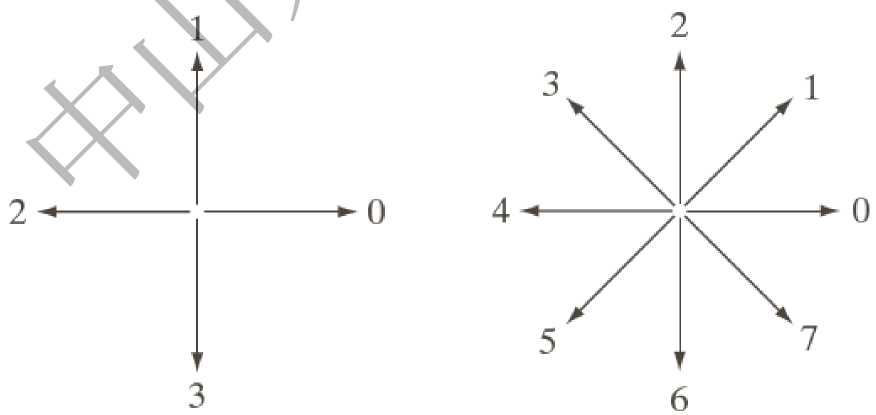
第十章 表示与描述

- 图像表示与描述有两种方法:
  1) 外部描述法: 形状;
  2) 内部描述法: 颜色与纹理;

一. 表示方法

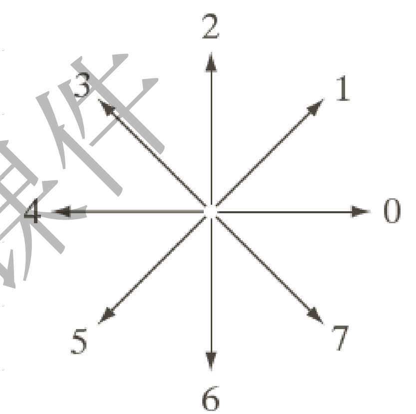
1. 链码（Freeman编码）：
   用于表示由顺次连接的具有指定长度和方向的直线段组成的边界.

- 链码的种类: 4向链码和8向链码

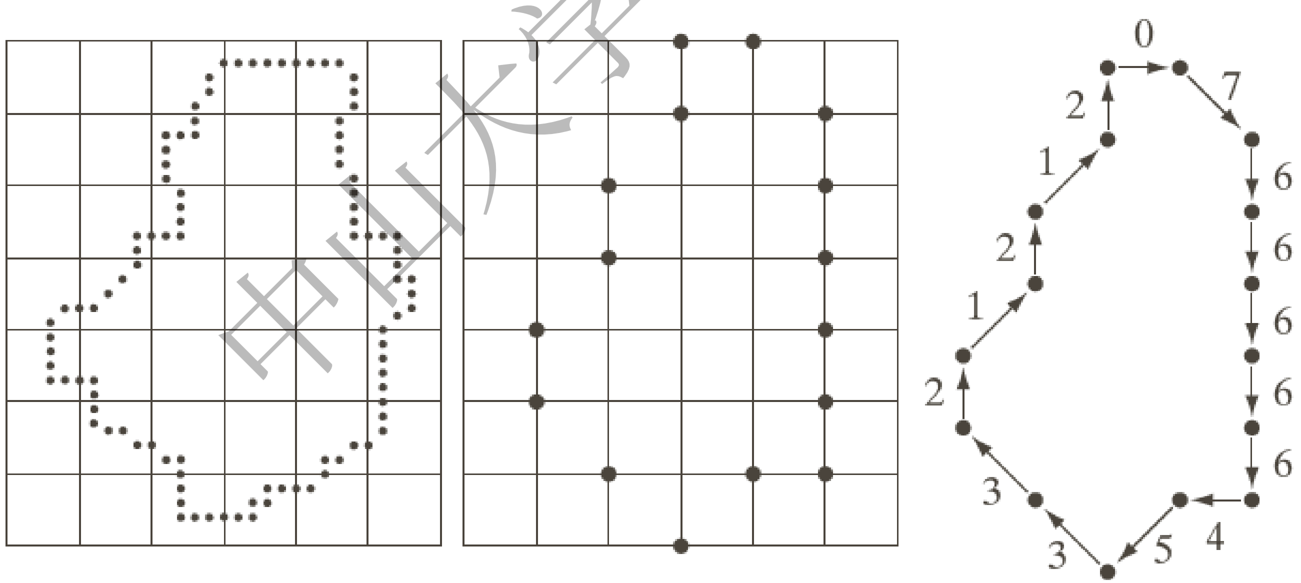


- **常见的问题:**
  1) 得到的链码太长;
  2) 噪声或边界缺陷的影响;

