

# CIRCUITOS DIGITAIS

---

## **CIRCUITOS COMBINACIONAIS**

Prof. Marcelo Grandi Mandelli

`mgmandelli@unb.br`

# Principais diferenças entre C.C. e C.S.

---

## □ Circuitos Combinacionais

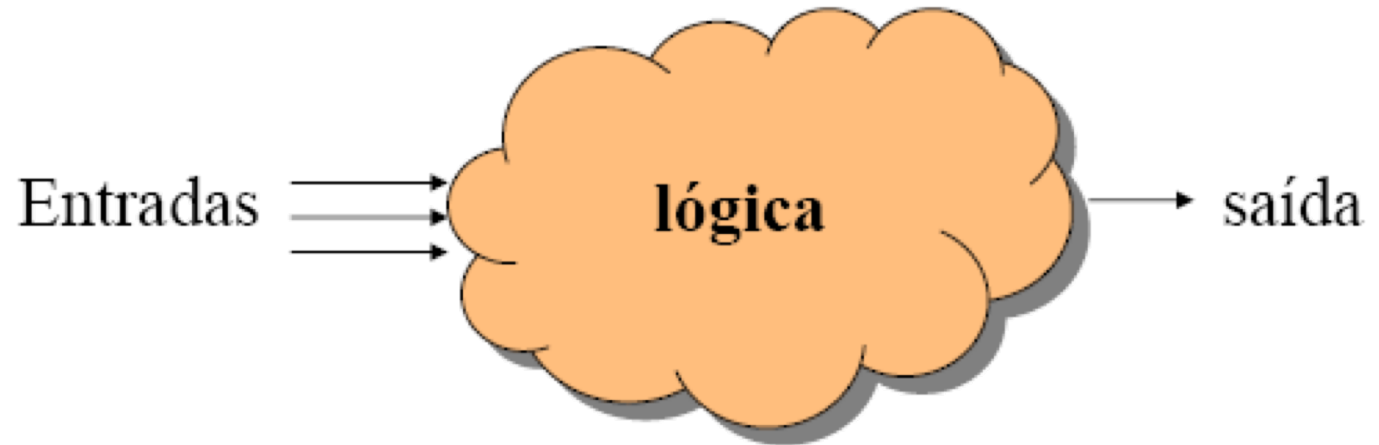
- A saída é formada por uma combinação de operações realizadas (unicamente) sobre as entradas.
- Ex.: Somadores, multiplexadores, codificadores, decodificadores, ULAs, etc.

## □ Circuitos Sequenciais

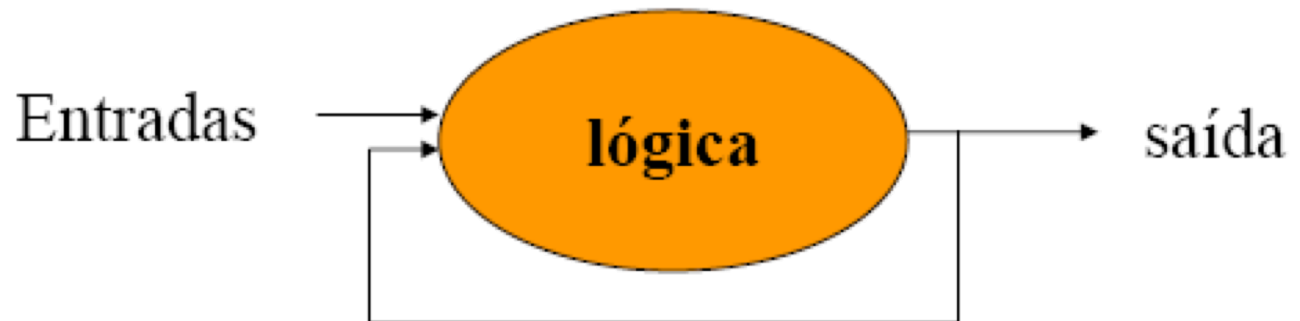
- São circuitos capazes de “lembrar” estados anteriores.
- Isso é possível pois esses circuitos permitem realimentação (a saída também serve de entrada)
- Caracteristicamente guiados pelo *clock* (*síncronos* ou *assíncronos*)
- Ex.: latches, flip-flops

