

# Hanle-Effekt

---

16. und 17. Oktober, 2014

Moritz  
BITTERLING

Benjamin  
ROTTLER

Betreuer: Christian SCHILLO



INSTITUT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK  
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT  
FREIBURG IM BREISGAU

Alle Berechnungen in diesem Protokoll wurden unter Python 2.7 mit Hilfe folgender Programmbibliotheken

- PyROOT (<http://root.cern.ch/drupal/content/pyroot>)
- NumPy (<http://www.numpy.org/>)

oder mit oder Mathematica 10 durchgeführt. Die Graphiken wurden mit Inkscape (<http://www.inkscape.org>) gezeichnet.

Alle Python-Skripte, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Skripte und SVG-Graphiken können online unter <https://github.com/Bigben37/FP1/tree/master/1016-Hanle> abgerufen werden.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Versuchsziel</b>	<b>1</b>
<b>2. Physikalische Grundlagen</b>	<b>1</b>
2.1. Semiklassische Erklärung des Hanle-Effekts . . . . .	1
2.2. Quantenmechanische Erklärung des Hanle-Effekts . . . . .	3
2.3. <i>Coherence Narrowing</i> und Dampfdruck . . . . .	3
<b>3. Versuchsaufbau</b>	<b>4</b>
<b>4. Versuchsdurchführung</b>	<b>5</b>
4.1. Kalibrierung des Aufbaus . . . . .	5
4.2. Messung des Hanle-Signals . . . . .	7
<b>5. Messergebnisse und Auswertung</b>	<b>7</b>
5.1. Peltierelement . . . . .	7
5.2. Bestimmung der Lebensdauer aus dem Lorentz-Peak . . . . .	8
5.3. Extrapolation der mittleren Lebensdauern auf 0 Pa . . . . .	13
<b>6. Literatur</b>	<b>20</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>20</b>
A.1. Messprotokoll . . . . .	20

## 1. Versuchsziel

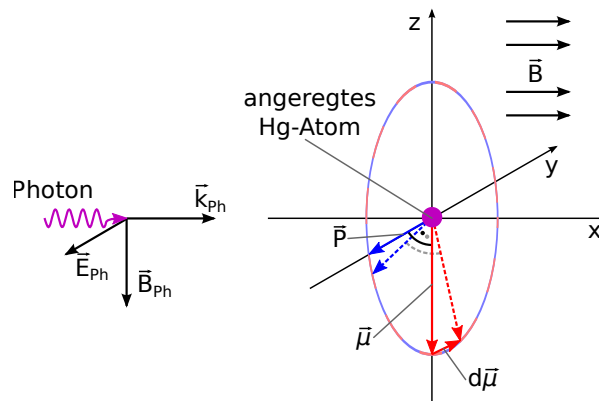
Das Ziel des Versuches ist die Bestimmung der mittleren Lebensdauer des Übergangs  $6p6s \rightarrow 6s^2$  ( $^3P_1 \rightarrow ^1S_0$ ) von Quecksilber. Die Lebensdauer wird unter Ausnutzung des *Hanle-Effekts* bestimmt: Werden Atome von linear polarisiertem Licht angeregt, so ist die Richtung ihres Dipolmoments und damit auch ihres magnetischen Moments festgelegt. Die Winkelverteilung, unter der beim Zurückfallen in den Grundzustand ein Photon emittiert wird, wird durch die Abstrahlcharakteristik eines Hertzschen Dipols beschrieben. Parallel zur Polarisationsrichtung des Lichts findet also keine Emission statt. Bei Anwesenheit eines Magnetfelds gilt dies allerdings nicht: Der Hanle-Effekt beschreibt die Präzession des magnetischen Moments in einem Magnetfeld senkrecht zur Strahlrichtung des einfallenden Lichts. Dadurch wird auch das Dipolmoment gedreht und damit die Abstrahlcharakteristik der Atome. Die Messung der Abstrahlcharakteristik bei verschiedenen Magnetfeldstärken ermöglicht die Berechnung der mittleren Lebensdauer des angeregten Zustandes.

## 2. Physikalische Grundlagen

Die Ausführungen in diesem Abschnitt orientieren sich an [1].

### 2.1. Semiklassische Erklärung des Hanle-Effekts

Semiklassisch wird der Hanle-Effekt folgendermaßen erklärt: Wenn linear polarisiertes Licht (konstante Richtung von  $\vec{E}$ - und  $\vec{B}$ -Feld) ein Atom anregt, ist für dieses angeregte Atom die Richtung seines Dipolmoments  $\vec{P}$  vorgegeben: Es zeigt in Richtung des  $\vec{E}$ -Feldes. Senkrecht dazu steht das magnetische Moment  $\vec{\mu}$ . [Abbildung 2.1](#) zeigt den Zusammenhang.

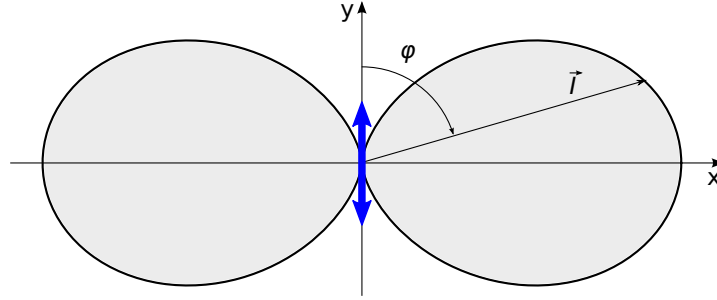


**Abbildung 2.1:** Hanle-Effekt: Präzession des magnetischen Moments  $\vec{\mu}$  eines angeregten Atoms im Magnetfeld  $\vec{B}$ . Das Dipolmoment  $\vec{P}$  steht senkrecht auf  $\vec{\mu}$  und rotiert mit.

Wenn kein äußeres Magnetfeld vorhanden ist, hat das angeregte Atom die gewöhnliche Abstrahlcharakteristik eines Hertzschen Dipols: Die Intensität der abgestrahlten Leistung  $I$  zeigt eine  $\sin^2$ -Abhängigkeit vom Winkel  $\varphi$  zur Dipolachse:

$$I(\varphi) \propto \sin^2(\varphi) \quad (2.1)$$

Abbildung 2.2 zeigt diese Abstrahlcharakteristik.



**Abbildung 2.2:** Abstrahlcharakteristik eines Hertzschen Dipols: Strahlungsintensität  $\vec{I}$  in Abhängigkeit des Winkels  $\varphi$ .

Ein einzelnes angeregtes Atom fällt mit der Wahrscheinlichkeit  $\exp(-\frac{\tau}{t})$  zurück in den Grundzustand. (Die mittlere Lebensdauer des angeregten Atoms wird mit  $\tau$  bezeichnet, die Anregung findet bei  $t = 0$  statt.) Damit erhält man für die winkelabhängige Gesamtintensität

$$I(\varphi) = A \cdot \int_0^\infty \sin^2(\varphi) \cdot e^{-\frac{\tau}{t}} dt \quad (2.2)$$

$A$  ist hier eine Konstante. Befindet sich das angeregte Atom allerdings in einem Magnetfeld  $\vec{B}$ , ist das Integral nicht mehr einfach zu lösen, weil der Winkel  $\varphi$  dann zeitabhängig ist. Dies wird verursacht durch das Drehmoment, das von dem Magnetfeld auf das System ausgeübt wird. Es gilt

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \frac{\omega_L}{B} \cdot (\vec{\mu} \times \vec{B}) \quad (2.3)$$

Die Änderung von  $\vec{\mu}$  führt zu einer Präzession in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld mit der Larmorfrequenz  $\omega_L$ . Sie ist abhängig von der Stärke des Magnetfelds, es gilt

$$\omega_L = B \cdot \frac{g_J \cdot \mu_B}{\hbar} \quad (2.4)$$

Da das Dipolmoment  $\vec{P}$  fest mit  $\vec{\mu}$  verbunden ist, präzediert auch dieses, und es gilt für den Winkel

$$\varphi(t) = \omega_L \cdot t \quad (2.5)$$

Die Winkel- und Magnetfeldabhängigkeit der Intensität wird also von folgendem Integral beschrieben:

$$I(\Phi, B) = A \cdot \int_0^\infty \sin^2 \left( \frac{g_J \cdot \mu_B}{\hbar} \cdot (B - B_0) \cdot t + \Phi \right) \cdot e^{-\frac{\tau}{t}} dt + c . \quad (2.6)$$

$(\Phi + 90^\circ)$  ist der Winkel zwischen der Polarisationsachse des eingestrahnten Lichts und der Richtung, in der sich der Strahlungsdetektor befindet.  $A$ ,  $B_0$  und  $c$  sind Konstanten, die die Amplitude und Offsets der Messdaten beschreiben. Die Lösung des Integrals lautet

$$I(\Phi, B) = A\tau \cdot \frac{2a\tau(B - B_0) \sin(2\Phi) + (2a\tau(B - B_0))^2 - \cos(2\Phi) + 1}{2((2a\tau(B - B_0))^2 + 1)} + c , \quad (2.7)$$

mit

$$a = \frac{g_J \cdot \mu_B}{\hbar} . \quad (2.8)$$

Die Lösung ist für  $\Phi = 0^\circ$  eine Lorentzkurve und für  $\Phi = 90^\circ$  eine inverse Lorentzkurve. [Gleichung 2.7](#) wird für die Fits an die Messdaten verwendet.

