

# Halbleiter

---

2. und 6. Oktober, 2014

Moritz  
BITTERLING

Benjamin  
ROTTLER

Betreuer: Marc HAUSER



INSTITUT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK  
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT  
FREIBURG IM BREISGAU

Alle Berechnungen in diesem Protokoll wurden unter Python 2.7 mit Hilfe folgender Programmbibliotheken

- PyROOT (<http://root.cern.ch/drupal/content/pyroot>)
- NumPy (<http://www.numpy.org/>)

oder mit Mathematica 10 durchgeführt.

Die Graphiken wurden mit Inkscape (<http://www.inkscape.org>) gezeichnet.

Alle Python-Skripte, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Skripte und SVG-Graphiken können online unter <https://github.com/Bigben37/FP1/tree/master/1002-Halbleiter> abgerufen werden.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Versuchsziel</b>	<b>1</b>
<b>2. Physikalische Grundlagen</b>	<b>1</b>
2.1. Das Bändermodell . . . . .	1
2.2. Dotierung von Halbleitern und p-n-Übergang . . . . .	2
2.3. Ladungsträger in Halbleitern . . . . .	3
2.4. Transmission und Absorption von Strahlung in Halbleitern . . . . .	6
2.5. Lock-in-Verstärker . . . . .	6
2.6. Reflexion am optischen Gitter . . . . .	7
<b>3. Vermessung der Bandlücke</b>	<b>8</b>
3.1. Versuchsaufbau . . . . .	8
3.2. Versuchsdurchführung . . . . .	9
3.3. Messergebnisse und Auswertung . . . . .	9
3.3.1. Bandlückenenergie von Silizium . . . . .	9
3.3.2. Bandlückenenergie von Germanium . . . . .	13
<b>4. Haynes-Shockley-Experiment</b>	<b>15</b>
4.1. Versuchsaufbau . . . . .	15
4.2. Versuchsdurchführung . . . . .	15
4.3. Messergebnisse und Auswertung . . . . .	16
4.3.1. Bestimmung des Offsets $x_0$ . . . . .	16
4.3.2. Variation der Nadelposition $d$ . . . . .	17
4.3.3. Variation der Treibspannung $U_T$ . . . . .	22
<b>5. Halbleiterdetektoren</b>	<b>26</b>
5.1. Versuchsaufbau . . . . .	26
5.2. Versuchsdurchführung . . . . .	26
5.3. Messergebnisse und Auswertung . . . . .	26
5.3.1. CdTe-Detektor . . . . .	27
5.3.2. Si-Detektor . . . . .	31
5.3.3. Absorptionsverhältnisse . . . . .	36
<b>6. Literatur</b>	<b>38</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>38</b>
A.1. Messprotokoll . . . . .	38

## 1. Versuchsziel

Im Halbleiter-Versuch werden in drei verschiedenen Versuchsteilen unterschiedliche halbleiterphysikalische Effekte untersucht: Mit einer Transmissions- und Absorptionsmessung werden die *Bandlücken* von Germanium und Silizium bestimmt. Beim Haynes-Shockley-Experiment erhält man Informationen über die *Mobilität*, *Diffusionskonstante* und *mittlere Lebensdauer* der Elektronen im Leitungsband von Germanium. Außerdem wird mit dotierten Halbleitern das *Energiespektrum* von radioaktiven Proben aufgenommen.

## 2. Physikalische Grundlagen

### 2.1. Das Bändermodell

Ähnlich zur Beschreibung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit von Molekülelektronen mit Orbitalen wird bei Festkörpern das Bändermodell verwendet.

Für die physikalischen Eigenschaften eines Materials ist die Besetzung von *Valenzband* und *Leitungsband* entscheidend: Das Valenzband ist (bei 0 K) das oberste mit Elektronen besetzte Band. Das Leitungsband liegt energetisch darüber und Elektronen im Leitungsband werden als *quasifrei* bezeichnet.

Die Energiedifferenz zwischen Valenz- und Leitungsband wird *Bandlücke* genannt. Energiewerte, die in der Bandlücke liegen, sind für Elektronen nicht erlaubt. Es finden daher nur Übergänge zwischen den Bändern statt, bei denen die Elektronen mindestens die Bandlückenenergie aufnehmen oder abgeben. Ist die Bandlücke klein (weniger als 1 eV), so wird der Festkörper als *Metall* bezeichnet. Bei Metallen befinden sich bei Raumtemperatur sehr viele Elektronen im Leitungsband und stehen für den Ladungstransport zur Verfügung. Ist die Bandlücke eines Materials größer als 4 eV, handelt es sich um einen *Isolator*, bei fast alle Elektronen fest an die Atomrümpfe gebunden sind und kein Ladungstransport stattfinden kann. Stoffe, deren Bandlücke mittelgroß ist, werden als *Halbleiter* bezeichnet. Bei ihnen wird die Ladungsträgerdichte sehr stark durch Dotierung und Temperatur beeinflusst.

Elektronische Übergänge zwischen den beiden Bändern sind *direkt* und *indirekt* möglich. Bei einer direkten Bandlücke liegt im Energie-Wellenvektor-Diagramm das Minimum des Leitungsbandes genau über dem Maximum des Valenzbandes. Beim Übergang bleibt daher die Länge des Wellenvektors konstant und es findet keine Impulsänderung des Elektrons statt. Bei einer indirekten Bandlücke liegen Minimum und Maximum nicht übereinander. Ein Elektronenübergang kann hier nur stattfinden, wenn ein Phonon (Quasiteilchen einer Gitterschwingung) für den Ausgleich der Impulsbilanz sorgt.

Die Bandlücke beeinflusst nicht nur elektrische, sondern auch *optische Eigenschaften* des Festkörpers: Transmission von Strahlung ist nur möglich, wenn die Energie der Photonen kleiner ist als die Bandlücke. Bei größerer Energie können Elektronen ins Leitungsband gehoben werden und die Photonen werden absorbiert.

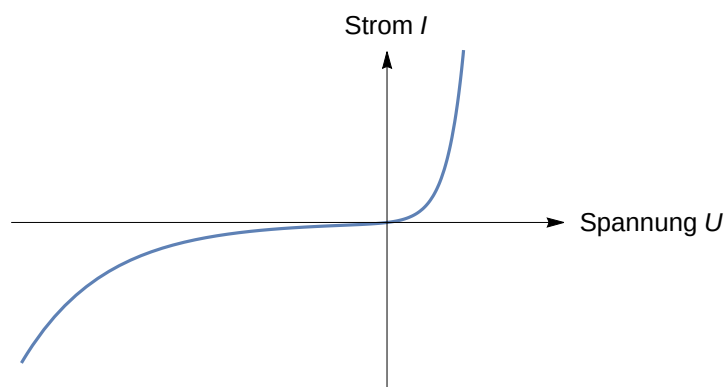
## 2.2. Dotierung von Halbleitern und p-n-Übergang

Der Stromleitungsmechanismus bei hochreinen, monokristallinen Halbleiterkristallen wird als *intrinsisch* bezeichnet: Das Fermi-Niveau liegt ungefähr (bei 0 K genau) in der Mitte zwischen den beiden Bändern, und nur die äußersten Randbereiche der Fermi-Verteilung ragen in die Bänder und sorgen dort für eine Besetzung der Zustände.

Werden in den Kristall nun Atome aus einer anderen Hauptgruppe eindiffundiert, ändert sich die Lage des Fermi-Niveaus: Zum Beispiel führt eine Phosphordotierung (5. HG) von Silizium (4. HG) dazu, dass Energieniveaus knapp unter der Kante des Leitungsbandes entstehen. Durch die Dotierung verschiebt sich das Fermi-Niveau nach oben in Richtung der Donatorniveaus und Elektronen gelangen ins Leitungsband.

Dieser Mechanismus ist auch umgekehrt (z.B. durch Bordotierung, 3. HG) möglich. Es entstehen dann Fehlstellen ("Löcher") im Valenzband, die ebenfalls eine Erhöhung der Leitfähigkeit verursachen. Leitfähigkeit aufgrund von Fremdatomen wird als *extrinsisch* bezeichnet.

Werden nun zwei unterschiedlich dotierte Halbleiter in Kontakt gebracht, so entsteht ein *p-n-Übergang*. In den ursprünglich neutralen Halbleitern entsteht dadurch ein geladener Bereich, die Raumladungszone. Die Strom-Spannungs-Charakteristik eines p-n-Übergangs ist im Gegensatz zu einem ohmschen Widerstand nicht linear. Man spricht hier von einer Diodenkennlinie, wie auf [Abbildung 2.1](#) gezeigt.



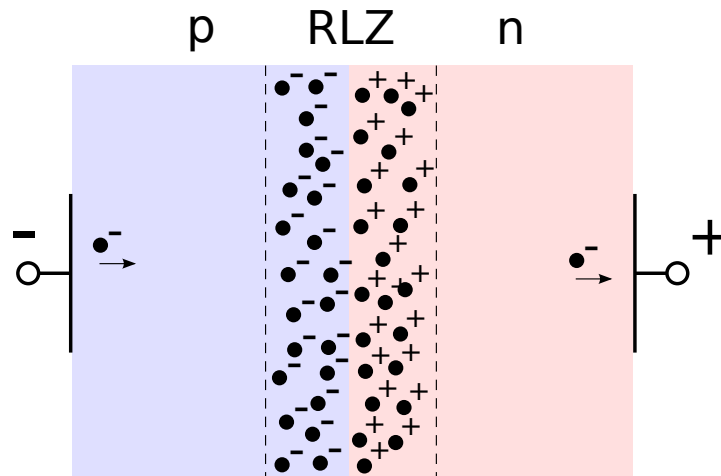
**Abbildung 2.1:** Strom-Spannungskennlinie eines pn-Übergangs. Die Achsenskalierung ist nicht einheitlich.

Die asymmetrische Kennlinie kommt dadurch zustande, dass der p-n-Übergang eine Durchlassrichtung (rechter Bereich der Abbildung) und eine Sperrrichtung (linker Bereich) besitzt. In Sperrrichtung fließt nur ein sehr kleiner Leckstrom, bis es bei hoher Spannung zum Durchbruch kommt.

Die Existenz einer Sperr- und einer Durchlassrichtung lässt sich anschaulich durch Vergrößerung oder Verkleinerung der Raumladungszone erklären. [Abbildung 2.2](#) zeigt den Übergang zwischen einem p-dotierten und einem n-dotierten Halbleiter. In der Kontaktzone wandern die Elektronen aus dem n-dotierten Material in das p-dotierte und

hinterlassen geladene Fehlstellen. Die n-Seite ist dann positiv geladen, die p-Seite negativ. Wird nun an den Halbleiter eine Spannung angelegt, so dass weitere Elektronen in die p-Schicht fließen, vergrößert sich die Raumladungszone und es bildet sich ein Feld aus, das der anliegenden Spannung entgegen wirkt. Dieser Zustand herrscht in dem Halbleiter-Strahlungs-Detektor, mit dem im dritten Versuchsteil Messungen durchgeführt werden.

Umgekehrt kann die Raumladungszone verkleinert werden, wenn an die n-dotierte Schicht das negativere Potential angelegt wird. Der p-n-Übergang wird dann leitend und sein Widerstand nimmt mit zunehmender Spannung ab.



**Abbildung 2.2:** Ausbildung einer Raumladungszone durch Verbindung von n- und p-dotierten Halbleitern und Vergrößerung der Raumladungszone durch Anlegen einer Spannung in Sperrrichtung.

Auch an Metall-Halbleiter-Übergängen kann sich eine Verarmungszone bilden und die Strom-Spannungs-Charakteristik ist dann wie beim p-n-Übergang. Man spricht dann von einem Schottky-Kontakt. Ist der Halbleiter allerdings hochdotiert, so dass seine Elektronendichte in der Größenordnung der des Metalls liegt, hat die Verbindung eine lineare ohmsche Charakteristik.

### 2.3. Ladungsträger in Halbleitern

Die Bewegung der Ladungsträger in einem Halbleiter wird durch zwei Prozesse bestimmt: *Drift* und *Diffusion*. Der Driftstrom  $j_{\text{drift}}$  wird durch ein äußeres elektrisches Feld  $E$  verursacht und beträgt für Elektronen

$$j_{\text{drift,n}} = \mu_n \cdot n \cdot E \quad (2.1)$$

und für Löcher

$$j_{\text{drift,p}} = -\mu_p \cdot p \cdot E \quad (2.2)$$

Die Mobilität der Ladungsträger (Verhältnis von Driftgeschwindigkeit zum angelegtem Feld) ist  $\mu$ , die Ladungsträgerdichte wird als  $n$  bzw.  $p$  bezeichnet. Eine räumliche Inhomogenität von  $n$  und  $p$  führt zu einem Diffusionsstrom  $j_{\text{diff}}$ :

$$j_{\text{diff},n} = D_n \cdot \frac{\partial n}{\partial x}, \quad j_{\text{diff},p} = D_p \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.3)$$

$D$  ist die materialspezifische Diffusionskonstante.

Wegen Ladungserhaltung müssen die Ladungsträgerdichten  $n(t)$  und  $p(t)$  die *Kontinuitätsgleichung* erfüllen: Die zeitliche Änderung der Elektronen im Leitungsband wird durch die Zahl der ins Valenzband zurückfallenden Elektronen und die Divergenz des Stromes  $j_n$  bestimmt:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n - n_0}{\tau_n} - \frac{\partial j_n}{\partial x} \quad (2.4)$$

Die Ladungsträgerdichte im Gleichgewicht ist  $n_0$ , die mittlere Lebensdauer der Elektronen im Leitungsband  $\tau_n$ . Analog gilt für Löcher

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{p - p_0}{\tau_p} - \frac{\partial j_p}{\partial x} \quad (2.5)$$

Das Einsetzen der Gleichungen für die Ströme in die Kontinuitätsgleichung liefert

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n - n_0}{\tau_n} + D_n \cdot \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu_n \cdot n \cdot \frac{\partial E}{\partial x} + \mu_n \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \cdot E \quad (2.6)$$

und

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{p - p_0}{\tau_p} + D_p \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p \cdot p \cdot \frac{\partial E}{\partial x} - \mu_p \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \cdot E \quad (2.7)$$

Für ein konstantes E-Feld gilt  $\partial E / \partial x = 0$  und ein Term fällt aus den Gleichungen. Durch weitere Überlegungen (siehe [1]) können die beiden Differentialgleichungen gekoppelt und gelöst werden: Man nimmt an, dass kleine Unterschiede der Ladungsträgerkonzentrationen  $n$  und  $p$  sofort durch Coulomb-Wechselwirkung ausgeglichen werden. Dies führt zu  $\tau_p = \tau_n$  (im p-dotierten Germanium passt sich  $\tau_p$  an  $\tau_n$  an) und zur Kopplung der beiden Gleichungen.