# Principais diferenças entre C.C. e C.S.

## ❖ Circuitos combinacionais:



## ❖ Circuitos sequenciais:



# Projeto de Circuitos Combinacionais

---

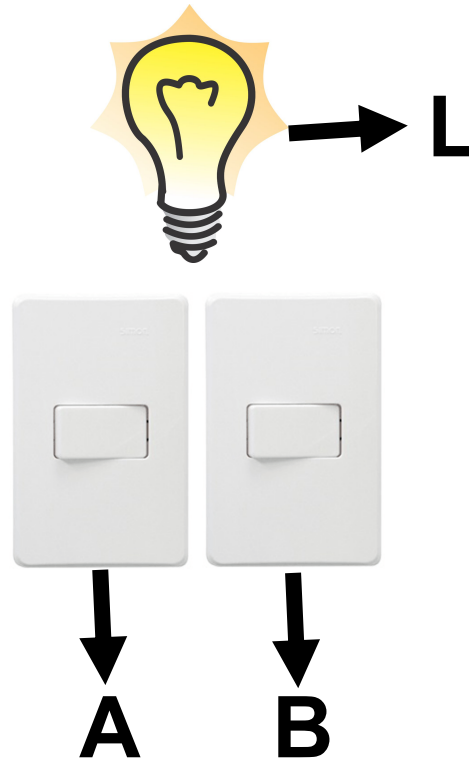
- **Exemplo 1** – Projete um circuito que ligue uma lâmpada apenas quando dois interruptores estiverem ligados



# Projeto de Circuitos Combinacionais

---

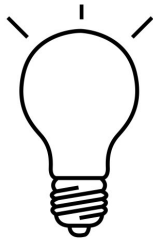
- 1º Passo – Defina as entradas e as saídas



# Projeto de Circuitos Combinacionais

---

- 2º Passo – Defina valores para os estados das estradas e saídas



**$L = 0$**



**$L = 1$**



**$A = 0$**

**$B = 0$**



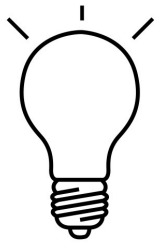
**$A = 1$**

**$B = 1$**

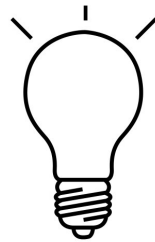
# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)

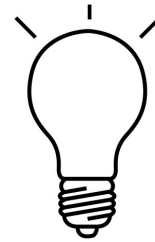
**$L = 0$**



**$L = 0$**



**$L = 0$**



**$L = 1$**



**$A = 0$**

**$B = 0$**

**$A = 0$**

**$B = 1$**

**$A = 1$**

**$B = 0$**

**$A = 1$**

**$B = 1$**

# Projeto de Circuitos Combinacionais

---

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)  
→ Tabela Verdade

A	B	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)  
→ Tabela Verdade

A	B	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Soma de Produtos

$$L = AB$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

A	B	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Soma de Produtos

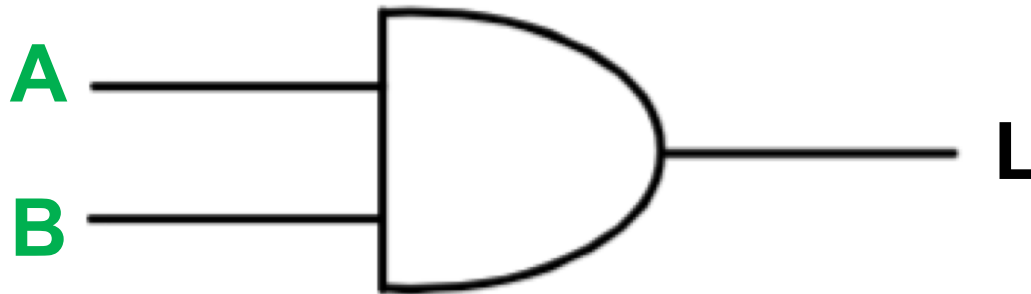
$$L = AB$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

