spannung hat sowohl Einfluss auf die Breite (a), als auch auf die Lage (b) eines Photonenpeaks im Spektrum. Erreicht werden soll eine geringe Breite und damit eine hohe Energieauflösung. Gleichzeitig sollte möglichst die gesamte Ladung eingesammelt werden, die ein Photon erzeugt; die Lage des Signals wäre dann maximal.

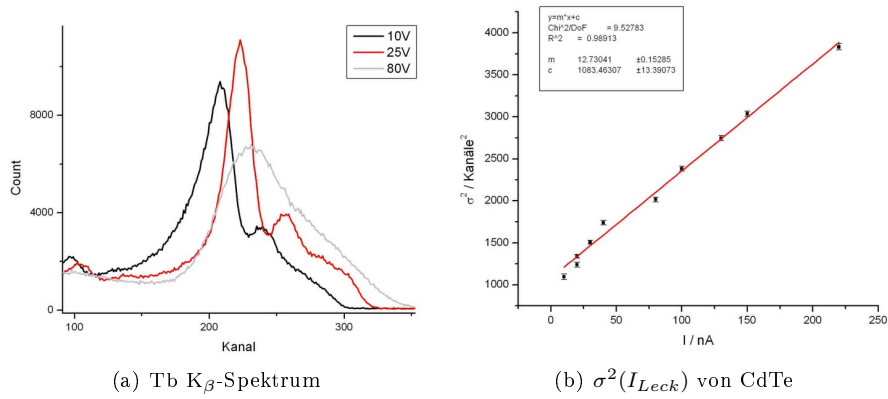


Abbildung 5.9: Die angelegte Spannung verändert das Spektrum, welches ein Halbleiterkristall erzeugt. Dies wird anhand der Veränderung des Tb K_β -Spektrum, aufgenommen mit einem CdTe-Detektor, gezeigt (a). Entscheidend für die Varianz σ^2 eines Signals ist der Leckstrom (b).

5.2 Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

Die elektromagnetische Strahlung radioaktiver Quellen wird indirekt über die erzeugten Elektron-Loch-Paare nachgewiesen. Interagiert elektromagnetische Strahlung mit Materie, kommt es im Wesentlichen zu zwei Effekten: Photoeffekt und Comptoneffekt. (Bei Energien über 1022 keV, der doppelten Ruhemasse des Elektrons, kann es auch zur Elektron-Positron-Paarbildung kommen. Die hier verwendeten Strahlungsquellen sind jedoch für diesen Effekt nicht hochenergetisch genug.)

Diese Wechselwirkungen machen sich durch exponentielle Abschwächung eines Photonenstrahls der Intensität I_0 bemerkbar. Für die Transmission durch eine Schicht der Stärke x gilt:

$$I(x) = I_0 e^{-\alpha x} \quad (5.4)$$

Der Absorptionskoeffizient α setzt sich hierbei aus dem des Photoeffekts und dem des Comptoneffekts zusammen.

$$\alpha = \alpha_{Photo} + \alpha_{Compton} \quad (5.5)$$

Dies wird in Abbildung 5.10 dargestellt.

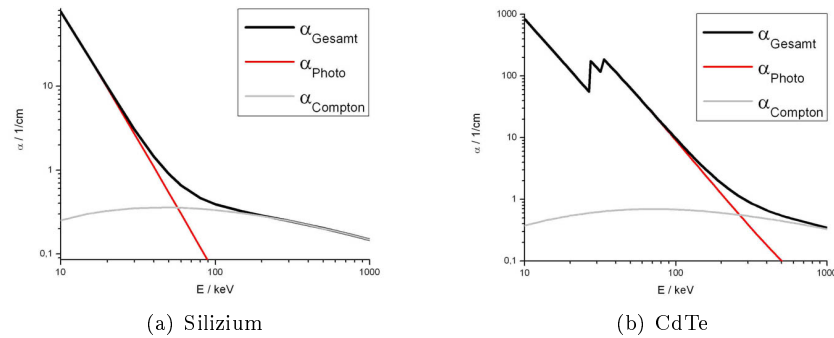


Abbildung 5.10: Absorptionskoeffizienten $\alpha(E)$ von Silizium und CdTe. Bei zunehmender Energie wird der Comptoneffekt, verglichen mit dem Photoeffekt immer bedeutsamer. [18]