解决的方案: 选择更大间隔的网格对边界进行重新采样。



- **边界的链码依赖起始点（需要归一化）。**



链码归一化方法：

用差分码代替链码(视为循环序列)，获得旋转不变。

例子(考虑4向链码)：

原链码：10103322

差分：1-2 0-1 1-0 0-1 3-0 3-3 2-3 2-2

-1 -1 1 -1 3 0 -1 0

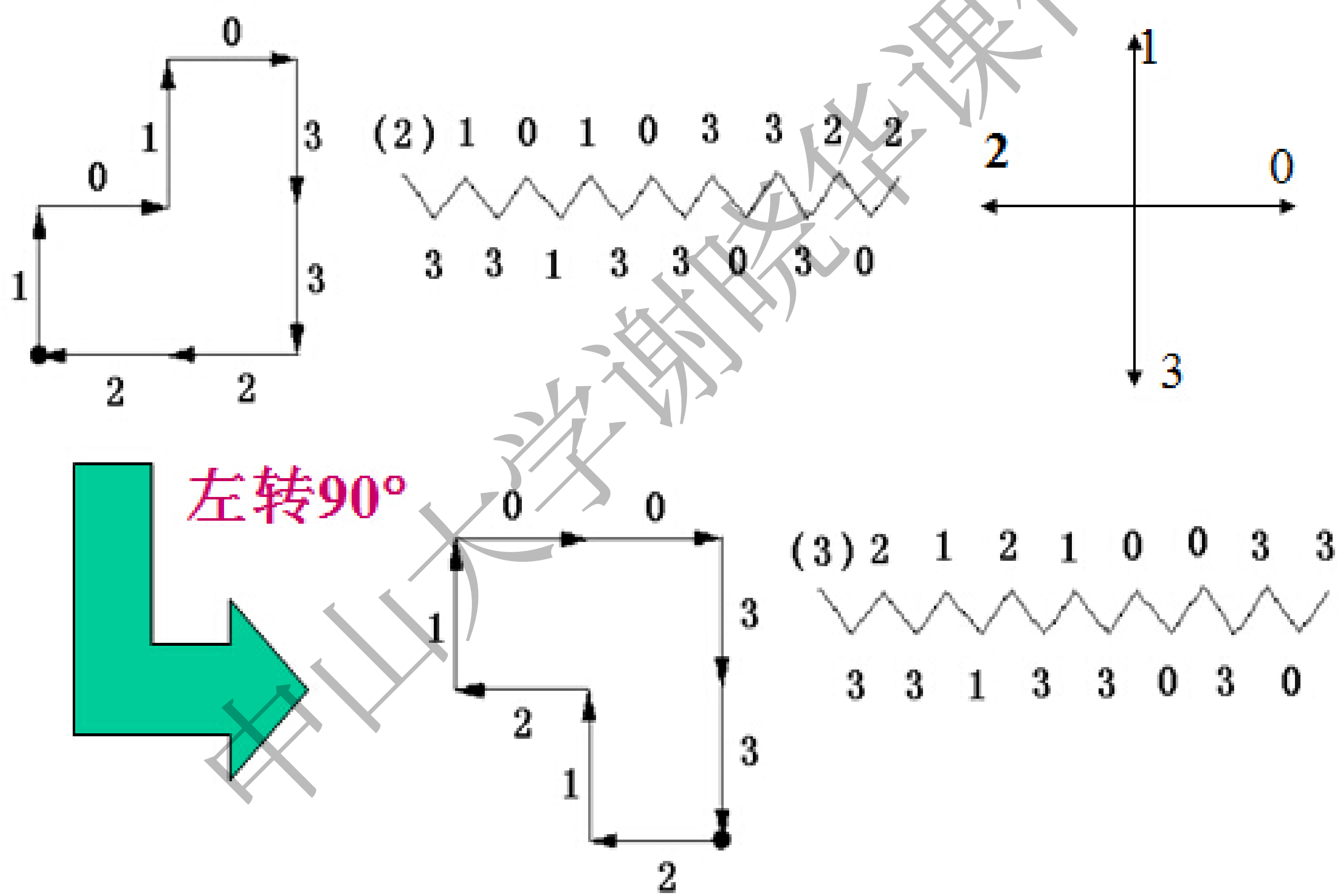
对4取模：3 3 1 3 3 0 3 0

形状数：将码按一个方向循环，使其构成的自然数最小

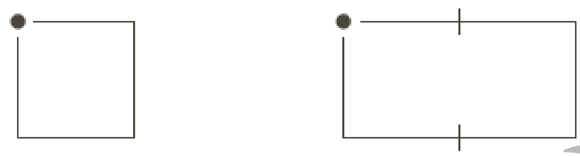
0 3 0 3 3 1 3 3

- 形状数长度称为阶数。

差分码的旋转不变性

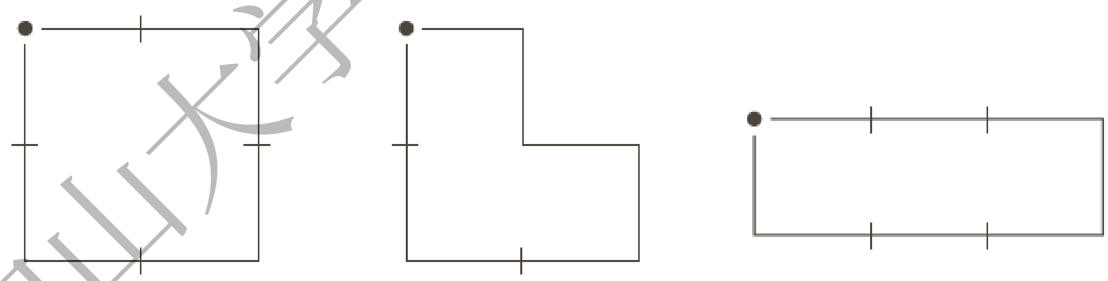


更多例子：



	Order 4	Order 6
Chain code:	0 3 2 1	0 0 3 2 2 1
Difference:	3 3 3 3	3 0 3 3 0 3