Nach Einführung einer ambipolaren Ladungsträgerkonzentration  $c$  und reduzierten Konstanten  $\tilde{\mu}$  und  $\tilde{D}$  kann die resultierende Differentialgleichung

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{c - c_0}{\tau_n} + \tilde{\mu} \cdot \frac{\partial c}{\partial x} \cdot E + \tilde{D} \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (2.8)$$

gelöst werden durch

$$c(t, x) = C \cdot e^{-\frac{x}{\tau_n}} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi \cdot \tilde{D} \cdot t}} \cdot e^{-\frac{(x - \tilde{\mu} E t)^2}{4\tilde{D} t}} \quad (+C_0) \quad (2.9)$$

Die Lösung ist eine Gaußverteilung mit einer exponentiell abfallender Amplitude (verursacht durch Rekombination mit  $\tau_n$ ), einer Standardabweichung, die durch die Diffusion bestimmt wird und einem wandernden Schwerpunkt, dessen Ort durch E-Feld und Ladungsträgermobilität bestimmt wird. Mit den Näherungen

$$\tilde{D} \rightarrow D_n \text{ und } \tilde{\mu} \rightarrow \mu_n \quad (2.10)$$

folgt

$$\begin{aligned} A(t) &= C \cdot e^{-\frac{t}{\tau_n}} \\ \sigma(t) &= \sqrt{2D_n \cdot t} \\ x_c(t) &= \mu_n \cdot E \cdot t \end{aligned} \quad (2.11)$$

mit der Gaußverteilung

$$c(t, x) = A(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma(t)^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - x_c(t)}{\sigma(t)} \right)^2} . \quad (2.12)$$

### Zeitabhängigkeit von $c$ bei festem Ort

Im Experiment wird die Zeitabhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration am festen Ort  $x = d$  untersucht:

$$c(t) = A(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma(t)^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{d - \mu_n E t}{\sigma(t)} \right)^2} \quad (2.13)$$

Sei  $t_c$  der Zeitpunkt, an dem sich das Maximum der Gaußfunktion unter der Nadel befindet. Es gilt dann mit der Geschwindigkeit  $v$  der Ladungsträger

$$d = v \cdot t_c = \mu_n \cdot E \cdot t_c . \quad (2.14)$$

Mit den Näherungen (das exakte Ergebnis liefert die McKelvey-Korrektur in [1])

$$\sigma(t) \approx \sigma(t_c) \quad \text{und} \quad A(t) \approx A(t_c) \quad (2.15)$$

lässt sich obige Gleichung damit umformen zu

$$c(t) = A(t_c) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma(t_c)^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{t - t_c}{\sigma(t_c)/\mu_n E} \right)^2} . \quad (2.16)$$

Mit

$$\tilde{\sigma} := \frac{\sigma(t_c)}{\mu_n E} \quad \text{und} \quad \tilde{A} := \frac{A(t_c)}{\mu_n E} \quad (2.17)$$

erhält man

$$c(t) = \tilde{A} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \tilde{\sigma}^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{t - t_c}{\tilde{\sigma}} \right)^2} . \quad (2.18)$$

**Gleichung 2.18** wird bei der Auswertung für die Fits verwendet.



## 2.4. Transmission und Absorption von Strahlung in Halbleitern

Für die Transmission von Strahlung gilt eine exponentielle Abhängigkeit von Absorptionskoeffizient  $\alpha$  und Probendicke  $l$ :

$$T = T_0 \cdot e^{-\alpha l} \quad (2.19)$$

$T$  ist die transmittierte Strahlungsintensität und  $T_0$  die auftreffende Intensität. Für die Absorption  $A$  gilt mit der Konstante  $A_0$

$$A = A_0 \cdot (1 - e^{-\alpha l}) \quad (2.20)$$

Der Absorptionskoeffizient  $\alpha$  ist abhängig von der Energie  $E$  der einfallenden Strahlung:

$$\alpha(E) = AC \left( \frac{\tilde{\Theta}(E - E_g + E_p)^2}{\exp(E_p/kT) - 1} + \frac{\tilde{\Theta}(E - E_g - E_p)^2}{1 - \exp(-E_p/kT)} \right) \quad (2.21)$$

$\tilde{\Theta}$  ist die Einheitsstufenfunktion:

$$\tilde{\Theta}(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

$AC$  ist eine Konstante,  $E_g$  die Bandlückenenergie,  $E_p$  die Energie des am Übergang beteiligten Phonons,  $k$  die Boltzmannkonstante und  $T$  die Temperatur.

Wird die Stärke der Absorption von Strahlung durch eine Änderung des Probenwiderstands gemessen, muss die Rekombination von Ladungsträgern an der Probenoberfläche (in einer Schicht mit der Dicke  $d$ ) berücksichtigt werden. Dies wird durch das Einfügen des Faktors<sup>1</sup>  $\exp(-\alpha \cdot d)$  in das Modell für die Absorption erreicht.

## 2.5. Lock-in-Verstärker

Bei der Bestimmung der Bandlücke im ersten Versuchsteil wird ein Lock-in-Verstärker verwendet. Damit kann ein elektrisches Signal sehr effizient von einem unbekannten Signaluntergrund getrennt werden. Er beruht auf folgendem Prinzip:

Ein Signal  $s(t)$  wird mit einem periodischen Referenzsignal  $s_{\text{ref}}(\omega t)$  mit bekannter Frequenz  $\omega$  moduliert:

$$s_{\text{mod}}(t) = s(t) \cdot s_{\text{ref}}(\omega t) \quad (2.23)$$

Das modulierte Signal  $s_{\text{mod}}(t)$  kommt zusammen mit einem großen Untergrundrauschen  $u(t)$  am Verstärker an, wird dort mit dem Referenzsignal multipliziert und das Produkt

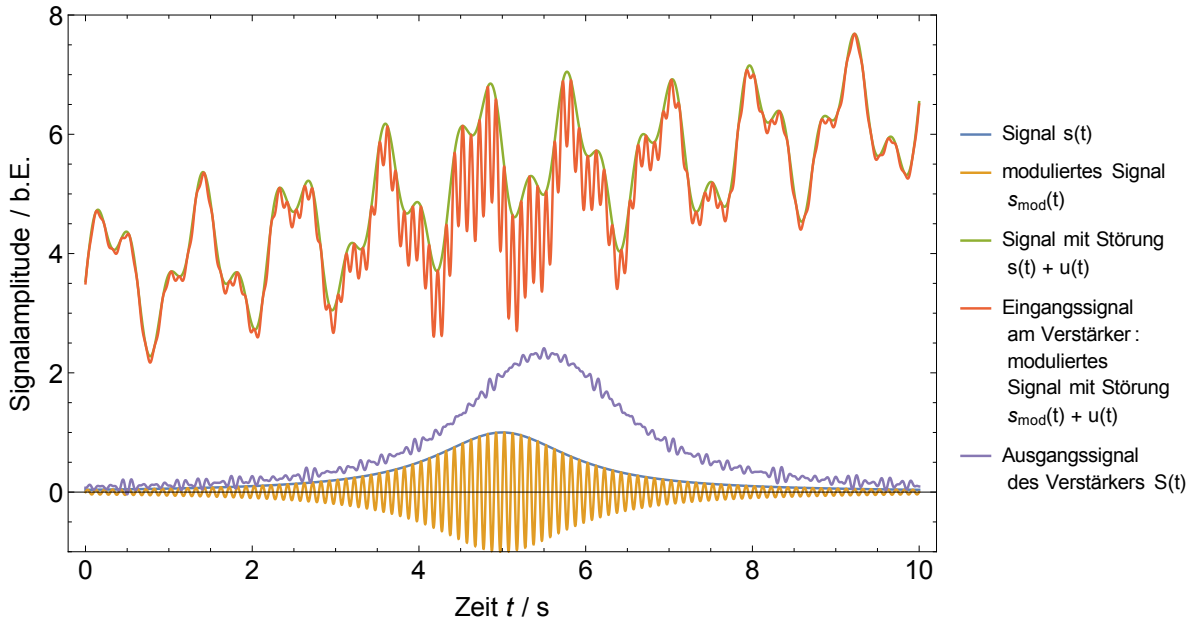
---

<sup>1</sup>Entnommen aus [1], da der Faktor in der Versuchsanleitung falsch angegeben ist.

über  $N$  Periodendauern  $T$  des Referenzsignals integriert. Das Ausgangssignal  $S(t)$  des Verstärkers ist also

$$S(t) = \int_{t-NT}^t [s(t') \cdot s_{\text{ref}}(\omega t') + u(t')] \cdot s_{\text{ref}}(\omega t') dt' \quad (2.24)$$

Das Integral entspricht dem Skalarprodukt im Vektorraum der periodischen Funktionen. Das Skalarprodukt ist nur für Signale mit der Referenzfrequenz ungleich Null, alle anderen Frequenzkomponenten werden ausgefiltert.



**Abbildung 2.3:** Signale am Lock-in-Verstärker: Filterung eines Signals mit bekannter Modulationsfrequenz aus einem hohen Untergrundrauschen.

Abbildung 2.3 zeigt beispielhaft die Signalverläufe am Lock-in-Verstärker für eine Lorentzkurve als Signal und einem Polynom 2. Ordnung mit zwei überlagerten Sinusschwingungen als Untergrund. Das Referenzsignal ist ein Sinus mit der Frequenz  $f=10$  Hz, die Integration erfolgt über 10 Perioden.

Das Lorentz-Signal ist auf dem Untergrund nicht zu erkennen (rote Kurve). Der Verstärker ist aber in der Lage, aus diesem Signal an seinem Ausgang mit einer leichten Zeitverzögerung eine fast identische Kopie des gewünschten Signals zu liefern.

## 2.6. Reflexion am optischen Gitter

Für die Bestimmung der Bandlücke im zweiten Versuchsteil wird ein Reflexionsgitter verwendet. Die Winkelabhängigkeit des Reflexionsvermögens wird in [1] beschrieben. Es gilt für die Energie  $E$  der reflektierten Strahlung in Abhängigkeit des Anstellwinkels des

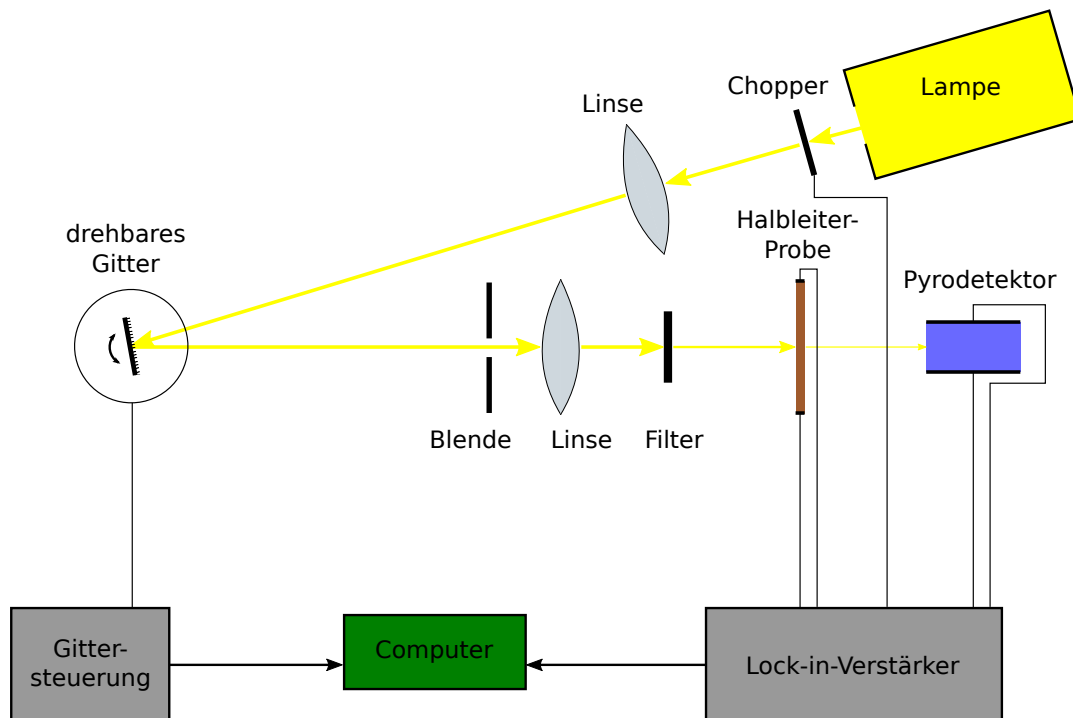
Gitters  $\phi$ :

$$E(\phi) = \frac{hc}{2d \sin(\phi) \cos(\psi)} \quad . \quad (2.25)$$

$\psi$  ist der halbe Öffnungswinkel der optischen Bank,  $d$  die Gitterkonstante,  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit.

### 3. Vermessung der Bandlücke

#### 3.1. Versuchsaufbau



**Abbildung 3.1:** Aufbau zur Messung der Wellenlängenabhängigkeit von Absorption und Transmission von Germanium und Silizium.

Abbildung 3.1 zeigt den Aufbau, der zur Bestimmung der Bandlücke von Germanium und Silizium verwendet wird. Eine Lampe liefert weißes Licht, das von einem Chopper moduliert und von einer Linse kollimiert wird. Das Licht wird dann von einem Gitter spektral zerlegt und ein kleiner Teil des Spektrums gelang durch eine Strichblende (Öffnung 2 cm), eine weitere Linse und einen Filter auf die Halbleiterprobe. Gitter und Filter können ausgetauscht werden. (Für Silizium wird ein Gitter mit 1200 Linien/mm verwendet und für Germanium eines mit 600 Linien/mm. Die beiden Filter lassen nur den langwelligeren Bereich des Spektrums passieren.) Durch den Halbleiter fließt ein Strom, so dass

Widerstandsänderungen wegen der Entstehung von freien Elektronen durch Lichtabsorption detektiert werden können. Licht, das den Halbleiter transmittiert, gelangt auf einen Pyrodetektor, der über eine Änderung seiner Dielektrizitätskonstante die auftretenden Temperaturschwankungen in ein Spannungssignal wandelt. Dieses Spannungssignal gelangt ebenfalls in den Lock-in-Verstärker. Um gezielt die Signale von Halbleiter und Pyrodetektor verstärken zu können, erhält der Verstärker außerdem Information über Frequenz und Phase des modulierten Lichtsignals von Chopper.

Das optische Gitter wird über einen Motor angesteuert und die aktuelle Winkelstellung zusammen mit dem Ausgangssignal des Verstärkers an einen Computer gesendet.

## 3.2. Versuchsdurchführung

Am Aufbau werden an Germanium und Silizium die gleichen Messungen durchgeführt. Zu Beginn wird die Nullwinkelstellung des optischen Gitters mit Hilfe des Maximums 0. Ordnung gesucht. Anschließend wird von diesem Maximum ausgehend eine Transmissions- und Absorptionsmessung über den gesamten Winkelbereich durchgeführt. Außerdem wird mit abgedecktem Halbleiter der Untergrund und ohne Halbleiter das Spektrum der Lampe mit dem Pyrodetektor vermessen. Um die Messfehler abzuschätzen, werden an den Maxima von Transmission und Absorption für jeweils 100 s halbsekündlich Messwerte aufgenommen.

[Tabelle 3.1](#) zeigt die Einstellungen am Lock-in-Verstärker, die für die beiden Messungen verwendet wurden.

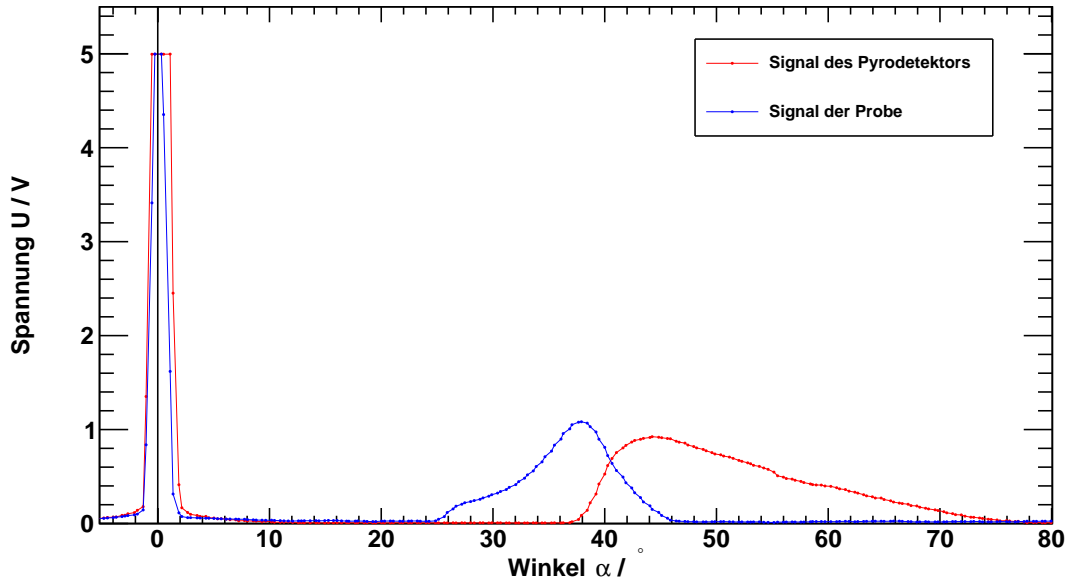
**Tabelle 3.1:** Einstellungen am Lock-in-Verstärker bei der Bestimmung der Bandlücken.