5.2.1 Der Photoeffekt

Überträgt ein Photon seine gesamte Energie

$$E_\gamma = \hbar\omega \quad (5.6)$$

auf ein Elektron, so spricht man vom Photoeffekt. Dieser kann sich aus Gründen der Energie-Impuls-Bilanz niemals an freien, sondern nur an gebundenen Elektronen vollziehen. Das gesamte Atom nimmt hierbei einen Teil des Rückstoßes des Photons auf. Das Elektron, das die Energie des Photons aufgenommen hat, wird aus der Bindung herausgeschlagen und besitzt dann die Energie:

$$E_e = E_\gamma - E_B. \quad (5.7)$$

Hierbei bezeichnet E_B die Bindungsenergie zwischen Elektron und Atomkern. Die Wahrscheinlichkeit des Photoeffekts sinkt mit zunehmender Photonenenergie (s. Abb 5.10), steigt aber mit zunehmender Ordnungszahl Z der Atomkerne [2].

$$\alpha_{Photo} \propto \frac{Z^{n+1}}{E_\gamma}, \quad \text{mit } n = n(Z) \approx 3 \quad \text{für } E_\gamma < 511 \text{ keV} \quad (5.8)$$

5.2.2 Der Comptoneffekt

Ein Photon kann nicht nur von einem gebundenen Elektron absorbiert werden, es kann auch an einem freien oder schwach gebundenen Elektron streuen. Dabei wird seine Energie nicht vollständig absorbiert; das Photon überträgt nur einen Teil seiner Energie an das Elektron und kann mit verminderter Energie

$$\hat{E}_\gamma = E_\gamma - E_e \quad (5.9)$$

entweder den Detektor verlassen, oder bei einem späteren Photoeffekt auch seine restliche Energie dort deponieren. Die Energie E_e , die das Photon an das Elektron überträgt, hängt dabei vom Streuwinkel θ des Photons ab. Der maximale Energieübertrag $E_{e,max}$ ergibt sich bei totaler Rückstreuung ($\theta = \pi$) des Photons. Diese Energie definiert die Comptonkante.

$$E_e(\theta) = E_\gamma \frac{\epsilon(1 - \cos(\theta))}{1 + \epsilon(1 - \cos(\theta))} \quad \Rightarrow \quad E_{e,max} = E_\gamma \frac{2\epsilon}{1 + 2\epsilon} \quad (5.10)$$

Hier bezeichnet $\epsilon = E_\gamma/E_{el,0}$ das Verhältnis aus der Photonenenergie E_γ und der Ruheenergie des Elektrons $E_{el,0}=511 \text{ keV}$. Signale der Comptonstreuung lassen sich v.a. im Spektrum des Si-Detektors beobachten. Aufgrund des niedrigen Absorptionskoeffizienten und der geringen Stärke ist hier die vollständige Absorption eines Photons vergleichsweise unwahrscheinlicher als bei CdTe. In Tabelle 5.2 wird deutlich, bis zu welchen Energien Signale des Comptoneffekts erwartet werden.

E_γ	59,5 keV	122 keV	136,5 keV
$E_{e,max}$	11,2 keV	39,4 keV	47,4 keV

Tabelle 5.2: Lage der Comptonkante

Auch die Wahrscheinlichkeit des Comptoneffekts sinkt mit zunehmender Photonenenergie und steigt aber mit zunehmender Ordnungszahl Z der Atomkerne. Es zeigt sich jedoch eine andere Abhängigkeit von diesen Parametern als die des Photoeffekts, weshalb mit zunehmender Energie der Comptoneffekt immer bedeutsamer wird (s. Abb. 5.10, vergl. (5.8)) [2].

$$\alpha_{Compton} \propto \frac{Z}{E_\gamma^n}, \quad \text{mit } 0,5 \leq n \leq 1 \quad \text{für } 200 \text{ keV} \leq E_\gamma \leq 10 \text{ MeV} \quad (5.11)$$

5.2.3 Fluoreszenz und Escapes

Oft ergeben sich in einem Spektrum Peaks, deren Energien sich zunächst nicht in Zusammenhang mit einem radioaktiven Zerfall bringen lassen. Hierbei handelt es sich meist um Folgeeffekte des Photoeffekts. Wird bei einem Photoeffekt

ein Elektron der K-Schale herausgeschlagen, so fällt ein Elektron aus der höheren L- oder M-Schale in den energetisch stärker gebundenen Zustand herab. Die Energie, die das Elektron beim Herabfallen verliert, wird als Fluoreszenzstrahlung frei. Die Differenzenergie zwischen K- und L-Schale wird als K_α -Linie bezeichnet, die zwischen K- und M-Schale wird als K_β -Linie bezeichnet. Diese Differenzenergien sind von der Kernladungszahl des Atomkerns abhängig und nehmen mit steigendem Atomgewicht zu. Was sich somit in den Spektren zeigt, ist oft ein „Leuchten“ der Umgebung, beispielsweise der Bleiabschirmung.