Shape no.:	3 3 3 3	0 3 3 0 3 3

Order 8

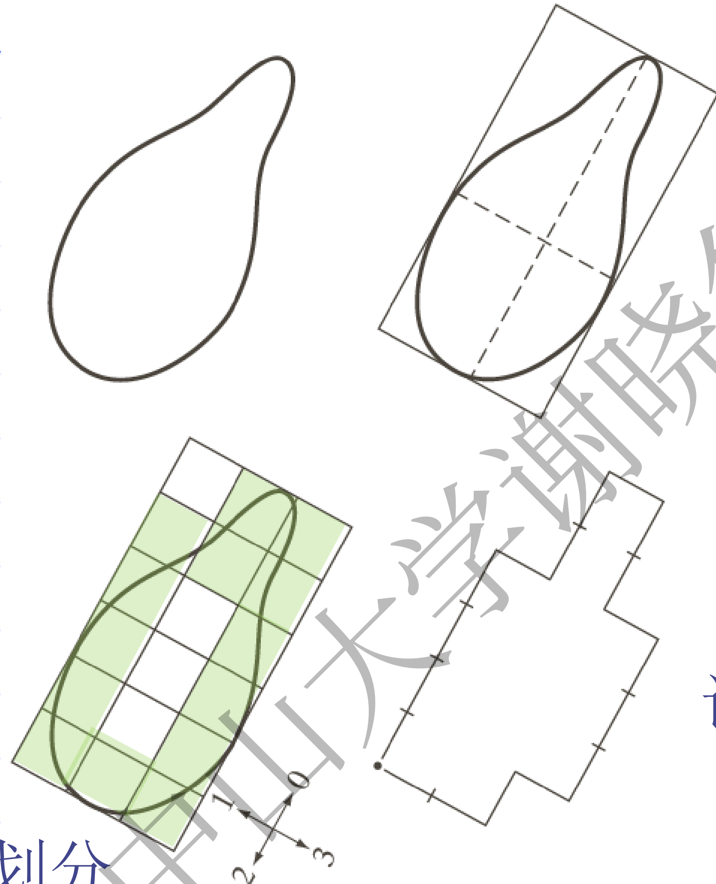


Chain code:	0 0 3 3 2 2 1 1	0 3 0 3 2 2 1 1	0 0 0 3 2 2 2 1
Difference:	3 0 3 0 3 0 3 0	3 3 1 3 3 0 3 0	3 0 0 3 3 0 0 3
Shape no.:	0 3 0 3 0 3 0 3	0 3 0 3 3 1 3 3	0 0 3 3 0 0 3 3

例：计算阶数n=18的形状数。

原图

最小外接矩形



计算链码和形状数

18=3x6矩形划分

Chain code: 0 0 0 0 3 0 0 3 2 2 3 2 2 2 1 2 1 1

Difference: 3 0 0 0 3 1 0 3 3 0 1 3 0 0 3 1 3 0

Shape no.: 0 0 0 3 1 0 3 3 0 1 3 0 0 3 1 3 0 3

3. 傅里叶描绘子

将2D问题转化为1D问题.