	$I/\text{mA}$	AC gain pyro	AC gain sample	DC gain pyro	DC gain sample
Si	0.75	100	10	5	2
Ge	15.00	300	1000	10	5

## 3.3. Messergebnisse und Auswertung

### 3.3.1. Bandlückenenergie von Silizium

Das Spektrum der Absorption (gemessen mit der Silizium-Probe) und Transmission (gemessen mit dem Pyrodetektor) von Silizium in Abhängigkeit des Winkels  $\alpha$  ist in [Abbildung 3.2](#) dargestellt. Man erkennt das Maxima 0. Ordnung bei  $\alpha = 0^\circ$ . Durch diese Eichung des Winkels kann das verwendete Messprogramm die Winkel schon in die richtigen Energien (abhängig vom Winkel und der Gitterkonstante) umrechnen, welche später noch benötigt werden.



**Abbildung 3.2:** Absorptions- und Transmissionsspektrum von Silizium.

Für die Fehler der Messpunkte wurde die Spannung an den Sensoren über einen längeren Zeitraum ( $t = 100\text{ s}$ ) bei den Winkeln der maximalen Transmission und Absorption gemessen. Aus dieser Messreihe wurde die Standardabweichung

$$s_U = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{U} - U_i)^2} \quad (3.1)$$

bestimmt und als absoluter Fehler der einzelnen Messpunkte gesetzt.

$$s_{\text{Abs}} = 0.007\text{ V}, \quad s_{\text{Trans}} = 0.004\text{ V} \quad (3.2)$$

Um die Bandlückenenergie von Silizium zu bestimmen, muss von den beiden Messungen jeweils der Untergrund ([Abbildung 3.3](#)) abgezogen werden. Des Weiteren müssen die Messungen auf die Leistung der Lampe normiert werden, da diese nicht für alle Winkel gleich ist ([Abbildung 3.4](#)). Da die Winkel nur jede halbe Sekunde aufgenommen werden, sind die genauen Werte der Winkel nicht reproduzierbar. Deshalb wurde für jeden Messpunkt eine lineare Interpolation des Untergrunds und des Spektrums der Lampe zwischen den benachbarten Punkten durchgeführt.

$$I_{\text{Pyro}} = \frac{U_{\text{Pyro}} - U_{\text{Untergrund,Pyro}}}{U_{\text{Lampe}}}, \quad I_{\text{Probe}} = \frac{U_{\text{Probe}} - U_{\text{Untergrund,Probe}}}{U_{\text{Lampe}}} \quad (3.3)$$

Die Fehler berechnen sich mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung.

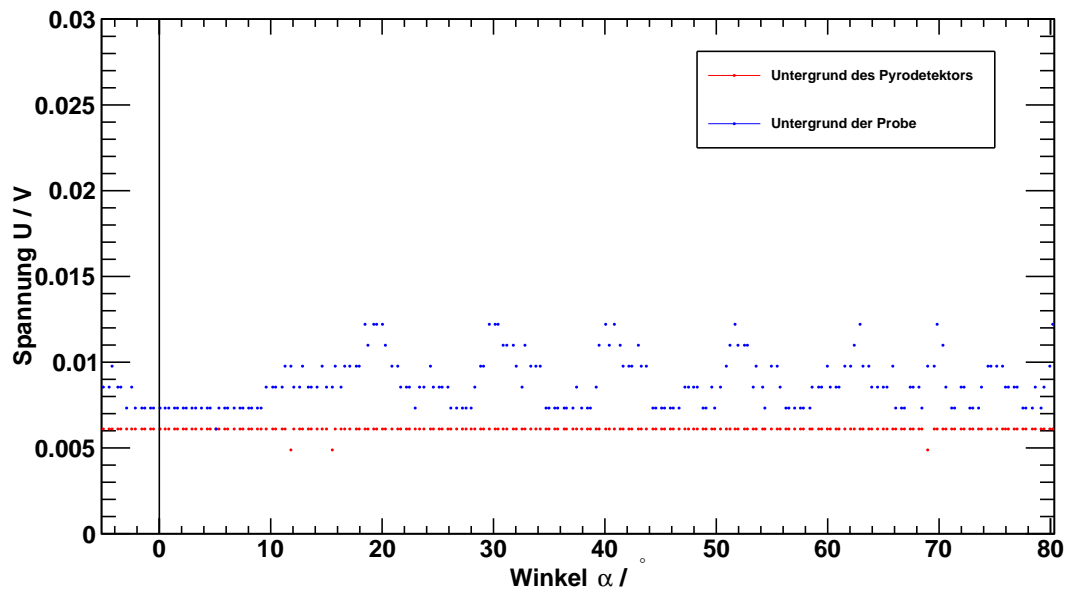


Abbildung 3.3: Untergrund von Pyrodetektor und Siliziumprobe, gemessen mit abgedeckter Lampe.

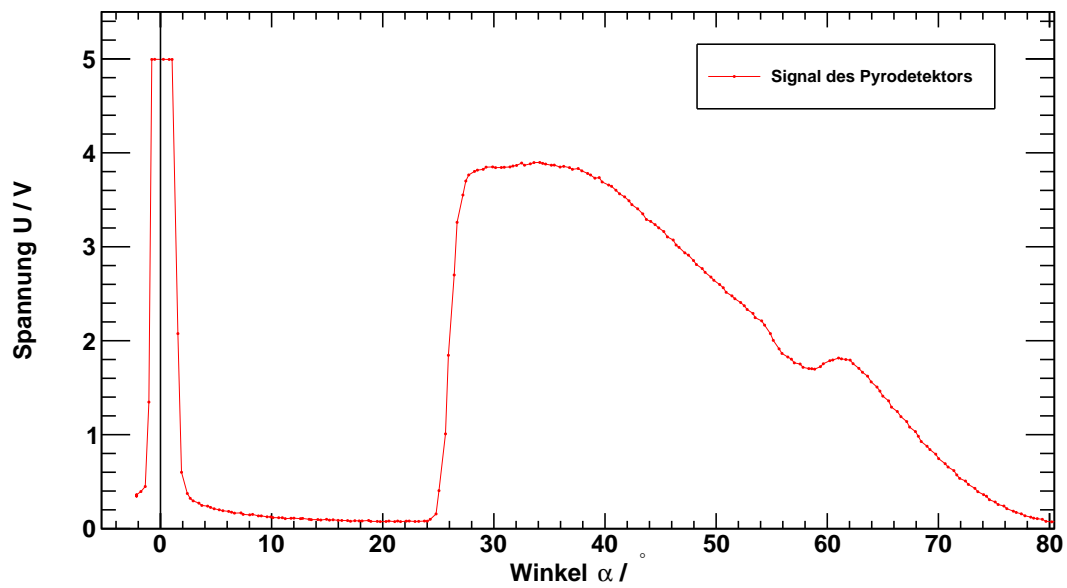
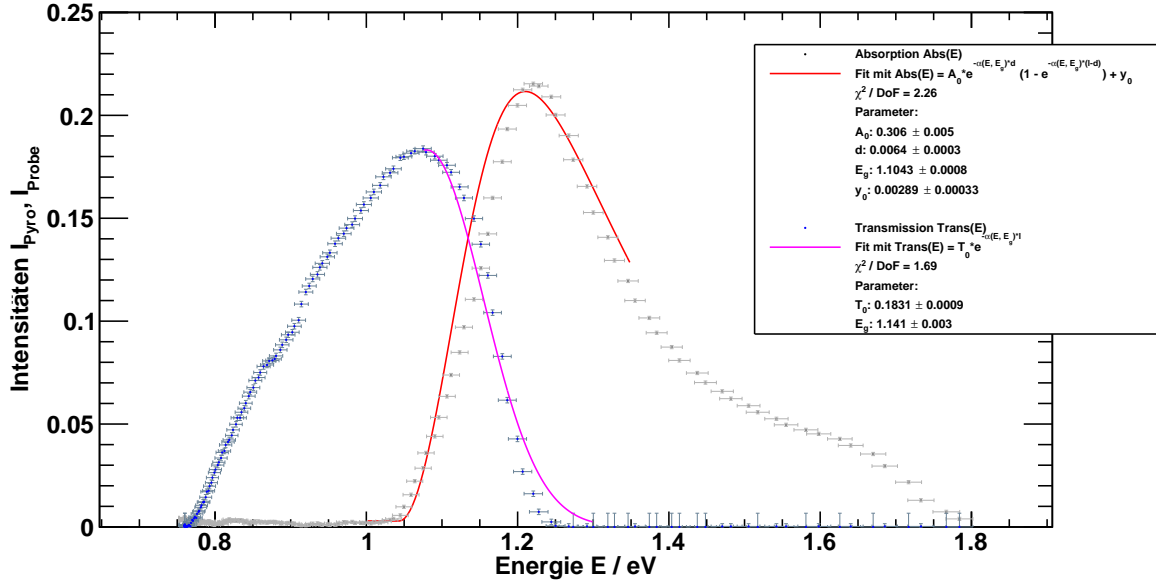


Abbildung 3.4: Strahlungsleistung der Lampe in Abhängigkeit des Winkels  $\alpha$ .

Die so erhaltenen Intensitäten werden mit den Modellen aus Kapitel 2.4 bei einer Tem-

peratur von  $T = 300$  K gefittet (Abbildung 3.5):

$$\text{Trans}(E) = T_0 \cdot e^{-\alpha(E) \cdot l}, \quad \text{Abs}(E) = A_0 \cdot e^{-\alpha(E) \cdot d} (1 - e^{-\alpha(E) \cdot (l-d)}) + y_0 \quad (3.4)$$



**Abbildung 3.5:** Untergrundbereinigte und normierte Signalintensitäten für die Siliziumprobe.

Man erhält für die Bandlückenenergie von Silizium:

$$\begin{aligned} E_{g,\text{Abs}} &= (1.1043 \pm 0.0008) \text{ eV} \\ E_{g,\text{Trans}} &= (1.141 \pm 0.003) \text{ eV} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Für den Fehler von  $E_g$  muss allerdings noch berücksichtigt werden, dass die endliche Breite der Blende ( $b = 2$  cm) und des Gitters ( $D = 2.5$  cm) nicht eine genaue Energie sondern ein Energieintervall gemessen wird. Nach [1] können die Winkel  $W_{\min}$  und  $W_{\max}$  berechnet werden:

$$\begin{aligned} W_{\min}(\Phi) &= \Psi + \arcsin \left( \sin(\Psi) - \frac{\frac{D}{2} \cdot \cos(\Phi) + \frac{b}{2} \cdot \cos(\Psi)}{L} \right) \\ W_{\max}(\Phi) &= \Psi + \arcsin \left( \sin(\Psi) + \frac{\frac{D}{2} \cdot \cos(\Phi) + \frac{b}{2} \cdot \cos(\Psi)}{L} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

mit  $\Psi = 7.5^\circ$  und dem Abstand  $L = 55$  cm zwischen Blende und Gitter. Diese Winkel stellen nun zwei verschiedene Öffnungswinkel der Bank (früher  $2\Psi$ ) dar. Für diese neuen

Öffnungswinkel wird nun die Energie aus [Gleichung 2.25](#) bestimmt und die Hälfte der Differenz dieser beiden Energien als systematischen Fehler  $s_E$  gesetzt<sup>2</sup>:

$$s_E = \frac{1}{2} \left( \frac{h \cdot c}{2 \cdot d \cdot \cos(W_{\max}/2) \cdot \sin(\Phi)} - \frac{h \cdot c}{2 \cdot d \cdot \cos(W_{\min}/2) \cdot \sin(\Phi)} \right) \quad (3.7)$$

mit  $d$  Gitterkonstante.

Für den gesamten Fehler auf  $E_g$  folgt:

$$s_{E_g} = \sqrt{s_{\text{Fit}}^2 + s_E^2} \quad (3.8)$$

Die errechneten Bandlückenenergien können mit [Gleichung 2.25](#) in den Anstellwinkel  $\Phi$  umgerechnet werden. Es folgt für die neuen Fehler:

$$\begin{aligned} E_{g,\text{Abs}} &= (1.104 \pm 0.003) \text{ eV} \\ E_{g,\text{Trans}} &= (1.141 \pm 0.004) \text{ eV} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Der gewichtete Mittelwert liefert:

$$\bar{E}_g = (1.115 \pm 0.002) \text{ eV} \quad (3.10)$$

Der Literaturwert

$$E_g^{\text{Lit}} = 1.12 \text{ eV} \quad (3.11)$$

liegt im 3- $\sigma$ -Intervall des gewichteten Mittelwertes.

### 3.3.2. Bandlückenenergie von Germanium

Die Auswertung erfolgt analog zu der Bestimmung der Bandlückenenergie von Silizium. Der Fit ([Abbildung 3.6](#)) liefert die Bandlückenenergien von Germanium:

$$\begin{aligned} E_{g,\text{Abs}} &= (0.6906 \pm 0.0018) \text{ eV} \\ E_{g,\text{Trans}} &= (0.694 \pm 0.002) \text{ eV} \end{aligned} \quad (3.12)$$

---

<sup>2</sup>Diese Formel ist in [1] falsch angegeben.



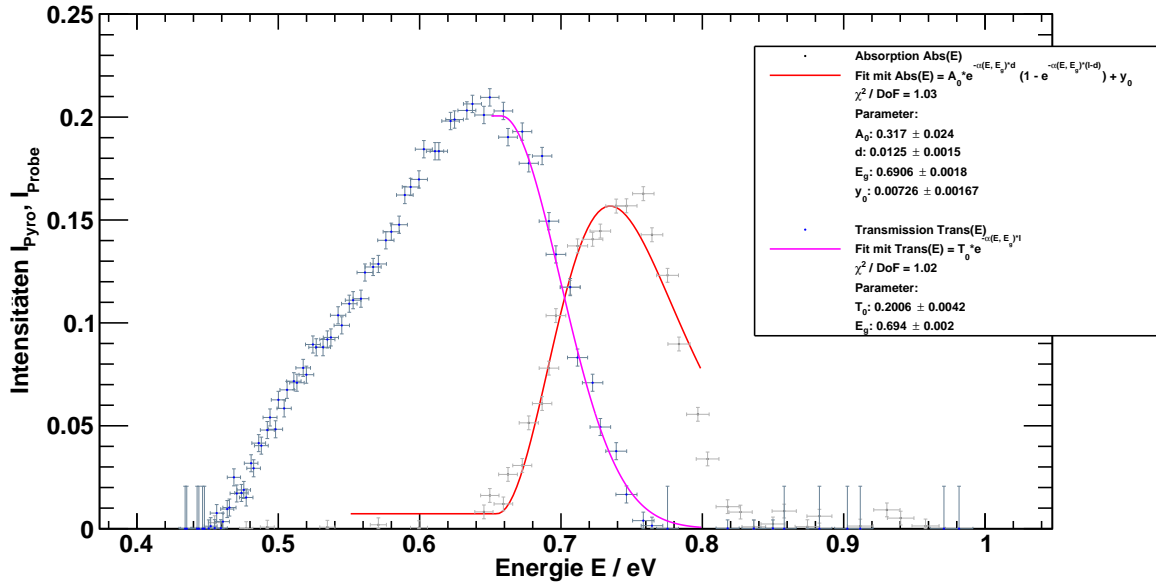


Abbildung 3.6: Untergrundbereinigte und normierte Signalintensitäten für die Germaniumprobe.