## 2.2. Quantenmechanische Erklärung des Hanle-Effekts

Der Hanle-Effekt lässt sich auch quantenmechanisch erklären; er ist ein Sonderfall des *level-crossing*. Es können mehrere Atomzustände mit derselben Energie existieren, die durch die Feinstrukturaufspaltungen einzelner Zustände (was zu einer Überkreuzung dieser führt, *level-crossing*) oder durch das Anlegen eines äußeren Magnetfeldes  $B$  (der Hanle-Effekt tritt bei  $B = 0$  auf), was zur Zeeman-Aufspaltung führt, verursacht werden. Es zeigt sich der Effekt der *Resonanzfluoreszenz*, welcher aus der Interferenz dieser sich überlagernden Zustände folgt.

Auf die genaue quantenmechanische Herleitung soll hier nicht eingegangen werden, es wird auf [\[1\]](#) verwiesen.

## 2.3. Coherence Narrowing und Dampfdruck

Bei der Bestimmung der mittleren Lebensdauer  $\tau$  des angeregten Zustands tritt ein Effekt auf, der das Ergebnis systematisch verfälscht: Ein Photon, das emittiert wird, wenn ein Atom in den Grundzustand zurückfällt, kann von einem weiteren Atom absorbiert werden. Dies führt dazu, dass angeregte Zustände in der Resonanzzelle länger bestehen bleiben, als ihre Lebensdauer es erlaubt. Durch eine Messreihe bei verschiedenen Temperaturen kann die Stärke dieses Effekts bestimmt werden und man erhält ein bereinigtes Ergebnis. Man geht davon aus, dass der Effekt proportional zur Anzahl der Quecksilberatome in der Resonanzzelle ist, also auch proportional zur Partialdruck des Quecksilbers. Über die Dampfdruckkurve kann der Partialdruck aus der Temperatur der Zelle berechnet werden. Die Formel dafür lautet:

$$\ln(p/p_c) = (T/T_c) \cdot (a_1 T_r + a_2 T_r^{1.89} + a_3 T_r^2 + a_4 T_r^8 + a_5 T_r^{8.5} + a_6 T_r^9) \quad (2.9)$$

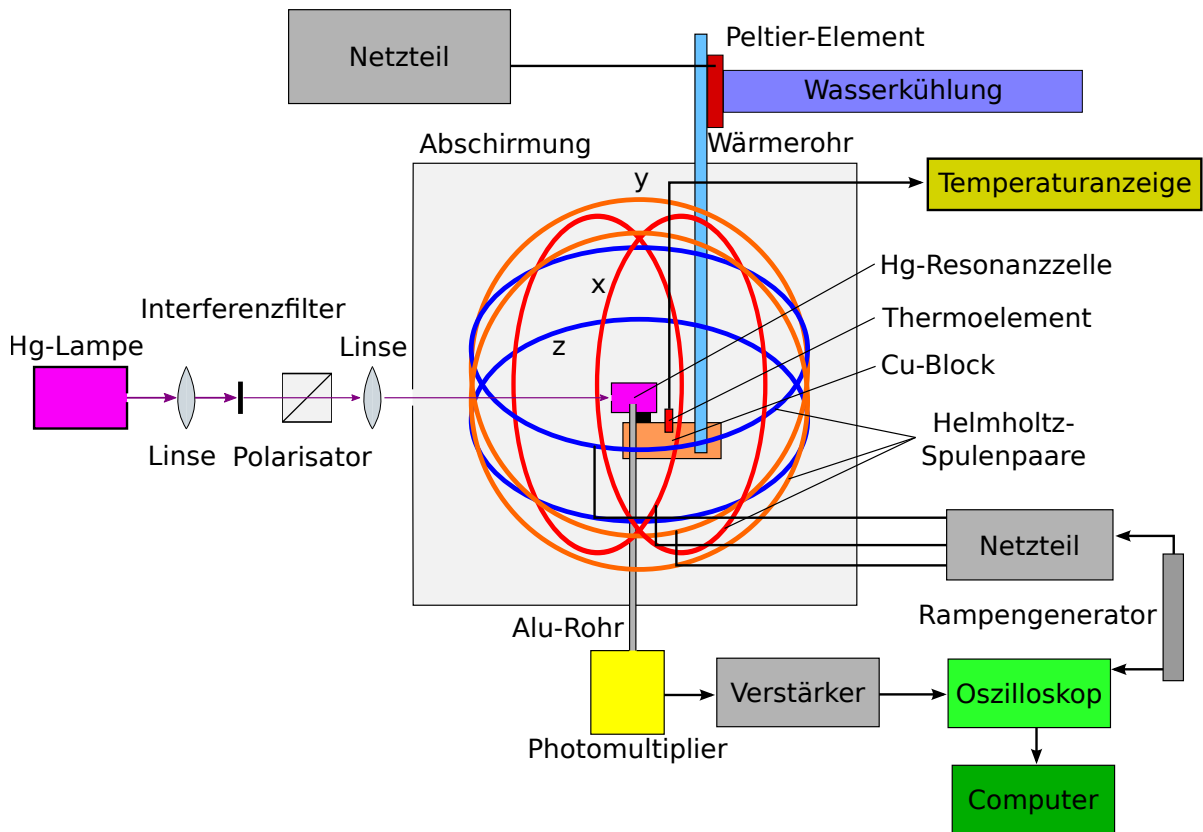
mit  $T_r = 1 - (T/T_c)$  und den Parametern

$$\begin{array}{llll} T_c = 1764 \text{ K} & a_1 = -4.57618 & a_2 = -1.40726 & a_3 = 2.36264 \\ p_c = 167 \text{ MPa} & a_4 = -31.08800 & a_5 = 58.01840 & a_6 = -27.63045 \end{array} \quad (2.10)$$

Die Kovarianzmatrix  $C$  für die Parameter lautet (aus [1]):

$$C = \begin{pmatrix} 0.00222 & -0.03976 & 0.03860 & -0.05715 & 0.10490 & -0.04884 \\ -0.03976 & 0.71363 & -0.69302 & 1.05062 & -1.93198 & 0.90105 \\ 0.03860 & -0.69302 & 0.67305 & -1.0233 & 1.88215 & -0.87799 \\ -0.05715 & 1.05062 & -1.0233 & 1.80598 & -3.35831 & 1.58313 \\ 0.10490 & -1.93198 & 1.88215 & -3.35831 & 6.24979 & -2.94835 \\ -0.04884 & 0.90105 & -0.87799 & 1.58313 & -2.94835 & 1.39186 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

### 3. Versuchsaufbau



**Abbildung 3.1:** Aufbau zur Messung des Hanle-Effekts.

Abbildung 3.1 zeigt den Aufbau, der für die Messungen verwendet wird. Das Licht einer Quecksilberdampf Lampe wird kollimiert, fällt auf einen Interferenzfilter (Durchlassbereich 250 nm bis 260 nm, für die 253.7 nm-Linie) und wird linear polarisiert. Die

Polarisationsrichtung ist einstellbar. Eine weitere Linse fokussiert den Strahl, der dann in einen Metallkasten fällt. Dort befindet sich eine mit Quecksilber gefüllte Resonanzzelle, die die Strahlung absorbiert. Die Strahlung, die im  $90^\circ$ -Winkel zur Strahlrichtung emittiert wird, fällt in ein Aluohr und gelangt so in einen Photomultiplier, dessen Ausgangssignal verstärkt und mit einem Oszilloskop angezeigt wird.