将边界点的坐标对表示成一个复数.

$$s(k)=x(k)+jy(k)$$

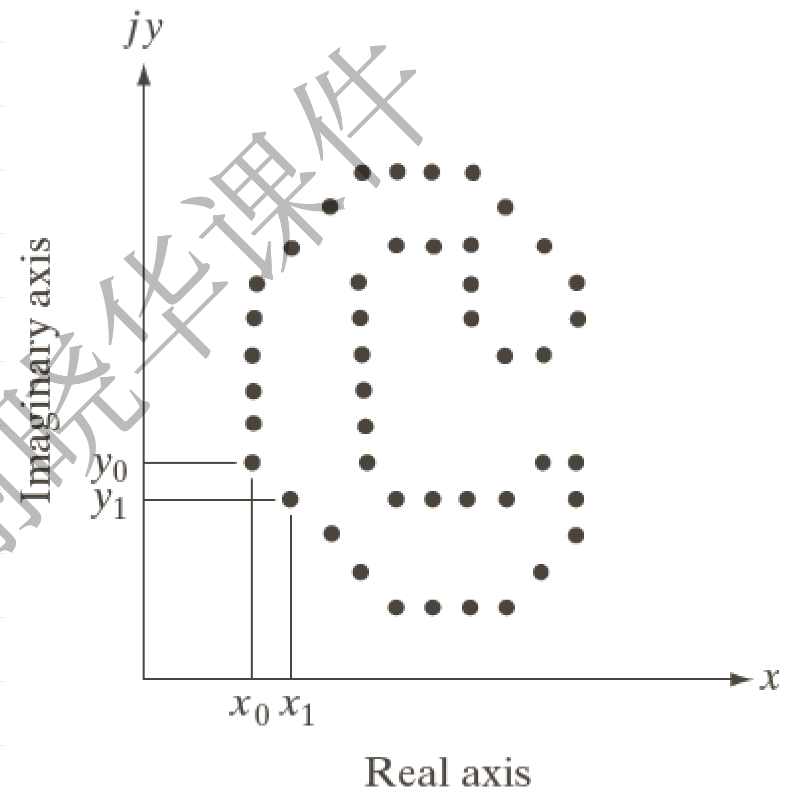
其中,K=0,1,2,…,K-1.

对 $s(k)$ 的傅氏变换为:

$$a(u)=\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}s(k)e^{-j2\pi uk/K}$$

其中,u=0,1,2,…,K-1.

复系数a(u)称为边界的描绘子.



傅氏反变换确定边界的重建:

$$s(k)=\sum_{u=0}^{K-1}a(u)e^{j2\pi uk/K}$$

其中,k=0,1,2,…,K-1.

通过有限重建构造近似边界:

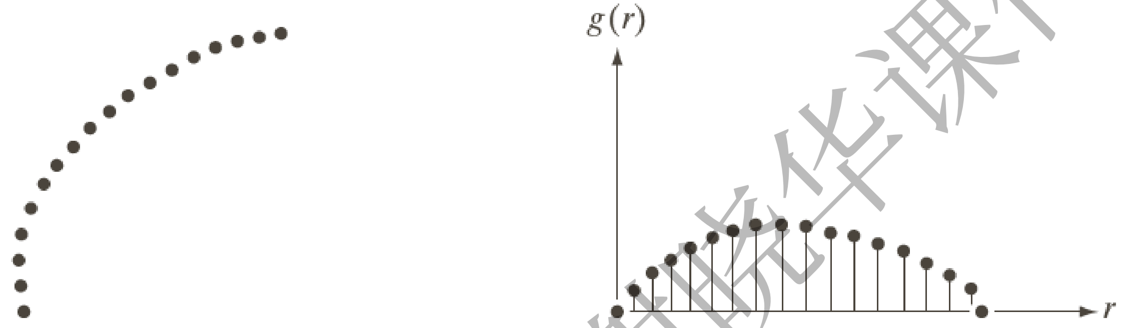
$$\hat{s}(k)=\sum_{u=0}^{p-1}a(u)e^{j2\pi uk/K}$$

其中,k=0,1,2,…,K-1, K>P.

分别采用**50%，10%，5%，2.5%，1.25%，0.63%，0.28%**重建的效果。

4. 统计矩

统计矩用于刻画边界线段的特征波形。



1）将上述曲线看作一维函数g(r).

2) 将g的振幅看作离散随机变量v，并形成直方图 $p(v_i)$

其中,i=0,1,2,…,A-1.