Mit systematischen Fehlern:

$$\begin{aligned} E_{g,\text{Abs}} &= (0.6906 \pm 0.002) \text{ eV} \\ E_{g,\text{Trans}} &= (0.694 \pm 0.003) \text{ eV} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Der gewichtete Mittelwert beträgt:

$$\bar{E}_g = (0.692 \pm 0.002) \text{ eV} \quad (3.14)$$

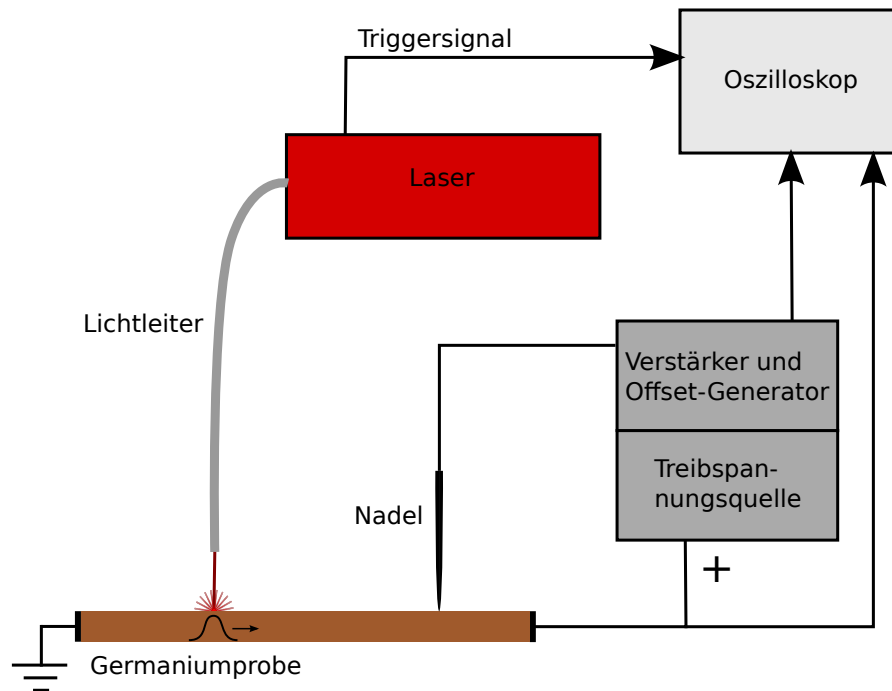
Er liegt über dem Literaturwert (Abweichung ca. 5%).

$$E_g^{\text{Lit}} = 0.66 \text{ eV} \quad (3.15)$$

Die hohe prozentuale Abweichung vom Literaturwert kann mit der geringeren Empfindlichkeit und Transmissivität der Germaniumprobe erklärt werden, da die notwendige höhere Verstärkung zu größeren Fehlern führt.

## 4. Haynes-Shockley-Experiment

### 4.1. Versuchsaufbau



**Abbildung 4.1:** Aufbau für das Haynes-Shockley-Experiment zur Messung der Drift, Diffusion und Rekombination einer Elektronenwolke, die von einem Laserpuls erzeugt wird.

Abbildung 4.1 zeigt den Aufbau, der beim Haynes-Shockley-Experiment verwendet wird. Ein Infrarotlaser erzeugt einen kurzen Puls, der über einen Lichtleiter auf die Germaniumprobe fällt. Dort erzeugt die so zugeführte Energie eine Elektronenwolke, die sich dann aufgrund einer angelegten Treibspannung in Richtung des höheren Potentials zu einer Nadel bewegt. Das Spannungssignal der Nadel wird verstärkt, mit einem Offset versehen, der das Potential der Treibspannung ausgleicht, und mit einem Oszilloskop angezeigt. Auf dem zweiten Kanal des Oszilloskops liegt die Treibspannung. Um die Laufzeit der Elektronenwolke genau bestimmen zu können, wird das Oszilloskop auf den Laserpuls getriggert. Da die Germaniumprobe empfindlich auf Erwärmung reagiert, ist die Treibspannung mit 30 Hz und einer Pulsweite von  $500\text{ }\mu\text{s}$  gepulst. Die Daten des Oszilloskops können auf einem USB-Stick gespeichert werden.

### 4.2. Versuchsdurchführung

Am Aufbau werden zwei Messreihen durchgeführt: Zuerst wird das Signal am Oszilloskop in Abhängigkeit der Entfernung Lichtleiter-Nadel untersucht. Die Entfernung (Anzeige

auf der Skala) wird zwischen 0 mm und 10 mm in 1 mm-Schritten variiert. Es liegt immer die maximal mögliche Treibspannung (50 V) an. Bei jeder Messung wird der Offset des Signals so eingestellt, dass es gut am Oszilloskop ablesbar ist und die Daten vom Oszilloskop gespeichert. Am Oszilloskop erfolgte eine Mittelung über 128 Werte, um zufälliges Signalrauschen zu unterdrücken. Zusätzlich wird mit einer Schiebelehre der Offset zwischen der Mitte des Lichtleiters und der Nadel bestimmt, wenn die Entfernungsskala auf 0 mm eingestellt ist.

Bei der zweiten Messreihe wird der Abstand der Nadel konstant auf 3.15 mm (+Offset) gehalten und der Wert der Treibspannung in 3 V-Schritten zwischen 20 V und 50 V variiert. Auch hier wird für jede Messung am Oszilloskop eine geeignete Einstellung gesucht und die Daten gespeichert.

### 4.3. Messergebnisse und Auswertung

Die Messungen wurden mit einem digitalen Oszilloskop durchgeführt. Wegen der begrenzten Auflösung des A/D-Wandlers sind die Messwerte für die Zeiten und Spannungen nicht kontinuierlich verteilt, sie können nur diskrete Werte annehmen. Der Kanalabstand für die Zeitmesswerte beträgt  $\Delta t = 0.02 \mu\text{s}$ , der der Spannung  $\Delta U = 0.1 \text{ mV}$ .

Unter Annahme einer Gleichverteilung der Messwerte innerhalb eines Kanals des A/D-Wandlers folgt für den Fehler auf die Messwerte

$$s_t = \frac{\Delta t}{\sqrt{12}} = 6 \text{ ns}, \quad s_U = \frac{\Delta U}{\sqrt{12}} = 29 \mu\text{V} \quad (4.1)$$

Beim Ablesen der Treibspannung  $U_T$  wurde eine deutliche Veränderung der gemessenen Treibspannung bei unterschiedlich eingestellten Anzeigeoffsets beobachtet. Aus diesem Grund wurde der Fehler der Treibspannung auf  $s_{U_T} = 0.4 \text{ V}$  geschätzt.

Der Fehler auf den Abstand  $d$  zwischen Lichtleiter und Messspitze wurde auf  $s_d = 0.05 \text{ mm}$  gesetzt.

#### 4.3.1. Bestimmung des Offsets $x_0$

Der Abstand zwischen Messspitze und Lichtleiter wurde aufgrund des Versuchsaufbaus mit einem Offset  $x_0$  gemessen. Der Offset wurde separat von jedem Versuchspartner einmal bestimmt. Aus den Messwerten wurde der Mittelwert bestimmt (Fehler der Einzelmessung  $s_{x_i} = 0.2 \text{ mm}$ <sup>3</sup>):

$$x_0 = (1.25 \pm 0.14) \text{ mm} \quad (4.2)$$

---

<sup>3</sup>Die Schiebelehre konnte nicht direkt angelegt werden, um den Versuchsaufbau nicht zu beschädigen. Dadurch ist konnte man den Offset nicht so genau bestimmen.

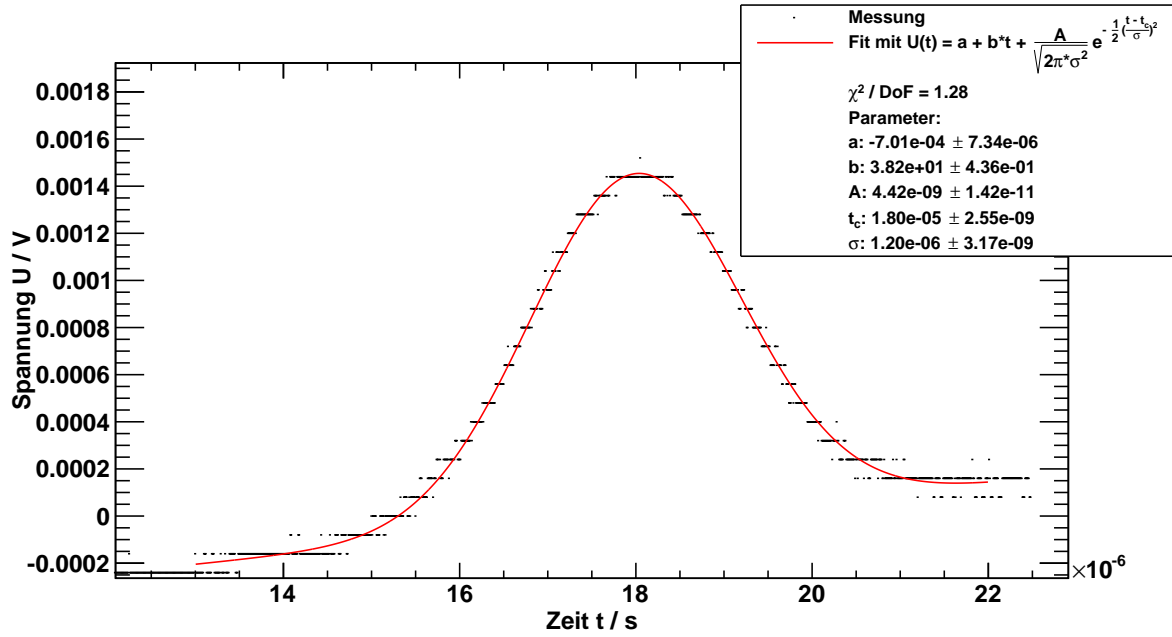
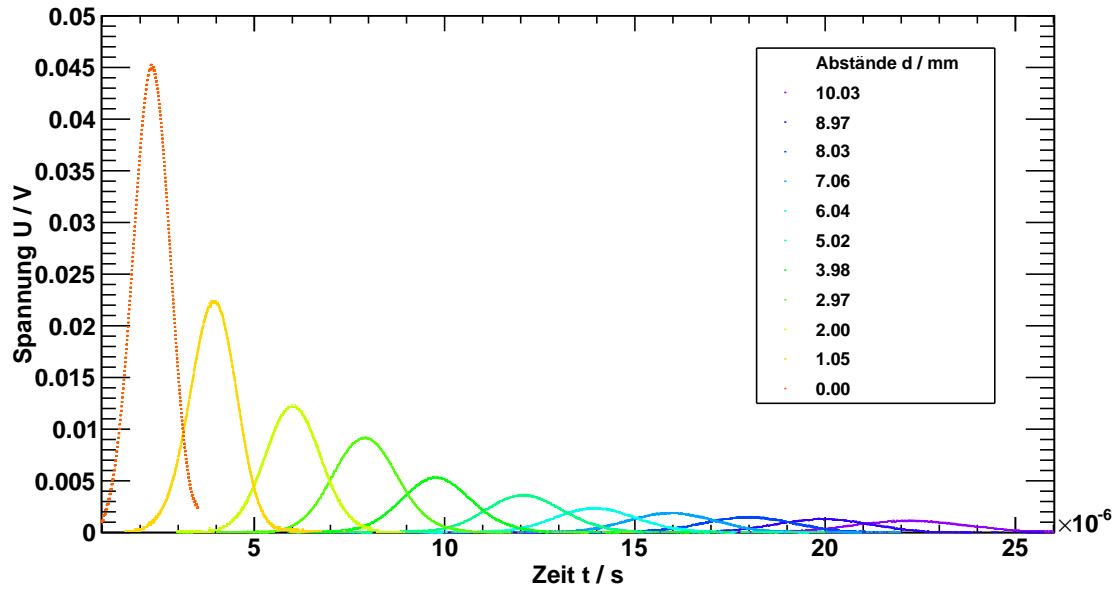
4.3.2. Variation der Nadelposition  $d$ Abbildung 4.2: Gaußfit mit linearem Untergrund des Peaks bei  $d = 8.03$  mm.

Abbildung 4.2 zeigt einen beispielhaften Fit in dieser Messreihe. Insgesamt wurden so 11 Messungen gefittet. Die Gleichung ergibt sich aus Gleichung 2.18 und einem linearen Untergrund:

$$U(t) = a + b \cdot t + \tilde{A} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \tilde{\sigma}^2} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{t-t_c}{\tilde{\sigma}^2} \right)^2} \quad (4.3)$$

Für die weiteren Berechnungen sind für die Amplitude  $\tilde{A}$ , den zeitlichen Schwerpunkt  $t_c$  und die Standardabweichung  $\tilde{\sigma}$  die Fehler aus den Fits verwendet worden. Die untergrundbereinigten Messungen (ohne Fits) sind in Abbildung 4.3 dargestellt.



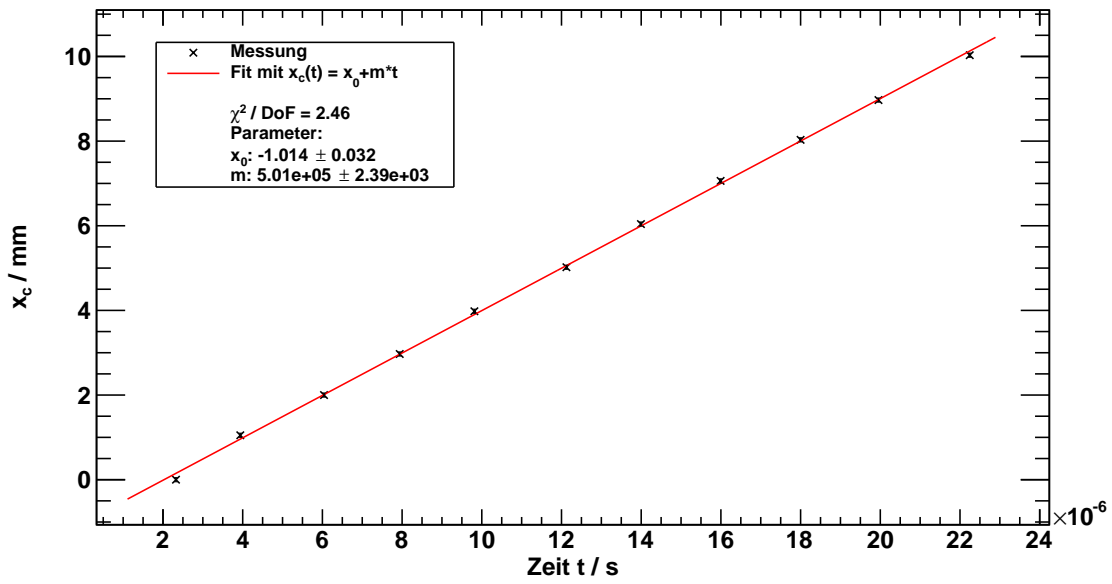
**Abbildung 4.3:** Zeitlicher Verlauf der Spannungen für verschiedene Abstände  $d$  zwischen Messspitze und Lichtleiter.

**Bestimmung der Ladungsträgermobilität  $\mu$**  Für jeden Gaußfit wird die Entfernung  $d$  zwischen Lichtleiter und Nadelspitze über dem Zeitpunkt des Maximumdurchlaufs  $t_c$  aufgetragen ([Abbildung 4.4](#)), da der örtliche Schwerpunkt  $x_c(t)$  zum Zeitpunkt  $t_c$  genau  $d$  entspricht. Mit [Gleichung 2.11](#) erhält man so eine proportionale Abhängigkeit des Abstandes  $d$  von dem zeitlichen Schwerpunkt  $t_c$  mit  $\mu \cdot E$  als Proportionalitätskonstante.

$$d = x_c(t_c) = \mu \cdot E \cdot t_c \quad (4.4)$$

Der so erhaltene Graph wird mit einer Geraden gefittet.

$$x_c(t_c) = x_0 + m \cdot t_c \quad (4.5)$$



**Abbildung 4.4:** Entfernung Lichtleiter-Nadel in Abhängigkeit des Zeitpunktes des Maximumsdurchlaufs  $t_c$  und linearer Fit zur Bestimmung der Mobilität  $\mu$ .