Die Temperatur der Resonanzzelle wird mit einem wassergekühltem Peltierelement gesteuert. Zur Vermeidung von Störfeldern befindet sich dieses außerhalb der Metallbox. Mit einem freongefüllten Wärmerohr wird seine Kühlleistung an einen Kupferblock unter der Resonanzzelle übertragen. Der Block ist über eine Wärmebrücke mit der Resonanzzelle verbunden und auf dem Block befindet sich ein Thermoelement, dessen Temperaturmesswert von einem Handgerät angezeigt wird.

Zur Erzeugung des Magnetfelds am Ort der Resonanzzelle dienen drei Helmholtz-Spulen, deren Strom separat mit einem Netzteil eingestellt werden kann. Das Magnetfeld der Spule, die das Magnetfeld parallel zur Strahlrichtung (x-Richtung) erzeugt, kann mit einem Rampengenerator gesteuert werden. Die Rampe wird ebenfalls auf dem Oszilloskop angezeigt. Das Oszilloskop kann mit dem Computer ausgelesen werden.

## 4. Versuchsdurchführung

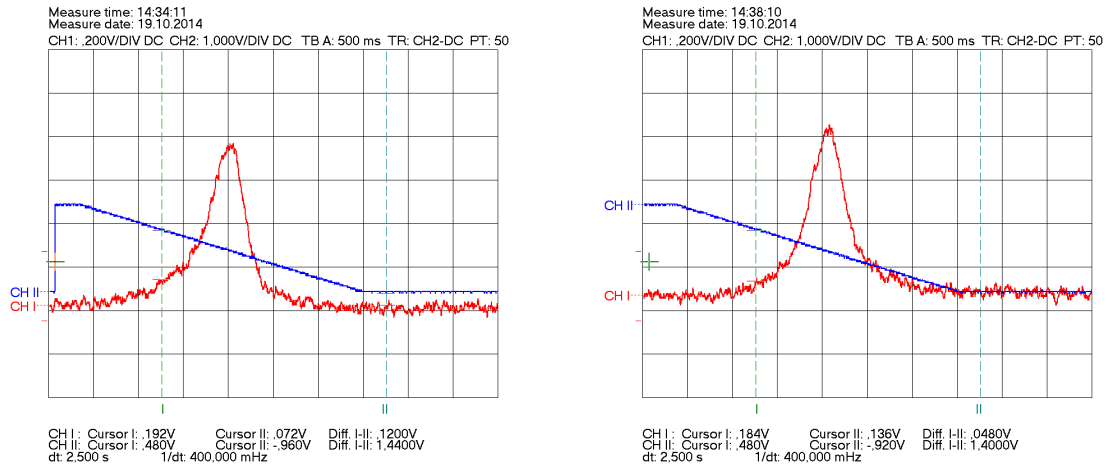
### 4.1. Kalibrierung des Aufbaus

Vor Durchführung der Messungen wird die Winkeleinstellung des Polarisators kalibriert und der Strom der Helmholtz-Spulen so eingestellt, dass Störmagnetfelder in z-Richtung kompensiert werden.

Das Kalibrierungskriterium für die Winkeleinstellungen ( $0^\circ$ -Position und  $90^\circ$ -Position) ist die Symmetrie des Hanle-Signals und die Differenz zwischen der Höhe des rechts- und des linksseitigen Untergrundes. Die Lage der beiden Einstellungen wird grob abgeschätzt (um  $-20^\circ$  und um  $70^\circ$ ) und dann in  $2^\circ$ -Schritten die Hanle-Signale aufgezeichnet. [Abbildung 4.1](#) zeigt zwei der gemessenen Signale. Auf der ersten Abbildung ist die Asymmetrie deutlich zu erkennen, auf der zweiten Abbildung ist das Signal fast symmetrisch. Folgende Winkel wurden für  $0^\circ$ -,  $45^\circ$ - und  $90^\circ$ -Position gewählt:

$$\varphi_{0^\circ} = -18^\circ, \quad \varphi_{45^\circ} = 21^\circ, \quad \varphi_{90^\circ} = 66^\circ \quad (4.1)$$



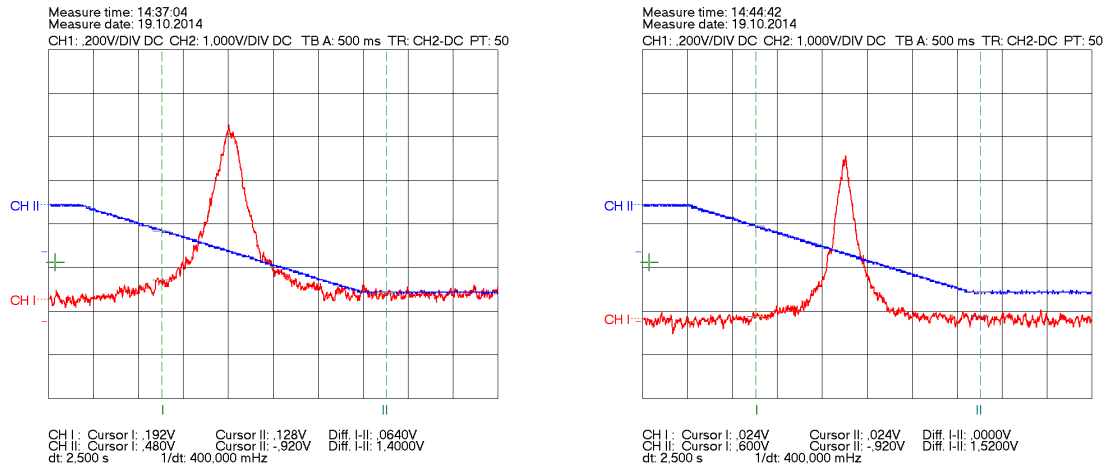


**Abbildung 4.1:** Asymmetrisches Hanle-Signal bei  $\varphi = -8^\circ$  (links) und annähernd symmetrisches Signal bei  $\varphi = -20^\circ$  (rechts).

Der Kompensationsstrom der Spulen wird eingestellt, indem die Breite des Hanle-Signals und (in der  $90^\circ$ -Position) die Signalintensität minimiert werden. Es wird ebenfalls zuerst die korrekte Einstellung grob abgeschätzt (um  $-250$  mA) und dann das Signal für mehrere Einstellungen aufgezeichnet. Zwei Signale sind auf [Abbildung 4.2](#) gezeigt: Für  $I_z = 400$  mA ist das Signal deutlich breiter als für  $I_z = 175$  mA. Als Kompensationsstrom wurden

$$I_z = 280 \text{ mA} \quad \text{und} \quad I_y = 0 \text{ mA} \quad (4.2)$$

gewählt. (In y-Richtung wurde keine Kompensation durchgeführt, da hier keine Abhängigkeit der Messergebnisse besteht.)



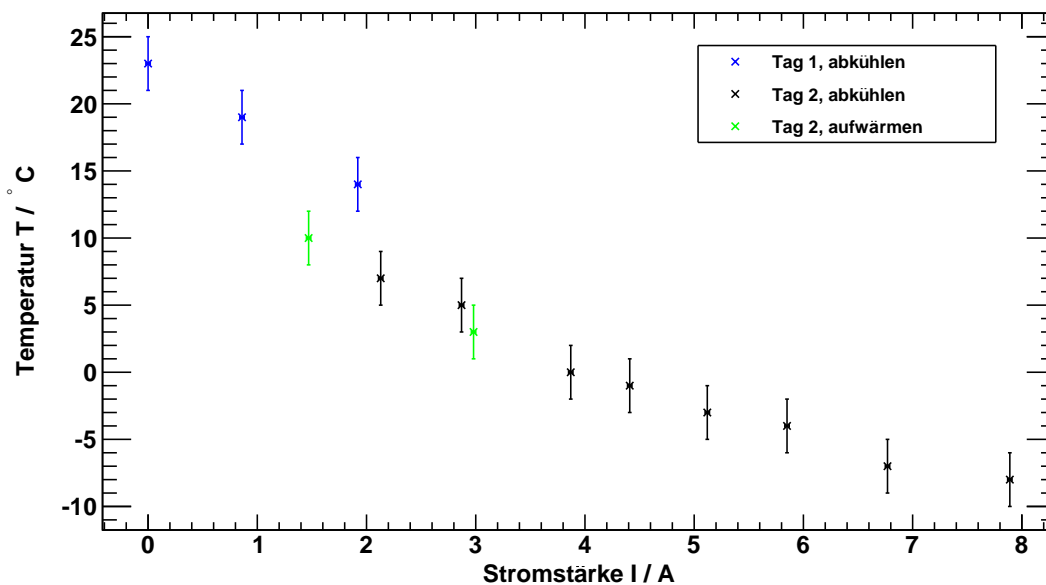
**Abbildung 4.2:** Breites Hanle-Signal bei  $I_z = -400$  mA (links) und schmales Signal bei  $I_z = -275$  mA (rechts).