---

- 5º Passo – Implemente um circuito baseado em portas

$$L = AB$$



# Projeto de Circuitos Combinacionais

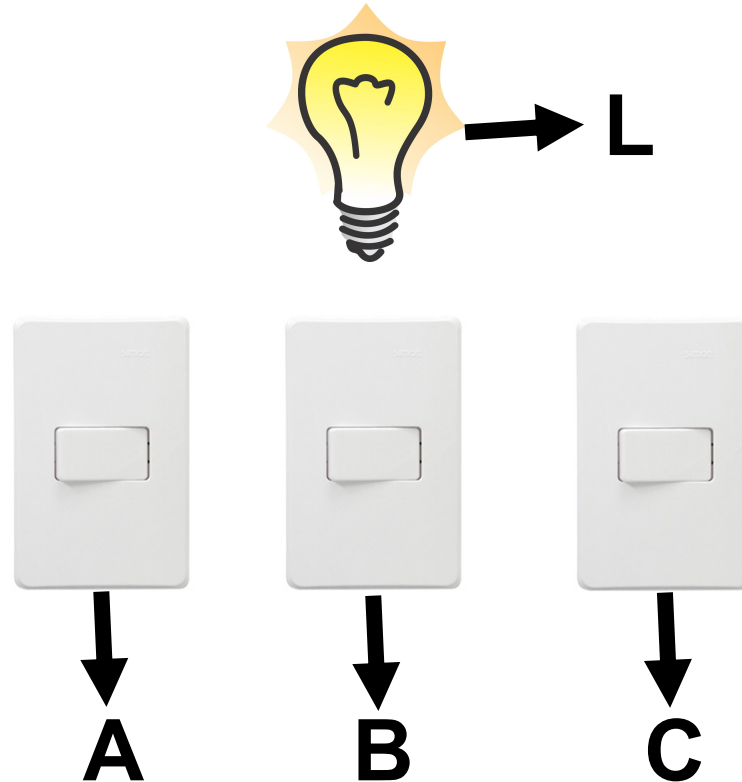
---

- **Exemplo 2 - Detector de número ímpar de interruptores ligados**
- Projete um circuito que ligue uma lâmpada quando um número ímpar de três interruptores estiverem ligados.

# Projeto de Circuitos Combinacionais

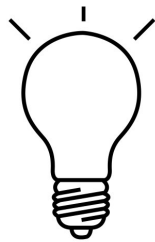
---

- 1º Passo – Defina as entradas e as saídas



# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 2º Passo – Defina valores para os estados das estradas e saídas



**$L = 0$**



**$L = 1$**



**$A = 0$**

**$B = 0$**

**$C = 0$**



**$A = 1$**

**$B = 1$**

**$C = 1$**

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)  
→ Tabela Verdade

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

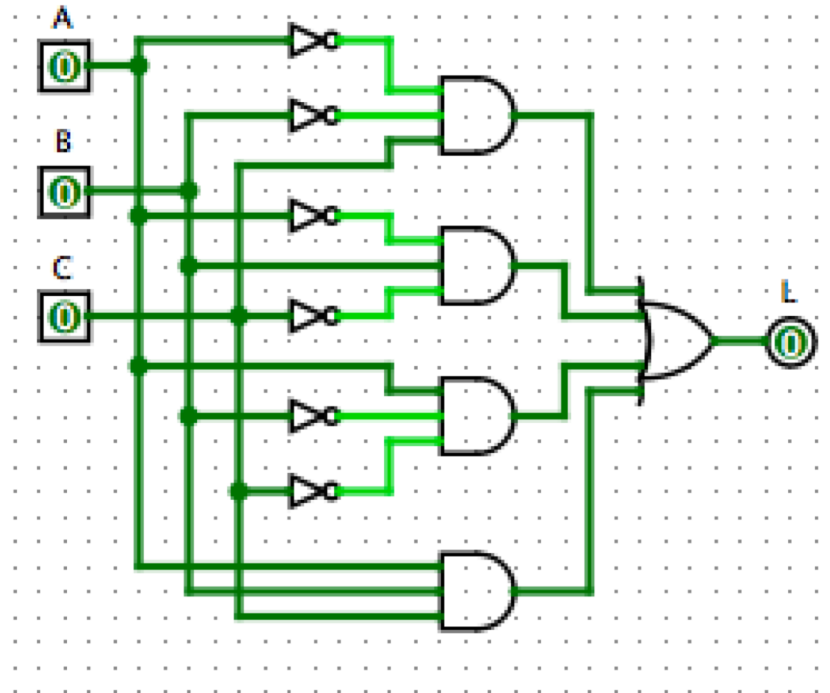
		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	0	1
	1	1	0	1	0



# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 5º Passo – Implemente um circuito baseado em portas

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

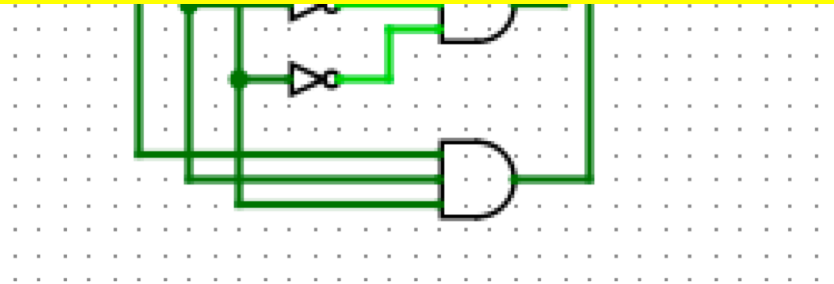


# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 5º Passo – Implemente um circuito baseado em portas

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

PODEMOS FAZER  
DE OUTRO JEITO!



# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

**Detectar número ímpar de 1s em  
 $n$  entradas  $\rightarrow$  porta XOR de  $n$   
entradas**

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



# Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$A'B + AB' = A \text{ xor } B$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B'C' + BC)$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B'C' + BC)$$

$$A'B' + AB = A \text{ xnor } B$$



# Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B \text{ xnor } C)$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B \text{ xnor } C)$$

$$\text{XNOR} = (\text{XOR})'$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B \text{ xor } C)'$$

$$\text{XNOR} = (\text{XOR})'$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B \text{ xor } C)'$$

$$A'B + AB' = A \text{ xor } B$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B \text{ xor } C)'$$

$$L = A \text{ xor } (B \text{ xor } C)$$

$$A'B + AB' = A \text{ xor } B$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B \text{ xor } C)'$$

$$L = A \text{ xor } (B \text{ xor } C)$$

$$\rightarrow L = A \text{ xor } B \text{ xor } C$$



# Projeto de Circuitos Combinacionais

---

- **Exemplo 3 - Contador de número de 1s**
- Projete um circuito que conta o número de 1s presentes em três entradas, **A**, **B** e **C**; e, como saída, fornece esse número em binário, por meio de duas saídas **Y** e **Z**.
- Por exemplo, a entrada 110 tem dois 1s. Nesse caso, o circuito deve produzir 10 como saída (2 em binário).

# Projeto de Circuitos Combinacionais

---

- 1º Passo – Defina as entradas e as saídas
  - Entradas : **A**, **B** e **C**
  - Saídas : **Y** e **Z**
- 2º Passo – Defina valores para os estados das estradas e saídas
  - A saída será um valor em binário



# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)  
→ Tabela Verdade

Entradas			(Números de 1s)	Saídas	
A	B	C		Y	Z
0	0	0	(0)	0	0
0	0	1	(1)	0	1
0	1	0	(1)	0	1
0	1	1	(2)	1	0
1	0	0	(1)	0	1
1	0	1	(2)	1	0
1	1	0	(2)	1	0
1	1	1	(3)	1	1

# Projeto de Circuitos Combinacionais

Entradas			(Números de 1s)	Saídas	
A	B	C		Y	Z
0	0	0	(0)	0	0
0	0	1	(1)	0	1
0	1	0	(1)	0	1
0	1	1	(2)	1	0
1	0	0	(1)	0	1
1	0	1	(2)	1	0
1	1	0	(2)	1	0
1	1	1	(3)	1	1