Von Escape-Ereignissen (to escape: engl. entfliehen) spricht man, wenn sich der Photoeffekt im Detektorkristall abspielt und das Fluoreszenzphoton nicht absorbiert wird, sondern den Detektor verlässt. Es wird demnach nicht die gesamte Photonenenergie E_γ absorbiert, sondern die Energie E_{K_α} bzw. E_{K_β} durch Fluoreszenz aus dem Detektor herausgetragen. Dadurch ergeben sich Absorptionslinien bei:

$$E = E_\gamma - E_{K_\alpha} \quad \text{bzw.} \quad E = E_\gamma - E_{K_\beta} \quad (5.12)$$

5.3 Durchführung

Die γ -Spektren der radioaktiven Präparaten ^{57}Co und ^{241}Am sollen vermessen werden. Abbildung 5.11 zeigt, auf welche Weise diese Präparate in den angeregten Zustand ihrer Zerfallsprodukte übergehen und welche Energien bei der abschließenden γ -Emission frei werden.

Nachdem sich die Studenten mit dem Versuchsaufbau vertraut gemacht haben und die einzelnen Komponenten des Detektors (wie sie in Abb. 5.3 zu sehen sind) identifiziert wurden, wird ein Detektor-Kristall auf das Board gesteckt und das Detektorgehäuse verschlossen. Eine Detektorspannung zwischen 30 V und 60 V wird nun gewählt und während des gesamten Versuches unverändert gelassen. Des Weiteren wird die Versorgungsspannung von ± 12 V für die Elektronik an den Detektor gelegt. Das Messprogramm ADMCA wird gestartet und der Detektor ist nun bereit, ein Spektrum zu vermessen.

Wird im Messprogramm eine vordefinierte Messzeit (für je ein Präparat) eingestellt, so kann auf späteres Normieren der Spektren verzichtet werden.

Nun werden die Spektren von ^{57}Co und ^{241}Am aufgenommen, jeweils mit beiden Detektoren. Wird ein Präparat mit geringer Aktivität verwendet, so muss lange gemessen werden. Die geringen Zählraten des Untergrunds wirken sich kaum auf die Auswertung aus: Aus zeitlichen Gründen kann deswegen auf eine Untergrundmessung verzichtet werden.

5.4 Auswertung

5.4.1 Breite und Intensität der Peaks

Das abgestrahlte Spektrum einer Quelle $S_{ab}(E)$ besteht aus einer Summe sehr scharfer Strahlungspeaks. Die natürliche Linienbreite eines Übergangs wird durch zwei Effekte verbreitert: Die Dopplerverbreiterung entsteht durch Schwingung des Atomkerns und hat eine leicht variierende (gaußverteilte) Energie des abgegebenen γ -Photons zur Folge. Die Druckverbreiterung (lorentzverteilt) entsteht durch die gegenseitige Coulomb-Wechselwirkung der Atome.

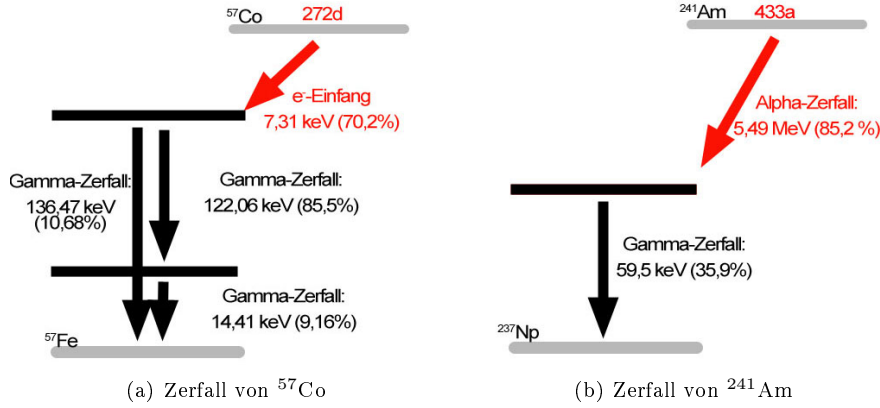


Abbildung 5.11: Die wichtigsten γ -Zerfälle der Proben: ^{57}Co zerfällt durch Elektroneneinfang in ^{57}Fe , aus ^{241}Am entsteht nach einem α -Zerfall ^{237}Np . Beim Zurückfallen der Zerfallsprodukte in den Grundzustand werden γ -Photonen frei, die die Detektoren registrieren. [17]

Die Linienverbreiterung durch diese beiden Effekte ist jedoch immer noch so gering im Gegensatz zu der später gemessenen Linienbreite, dass man sich das abgestrahlte Spektrum $S_{ab}(E)$ in guter Näherung als Summe von Deltafunktionen vorstellen kann. (Das Faltprodukt einer Lorentz-Funktion und einer Gaußfunktion wird tatsächlich jedoch von der Voigtverteilung beschrieben.)

$$S_{ab}(E) = \sum_{i=1}^N \Gamma_{\bar{E}_i}(E) \quad \text{mit} \quad \Gamma_{\bar{E}_i}(E) \approx \Gamma_i \cdot \delta(E - \bar{E}_i) \quad (5.13)$$

Γ_i steht hier für die Ereignisse bzw. die Zählraten, die dem Zerfall der Energie \bar{E}_i zugeschrieben werden.