Der Betrag des Achsenabschnitts  $|x_0| = (1.01 \pm 0.03) \text{ mm}$  stimmt innerhalb von zwei Standardabweichungen mit dem oben bestimmten Wert des Offsets überein.

Die Steigung  $m$  ist das Produkt aus Ladungsträgermobilität und angelegtem E-Feld:

$$m = \mu \cdot E = \mu \cdot \frac{U}{d} \quad (4.6)$$

mit  $U = (48.8 \pm 0.4) \text{ V}$  und  $d = 30 \text{ mm}$ . Man erhält mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung für  $\mu$ :

$$\mu = (3079 \pm 29) \frac{\text{cm}^2}{\text{V} \cdot \text{s}} \quad (4.7)$$

Dieser Wert ist gegenüber dem Literaturwert

$$\mu^{\text{Lit}} = 3900 \frac{\text{cm}^2}{\text{V} \cdot \text{s}} \quad (4.8)$$

stark erniedrigt. Dies kann mit Gitterfehlern an der Probenoberfläche erklärt werden, da diese die Ladungsträgermobilität verringern.

**Bestimmung der Diffusionskonstanten  $D_n$**  Die aus den Fits erhaltenen Standardabweichungen  $\tilde{\sigma}$  werden gemäß [Gleichung 2.17](#) mit  $\mu \cdot E$  multipliziert und in [Abbildung 4.5](#)

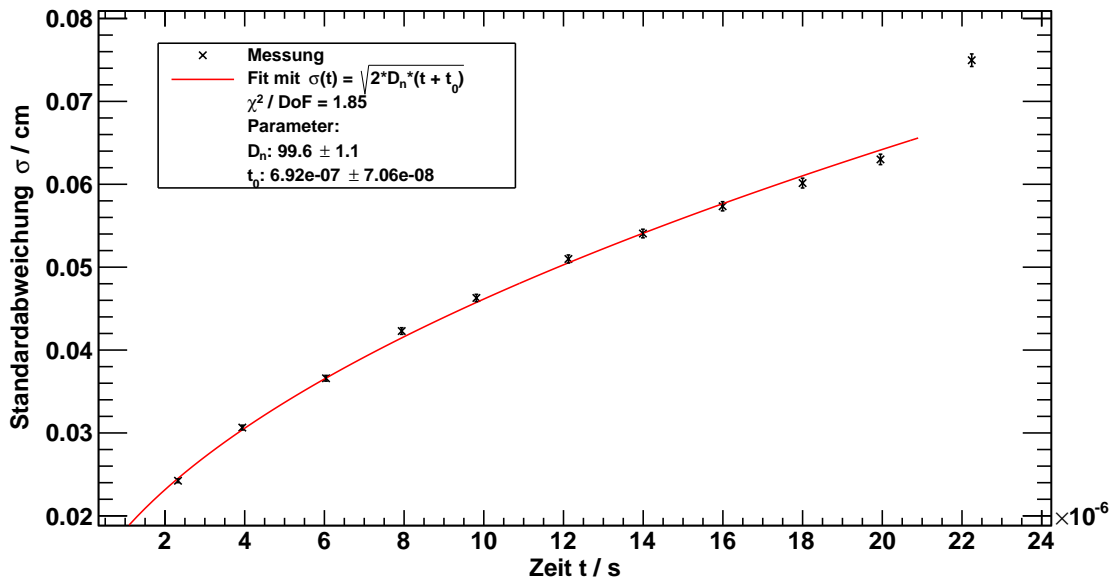
über  $t_c$  aufgetragen. Die Beweglichkeit  $\mu$  erhält man von oben und das E-Feld wird analog zu [Gleichung 4.6](#) berechnet. Der Fit erfolgt mit [Gleichung 2.11](#) und einem Zeitoffset  $t_0$ .

$$\sigma(t) = \sqrt{2 \cdot D_n \cdot (t - t_0)} \quad (4.9)$$

Der Offset könnte von einer ungenauen Triggerung auf den Laserpuls oder seiner nicht verschwindenden räumlichen Ausdehnung bei  $t=0$  verursacht werden.

Bei dem Fit wurde der letzte Messwert ( $t = 22 \mu\text{s}$ ) nicht berücksichtigt, da er offensichtlich weit neben dem Modell liegt.

Für den Fit erhält man  $\chi^2 = 14.81$  bei 8 Freiheitsgraden. Dies bedeutet, dass eine 6.3-prozentige Wahrscheinlichkeit besteht, die vorliegenden Messwerte zu erhalten, wenn das Modell und die Fitparameter korrekt sind und die Messwerte normalverteilt um das Modell sind. Auf dem 5%-Signifikanzniveau kann die Nullhypothese (Korrektheit von Modell und Normalverteilung der Messwerte) also nicht abgelehnt werden.



**Abbildung 4.5:** Standardabweichung der gefitteten Gaußkurven in Abhängigkeit des Zeitpunktes des Maximumsdurchlaufs  $t_c$  und Fit zur Bestimmung der Diffusionskonstanten  $D$ .

Man erhält für die Diffusionskonstante:

$$D_n = (99.6 \pm 1.1) \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \quad (4.10)$$

Sie stimmt innerhalb von zwei Standardabweichungen mit dem Literaturwert überein.

$$D_n^{\text{Lit}} = 101 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \quad (4.11)$$

**Bestimmung der mittleren Lebensdauer  $\tau_n$**  Die Amplituden werden wegen [Gleichung 2.17](#) auch mit dem Faktor  $\mu \cdot E$  multipliziert.

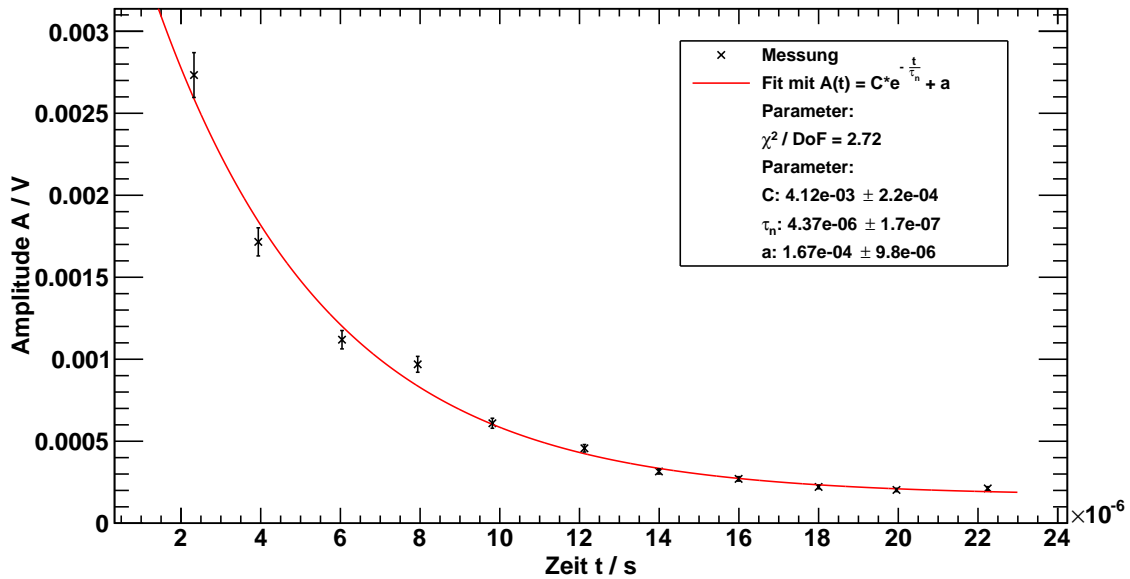
Für die Bestimmung der mittleren Lebensdauer wird der Zusammenhang aus [Gleichung 2.11](#) mit einem konstanten Offset  $a$  verwendet:

$$A(t) = C \cdot e^{-\frac{t}{\tau_n}} + a \quad (4.12)$$

Der Offset gibt einen systematischen Fehler an, der durch einen Teil des Untergrundes, welcher nicht mit der linearen Funktion oben berücksichtigt wurde, verursacht werden könnte. Außerdem würde ein solcher Offset der Messwerte entstehen, wenn man davon ausgeht, dass oberflächliche Ladungsträger schnell mit der mittleren Lebensdauer  $\tau_n$  rekombinieren, während Ladungsträger im Inneren des Materials viel stabiler sind.

Der Fehler auf die Amplituden kommt aus den Fits der einzelnen Gauß-Peaks. Jedoch muss noch berücksichtigt werden, dass jeder Peak von einem eigenen Laserpuls erzeugt wurde. Der relative Fehler auf die Intensität des Lasers wurde auf  $s_{\text{Laser, rel}} = 5\%$  geschätzt. Dadurch lässt sich nun der Fehler auf die Amplituden bestimmen mit

$$s_A = \sqrt{s_{\text{Fit}}^2 + s_{\text{Laser, rel}}^2} \quad (4.13)$$



**Abbildung 4.6:** Amplituden der gefitteten Gaußkurven in Abhängigkeit des Zeitpunktes des Maximumsdurchlaufs  $t_c$  und Fit zur Bestimmung der mittleren Lebensdauer  $\tau_n$ .

Der Fit liefert für die mittlere Lebensdauer:

$$\tau_n = (4.37 \pm 0.17) \mu\text{s} \quad (4.14)$$



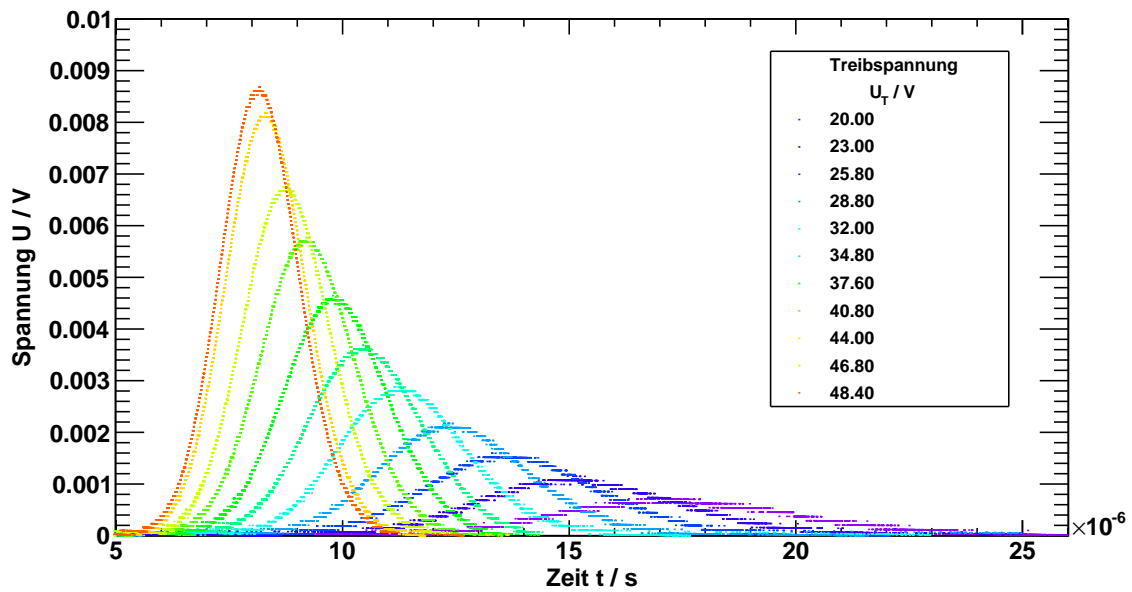
Dieser Wert liegt weit unter dem Literaturwert:

$$\tau_n^{\text{Lit}} = (45 \pm 2) \mu\text{s} \quad (4.15)$$

Die Ursache dafür ist Rekombination der Ladungsträger an oberflächlichen Gitterfehlern, da die Eindringtiefe des Lasers in Germanium nicht hoch ist.

#### 4.3.3. Variation der Treibspannung $U_T$

Die Auswertung für die verschiedenen Treibspannungen  $U_T$  erfolgt ähnlich wie oben. In [Abbildung 4.7](#) sind alle gemessenen Gauß-Kurven ohne Untergrund dargestellt.

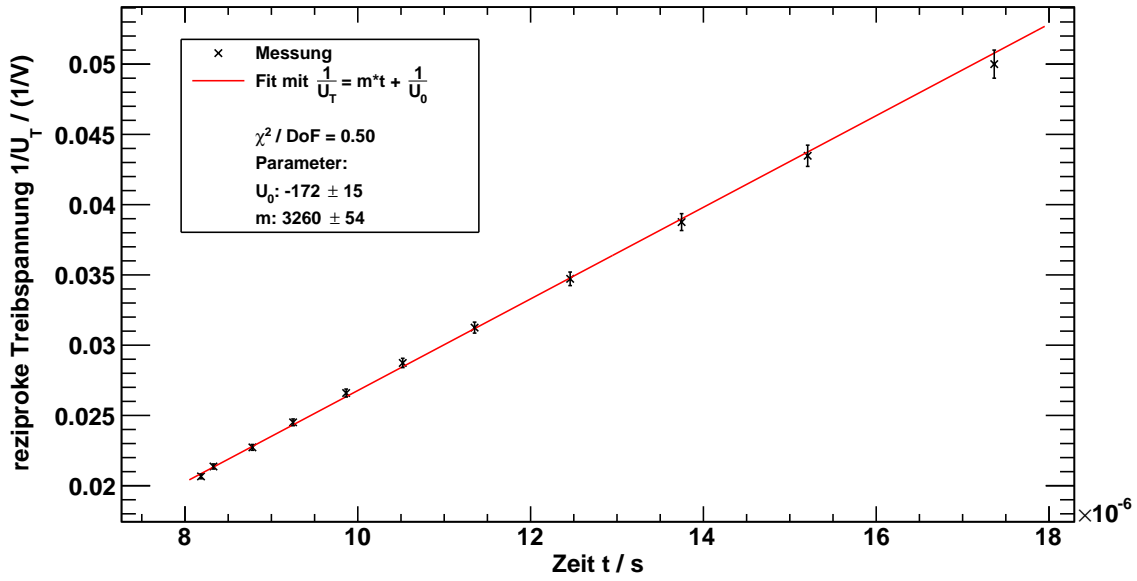


**Abbildung 4.7:** Zeitlicher Verlauf der Spannungen am Oszilloskop für verschiedene Treibspannungen  $U_T$ .

**Bestimmung der Ladungsträgermobilität  $\mu$**  Aus [Gleichung 2.11](#) folgt mit  $E = \frac{U_T}{l}$ :

$$\frac{1}{E} = \frac{\mu}{d} \cdot t \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{U_T} = \frac{\mu}{l \cdot d} \cdot t \quad (4.16)$$

Mit dieser Geraden und einem Offset  $\frac{1}{U_0}$  werden die Daten gefittet ([Abbildung 4.8](#)).



**Abbildung 4.8:** Fit der reziproken Treibspannung über den durch die Fits erhaltenen zeitlichen Erwartungswerten zur Bestimmung der Ladungsträgermobilität  $\mu$ .

Man erhält für die Steigung:

$$m = (3260 \pm 54) \frac{1}{V \cdot s} \quad (4.17)$$

Dadurch lässt sich mit:

$$m = \frac{\mu}{l \cdot (d + x_0)} \Rightarrow \mu = m \cdot l \cdot (d + x_0) \quad (4.18)$$

die Mobilität bestimmen.  $l = 3 \text{ cm}$  ist die Länge der Germaniumprobe,  $d = (3.15 \pm 0.05) \text{ cm}$  der gemessene Abstand und  $x_0$  der oben ([Abbildung 4.4](#)) bestimmte Offset.