MINTERMOS:

$$Y = A' B C + A B' C + A B C' + A B C$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

$$Y = A' B C + A B' C + A B C' + A B C$$

Y \ BC		A			
		00	01	11	10
0	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1

A equação de Y pode ser simplificada

$$Y = BC + AC + AB$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

Entradas			(Números de 1s)	Saídas	
A	B	C		Y	Z
0	0	0	(0)	0	0
0	0	1	(1)	0	1
0	1	0	(1)	0	1
0	1	1	(2)	1	0
1	0	0	(1)	0	1
1	0	1	(2)	1	0
1	1	0	(2)	1	0
1	1	1	(3)	1	1

MINTERMOS:

$$Z = A' B' C + A' B C' + A B' C' + A B C$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

$$Z = A' B' C + A' B C' + A B' C' + A B C$$

<b>Z</b> <b>A</b>		<b>BC</b>			
		00	01	11	10
0	0	1	0	1	
1	1	0	1	0	

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

$$Z = A' B' C + A' B C' + A B' C' + A B C$$



Z		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	0	1
	1	1	0	1	0

# Projeto de Circuitos Combinacionais

Entradas			(Números de 1s)	Saídas	
A	B	C		Y	Z
0	0	0	(0)	0	0
0	0	1	(1)	0	1
0	1	0	(1)	0	1
0	1	1	(2)	1	0
1	0	0	(1)	0	1
1	0	1	(2)	1	0
1	1	0	(2)	1	0
1	1	1	(3)	1	1

MINTERMOS:

$$Z = A' B' C + A' B C' + A B' C' + A B C$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

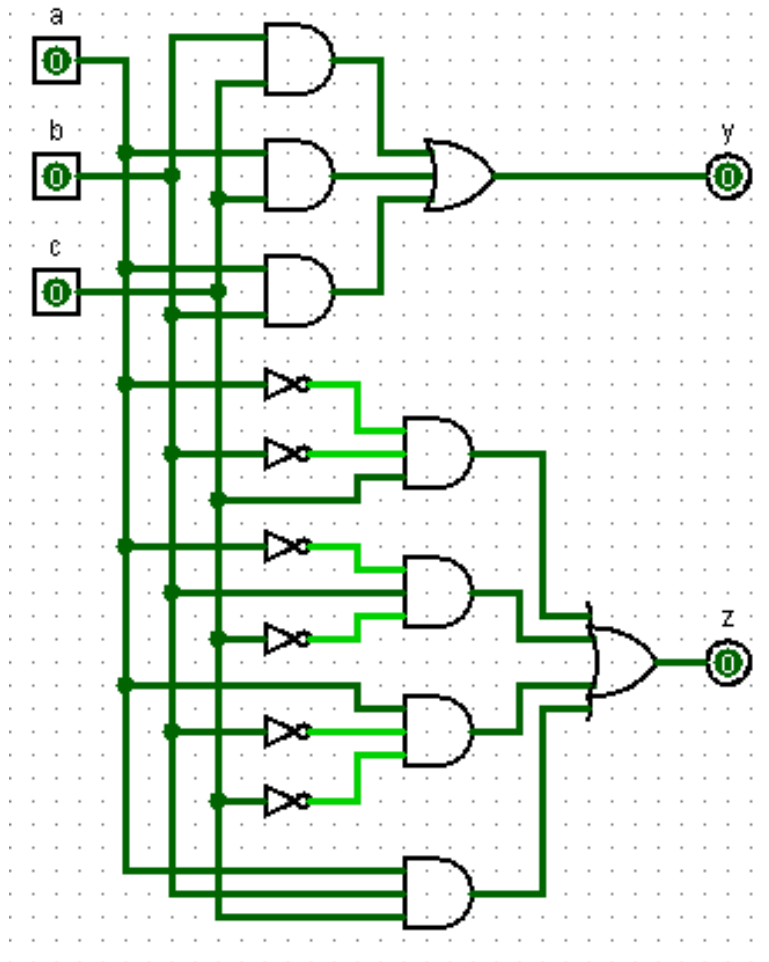
Entradas			(Números de 1s)	Saídas	
A	B	C		Y	Z
0	0	0	(0)	0	0
0	0	1	(1)	0	1
0	1	0	(1)	0	1
0	1	1	(2)	1	0
1	0	0	(1)	0	1
1	0	1	(2)	1	0
1	1	0	(2)	1	0
1	1	1	(3)	1	1