3) 定义n阶中心矩为：

$$\mu_n(v)=\sum_{i=0}^{A-1}(v_i-m)^n p(v_i)$$

其中， $m=\sum_{i=0}^{A-1}v_i p(v_i)$ m是v的均值。

三. 区域描绘子

1. 简单的描述符

- 区域的面积；
- 区域的重心；
- 区域灰度(密度)；

区域的重心

$$\bar{x} = \frac{1}{A} \sum_{(x,y)\in R} x f(x,y)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{A} \sum_{(x,y)\in R} y f(x,y)$$

其中, R代表一个区域, A代表区域面积.

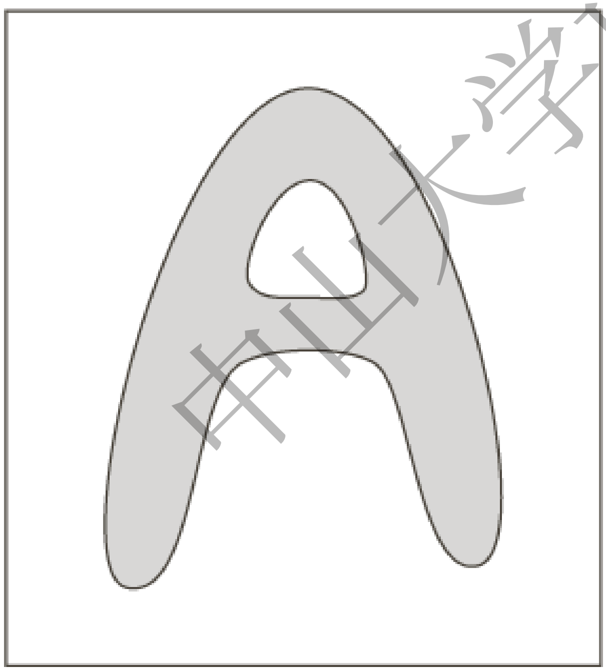
2. 拓扑的描述符

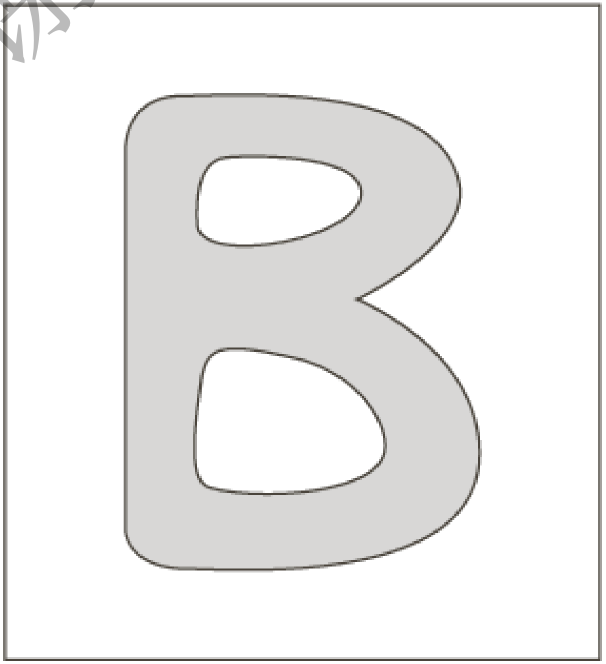
欧拉数定义如下：

$$E = C - H$$

其中，C为区域内连通组元数，H为区域内的孔数H.