## 4.2. Messung des Hanle-Signals

Für die Messung des Hanle-Signals wird die Temperatur am Aufbau schrittweise abgesenkt. Am Netzteil des Peltierelements wird dazu eine Spannung eingestellt, nach 30 Minuten Abkühlzeit die gemessene Temperatur notiert und Messungen mit den drei oben gewählten Winkeleinstellungen durchgeführt.

# 5. Messergebnisse und Auswertung

## 5.1. Peltierelement



**Abbildung 5.1:** Temperatur am Thermoelement in Abhängigkeit des Stroms durch das Peltierelement.

Abbildung 5.1 zeigt den Zusammenhang zwischen Strom durch das Peltierelement und der Temperatur, die sich nach 30 Minuten Stromfluss am Thermoelement eingestellt hat. Es ist ein exponentieller Verlauf mit Sättigung bei hohem Strom zu erkennen. Dies kann mit dem Wärmefluss aus der Umgebung begründet werden. Als Fehler auf den Strom wurde hier zwei Digits ( $s_I = 0.02 \text{ A}$ ) und auf die Temperatur  $s_T = 2 \text{ K}$  gewählt. Auf einen Fit wurde hier verzichtet, da die genaue Information über den Zusammenhang für die Auswertung nicht relevant ist. Man erkennt allerdings, dass die Messwerte für Abkühlung (schwarz) und Erwärmung (grün) konsistent sind. Die Einschwingzeit von 30 Minuten ist also lang genug gewählt. Zwischen 1. und 2. Messtag besteht ein großer Offset. Dies könnte an der Temperatur des Kühlwassers liegen, das am ersten Tag von einem anderen Verbraucher im Haus erwärmt wurde.

Abbildung 5.2 zeigt die Strom-Spannungs-Kennlinie des Peltierelements. Der Fehler auf den Strom ist wie oben und der auf die Spannung ebenfalls zwei Digits ( $s_U = 0.2 \text{ V}$ ). Der Zusammenhang ist linear, der Widerstand beträgt über den gesamten Arbeitsbereich ca.  $3 \Omega$ . Die Kühlleistung des Elements ist also sowohl zum Quadrat des Stroms als auch zum Quadrat der Spannung proportional.

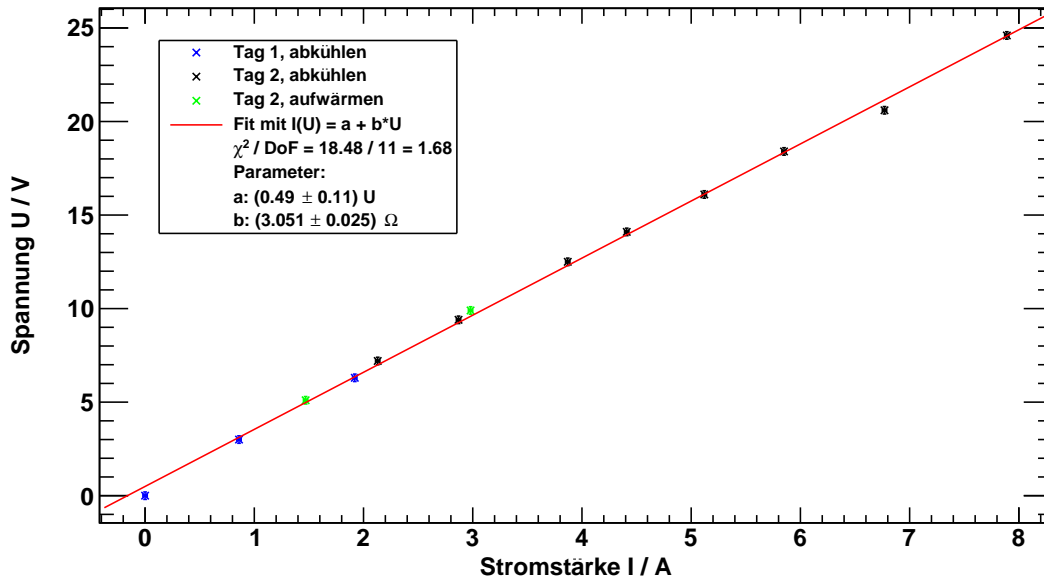


Abbildung 5.2: Strom-Spannungs-Kennlinie des Peltierelements.

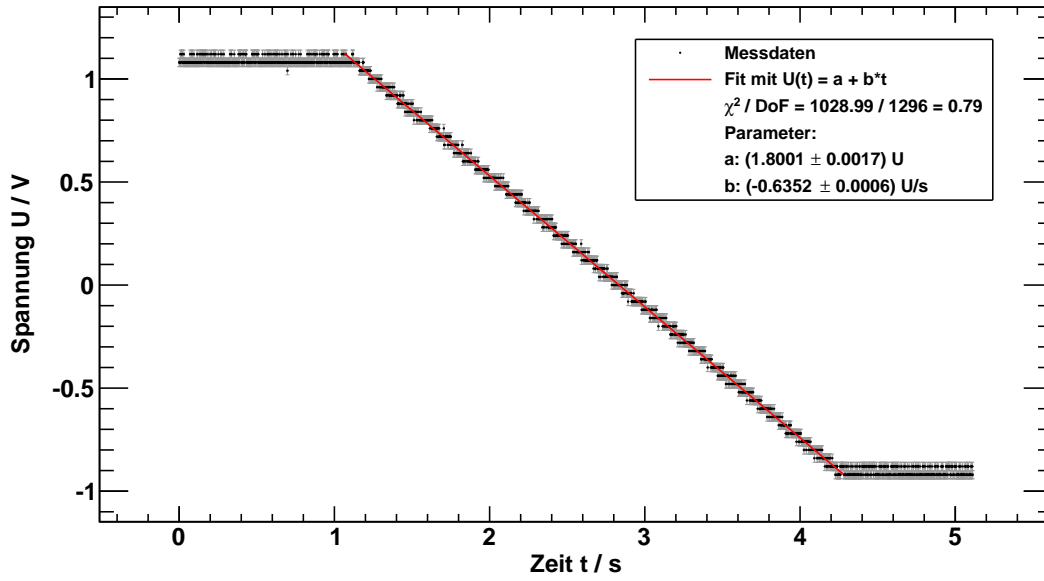
## 5.2. Bestimmung der Lebensdauer aus dem Lorentz-Peak

### 5.2.1. Vorgehensweise

Für jede Messung erhält man zwei Graphen: Die Abhängigkeit der Rampenspannung  $U$ , die an der Spule anliegt, von der Zeit, und den zeitabhängigen Lorentzpeak des Hanle-Effekts. Die Spannung  $U$  wird in dem Wertebereich, in dem sie sich verändert, mit einem Polynom ersten Grades gefittet (Abbildung 5.3). Die Fehler auf die Spannung  $U$  und die Zeit  $t$  wurde jeweils auf die Hälfte der Binbreite gesetzt.<sup>1</sup>

$$U(t) = a + b \cdot t \quad (5.1)$$

<sup>1</sup>Diese Werte werden hier nicht explizit angegeben, da sie für verschiedene Messungen aufgrund der unterschiedlichen Auflösung des Oszilloskops variieren.



**Abbildung 5.3:** Linearer Fit der angelegten Spannung  $U$  an der Spule. Hier exemplarisch für  $T = -3^\circ\text{C}$  und  $\Phi = 0^\circ$ .