$$Z = A \text{ xor } B \text{ xor } C$$

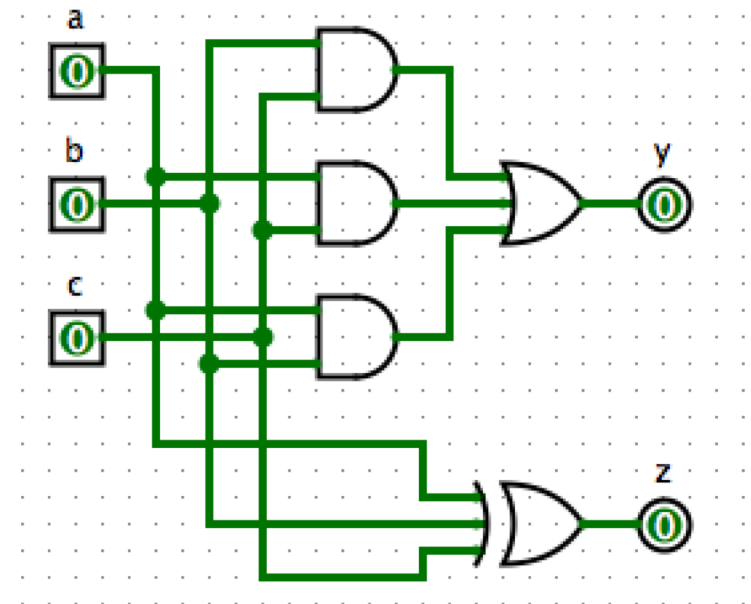


# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 5º Passo – Implemente um circuito baseado em portas



ou



# Projeto de Circuitos Combinacionais

---

- **Exemplo 4 - Comparador**
- Projete um circuito que compare dois números binários de 2 bits **A** e **B** e retorne 1 na saída **X** caso **A > B**. Caso **A < B** ou **A = B**, a saída **X** será 0.
- Por exemplo, se **A = 10<sub>2</sub> (2<sub>10</sub>)** e **B = 01<sub>2</sub> (1<sub>10</sub>)**, temos que **A > B**, então **X** será 1.

# Projeto de Circuitos Combinacionais

---

- 1º Passo – Defina as entradas e as saídas
  - Entradas :  **$A_1$ ,  $A_0$ ,  $B_1$  e  $B_0$**
  - Saída :  **$X$**
- 2º Passo – Defina valores para os estados das estradas e saídas
  - A saída será 1 se  $A > B$ , caso contrário será 0

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)

→ Tabela Verdade

Entradas				Saída
A <sub>1</sub>	A <sub>0</sub>	B <sub>1</sub>	B <sub>0</sub>	X (A>B)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

A <sub>1</sub>	A <sub>0</sub>	B <sub>1</sub>	B <sub>0</sub>	X (A>B)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

$$X = \overline{A_1} \overline{A_0} \overline{B_1} \overline{B_0} + A_1 \overline{A_0} \overline{B_1} \overline{B_0} + A_1 \overline{A_0} \overline{B_1} B_0 + A_1 A_0 \overline{B_1} \overline{B_0} + A_1 A_0 \overline{B_1} B_0 + A_1 A_0 B_1 \overline{B_0}$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

$B_1B_0$					
		00	01	11	10
$A_1A_0$	00	0	0	0	0
	01	1	0	0	0
	11	1	1	0	1
	10	1	1	0	0

$A_1$	$A_0$	$B_1$	$B_0$	$X (A > B)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