例如，下图的欧拉数分别为0和-1。

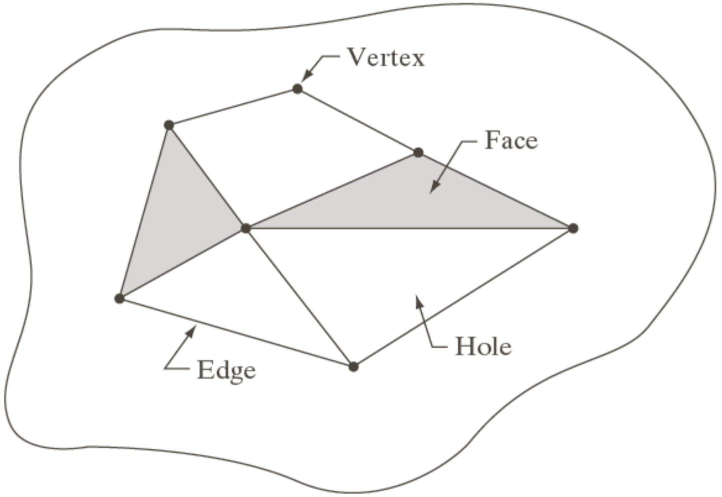




将区域的网络进行目标区域的分类，可以分为顶点数V，边数Q，面数F，其欧拉公式为：

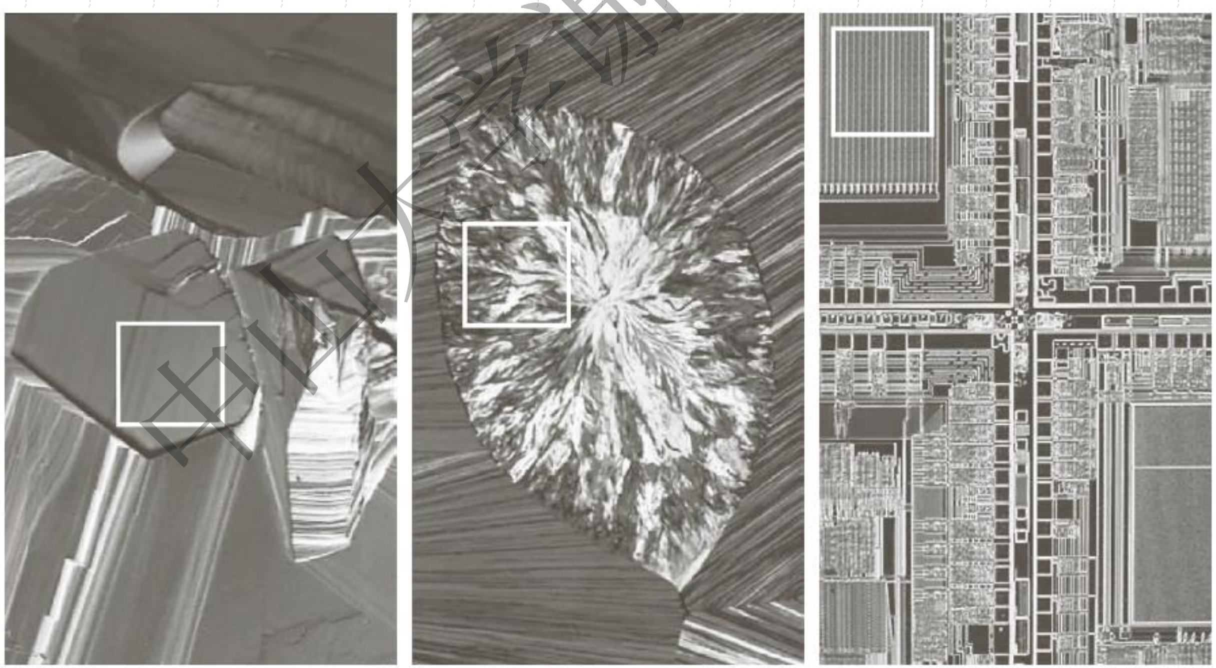
$$V-Q+F=C-H \qquad 或，V-Q+F=C-H=E$$

例：下图显示的网络有7个顶点，11条边，2个面，1个连通区域和3个孔。欧拉数为-2。



3. 纹理

- 纹理就是由纹理基元按某种确定的规律或某种统计规律排列而成.
- 纹理分为确定性纹理和随机性纹理
- 区域的纹理主要度量区域的平滑度、粗糙度和规律性（分别见下图）。
- 描述纹理的方法主要有三种：统计方法、结构方法和频谱方法。



1）统计方法

使用统计的方法可以对区域的平滑、粗糙、颗粒等纹理特征进行描述。

区域灰度直方图的统计矩：

定义n阶中心矩为：

$$\mu_n(z)=\sum_{i=0}^{L-1}(z_i-m)^n p(z_i)$$

其中，z为灰度级的随机变量，$p(z_i)$,i=0,1,2,…,L-1为对应的直方图，L是最大灰度级别，m是z的均值：

$$m=\sum_{i=0}^{L-1}z_i p(z_i)$$

- 注意：1）$\mu_0=1,\mu_1=0$

  2） 二阶矩，即方差 $\sigma^2(z)=\mu_2(z)$ 在纹理描述中特别重要。它表示图象对比度的度量。

有关光滑度的描述子

$$R = 1 - \frac{1}{1+\sigma^2(z)}$$

其中，R=0代表平滑（区域平坦），R=1代表不平滑：

- 三阶中心矩表示直方图的偏斜度（-偏暗，+偏亮 ）；
- 四阶中心矩表示平直度。

- 其他度量，如一致性、熵。
- 一致性： $U = \sum_{i=0}^{L-1} p^2(z_i)$
- 熵： $p = -\sum_{i=0}^{L-1} p(z_i)\log_2 p(z_i)$

共生矩阵G:

其元素G(i,j)是灰度为z_i和z_j的像素对出现在图像中**指定位置处**的次数。

例: 考虑一幅具有3个灰度级的图象（如右图所示），试写出点对（x,y）和（x+1,y+1）生成的共生矩阵.

$$
\begin{matrix}
0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\
1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 2 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1
\end{matrix}
$$

