



Lista de Exercícios 9 – Contadores síncronos

1. Projete o circuito de um **contador síncrono** com entrada de RESET assíncrono, como especificado em cada item a seguir. Utilize flip-flops do **tipo D** ativos por borda de subida com entradas PRESET (PRE) e CLEAR (CLR), as quais são ativas em 1. O contador deve possuir o menor número de flip-flops possível. A saída do contador deverá ser as saídas Q dos flip-flops. Monte a tabela de estados e desenhe o circuito.
 - a) $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)
 - b) $0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)
 - c) $4 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)
 - d) $2 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)
 - e) $6 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)
 - f) $10 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 15 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)

2. Projete o circuito de um **contador síncrono** com entrada de RESET assíncrono, como especificado em cada item a seguir. Utilize flip-flops do **tipo T** ativos por borda de subida com entradas PRESET (PRE) e CLEAR (CLR), as quais são ativas em 1. O contador deve possuir o menor número de flip-flops possível. A saída do contador deverá ser as saídas Q dos flip-flops. Monte a tabela de estados e desenhe o circuito.
 - a) $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)
 - b) $0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)
 - c) $4 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)
 - d) $2 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)
 - e) $6 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)
 - f) $10 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 15 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)

GABARITO

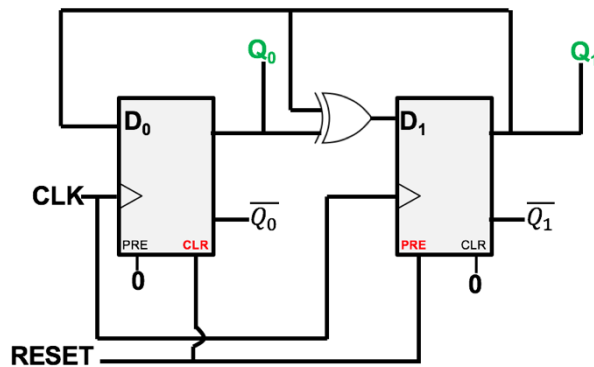
1.

a) $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)

ESTADO ATUAL		PRÓXIMO ESTADO		EQUAÇÕES DE ENTRADA	
Q_1	Q_0	Q_1	Q_0	D_1	D_0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0

$$D_1 = Q_1 \overline{Q_0} + \overline{Q_1} Q_0 = Q_1 \text{ XOR } Q_0$$

$$D_0 = Q_1 \overline{Q_0} + Q_1 Q_0 = Q_1 (\overline{Q_0} + Q_0) = Q_1$$

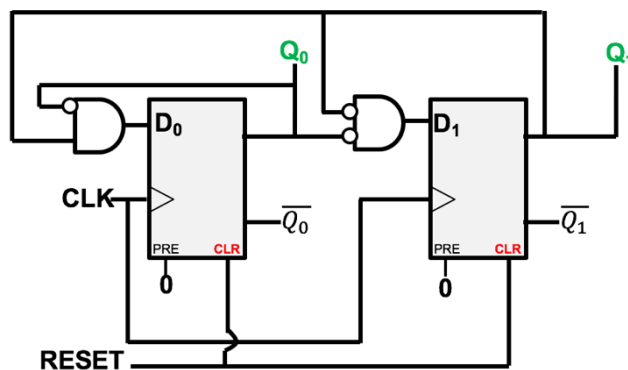


b) $0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)

ESTADO ATUAL		PRÓXIMO ESTADO		EQUAÇÕES DE ENTRADA	
Q_1	Q_0	Q_1	Q_0	D_1	D_0
0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0

$$D_1 = \overline{Q_1} \overline{Q_0}$$

$$D_0 = Q_1 \overline{Q_0}$$



c) $4 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)

ESTADO ATUAL			PRÓXIMO ESTADO			EQUAÇÕES DE ENTRADA		
Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0	D_2	D_1	D_0
1	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	1	0	0