Der Detektor wird jedoch bei gleicher Energie \bar{E}_i des absorbierten Photons nicht immer ein identisches Signal erzeugen (s. 5.3). Rauschen trägt dazu bei, dass scharfe Peaks gauß-verbreitert werden. Das vom Detektor registrierte Spektrum $\hat{S}_{mess}(E)$ eines solchen Strahlungsspektrums $S_{ab}(E)$, hätte daher zunächst die Gestalt:

$$\hat{S}_{mess}(E) = \sum_{i=1}^N G_{\Gamma_i, \bar{E}_i, \sigma_i}(E) \quad \text{mit} \quad G_{\Gamma_i, \bar{E}_i, \sigma_i}(E) = \Gamma_i \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{E - \bar{E}_i}{\sigma_i} \right)^2} \quad (5.14)$$

In einem weiteren Schritt muss berücksichtigt werden, dass die Absorptionswahrscheinlichkeit $A(E)$ eines Photons nicht für alle Energien konstant ist, sondern mit zunehmender Energie abfällt.

$$A(E) = 1 - e^{-\alpha(E) \cdot l} \quad (5.15)$$

Die Absorptionswahrscheinlichkeit ist durch den Absorptionskoeffizienten $\alpha(E)$ bestimmt und $\alpha(E)$ ist stark materialabhängig (Abb. 5.10). Auch die Dicke l eines Detektors ist entscheidend für die Absorption. Die unterschiedlichen Absorptionskoeffizienten der beiden Detektoren und die Tatsache, dass sie

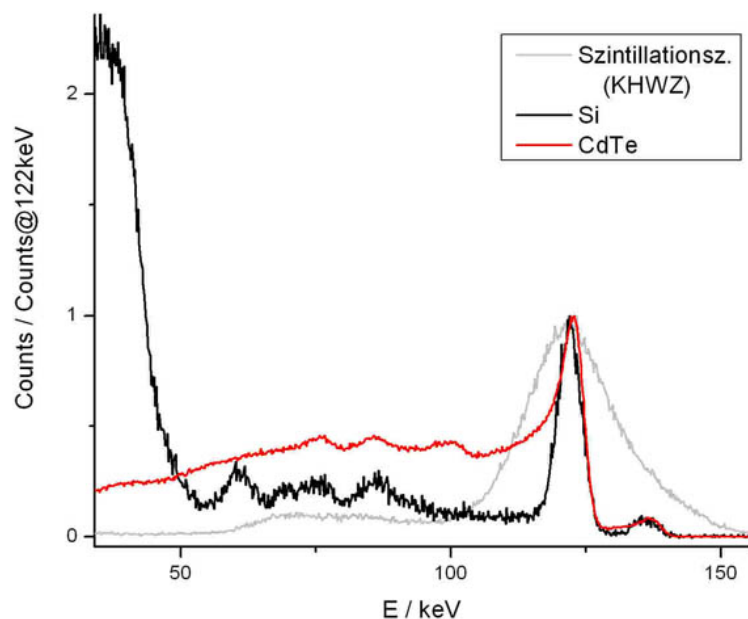


Abbildung 5.12: ^{57}Co -Spektrum, aufgenommen mit Si, CdTe und einem Szintillationsdetektor. Aufgrund der geringen Dicke und des geringen Absorptionskoeffizienten zeigen sich beim Silizium-Detektor viele Ereignisse des Comptoneffekts (Comptonkante bei 39 keV). Die Peaks des CdTe-Detektors sind aufgrund einer variierenden Absorptionstiefe deutlich asymmetrisch. Die Energieauflösung der Halbleiterdetektoren ist deutlich besser als die eines Szintillationsdetektors

unterschiedliche Stärken aufweisen (Si: 0,22 mm, CdTe: 1 mm), erklären den Unterschied der Spektren und Zählraten (counts/sec.). Unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Absorptionswahrscheinlichkeiten bei unterschiedlichen Energien, lässt sich das Spektrum, welches ein Detektor messen sollte, wie folgt darstellen:

$$S_{\text{mess}}(E) = \sum_{i=1}^N A(\bar{E}_i) \cdot G_{\Gamma_i, \bar{E}_i, \sigma_i}(E) \quad (5.16)$$

Zum direkten Vergleich der beiden Detektoren wird in Abbildung 5.12 das Spektrum von ^{57}Co gezeigt. Dieses wurde auf die Amplitude des 122 keV-Peaks normiert.

