

中国计量大学 2019 ~ 2020 学年 第 1 学期

《高等数学 A1》试卷 (A) 参考答案和评分标准

开课二级学院: 理学院, 学生班级: 重修班, 教师: 何足道

一、填空题 (每题 4 分, 共 36 分)

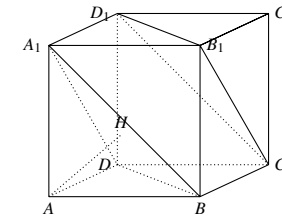
1. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+5n-2}{3n^2-1} = \underline{\frac{1}{3}}$.
2. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{\sin x}} = \underline{e^2}$.
3. 设 $f'(1) = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-3x)-f(1)}{x} = \underline{-6}$.
4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+1}, & x < 0 \\ a+x, & x \geq 0 \end{cases}$ 处处连续, 则常数 $a = \underline{1}$.
5. 设有隐函数方程 $xy + \sin x - 1 = 0$, 则 $\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{x=\frac{\pi}{2}} = \underline{\frac{2}{\pi}}$.
6. 曲线 $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos 2t \end{cases}$ 在点 $t = \frac{\pi}{4}$ 处的切线方程为 $y = -2\sqrt{2}(x - \frac{\sqrt{2}}{2})$.
7. 曲线 $y = x^3 - 3x^2 + 7x - 10$ 的拐点为 $\underline{(1, -5)}$.
8. 由曲线 $x = y^2$ 以及 $y = x - 2$ 所围图形的面积 $S = \underline{\frac{9}{2}}$.
9. 若 e^x 为 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int x f'(x) dx = \underline{e^x(x-1) + C}$.

二、计算题 (每小题 8 分, 共 24 分)

1. 求微分方程 $y' + y \cos x = \sin 2x$ 的通解.
解: $y = e^{-\int \cos x dx} \left(\int \sin 2x e^{\int \cos x dx} dx + C \right) \dots\dots\dots (4')$
 $= e^{-\sin x} \left(2 \int \sin x e^{\sin x} d \sin x + C \right) = 2 \sin x - 2 + C e^{-\sin x} \dots\dots\dots (4')$
2. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x-1} - \frac{1}{x} \right)$.
解: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x-1} - \frac{1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1-e^x}{(e^x-1)x} \dots\dots\dots (4')$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1-e^x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^x}{2x} = -\frac{1}{2} \dots\dots\dots (4')$
3. 求不定积分 $\int x^2 \cos x dx$.
解: $\int x^2 \cos x dx = \int x^2 d \sin x = x^2 \sin x - \int 2x \sin x dx \dots\dots\dots (4')$
 $= x^2 \sin x + \int 2x d \cos x = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C \dots\dots\dots (4')$

三、选择题 (每题 3 分, 共 9 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = (A)$
(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) ∞ .
2. 如图, 正方体 AC_1 的棱长为 1, 过点 A 作平面 A_1BD 的垂线, 垂足为点 H , 则以下命题中, 错误的命题是 (D)



- (A) 点 H 是 $\triangle A_1BD$ 的垂心; (B) $AH \perp$ 平面 CB_1D_1 ;
(C) AH 的延长线经过点 C_1 ; (D) AH 和 BB_1 所成角为 45° .
3. 下列说法正确的是 (D)
(A) 分段函数一定不是初等函数;
(B) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$, 则必有 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ 或 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$;
(C) 若 $f(x)$ 在 (a, b) 内连续, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 内必有界;
(D) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ (a 为有限实数), 则数列 $\{x_n\}$ 必有界.

四、判断题: 正确 $\sqrt{}$, 错误 \times (每题 2 分, 共 6 分)

1. 若 $f(x)$ 在 (a, b) 上连续, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 上一定可导. (×)
2. 函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导是函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可微的充要条件. ($\sqrt{}$)
3. 函数 $f(x) = x^5 + x - 1$ 在 $(0, 1)$ 内存在唯一解. ($\sqrt{}$)

五、填空题 5 (每题 5 分, 共 25 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1-x)^{\frac{1}{x}} = \underline{e^{-1}}$.
2. 设 $z = u^2 \ln v$, 而 $u = \frac{x}{y}, v = x - y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{y^2} \ln(x-y) + \frac{x^2}{y^2(x-y)}$.
3. 函数 $f(x, y) = x e^y$ 在点 $(1, 0)$ 处的梯度为 $\nabla f = \underline{(1, 2)}$.
4. 把二次积分 $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$ 化为极坐标形式的二次积分为 $\int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^1 f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \rho d\rho$.

5. 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 3, 则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n}$ 的收敛半径为 $\underline{\sqrt{3}}$.