Da sich der Strom  $I$ , der durch Spule fließt, direkt aus dem Wert der Spannung  $U$  ergibt ( $I(t) = U(t) \cdot 1 \frac{\text{A}}{\text{V}}$ ), kann man nun zu jedem Zeitpunkt  $t$  (innerhalb der Änderung von  $U$ ) die Stärke  $B$  des angelegten Magnetfeldes bestimmen. Dazu benötigt man eine spulenspezifische Proportionalitätskonstante  $p$ , (hier  $p = 3.363 \cdot 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{A}}$ ), welche die Änderung des Flusses  $B$  mit dem Strom  $I$  beschreibt. Es gilt:

$$B(t) = p \cdot I(t) \quad (5.2)$$

Daraus lässt sich nun die Intensität des Hanle-Signals in Abhängigkeit des vorhandenen Magnetfeldes  $B$  angeben (Abbildung 5.4, Abbildung 5.5, Abbildung 5.6). Der Fehler auf das Magnetfeld wurde zu 1% des Wertes gewählt. Auf die Intensität (hier die gemessene Spannung  $U$ ) wurde zusätzlich zur halben Binbreite noch ein relativer Fehler von  $s_{\text{rel}} = 1\%$  des Messwerts gesetzt:<sup>2</sup>

$$s_U = \sqrt{s_{\text{Bin}}^2 + (s_{\text{rel}} \cdot U)^2} \quad (5.3)$$

Diese Graphen können nun mit Gleichung 2.7 gefittet werden; die Lebensdauer  $\tau$  erhält man direkt aus dem Fit.

$$I(\Phi, B) = A\tau \cdot \frac{2a\tau(B - B_0) \sin(2\Phi) + (2a\tau(B - B_0))^2 - \cos(2\Phi) + 1}{2((2a\tau(B - B_0))^2 + 1)} + c \quad (5.4)$$

<sup>2</sup>Begründet mit Intensitätsschwankungen des Photomultipliers.

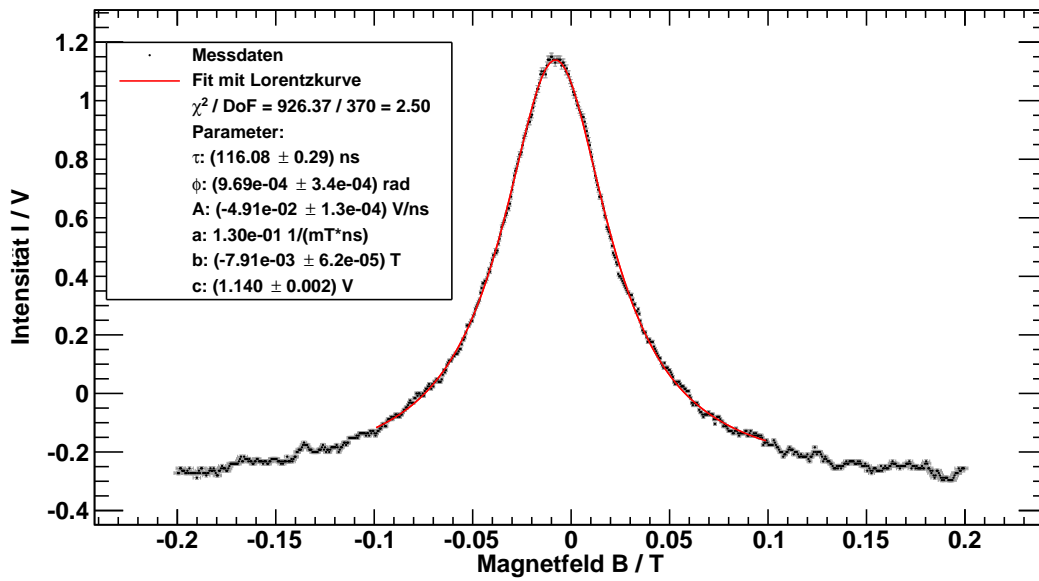


Abbildung 5.4: Fit des Hanle-Signals mit Lorentzkurve. Hier exemplarisch für  $T = 5^\circ\text{C}$  und  $\Phi = 0^\circ$ .

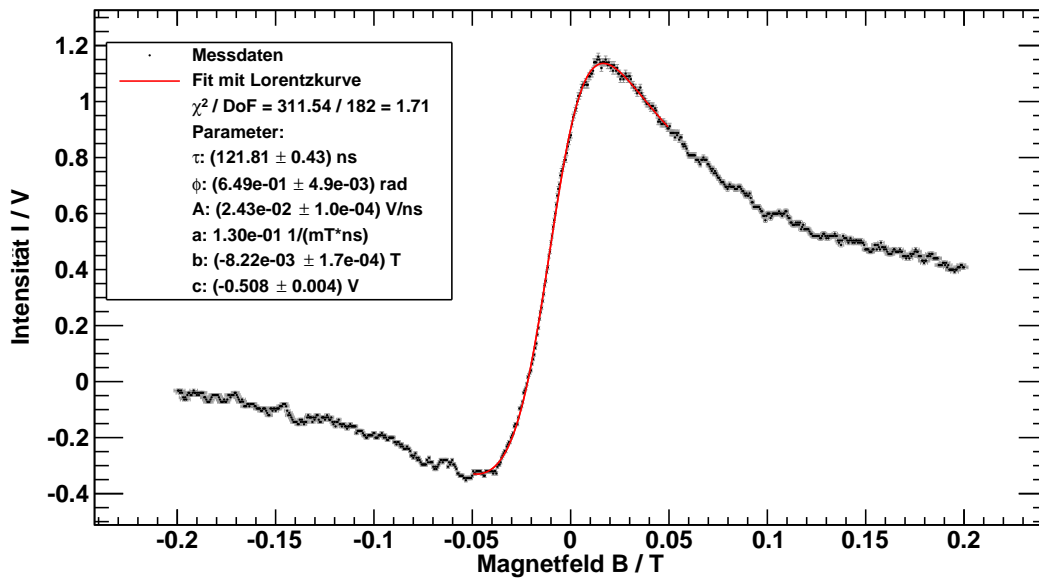
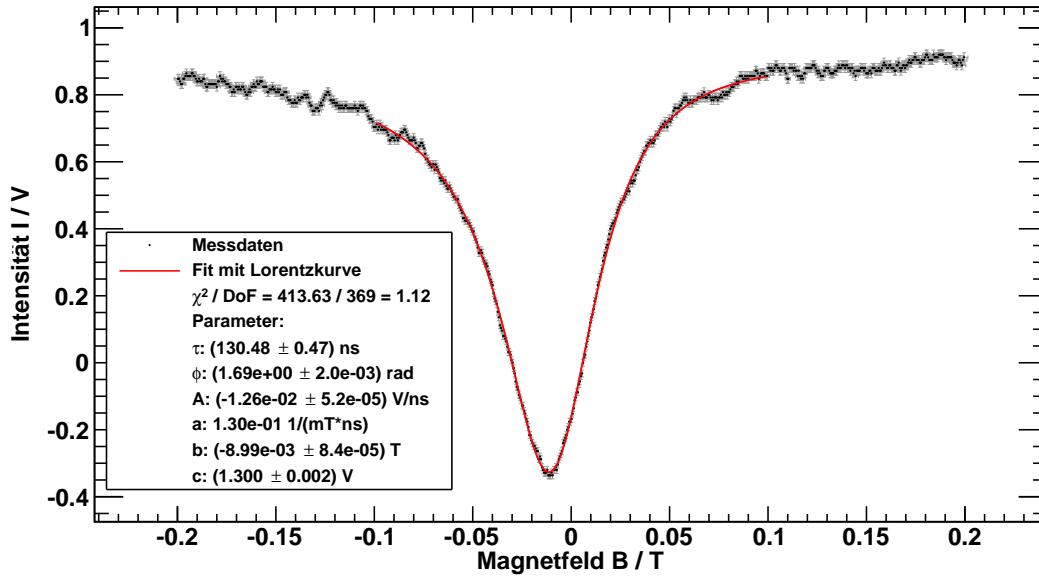


Abbildung 5.5: Fit des Hanle-Signals mit Lorentzkurve. Hier exemplarisch für  $T = 5^\circ\text{C}$  und  $\Phi = 45^\circ$ .