5.4.2 Asymmetrie der Peaks

Der Blick auf ein aufgenommenes Spektrum offenbart, dass vermeintliche Gauß-peaks eine gewisse Asymmetrie aufweisen (insbesondere bei CdTe s. Abb. 5.12). Auch hier lässt sich eine Erklärung finden: Abhängig von der Absorptionstiefe x ($0 \leq x \leq l$) des Photons im Halbleiterkristall der Stärke l , müssen die erzeugten freien Elektronen die Strecke x bis zur Anode zurücklegen. Die erzeugten freien Löcher müssen dagegen die Strecke $x - l$ bis zur Kathode zurücklegen. Die Geschwindigkeit der Ladungsträger wird durch die Stärke des E-Felds und

die Beweglichkeit μ bestimmt.

$$v_n = \mu_n \cdot E \quad \text{bzw.} \quad v_p = \mu_p \cdot E, \quad (5.17)$$

Der Index n (negativ) verweist auf die Elektronen, p (positiv) auf die Löcher. Folglich bewegen sich die Ladungsträger eine Zeit t durch den Halbleiter.

$$t_n = \frac{x_n}{v} = \frac{x}{\mu_n \cdot E} \quad \text{bzw.} \quad t_p = \frac{l-x}{v_p} = \frac{l-x}{\mu_p \cdot E} \quad (5.18)$$

Bei einer gegebenen mittleren Lebenszeit τ erreichen somit von ursprünglich N_0 entstandenen Ladungsträgern nur

$$N_n(x) = N_0 e^{-\frac{t_n(x)}{\tau_n}} = N_0 e^{-\frac{x}{\tau_n \mu_n E}} \propto e^{-x} \quad (5.19)$$

$$N_p(x) = N_0 e^{-\frac{t_p(x)}{\tau_p}} = N_0 e^{-\frac{l-x}{\tau_p \mu_p E}} \propto e^x \quad (5.20)$$

die Anode bzw. die Kathode. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung $f(x)$ für die jeweiligen Wegstrecken x , lässt sich aus der Veränderung der Menge an Photonen ∂P bei der Transmission durch eine infinitesimale Schicht der Stärke ∂x gewinnen.

$$\hat{f}(x) = \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(P_0 e^{-\alpha x})}{\partial x} = -\alpha P_0 e^{-\alpha x} \quad (5.21)$$

Normieren dieses Ausdrucks liefert:

$$f(x) = \frac{-\alpha P_0 e^{-\alpha x}}{\int_0^l -\alpha P_0 e^{-\alpha x} dx} = \frac{\alpha e^{-\alpha x}}{1 - e^{-\alpha l}} \quad (5.22)$$

Damit ist auch die Stärke eines Signals, welches ursprünglich aus N_0 Elektronen und Löchern bestand, statistisch verteilt.

$$f(x) \cdot (N_n(x) + N_p(x)) \propto e^{-x} (C \cdot e^{-x} + \hat{C} \cdot e^x) \quad (5.23)$$

Hierbei sind C und \hat{C} Konstanten. Die Folge ist, dass ein gaußförmiger Signal-Peak nach der Faltung mit einer solchen Exponentialfunktion (5.23) eine Asymmetrie aufweist. Diese Faltung muss jedoch im Rahmen des FPI nicht berücksichtigt werden, zumal die Auswertung von insgesamt 3 Teilversuchen schon sehr umfassend ist. Es darf weiterhin das Faltprodukt eines Gaußpeaks mit einer solchen Exponentialfunktion in guter Näherung als Gaußpeak identifiziert und gefittet werden.

Außerdem sei darauf hingewiesen, dass sich die Asymmetrie bei CdTe stärker bemerkbar macht, da die größere Stärke des Kristalls (CdTe: 1 mm, Si: 0,22 mm) eine größere Variation der Absorptionstiefe und damit der Zerfallszeit des Signals zulässt, zudem weichen die Ladungsträgereigenschaften von Elektronen und Löchern bei CdTe im Gegensatz zu Silizium stark voneinander ab.

5.4.3 Auswertung der Spektren

Energieeichung

Zunächst muss eine Energieeichung durchgeführt werden. Verwendet werden soll der 122,06 keV-Peak und der 136,47 keV-Peak von ^{57}Co , sowie der 59,5 keV-Peak von ^{241}Am . Aus der Lage der Peaks im Spektrum (Gaußfit) kann somit

jedem Kanal K eine Energie E zugeschrieben werden. Hierbei gilt ein lineares Verhältniss zwischen der Lage eines Peaks im Spektrum und dessen Energie. Somit können sogenannte „Eichgeraden“ angepasst werden (Abbildung 5.13). Dies geschieht für Si und CdTe separat!