解：$z_1=0$；$z_2=1$；$z_3=2$

共生矩阵为：

$$
\begin{bmatrix}
4 & 2 & 0 \\
2 & 3 & 2 \\
1 & 2 & 0
\end{bmatrix}
$$

基于共生矩阵的描绘子:

1. 最大概率： $\max_{i,j}(p_{ij})$

2. 对比度：元素差异的k阶矩: $\sum_{i}^{K}\sum_{j}^{K}(i-j)^k p_{ij}$

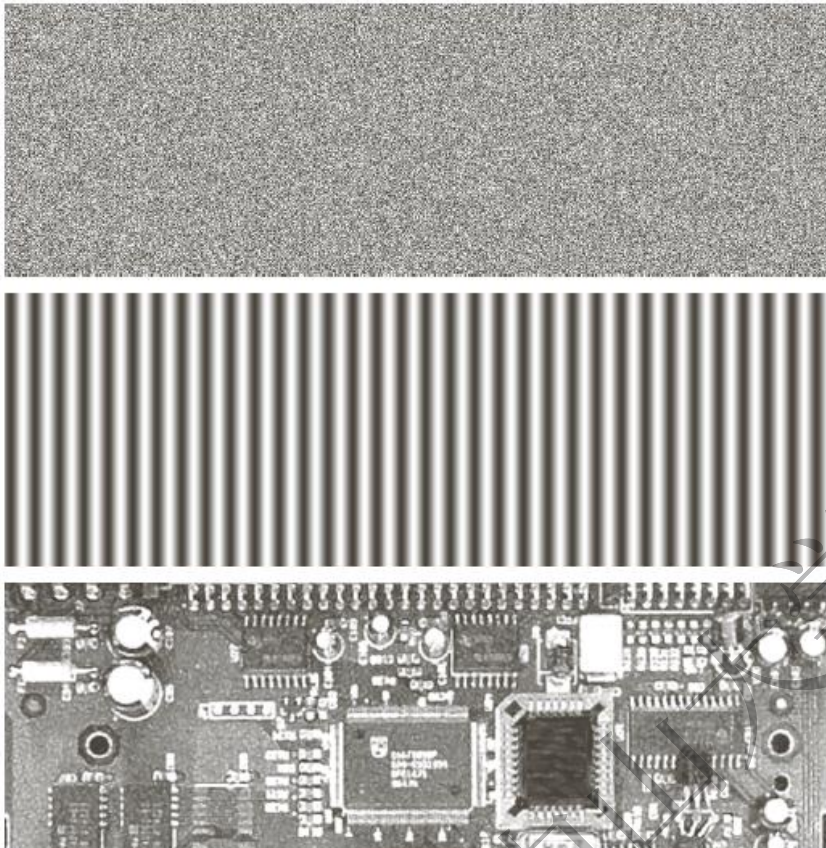
3. 同质性:G对角分布的紧密性 $\sum_{i}^{K}\sum_{j}^{K} p_{ij} / 1+|i-j|$

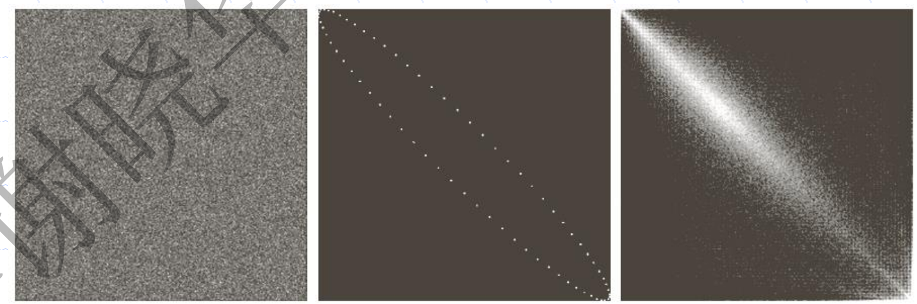
4. 一致性: $\sum_{i}^{K}\sum_{j}^{K} p_{ij}^2$

5. 熵: $-\sum_{i}^{K}\sum_{j}^{K} p_{ij} \log_2 p_{ij}$

6. 相关性: $\sum_{i}^{K}\sum_{j}^{K}\frac{(i-m_x)\ (j-m_y)\ p_{ij}}{\sigma_x\sigma_y}$

图像共生矩阵示例（用于描述纹理）





4. 二维函数的矩

二维连续函数f(x,y), (p+q)阶矩定义为:

$$m_{pq}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}x^p y^q f(x,y)dxdy$$

其中 p,q=0,1,2,3,…

- 单值定理说明: 如果f(x,y)是分段连续的并且仅存在xy平面内有限的部分具有非零值, 则各阶矩都存在, 并且矩的序列 m_{pq} 与f(x,y)相互唯一确定.