Man erhält für die Mobilität:

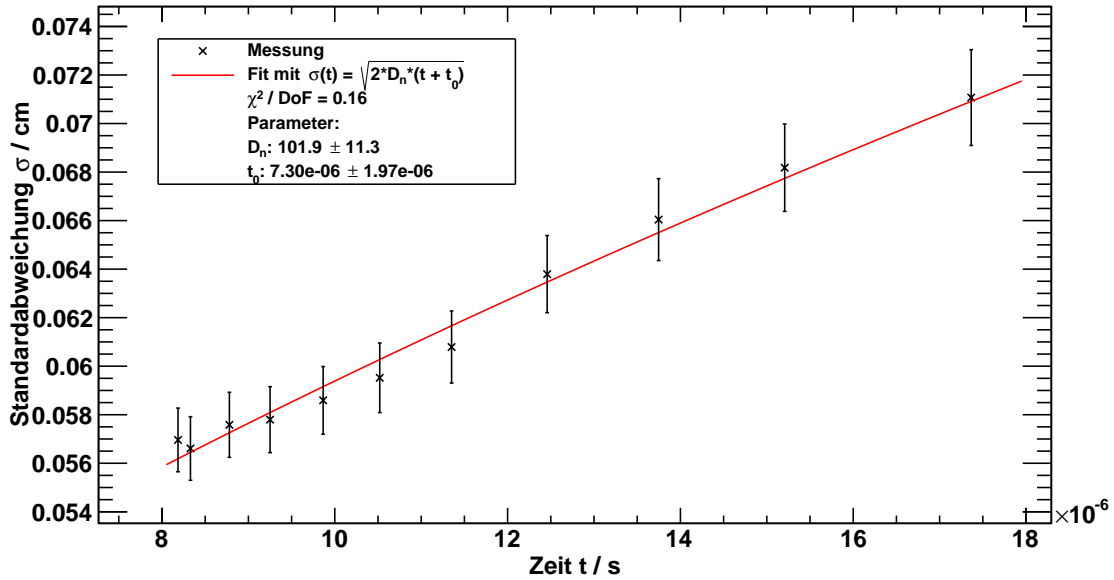
$$\mu = (4073 \pm 89) \frac{\text{cm}^2}{V \cdot s} \quad (4.19)$$

Der Literaturwert liegt innerhalb des  $2\text{-}\sigma$ -Intervalls des gemessenen Wertes.

$$\mu^{\text{Lit}} = 3900 \frac{\text{cm}^2}{V \cdot s} \quad (4.20)$$

**Bestimmung der Diffusionskonstanten  $D_n$**  Wie oben wurden die gemessenen Standardabweichungen  $\tilde{\sigma}$  nach [Gleichung 2.17](#) mit  $\mu \cdot E$  multipliziert. Dabei wurde für jedes  $\tilde{\sigma}$  die bei der Messung verwendete Treibspannung  $U_T$  zur Bestimmung des elektrischen

Feldes  $E$  benutzt. Durch den großen Fehler der Treibspannung (verursacht durch die oben beschriebene Fehlfunktion des Oszilloskops) fallen Fehler der einzelnen  $\sigma$  viel zu groß aus. Dies zeigt sich auch am viel zu kleinen  $\chi^2$ -Wert des Fits ([Abbildung 4.9](#)).



**Abbildung 4.9:** Standardabweichung der gefitteten Gaußkurven in Abhängigkeit des Zeitpunktes des Maximumsdurchlaufs  $t_c$  und Fit zur Bestimmung der Diffusionskonstanten  $D$ .

Man erhält für die Diffusionskonstante:

$$D_n = (102 \pm 11) \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \quad (4.21)$$

Sie stimmt mit dem Literaturwert überein.

$$D_n^{\text{Lit}} = 101 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \quad (4.22)$$

**Bestimmung der mittleren Lebensdauer  $\tau_n$**  Hier werden wieder wie bei der Diffusionskonstante die einzelnen Amplituden mit dem jeweiligen Faktor  $\mu \cdot E$  nach [Gleichung 2.17](#) multipliziert. Des Weiteren wird wie bei der Berechnung von  $\tau_n$  bei verschiedenen Abständen  $d$  der Fehler der Laseramplitude berücksichtigt. Die Messwerte sind in [Abbildung 4.10](#) dargestellt und mit folgender Gleichung gefittet:

$$A(t) = C \cdot e^{-\frac{t}{\tau_n}} + a \quad (4.23)$$

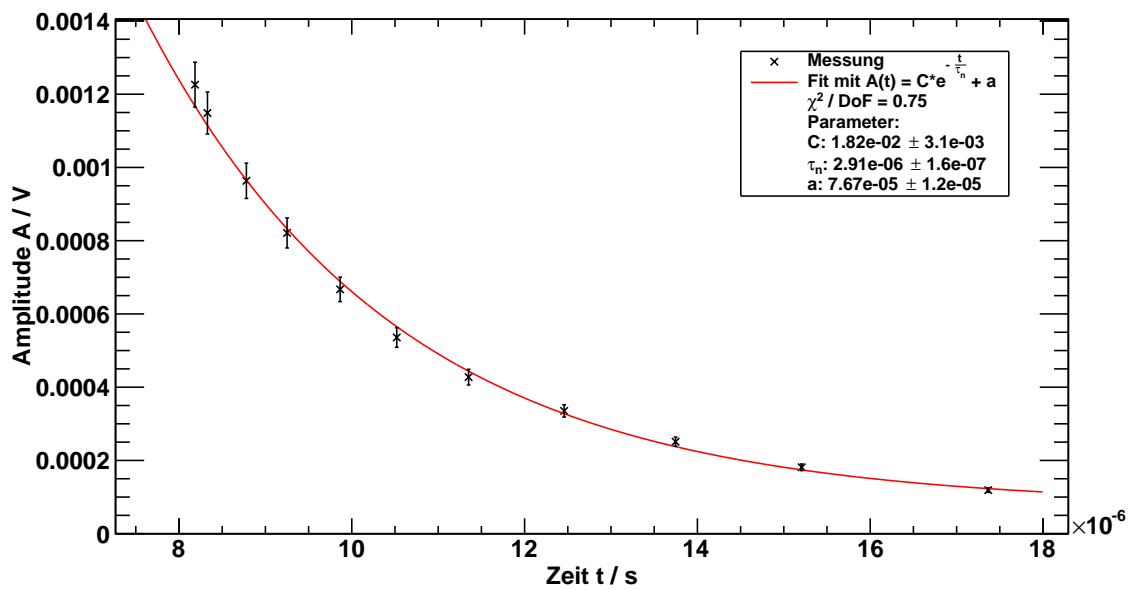


Abbildung 4.10: Amplituden der gefitteten Gaußkurven in Abhängigkeit des Zeitpunktes des Maximumsdurchlaufs  $t_c$  und Fit zur Bestimmung der mittleren Lebensdauer  $\tau_n$ .

Man erhält für die mittleren Lebensdauer  $\tau_n$ :

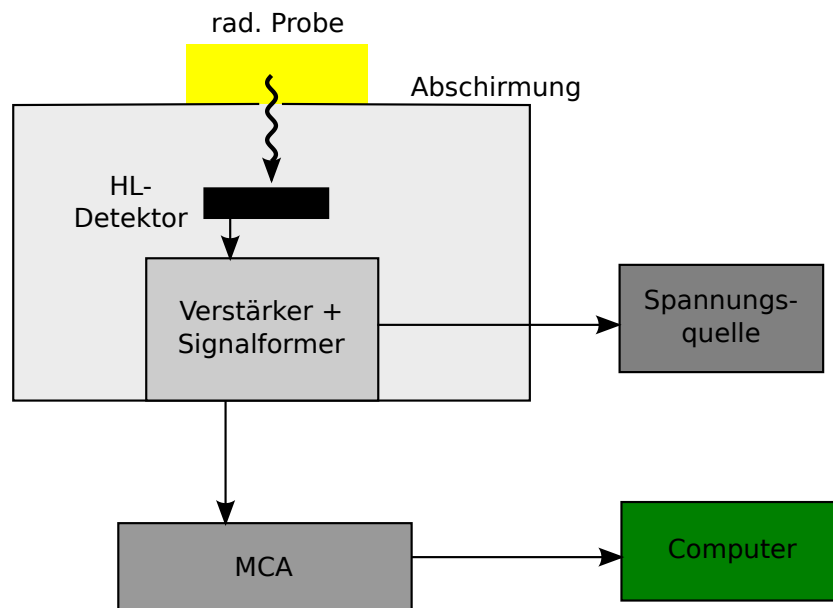
$$\tau_n = (2.91 \pm 0.16) \mu\text{s} \quad (4.24)$$

Dieser Wert liegt wieder weit unterhalb des Literaturwerts, die Abweichung folgt aus der gleichen Ursache wie oben beschrieben.

$$\tau_n^{\text{Lit}} = (45 \pm 2) \mu\text{s} \quad (4.25)$$

## 5. Halbleiterdetektoren

### 5.1. Versuchsaufbau



**Abbildung 5.1:** Aufbau zur Messung des Strahlungsspektrums einer radioaktiven Probe mit einem Halbleiterdetektor.

Abbildung 5.1 zeigt, wie mit einem Halbleiterdetektor Messungen durchgeführt werden. Er befindet sich zusammen mit Elektronik zur Signalformung in einer abgeschirmten Metallbox. Die Spannungsversorgung erfolgt über ein Netzteil. Auf der Metallbox liegt eine radioaktive Probe, deren Strahlung durch ein Loch in der Box auf den Sensor fällt. Das Ausgangssignal der Elektronik wird von einem MCA ausgewertet und die Daten an den Computer gesendet.

### 5.2. Versuchsdurchführung

Mit zwei Halbleiterdetektoren aus Silizium und Cadmium-Tellurid werden die Spektren von Cobalt ( $^{57}\text{Co}$ ) und Americium ( $^{241}\text{Am}$ ) untersucht. Die Messzeit beträgt für jede der vier Messungen 3600 s.

### 5.3. Messergebnisse und Auswertung

Die Counts  $N$  sind poissonverteilt, der Fehler beträgt demnach  $s_N = \sqrt{N}$ . Die Fehler sind in den Graphen der Spektren nicht eingezeichnet, da dies zu unübersichtlich ist. Bei den Fits der einzelnen Peaks sind die Fehler eingezeichnet, um die Übereinstimmung der gemessenen Werte mit dem theoretischen Modell zu visualisieren.

### 5.3.1. CdTe-Detektor

**Spektren** Die Spektren von  $^{57}\text{Co}$  und  $^{241}\text{Am}$  sind in [Abbildung 5.2](#) und [Abbildung 5.3](#) dargestellt. Man erkennt den 59.5 keV-Peak von  $^{241}\text{Am}$  bei Kanal 300, den 122.06 keV-Peak von  $^{57}\text{Co}$  bei Kanal 600 und den 136.47 keV-Peak von  $^{57}\text{Co}$  bei Kanal 700.

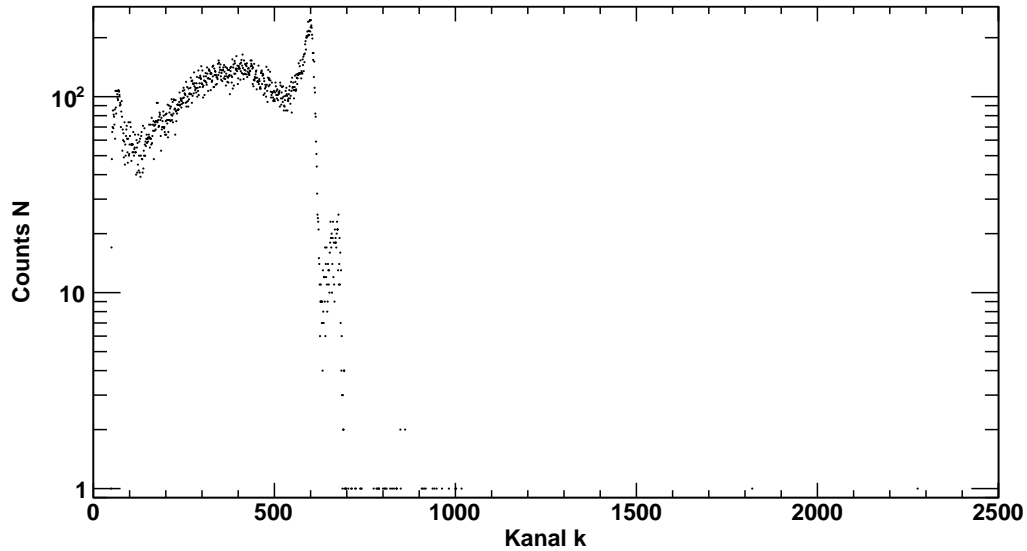


Abbildung 5.2: Spektrum von  $^{57}\text{Co}$ , gemessen mit dem CdTe-Detektor.

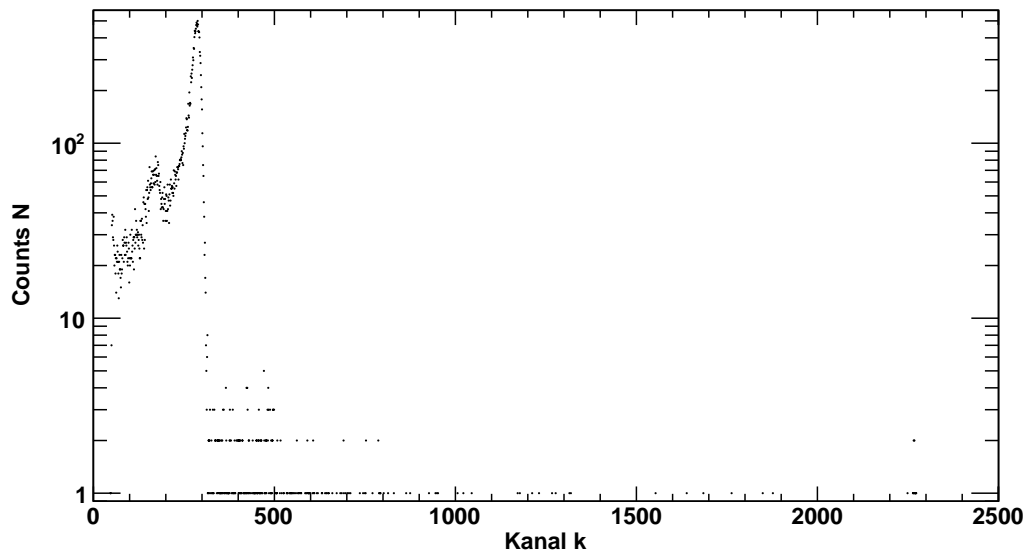
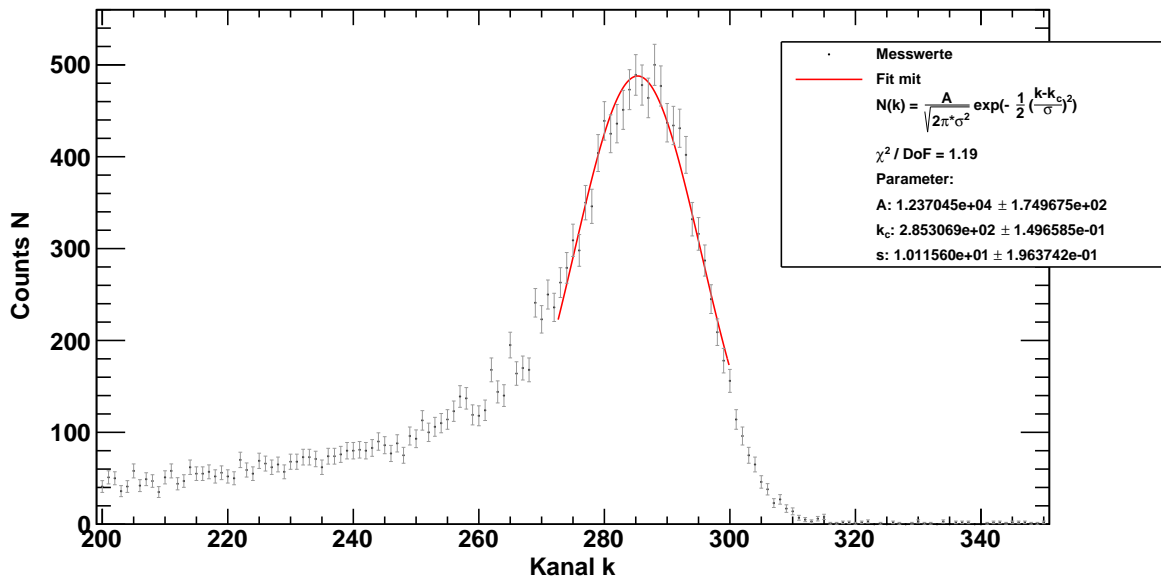


Abbildung 5.3: Spektrum von  $^{241}\text{Am}$ , gemessen mit dem CdTe-Detektor.