$$\text{Silizium : } E(K) = m_{Si} \cdot K + c_{Si} \quad (5.24)$$

$$\text{CdTe : } E(K) = m_{CdTe} \cdot K + c_{CdTe} \quad (5.25)$$

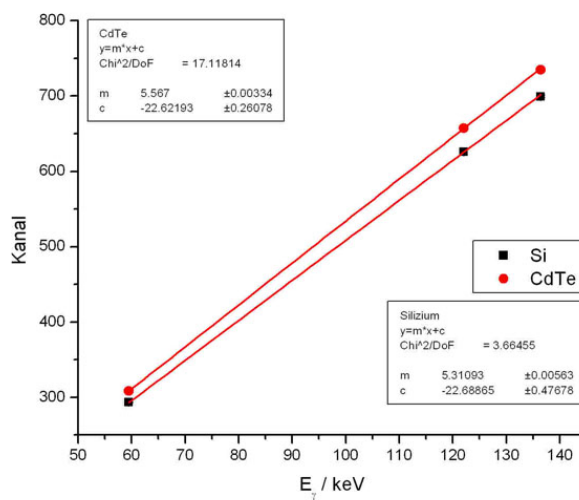


Abbildung 5.13: Die Anpassung von Eichgeraden ermöglicht es, jedem Kanal einen Energiebereich zuzuschreiben. Für diese Geraden wird der 122,06 keV-Peak und der 136,47 keV-Peak von ^{57}Co , sowie der 59,5 keV-Peak von ^{241}Am verwendet.

Absorptionsverhältnisse

Der Faktor C des Gaußfits eines Peaks der Energie \bar{E}_i gibt an, wie viele Photonen dieser Energie von dem Detektor registriert wurden.

$$G_{\bar{E}_i, \sigma_i}(E) = C \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{E - \bar{E}_i}{\sigma_i} \right)^2} \quad (5.26)$$

Aus dem Vergleich der Werte von Silizium und CdTe lassen sich Rückschlüsse auf das Verhältnis der Absorptionswahrscheinlichkeiten $A(E)$ der beiden Detektoren ziehen, da die Photonenemission der radioaktiven Quelle bei gleicher Messzeit identisch ist. Es muss jedoch noch mit der aktiven Fläche a der jeweiligen Detektoren (Si: $a=100 \text{ mm}^2$, CdTe: $a=23 \text{ mm}^2$) multipliziert werden. Der Vergleich der Absorptionswahrscheinlichkeit von Silizium mit der von CdTe ist in Tabelle 5.3 dargestellt. Der Fehler dieser Verhältnisse entsteht durch den Fehler des Faktors C .

$$\frac{A_{Si} a_{Si}}{A_{CdTe} a_{CdTe}} = \frac{C_{Si}}{C_{CdTe}} \Rightarrow \frac{A_{Si}}{A_{CdTe}} = \frac{C_{Si} a_{CdTe}}{C_{CdTe} a_{Si}} \quad (5.27)$$

$$s \frac{A_{Si} a_{Si}}{A_{CdTe} a_{CdTe}} = \frac{A_{Si} a_{Si}}{A_{CdTe} a_{CdTe}} \cdot \sqrt{\left(\frac{s_{C_{Si}}}{C_{Si}}\right)^2 + \left(\frac{s_{C_{CdTe}}}{C_{CdTe}}\right)^2} \quad (5.28)$$

	Literaturwert
$A_{Si}/A_{CdTe}(59 \text{ keV})$	1,40% [18]
$A_{Si}/A_{CdTe}(122 \text{ keV})$	1,83% [18]
$A_{Si}/A_{CdTe}(136 \text{ keV})$	2,00% [18]

Tabelle 5.3: Absorptionswahrscheinlichkeit des Siliziumdetektors verglichen mit der Absorptionswahrscheinlichkeit des CdTe-Detektors

Diese Absorptionsverhältnisse sollen mit den Werten in Tabelle 5.1 verglichen werden. Die errechneten Absorptionsverhältnisse weichen von den Absorptionsverhältnissen aus Tabelle 5.1, die in Tabelle 5.3 als Literaturwert angegeben sind, etwa um den Faktor 2 ab. Abweichungen können vielfältige Gründe haben: Absorption in der Epoxid-Schicht und der SiO_2 -Schicht der Silizium-Diode bleibt unberücksichtigt. Die Dicke der Detektoren kann von der Herstellerangabe abweichen, oder die Absorptionsereignisse können aufgrund von Ladungsrekombination (v.a. bei CdTe) soviel an Signalstärke verlieren, dass sie nicht mehr dem eigentlichen Peak zugeschrieben werden können.