二维连续函数f(x,y), (p+q)阶中心矩定义为:

$$\mu_{pq}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(x-\bar{x})^p(y-\bar{y})^q f(x,y)dxdy$$

其中, $\bar{x}=\frac{m_{10}}{m_{00}}, \quad \bar{y}=\frac{m_{01}}{m_{00}}$

如果f(x,y)是数字图象, 则上式可以变成:

$$\mu_{pq}=\sum_x\sum_y(x-\bar{x})^p(y-\bar{y})^q f(x,y)$$

如果再对 μ_{pq} 归一化，令 $\mu'_{pq} = \dfrac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^{\gamma}}$

其中， $\gamma = \dfrac{p+q}{2} + 1$

仍然记 μ'_{pq} 为 μ_{pq} 。

则有一组7个平移、伸缩和旋转不变矩（Hu不变矩）：

$$\eta_1 = \mu_{02} + \mu_{20}$$

$$\eta_2 = (\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^{\ 2}$$

$$\eta_3 = (\mu_{30} - 3\mu_{12})^2 + (3\mu_{21} - \mu_{03})^2$$

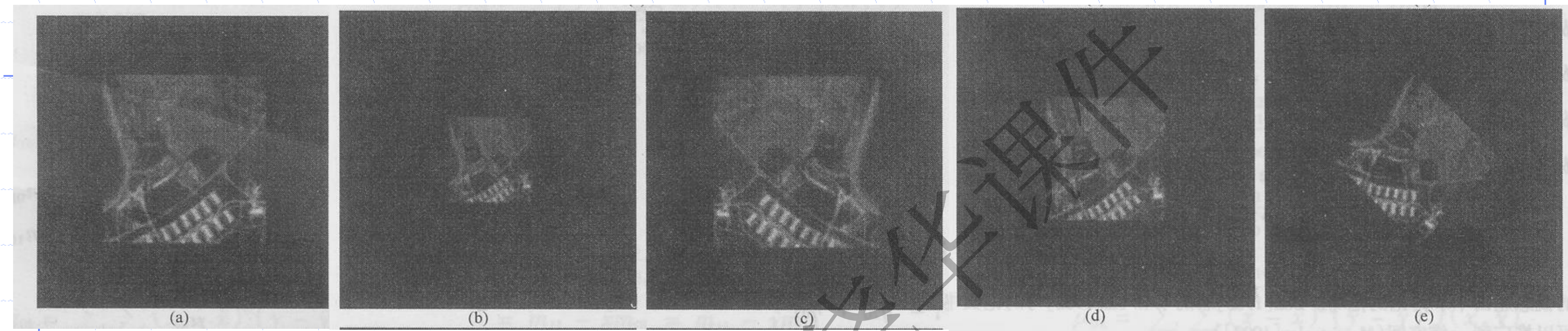
$$\eta_4 = (\mu_{30} + \mu_{12})^2 + (\mu_{21} + \mu_{03})^2$$

$$\begin{aligned}\eta_5 = {} & (\mu_{30} - 3\mu_{12})(\mu_{30} + \mu_{12})[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - 3(\mu_{21} + \mu_{03})^2] + \\ & (3\mu_{21} - \mu_{03})(\mu_{21} + \mu_{03})[3(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_6 = {} & (\mu_{20} - \mu_{02})[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2] + \\ & 4\mu_{11}(\mu_{30} + \mu_{12})(\mu_{21} + \mu_{03})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_7 = {} & (3\mu_{21} - \mu_{03})(\mu_{30} + \mu_{12})[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - 3(\mu_{21} + \mu_{03})^2] + \\ & (3\mu_{12} - \mu_{30})(\mu_{21} + \mu_{03})[3(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2]\end{aligned}$$

例子（矩的旋转不变性）：



Moment Invariant	Original Image	Translated	Half Size	Mirrored	Rotated 45°	Rotated 90°
ϕ_1	2.8662	2.8662	2.8664	2.8662	2.8661	2.8662
ϕ_2	7.1265	7.1265	7.1257	7.1265	7.1266	7.1265
ϕ_3	10.4109	10.4109	10.4047	10.4109	10.4115	10.4109
ϕ_4	10.3742	10.3742	10.3719	10.3742	10.3742	10.3742
ϕ_5	21.3674	21.3674	21.3924	21.3674	21.3663	21.3674
ϕ_6	13.9417	13.9417	13.9383	13.9417	13.9417	13.9417
ϕ_7	−20.7809	−20.7809	−20.7724	20.7809	−20.7813	−20.7809