**Peaks** Die einzelnen Peaks werden mit einer normierten Gauß-Kurve gefittet.

$$N(k) = A \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{k-k_c}{\sigma} \right)^2} \quad (5.1)$$

Die Fits sind in [Abbildung 5.4](#), [Abbildung 5.5](#) und [Abbildung 5.6](#) dargestellt. Wie man erkennt, sind die Peaks nicht ganz symmetrisch. Durch die unterschiedliche Absorptionstiefe ist der Abstand zu Kathode und Anode nicht konstant, die entstandenen Ladungsträger rekombinieren teilweise wieder. Dieser Effekt soll jedoch nach [1] nicht berücksichtigt werden, die Peaks können in guter Näherung mit einer Gauß-Kurve gefittet werden.



**Abbildung 5.4:** 59.5 keV-Peak von  $^{241}\text{Am}$ , gemessen mit dem CdTe-Detektor.

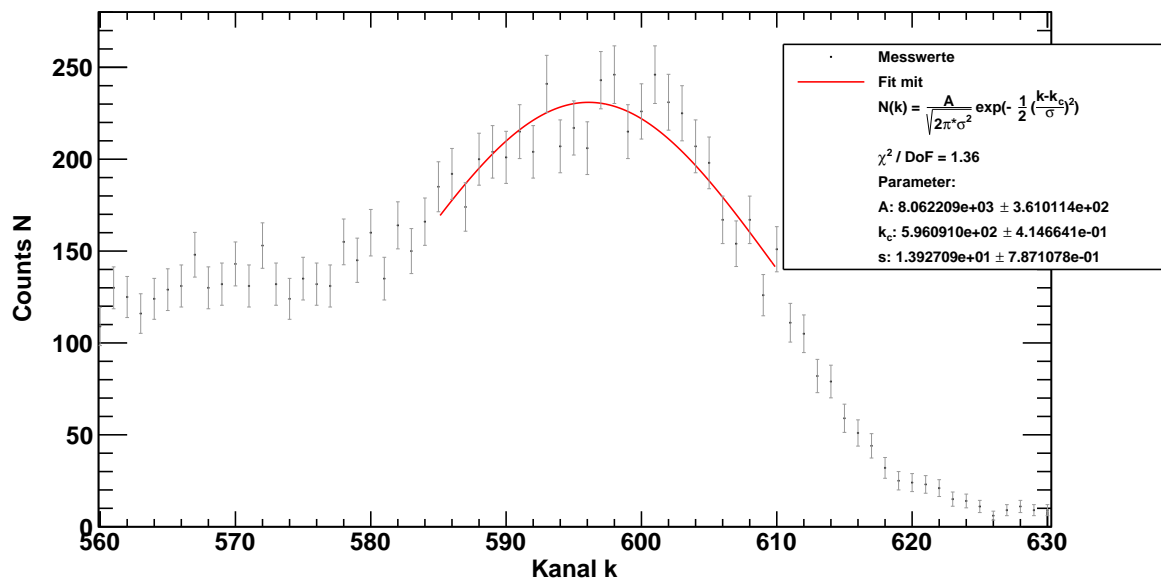


Abbildung 5.5: 122.06 keV-Peak von  $^{57}\text{Co}$ , gemessen mit dem CdTe-Detektor.

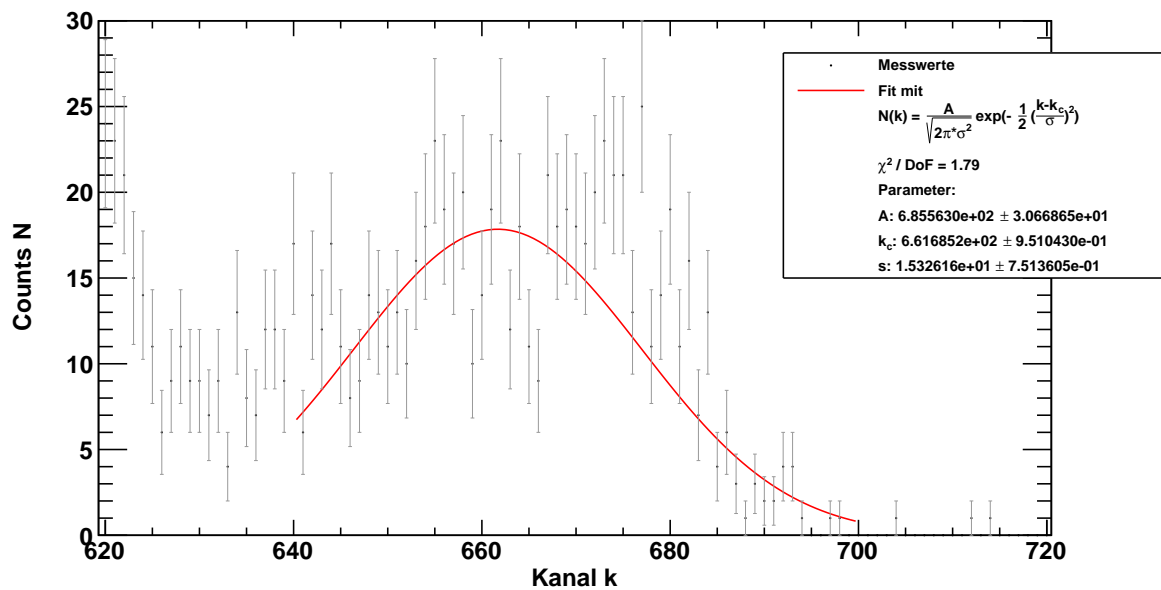


Abbildung 5.6: 136.47 keV-Peak von  $^{57}\text{Co}$ , gemessen mit dem CdTe-Detektor.

**Energieeichung** Die Literaturwerte der Peaks werden über den oben erhaltenen Erwartungswerten der Gauß-Kurven aufgetragen. Dieser Graph ist Grundlage der Ener-



gleichung (Abbildung 5.7). Es wird eine lineare Abhängigkeit der gemessenen Energie  $E$  von der Kanalnummer  $k$  angenommen.

$$E(k) = a + b \cdot k \quad (5.2)$$

Man erhält für die Parameter:

$$\begin{aligned} a &= (1.86 \pm 0.09) \text{ eV} \\ b &= (0.2020 \pm 0.0003) \text{ eV} \end{aligned} \quad (5.3)$$

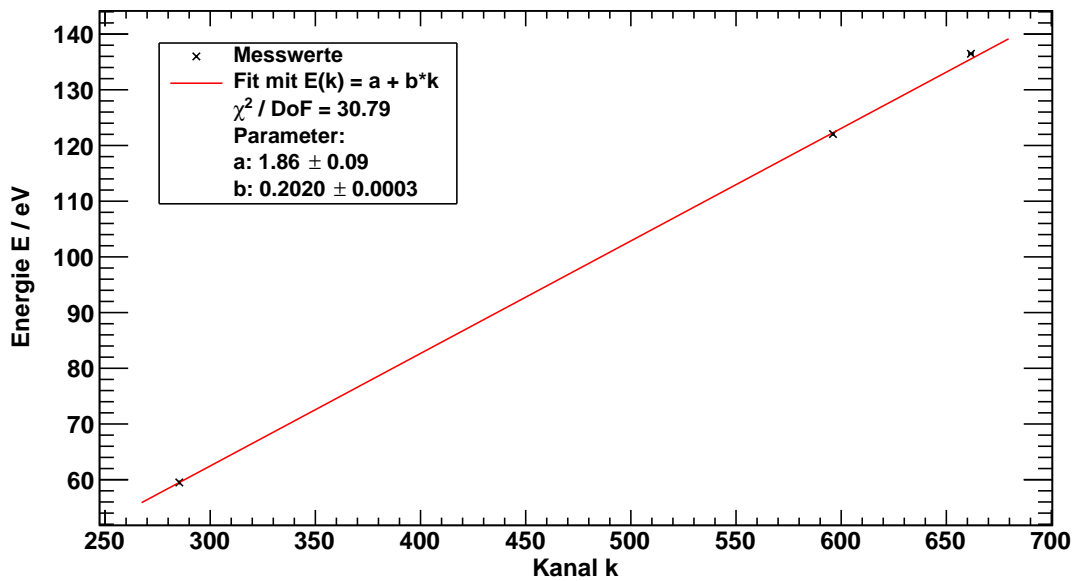


Abbildung 5.7: Energieeichung des CdTe-Detektors.

Der hohe Wert des  $\chi^2$  kann mit einer Nichtlinearität des Detektors oder des MCA erklärt werden. Allerdings ist ein quadratischer Fit (vermutetes Modell) bei nur drei Messpunkten nicht sinnvoll, da die Anzahl der einzelnen Messpunkte der Anzahl der Fitparameter entspricht, es gibt dann keinen Freiheitsgrad. Die Fehler der Messpunkte stammen aus den Fits (die akzeptable  $\chi^2$ -Werte besitzen). Die Counts wurden wie oben beschrieben als poissonverteilt angenommen.

**Relative Energieauflösung** Die relativen Energieauflösungen wurden aus der Position  $k_c$  und der Standardabweichung bestimmt (Tabelle 5.1).

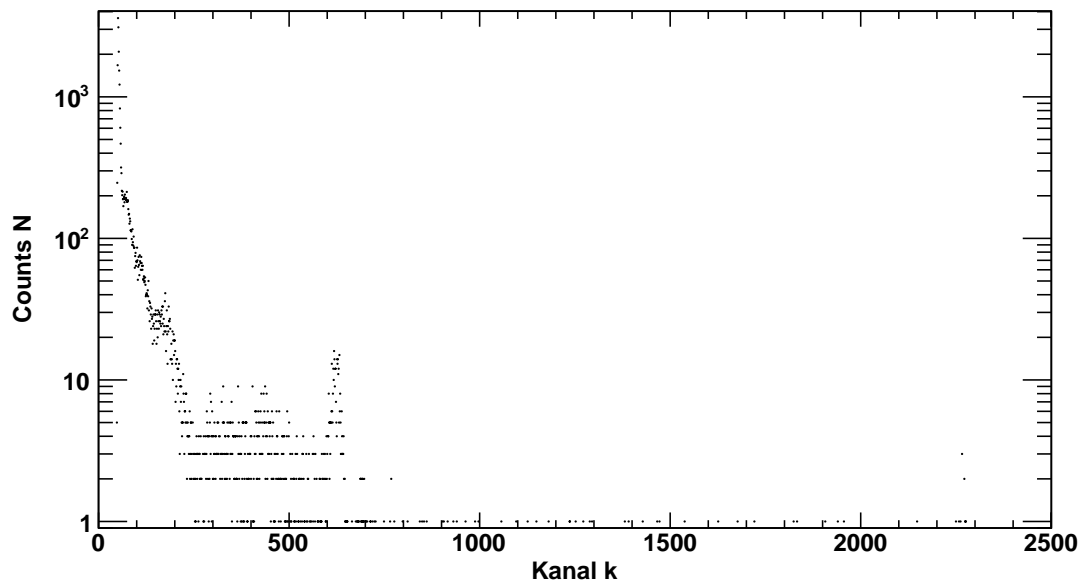
$$\text{RER} = \frac{2\sqrt{2\ln(2)} \cdot \sigma}{k_c} \quad (5.4)$$

Kanal	RER
$285.31 \pm 0.15$	$0.0835 \pm 0.0016$
$596.1 \pm 0.4$	$0.055 \pm 0.003$
$661.7 \pm 1.0$	$0.055 \pm 0.003$

**Tabelle 5.1:** Energieauflösungen des CdTe-Detektors

### 5.3.2. Si-Detektor

**Spektren** In den Spektren von  $^{57}\text{Co}$  und  $^{241}\text{Am}$  ([Abbildung 5.8](#) und [Abbildung 5.9](#)) sieht man den 59.5 keV-Peak von  $^{241}\text{Am}$  bei Kanal 300 und den 122.06 keV-Peak von  $^{57}\text{Co}$  bei Kanal 600. Der 136.47 keV-Peak von  $^{57}\text{Co}$  lässt sich im Gesamtspektrum ohne Vergrößerung (der x-Achse) nicht mehr erkennen, er lässt sich allerdings direkt rechts neben dem 122.06 keV-Peak finden.



**Abbildung 5.8:** Spektrum von  $^{57}\text{Co}$ , gemessen mit dem Si-Detektor.

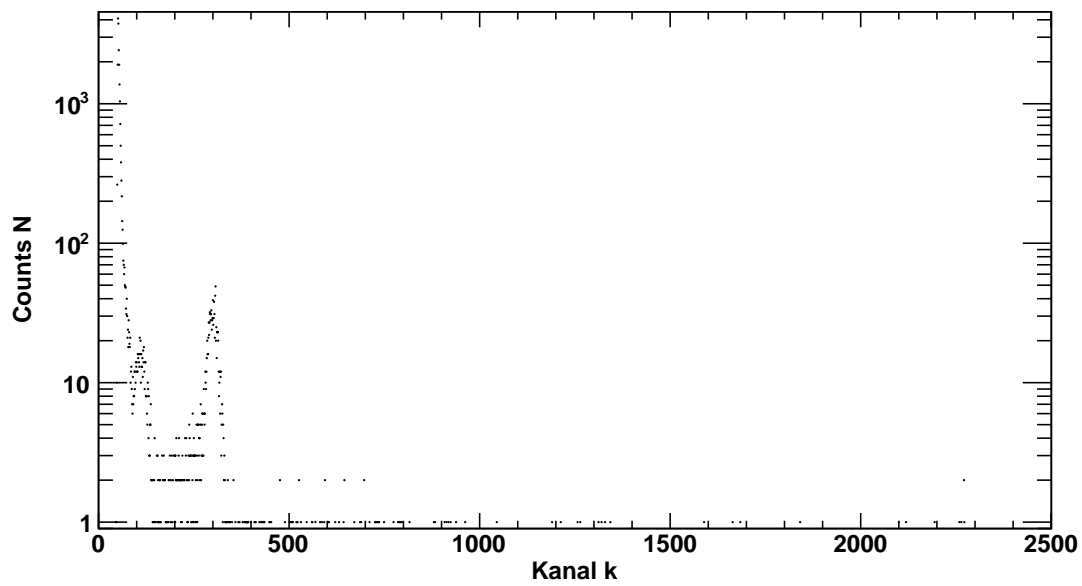


Abbildung 5.9: Spektrum von  $^{241}\text{Am}$ , gemessen mit dem Si-Detektor.

**Peaks** Die Peaks werden wieder mit der normierten Gaußkurve ([Gleichung 5.1](#)) gefittet ([Abbildung 5.10](#), [Abbildung 5.11](#) und [Abbildung 5.12](#)). Jedoch hat der 136.47 keV-Peak von  $^{57}\text{Co}$  eine zu kleine Anzahl von Counts, dass man noch gut eine Gaußkurve erkennen und anpassen kann. Im nächsten Abschnitt wird erklärt, wie man doch noch Informationen über die Lage und Ausdehnung des Peaks erhalten kann.