**Abbildung 5.6:** Fit des Hanle-Signals mit Lorentzkurve. Hier exemplarisch für  $T = 5^\circ\text{C}$  und  $\Phi = 90^\circ$ .

Die Fitergebnisse aller Messungen werden in Abschnitt 5.2.3 diskutiert.

### 5.2.2. Fehler auf die Lebensdauer

Der Fehler auf die Lebensdauer, den man aus dem Fit erhält, ist möglicherweise zu klein. Deshalb wurde für eine ausgewählte Temperatur ( $T = 5^\circ\text{C}$ ) die Messung bei  $\Phi = 0^\circ$  und  $\Phi = 90^\circ$  mehrmals ( $N = 10$ ) durchgeführt. Aus dem Mittelwert und der Standardabweichung wurde nun ein relativer Fehler auf  $\tau$  berechnet. Man erhält:

$$\left(\frac{s_\tau}{\tau}\right)_{0^\circ} = 0.013 \quad \left(\frac{s_\tau}{\tau}\right)_{90^\circ} = 0.011 \quad (5.5)$$

Für den Fehler auf die Lebensdauern bei  $\Phi = 45^\circ$  wurde aus den beiden Fehlern der Mittelwert gebildet:

$$\left(\frac{s_\tau}{\tau}\right)_{45^\circ} = 0.012 \quad (5.6)$$

### 5.2.3. Fitergebnisse der Hanle-Kurven

Die Ergebnisse für die drei Winkel sind in Tabelle 5.1, Tabelle 5.2 und Tabelle 5.3 aufgelistet. Die Werte bei  $T = 5^\circ$  wurden aus den Mittelwerten der 10 Messwerte bestimmt (für  $\Phi = 0^\circ$  und  $\Phi = 90^\circ$ ). Die Fehler der Lebensdauern sind wie oben beschrieben aus der Standardabweichung der Lebensdauern bei konstanter Temperatur bestimmt worden. Bei den Fehlern der Winkel wurde diese Korrektur nicht vorgenommen; hier wurden die Fehler aus den Fits verwendet. Die Lebensdauern werden in 5.3.2 gefittet.

**Tabelle 5.1:** Fitergebnisse für  $\Phi = 0^\circ$ .

$T / ^\circ\text{C}$	$\tau / \text{ns}$	$s_\tau / \text{ns}$	$\Phi / ^\circ$	$s_\Phi / ^\circ$
23	124.9	1.6	0.648	0.032
19	122.1	1.5	0.906	0.029
14	122.9	1.5	0.041	0.025
10	116.1	1.5	-0.447	0.019
7	122.9	1.5	0.219	0.020
5	116.6	1.5	-0.056	0.139
3	111.7	1.4	-0.238	0.020
0	110.4	1.4	-0.288	0.020
-1	109.1	1.4	-0.155	0.020
-3	104.2	1.3	-0.538	0.025
-4	105.1	1.3	-0.458	0.024
-7	102.2	1.3	-0.476	0.029
-8	106.5	1.3	-0.407	0.042

**Tabelle 5.2:** Fitergebnisse für  $\Phi = 45^\circ$ .

$T / ^\circ\text{C}$	$\tau / \text{ns}$	$s_\tau / \text{ns}$	$\Phi / ^\circ$	$s_\Phi / ^\circ$
23	149.9	1.7	31.335	0.458
19	139.9	1.6	38.102	0.452
10	126.6	1.5	36.311	0.269
7	132.5	1.5	37.156	0.245
5	121.8	1.4	37.212	0.279
3	115.3	1.3	39.284	0.318
0	116.4	1.4	36.522	0.354
-1	120.7	1.4	35.962	0.278
-3	111.2	1.3	37.446	0.382
-4	111.4	1.3	34.793	0.495
-7	107.4	1.2	36.026	0.443
-8	104.7	1.2	38.209	0.507

**Tabelle 5.3:** Fittergebnisse für  $\Phi = 90^\circ$ .

$T / ^\circ\text{C}$	$\tau / \text{ns}$	$s_\tau / \text{ns}$	$\Phi / ^\circ$	$s_\Phi / ^\circ$
23	160.2	1.7	88.397	0.140
19	163.5	1.7	89.448	0.158
10	134.0	1.4	95.731	0.135
7	134.1	1.4	95.092	0.113
5	131.2	1.4	96.727	0.446
3	123.8	1.3	97.802	0.134
0	124.9	1.3	97.915	0.141
-1	119.4	1.3	89.282	0.131
-3	116.4	1.2	89.626	0.196
-4	113.2	1.2	96.936	0.188
-7	110.8	1.2	97.747	0.231
-8	109.4	1.2	98.440	0.290

Man kann für jeden Winkel den Mittelwert aus den gefitteten Winkeln bestimmen (Tabelle 5.4). Der Fehler berechnet sich aus der Standardabweichung, dividiert durch die Wurzel der Anzahl der Messungen. Man erkennt, dass für die  $0^\circ$ -Einstellung das Ergebnis gut mit dem gewünschten Wert übereinstimmt. Die  $90^\circ$ -Einstellung liegt ca. 4 Standardabweichungen daneben. Bei der  $45^\circ$ -Einstellung liegt der gefittete Wert weit neben dem Gewünschten. Dies liegt daran, dass der Abstand zwischen  $0^\circ$ - und  $90^\circ$ -Einstellung auf der Winkelskala des Polarisationsfilters nicht genau  $90^\circ$  betrug und trotzdem die  $45^\circ$ -Einstellung genau  $45^\circ$  unterhalb der  $90^\circ$ -Einstellung gewählt wurde (siehe 4.1). Für die Bestimmung der Lebensdauern spielt dies hier jedoch keine Rolle, da der Winkel beim Fit nicht festgelegt wurde. Im weiteren Verlauf wird trotzdem diese Einstellung als  $45^\circ$ -Einstellung bezeichnet.

**Tabelle 5.4:** Theoretischer und gefitteter Winkel der drei Einstellungen am Aufbau.

$\Phi / ^\circ$	$\Phi_{\text{fit}} / ^\circ$	$s_{\Phi_{\text{fit}}} / ^\circ$
0	-0.10	0.12
45	36.53	0.59
90	94.43	1.15

### 5.3. Extrapolation der mittleren Lebensdauern auf 0 Pa

Um nun die richtige Lebensdauer zu bestimmen, müssen die gefitteten Lebensdauern über dem Dampfdruck des Quecksilbers aufgetragen werden und auf 0 Pa extrapoliert werden.



### 5.3.1. Berechnung des Dampfdrucks aus der Temperatur

Der Dampfdruck wird mit [Gleichung 2.9](#) berechnet ([Tabelle 5.5](#)). Der Fehler folgt aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung ([Gleichung 5.7](#)). Dabei wird die oben angegebene Kovarianzmatrix ([Gleichung 2.11](#)) benutzt.

$$f = f(x_1, \dots, x_n)$$

$$s_f^2 = \sum_{i,j}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial x_j} \right) \text{cov}(x_i, x_j) \quad (5.7)$$

Es wurde ein Fehler von 2 K auf die Temperatur angenommen.

**Tabelle 5.5:** Dampfdruck von Quecksilber bei verschiedenen Temperaturen.

$T / ^\circ\text{C}$	$p / \text{mPa}$	$s_p / \text{mPa}$
23	221	37
19	157	27
14	101	18
10	70	13
7	53	10
5	44	8
3	36	7
0	27	5
-1	24	5
-3	20	4
-4	18	4
-7	13	3
-8	12	3

### 5.3.2. Bestimmung der Lebensdauer

Die Lebensdauern bei den drei Winkeleinstellungen sind in [Abbildung 5.7](#), [Abbildung 5.8](#) und [Abbildung 5.9](#) über dem oben berechneten Dampfdruck aufgetragen.