# Projeto de Circuitos Combinacionais

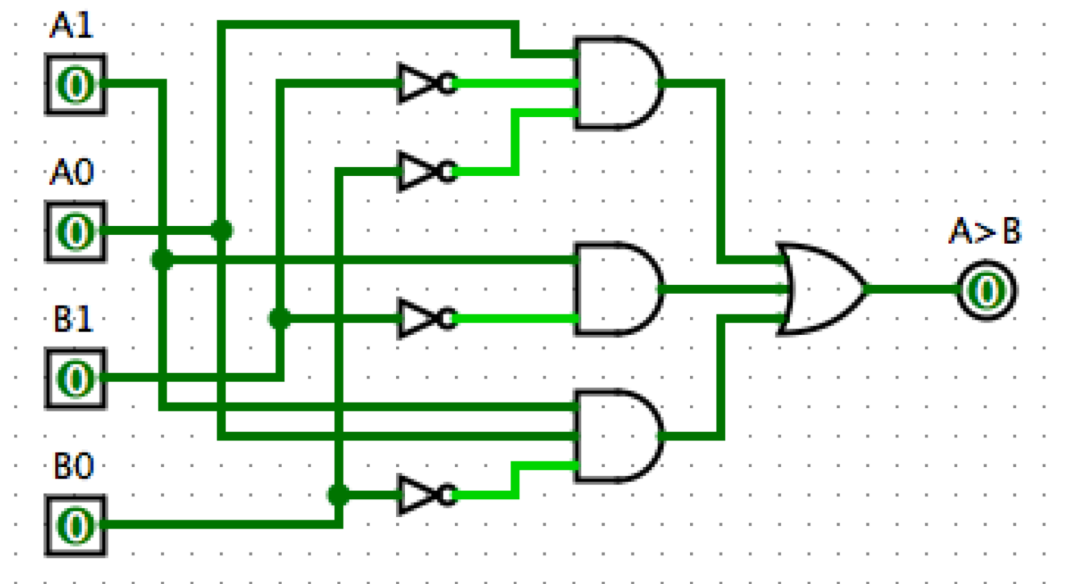
- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

		$B_1 B_0$			
		00	01	11	10
$A_1 A_0$	00	0	0	0	0
	01	1	0	0	0
	11	1	1	0	1
	10	1	1	0	0

$$X = A_0 \overline{B_1} \overline{B_0} + A_1 A_0 \overline{B_0} + A_1 \overline{B_1}$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 5º Passo – Implemente um circuito baseado em portas





# Projeto de Circuitos Combinacionais

---

- **Exemplo 5 - Museu**
- Um museu tem três salões, cada um com um sensor de movimento ( $m_0$ ,  $m_1$  e  $m_2$ ) que fornece uma saída 1 quando é detectado algum movimento. À noite, a única pessoa no museu é o guarda da segurança que caminha de salão a salão.

# Projeto de Circuitos Combinacionais

---

- **Exemplo 5 - Museu**
- Crie um circuito que soa um alarme (colocando a sua saída A em 1) apenas quando, em algum momento, um movimento é detectado em mais de um salão (isto é, em dois ou três salões), significando que deve haver um ou mais intrusos no museu.

# Projeto de Circuitos Combinacionais

---

- 1º Passo – Defina as entradas e as saídas
  - Entradas :  $m_0$ ,  $m_1$  e  $m_2$  (sensores de movimento)
  - Saída : **A** (alarme)
- 2º Passo – Defina valores para os estados das estradas e saídas
  - $m_i = 0 \rightarrow$  sem movimento
  - $m_i = 1 \rightarrow$  com movimento
  - A saída será 1 se um movimento é detectado em mais de um salão

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)

→ Tabela Verdade

$m_0$	$m_1$	$m_2$	A
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$A = m_0'm_1m_2 + m_0m_1'm_2 + m_0m_1m_2' + m_0m_1m_2$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

$m_0$	$m_1$	$m_2$	A
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

		$m_1m_2$			
		00	01	11	10
A	$m_0$				
	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1

A equação de A pode ser simplificada

$$A = m_1m_2 + m_0m_2 + m_0m_1$$

# Projeto de Circuitos Combinacionais

- 5º Passo – Implemente um circuito baseado em portas