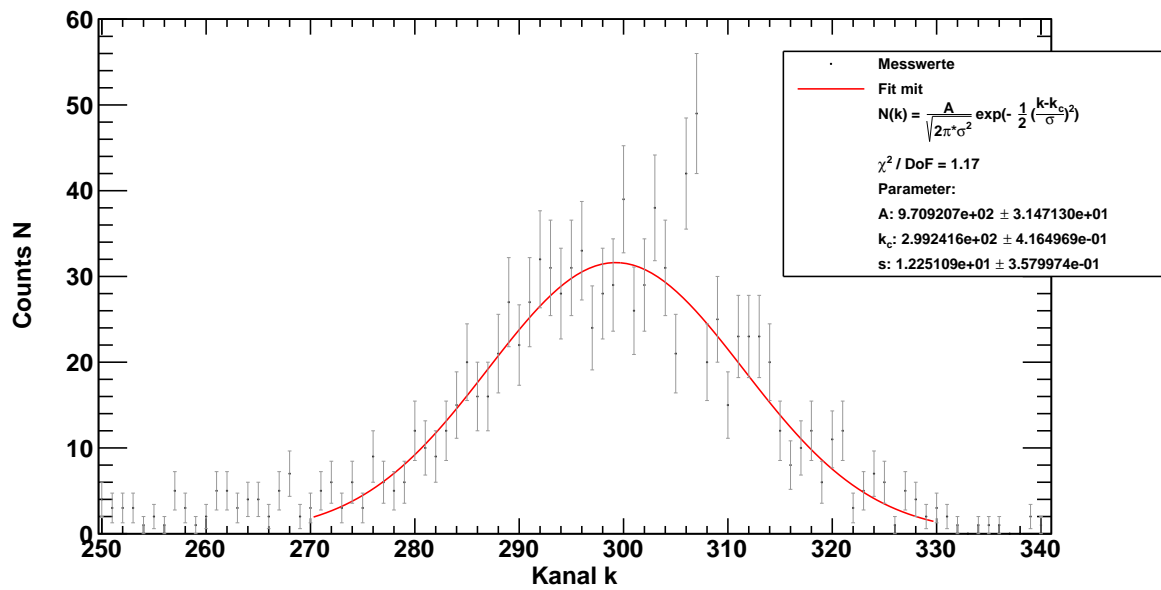


Abbildung 5.10: 59.5 keV-Peak von  $^{241}\text{Am}$ , gemessen mit dem Si-Detektor.

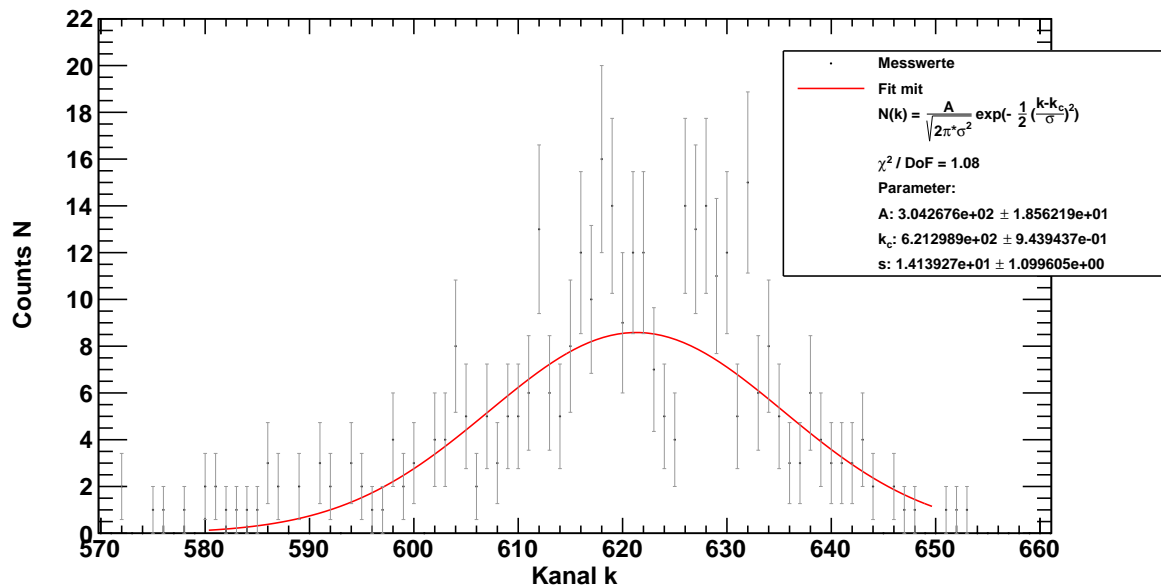


Abbildung 5.11: 122.06 keV-Peak von  $^{57}\text{Co}$ , gemessen mit dem Si-Detektor.

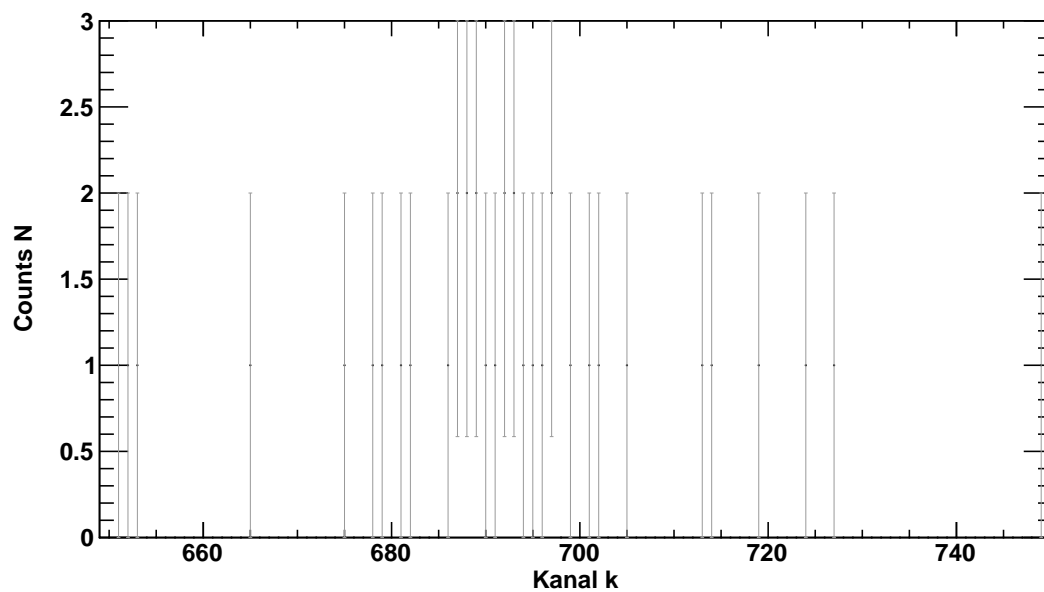
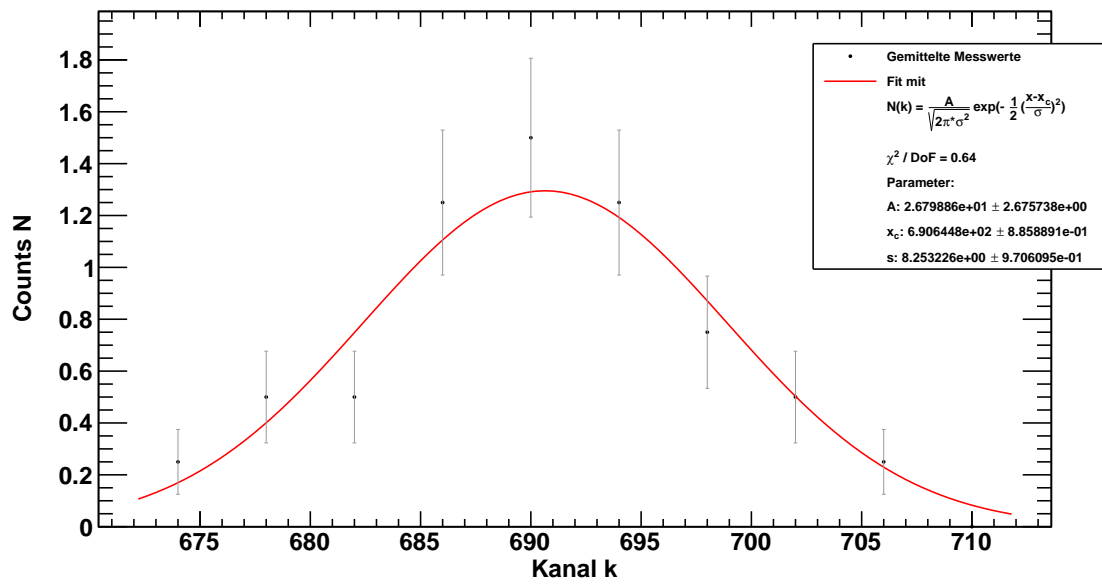


Abbildung 5.12: 136.47 keV-Peak von  $^{57}\text{Co}$ , gemessen mit dem Si-Detektor.

**Bestimmung des 136.47 keV-Peak von  $^{57}\text{Co}$**  Um doch noch den 136.47 keV-Peak von  $^{57}\text{Co}$  fitten zu können wird jeweils von 5 Kanälen der Mittelwert der Kanäle und der Counts gebildet. Die Fehler werden mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung berechnet. Das so erhaltene Spektrum zeigt einen klar erkennbaren Peak, der sich auch fitten lässt ([Abbildung 5.13](#)).



**Abbildung 5.13:** 136.47 keV-Peak von  $^{57}\text{Co}$ , gemessen mit dem Si-Detektor. Jeweils 5 Kanäle wurden zusammengefasst.

**Energieeichung** Die Energieeichung des Si-Detektors erfolgt analog zu derjenigen des CdTe-Detektors.

$$E(k) = a + b \cdot k \quad (5.5)$$

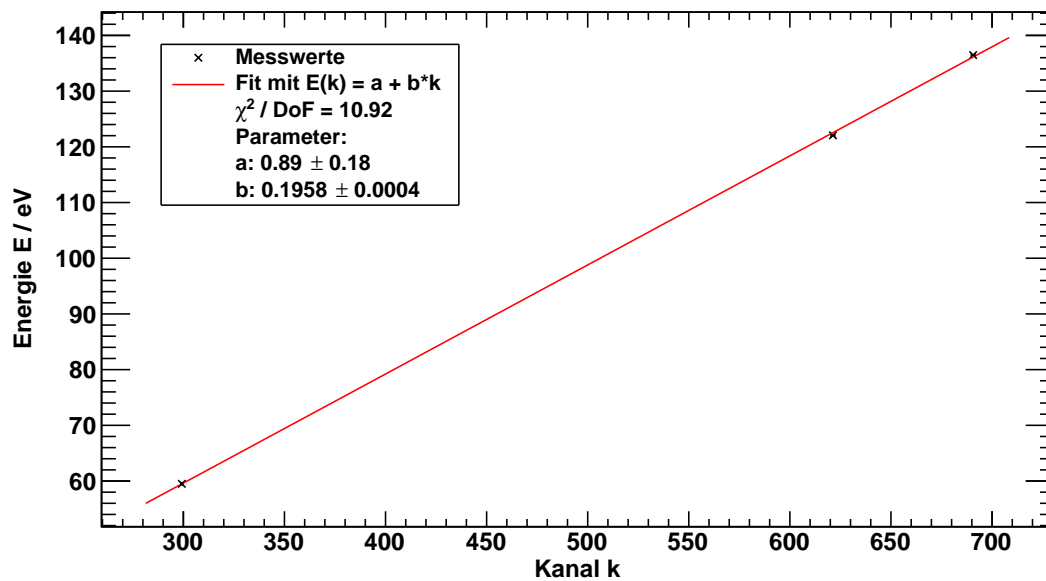


Abbildung 5.14: Energieeichung des Si-Detektors.

Es folgt für die Parameter:

$$\begin{aligned} a &= (0.89 \pm 0.18) \text{ eV} \\ b &= (0.1958 \pm 0.0004) \text{ eV} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Sie haben einen ähnlichen Wert wie die des CdTe-Detektors. Das  $\chi^2$  ist hier ebenfalls aus den oben beschriebenen Gründen erhöht.

**Relative Energieauflösung** Die relative Energieauflösung des Si-Detektors wird mit Gleichung 5.4 für jeden Peak bestimmt (Tabelle 5.2), die Parameter folgen aus den Fits.

Kanal	RER
$299.2 \pm 0.4$	$0.096 \pm 0.003$
$621.3 \pm 0.9$	$0.054 \pm 0.004$
$690.6 \pm 0.9$	$0.028 \pm 0.003$

Tabelle 5.2: Energieauflösungen des Si-Detektors.

### 5.3.3. Absorptionsverhältnisse

Die Absorptionswahrscheinlichkeit lässt sich mit der Amplitude  $A$  aus dem Gauß-Fit und der Detektoroberfläche  $a$  bestimmen:

$$\text{Abs} = \frac{A}{a} \quad (5.7)$$

Der Quotient aus der Absorptionswahrscheinlichkeit der beiden Detektoren bei gleicher Energie liefert das Absorptionsverhältnis (Tabelle 5.3).

Energie	Abs <sub>Si</sub> /Abs <sub>CdTe</sub>	Literaturwert [1]
59.5	0.0181 ± 0.0006	0.0140
122.06	0.0087 ± 0.0007	0.0183
136.47	0.0090 ± 0.0010	0.0200

**Tabelle 5.3:** Absorptionsverhältnisse von Si- und CdTe-Detektor.

Die berechneten Werte stimmen nicht mit den Literaturwerten [1] überein. Dies kann mehrerer Gründe haben (beschrieben in [1]), wie zum Beispiel Absorption der Epoxid- und SiO<sub>2</sub>-Schicht oder Ladungsrekombination. Jedoch stimmt die Vorrausage von [1], dass die gemessenen Werte etwa um den Faktor 2 von den Literaturwerten abweichen, für die beiden Peaks mit höherer Energie.



## 6. Literatur

[1] Amrein, S. *Halbleiter & Halbleiterdetektoren; Staatsexamensarbeit*. Freiburg, 2008.

## A. Anhang

### A.1. Messprotokoll

# Halbleiter

Teil II : Hayes-SLOCKY

offset : ① ~~0,0625~~ 1,32 mm  
~~0,0585~~ ~~1,18 mm~~  
② 1,18 mm

$$s_l = 0,05 \text{ mm}$$

• Messung  $E_{\text{const}}$ ,  $Q$  wird gemischt  
mit  
 $E$  eingestellt ~~am~~ Osci :  $U = 50 \text{ V}$  ~~128~~  
Mittelung über 128 Werte

Messung	$Q/\text{mm}$	Messung	$Q/\text{mm}$
1	<del>10,03</del> 10,03	6	5,02
2	8,97	7	3,98
3	8,03	8	2,97
4	7,06	9	2,00
5	6,04	10	1,05
		11	0

• Messung  $Q$  const, Änderung von  $E$   
 $Q = 3,15 \text{ mm}$   
Mittelung über 128 Werte

Messung	$\tilde{U}/V$	Messung	$\tilde{U}/V$
1	20	7	38
2	23	8	41
3	26	9	44
4	29	10	47
5	32	11	<del>40</del> 48
6	35		



Komische ellet: gemessene Spannung  
abhängig von "vertical position (042)"/



# Part I

Se

Blendeöffnung: 20mm

Abstand Blende-Gitter: 55,0cm

UI-Verstärker: 0,75mA

Zeit Fehler: 200s  
-Messung

Gitter	AC	DC
Pyro	100	5
Sample	10	2

Ge

Blendeöffnung: 20mm

Abstand Blende-Gitter: 55,0cm

UI-Verstärker: 15,00mA

Zeit Fehler messung: 200s

Gitter	AC	DC
Pyro	300	10
Sample	1000	5

✓ 06/10/14  
Has