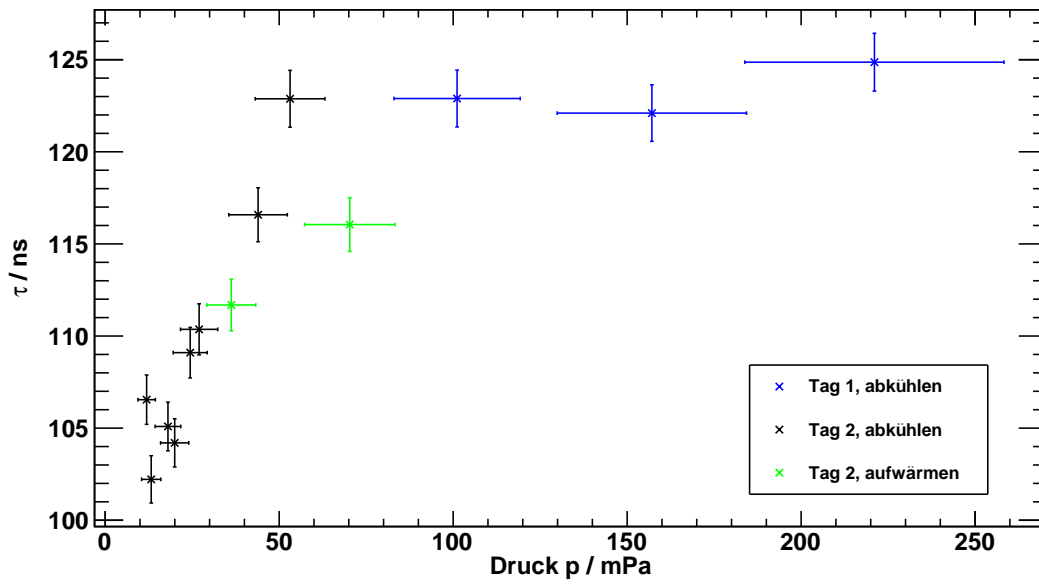


Abbildung 5.7: Mittlere Lebensdauern  $\tau$  für verschiedene Quecksilberdampfdrücke  $p$  bei  $\Phi = 0^\circ$  von beiden Messtagen.

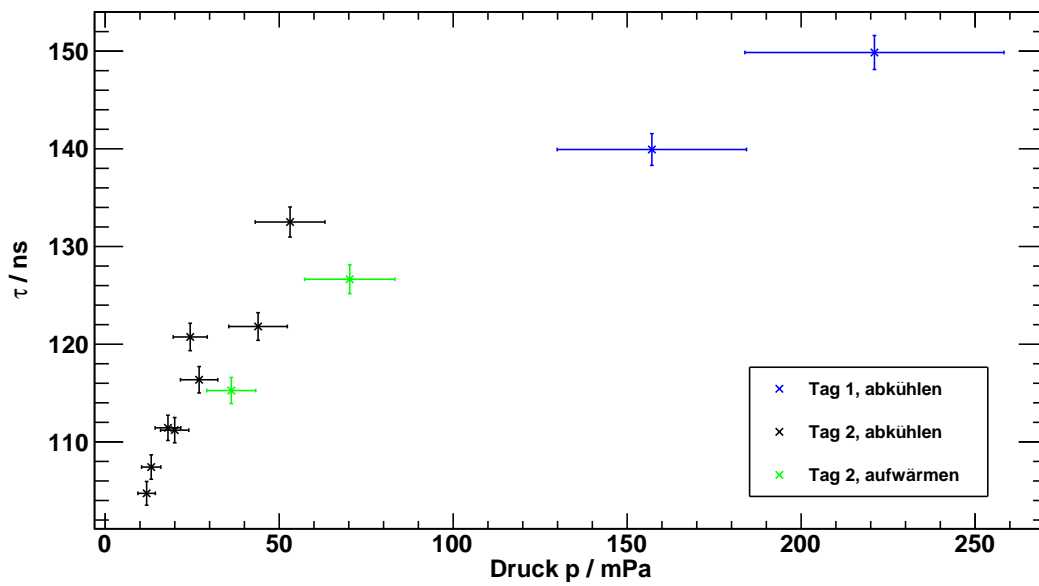
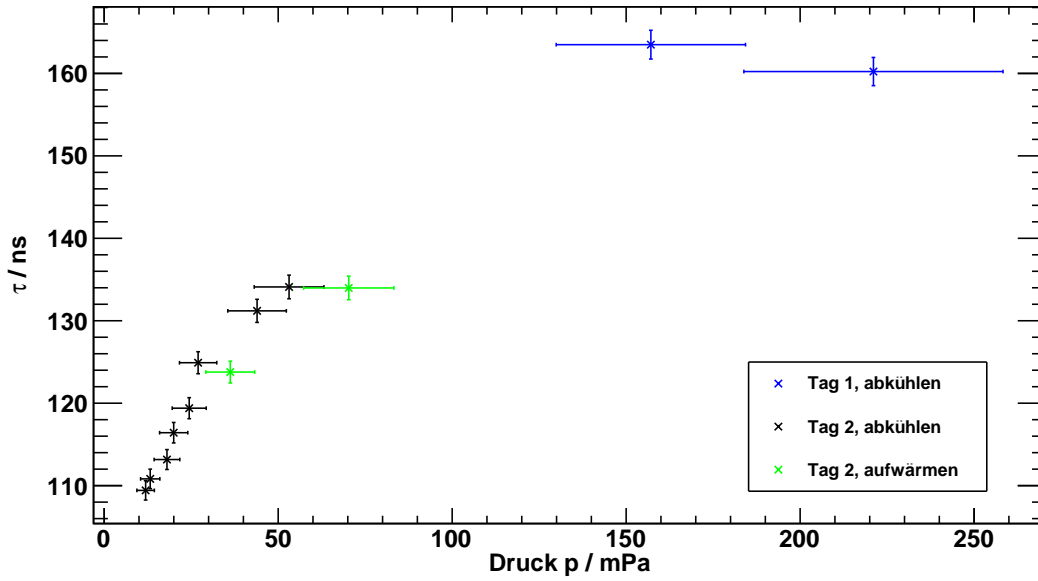


Abbildung 5.8: Mittlere Lebensdauern  $\tau$  für verschiedene Quecksilberdampfdrücke  $p$  bei  $\Phi = 45^\circ$  von beiden Messtagen.



**Abbildung 5.9:** Mittlere Lebensdauern  $\tau$  für verschiedene Quecksilberdampfdrücke  $p$  bei  $\Phi = 90^\circ$  von beiden Messtagen.

Ein lineares Modell erscheint nicht geeignet, die Daten über den gesamten Messbereich zu beschreiben: Man sieht, dass die Werte vom ersten Tag für hohe Temperaturen nicht in den linearen Zusammenhang passen. Die Ursache dafür ist nicht bekannt. Allerdings zeigt [Abbildung 5.1](#), dass die Temperaturen am ersten Tag nicht mit denen des zweiten Tages konsistent sind. Dies sollte zwar kein Problem darstellen, falls die richtige Temperatur gemessen wurde, könnte aber trotzdem auf eines hindeuten. Deshalb werden die Werte des ersten Tages bei der folgenden Extrapolation nicht mit berücksichtigt.

Die Lebensdauern werden nun mit Geraden gefittet ([Abbildung 5.10](#), [Abbildung 5.11](#), [Abbildung 5.12](#)).

$$\tau(p) = \tau_0 + m \cdot p \quad (5.8)$$

Der Achsenabschnitt  $\tau_0$  liefert die von dem Effekt des *Coherence Narrowing* bereinigte Lebensdauer.