Die Energieauflösung

Nun soll die relative Energieauflösung $RER(E)$ der Detektoren errechnet werden. Die relative Energieauflösung bezeichnet das Verhältnis der Halbwertsbreite eines Peaks zu dessen Lage. Die Halbwertsbreite (FWHM: Full Width at Half Maximum) ist die Differenz jener Energiewerte, bei denen die Hälfte der maximalen Amplitude eines Peaks erreicht werden. Im Falle der Gaußkurve lässt sich die Halbwertsbreite sehr einfach aus deren Standardabweichung errechnen.

$$FWHM = 2\sqrt{2 \ln 2} \cdot \sigma \approx 2,35 \cdot \sigma \quad (5.29)$$

Damit ergibt sich die relative Energieauflösung zu:

$$RER(E) = \frac{FWHM_E}{E} \approx \frac{2,35\sigma_E}{E} \quad (5.30)$$

Diese Energieauflösung soll für den 59,5 keV-Peak von ^{241}Am , sowie für die 122 keV- und 136,5 keV-Peaks von ^{57}Co berechnet werden.

Es zeigt sich, dass sich bei konstanter Breite σ der Gaußkurven und zunehmender Energie der γ -Photonen die relative Energieauflösung verbessert. Der Fehler der relativen Energieauflösung errechnet sich aus dem Fehler der Photonenenergie E und dem der Standardabweichung σ .

$$s_{RER} = RER \cdot \sqrt{\left(\frac{s_E}{E}\right)^2 + \left(\frac{s_\sigma}{\sigma}\right)^2} \quad (5.31)$$

Die Messergebnisse der Absorptionswahrscheinlichkeiten und der relativen Energieauflösungen werden den Studenten nicht zugänglich gemacht; sie sollen diese Werte selbstständig bestimmen.

Kapitel 6

Zusammenfassung

Die Studenten bekommen im Fortgeschrittenenpraktikum (FP I) die Gelegenheit, sich der Physik der Halbleiter auf experimentellem Wege zu nähern. In einer dreiphasigen Versuchsreihe werden die wichtigsten Kenngrößen eines Halbleiters bestimmt. Zudem wird gezeigt, dass sich die Eigenschaften der Halbleiter für die Spektrometrie verwenden lassen.

Vermessung der Bandlücke

Im ersten Teilversuch, dem Bandlückenexperiment, haben die Studenten die Möglichkeit die Bandlückenenergie von Silizium und Germanium selbstständig zu bestimmen. Von einem Spektrometer erzeugte, optische Photonen, deren Energie in der Größenordnung der Bandlückenenergie liegt, fallen auf eine Halbleiterprobe. Übersteigt die Energie der Photonen die Bandlückenenergie des Halbleiters, so macht sich dies durch einen rapiden Anstieg der Absorption (gemessen durch den Leckstrom) und ein starkes Abfallen der Transmission (gemessen mit einem Pyrodetektor) bemerkbar.

Im weiteren Verlauf des Experiments wird die Erkenntnis gewonnen, dass sich Gitterdefekte an der Oberfläche des Halbleiters stark auf die Lebensdauer von Elektron-Loch-Paaren auswirken. Dies wird ersichtlich, wenn höherenergetische Photonen kein Absorptionssignal mehr bewirken, da sie nahe der Oberfläche absorbiert werden und ihr Signal an Gitterdefekten zerfällt bevor es registriert wird.

Die Messergebnisse der Bandlückenenergien, wie sie in Tabelle 6.1 gezeigt werden, decken sich sehr gut mit den (zum Teil unterschiedlichen) Literaturwerten.

Silizium:	$E_g=1,12 \text{ eV}$ [6]
Germanium:	$E_g=0,66 \text{ eV}$ [6]

Tabelle 6.1: Literaturwerte des Bandlückenexperiments

Das Haynes&Shockley-Experiment

An einem Versuchsaufbau, der dem ursprünglichen Versuchsaufbau von J. R. Haynes und W. Shockley bis auf wenige Verbesserungen nachempfunden ist,

haben die Studenten die Gelegenheit weitere sehr wichtige Kenngrößen der Halbleiter zu messen. Bestimmt werden soll die Beweglichkeit μ_n , die Diffusionskonstante D_n und die mittlere Lebensdauer τ_n von quasi-freien Elektronen in einer Germaniumprobe. Hierzu wird von einem Laserpuls eine Vielzahl an Ladungsträgern in der Probe erzeugt. Aus der zeitlichen Entwicklung dieser „Ladungsträgerwolke“ in einem elektrischen Feld können diese Konstanten bestimmt werden.

Tabelle 6.2 zeigt, die Literaturwerte der Beweglichkeit μ_n , der Diffusionskonstanten D_n und der mittlere Lebensdauer τ_n . Die Abweichung einer gemessenen

Beweglichkeit:	$\mu_e = 3900 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} [2]$
Diffusionskonstante:	$D_e = 101 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} [2]$
Lebensdauer:	$\tau_e = 45 \pm 2 \mu\text{s} [14]$

Tabelle 6.2: Literaturwerte des Haynes&Shockley-Experiments

senen mittleren Lebenszeit vom Literaturwert können begründet werden: Aus dem Absorptionskoeffizienten der Laserenergie lässt sich berechnen, dass die Ladungsträger durchschnittlich $0,5 \mu\text{m}$ unter der Oberfläche der Probe erzeugt werden. Hier verkürzen Gitterdefekte sehr stark die Lebenszeit.

Halbleiterdetektoren

Der letzte Versuch dieser Versuchsreihe zeigt, dass sich die Eigenschaften der Ladungsträger in Halbleitern eigenen um Strahlungsspektren radioaktiver Quellen zu vermessen. Die Anzahl an entstandenen Ladungsträgern bei Absorption eines Photons ist proportional zu dessen Energie. Die Signale dieser kurzzeitig entstandenen Ladungsträger lassen sich, nach elektronischer Verarbeitung, in die Kanäle eines MCAs einordnen. Beim Auslesen entsteht ein Strahlungsspektrum.

Die Studenten errechnen das Verhältnis der Absorptionswahrscheinlichkeiten $A(E)$ eines hochenergetischen Photons bei Silizium und Cadmiumtellurid. Abweichungen der Absorptionswahrscheinlichkeiten von den Literaturwerten,

$A_{Si}/A_{CdTe}(59 \text{ keV})$	1,40% [18]
$A_{Si}/A_{CdTe}(122 \text{ keV})$	1,83% [18]
$A_{Si}/A_{CdTe}(136 \text{ keV})$	2,00% [18]

Tabelle 6.3: Absorptionswahrscheinlichkeiten im Vergleich

wie sie in Tabelle 6.3 zu erkennen sind, können vielfältige Gründe haben: Dicke und Querschnittsfläche der Detektoren können von der Herstellerangaben abweichen. Absorptionen in der SiO_2 - und der Epoxid-Schicht der Diode bleiben unberücksichtigt. Zuletzt können Signale v.a. bei CdTe aufgrund von Ladungsrekombination in seltenen Fällen nicht mehr dem eigentlichen Photopeak zugerechnet werden (s. 5.4.2).

Zudem wird die relative Energieauflösung beider Detektoren bestimmt.

Literaturverzeichnis

- [1] S. M. Sze, *Semiconductor Devices 2nd Edition*
2001, John Wiley Inc.
- [2] W. R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*
1994, Springer
- [3] G. Lutz, *Semiconductor Radiation Detectors*
1999, Springer
- [4] Gerthsen, *Physik 21st Edition*
2001, Springer
- [5] U. Scherz, *Festkörperphysik*
2004, TU Berlin (Skript)
- [6] Ch. Kittel, *Einführung in die Festkörperphysik 12. Auflage*
1999, Oldenburg Verlag
- [7] R. A. Smith, *Semiconductors*
1961, Cambridge University Press
- [8] W.C. Dash, R. Newmann, *Intrinsic Optical Absorption...*
1954, Physical Review
- [9] J.L. Polleux, C. Rumelhard, *Optical Absorption Coefficient Determination*
2000, Laboratoire Physique des Composants Electroniques
- [10] K. Bücher, J. Bruns, *Absorption coefficient of silicon*
1993, Technische Universität Berlin
- [11] J. Singh, *Physics of Semiconductors and their Heterostructures*
1993, Mc.Graw-Hill
- [12] J. R. Haynes, W. Shockley, *The Mobility and Life of Injected Holes and Electrons*
1950, Physical Review
- [13] J. P. McKelvey, *Diffusion Effects in Drift Mobility Measurements in Semiconductors*
1955, Journal of Applied Physics

- [14] A. Sconza, G. Torzo, *An improved version of the Haynes-Shockley experiment*
1999, American Journal of Physics
- [15] D. Ritter E. Zeldov, *Ambipolar transport in amorphous semiconductors . . .*
1988, Physical Review
- [16] F. F. Y. Wang, *Introduction to Solid State Electronics*
1988, North-Holland
- [17] U. Schötzg, H. Schrader *Half-lives and emission probabilities . . .*
2000, Braunschweig
- [18] National Institut of Standards and Technology - Physics Laboratory
<http://physics.nist.gov> Dort: Literaturverzeichnis
- [19] C.J. Johnson, E.E. Eissler *Crystallographic and Metallurgical Characterization of Radiation Detector Grade Cadmium Telluride Materials*
1993, Materials Reseach Society
- [2] M. Fischer, *Untersuchungen zum Einsatz eines neuartigen Mikrolinienkollimators für medizinische Linearbeschleuniger*
2005, Universität Hamburg

Ich erkläre, dass ich die Arbeit selbstständig angefertigt und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Alle Stellen, die dem Wortlaut oder dem Sinn nach anderen Werken, gegebenfalls auch elektronischen Medien, entnommen sind, sind von mir auch durch Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht. Entlehnung aus dem Internet sind durch Ausdruck belegt.