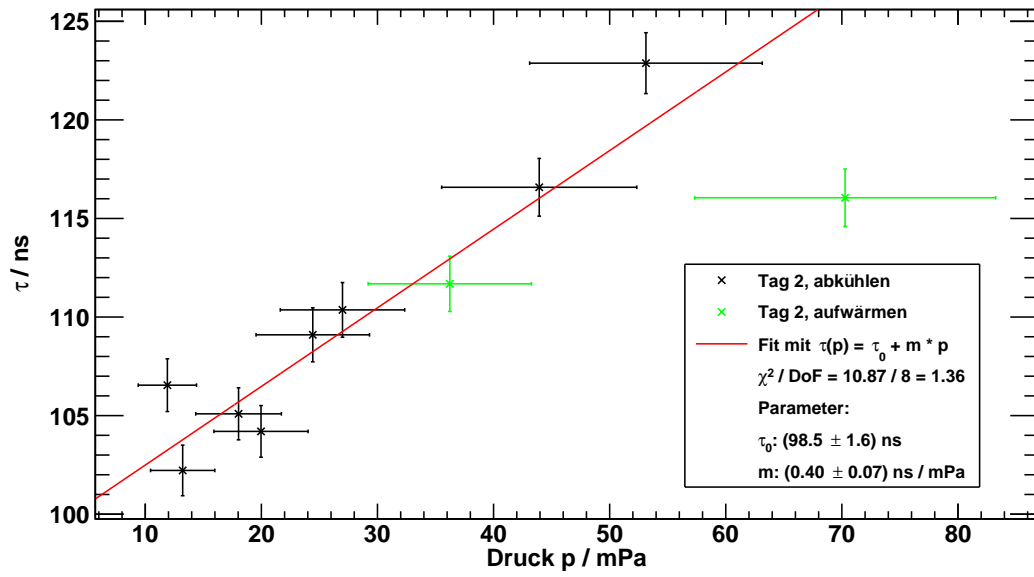


Abbildung 5.10: Fit der am zweiten Messtag bestimmten mittleren Lebensdauern  $\tau$  (für  $\Phi = 0^\circ$ ) mit einem linearen Modell zur Extrapolation auf  $p = 0 \text{ Pa}$ .

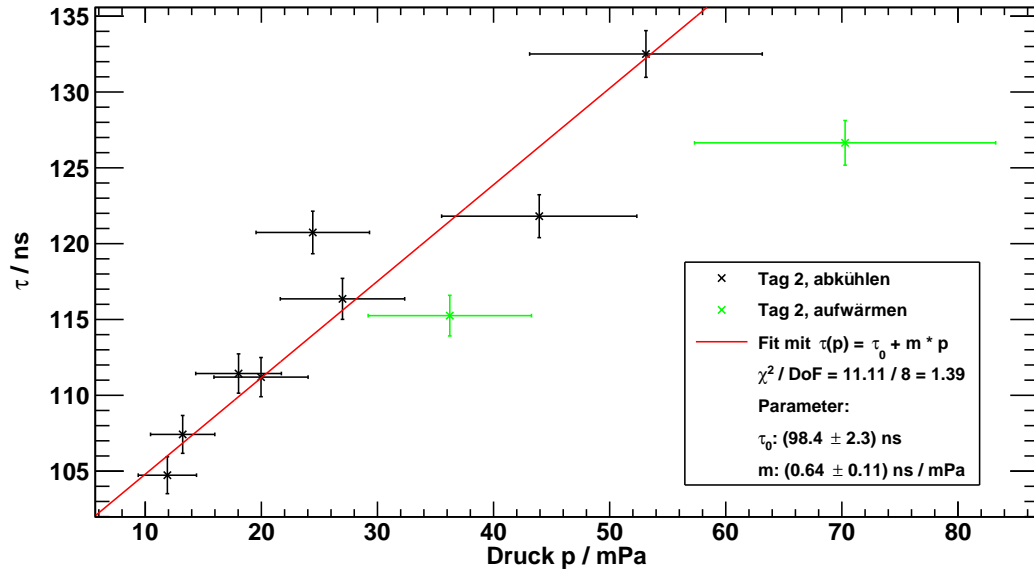
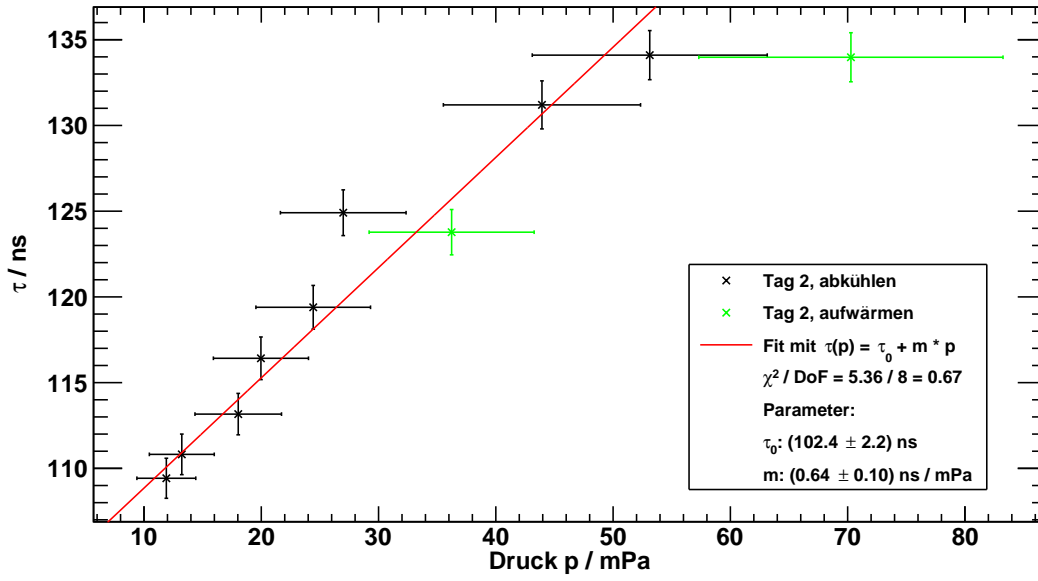


Abbildung 5.11: Fit der am zweiten Messtag bestimmten mittleren Lebensdauern  $\tau$  (für  $\Phi = 45^\circ$ ) mit einem linearen Modell zur Extrapolation auf  $p = 0 \text{ Pa}$ .



**Abbildung 5.12:** Fit der am zweiten Messtag bestimmten mittleren Lebensdauern  $\tau$  (für  $\Phi = 90^\circ$ ) mit einem linearen Modell zur Extrapolation auf  $p = 0$  Pa.

Die p-Werte für die Fits betragen 21% ( $\Phi = 0^\circ$ , rechtsseitig), 20% ( $\Phi = 45^\circ$ , rechtsseitig) und 28% ( $\Phi = 90^\circ$ , linksseitig). Damit wird für keinen der Fits die Nullhypothese abgelehnt, dass die Messwerte normalverteilt um das Modell sind.

Die extrapolierten Lebensdauern sind in [Tabelle 5.6](#) zusammengefasst. Sie stimmen innerhalb ihrer Fehlergrenzen überein.

**Tabelle 5.6:** Extrapolierte mittlere Lebensdauern bei verschiedenen Winkeleinstellungen.

$\Phi / ^\circ$	$\tau / \text{ns}$	$s_\tau / \text{ns}$
0	98.5	1.6
45	98.4	2.3
90	102.4	2.2

Der gewichtete Mittelwert der einzelnen Lebensdauern beträgt:

$$\bar{\tau} = (99.5 \pm 1.1) \text{ ns} \quad (5.9)$$

Er liegt unterhalb des Literaturwertes [1].

$$\tau^{\text{Lit}} = 119 \text{ ns} \quad (5.10)$$

Dies liegt an einer zu großen Halbwertsbreite der Lorentzkurven. Ein Grund dafür können magnetische Störfelder sein, die durch die Kalibrierung nicht vollständig unterdrückt wurden. Außerdem könnte eine Verbreiterung durch die Umrechnung der Rampenspannung in eine Magnetfeldstärke erklärt werden, wenn die Spannung nicht 1:1 in einen Strom umgewandelt wird oder der angegebene Faktor für die Stärke des Magnetfeldes pro Strom ungenau ist.

## 6. Literatur

- [1] Fischer, S. Köhli, M., Gessner, M. *Der Hanle-Effekt, Fortgeschrittenen-Praktikum I.* Institut für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität, Freiburg, 2012.

## A. Anhang

### A.1. Messprotokoll



Har. 6

Großstellung:

$$z = -0,25$$
$$\alpha_0 \approx -77,5^\circ$$

Feinstellung:

$$\alpha_{90} = 65^\circ$$

$$z = -0,28$$

Endwerte:

$$\alpha_{90} = 66^\circ$$

$$\alpha_0 = -78^\circ$$

$$\alpha_{45} = 20^\circ$$

Messungen:

	T / °C	I / A	U / V
day 1	23	0,100	0,00
	19	0,86	3,0
	14	1,42	6,3
	7	2,13	7,2
day 2	5	2,87	8,4
	0	3,85	12,5
	-1	4,47	14,7
	-3	5,72	16,7
	-4	5,85	18,4
	-7	6,77	20,6
	-8	7,89	24,6
wämer	3	2,98	8,0
	10	1,47	5,1