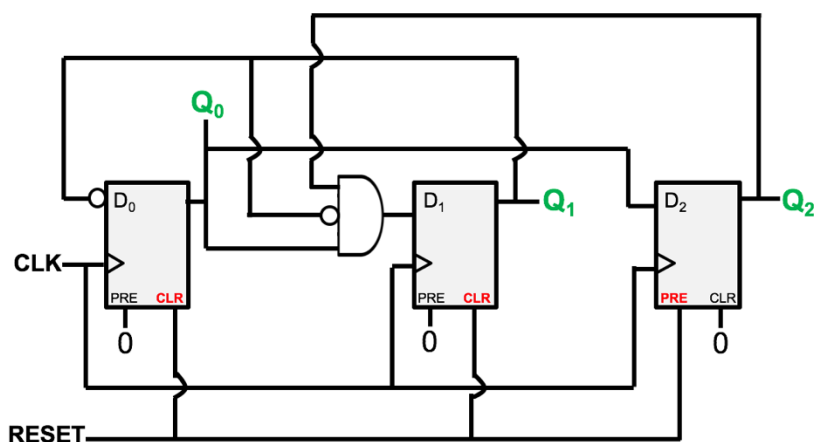
		$Q_1 Q_0$			
		00	01	11	10
Q_2	0	X ₀	1 ₁	X ₃	X ₂
	1	0 ₄	1 ₅	1 ₇	X ₆

$D_2 = Q_0$

$$D_1 = Q_2 \overline{Q_1} Q_0$$

		$Q_1 Q_0$			
		00	01	11	10
Q_2	0	X ₀	1 ₁	X ₃	X ₂
	1	1 ₄	1 ₅	0 ₇	X ₆

$D_0 = \overline{Q_1}$



d) $2 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)

ESTADO ATUAL			PRÓXIMO ESTADO			EQUAÇÕES DE ENTRADA		
Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0	D_2	D_1	D_0
0	1	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	0

$Q_1 Q_0$		00	01	11	10
Q_2	0	1 ₀	0 ₁	0 ₃	0 ₂
1	0 ₄	1 ₅	X ₆	X ₇	

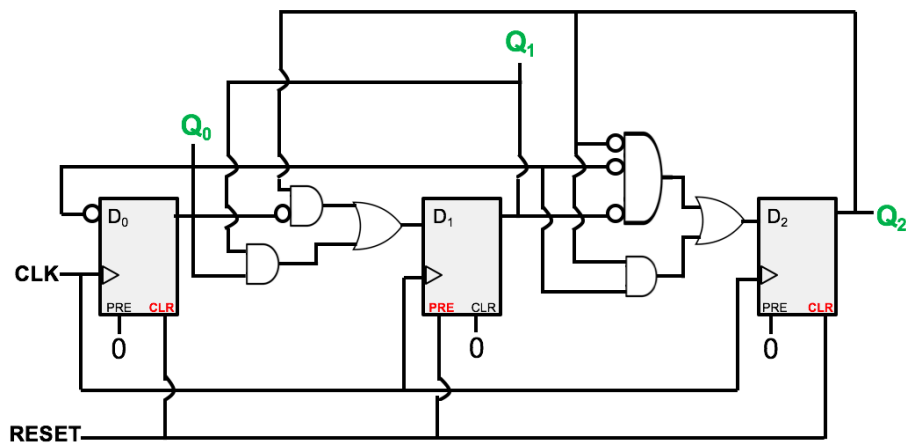
$$D_2 = \overline{Q_2} Q_1 Q_0 + Q_2 Q_0$$

$Q_1 Q_0$		00	01	11	10
Q_2	0	0	0	1	0
1	1	0	X	X	

$$D_1 = Q_2 Q_0 + Q_1 Q_0$$

$Q_1 Q_0$		00	01	11	10
Q_2					
0		1 ₀	0 ₁	0 ₃	1 ₂
1		1 ₄	0 ₅	X ₇	X ₆

$$D_0 = \overline{Q_0}$$



e) $6 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)

ESTADO ATUAL			PRÓXIMO ESTADO			EQUAÇÕES DE ENTRADA		
Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0	D_2	D_1	D_0
1	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	1	1	0

$Q_1 Q_0$		00	01	11	10
Q_2		0	1	3	2
0		X ₀	1 ₁	0	1 ₂
1		1 ₄	X ₅	0	0 ₆

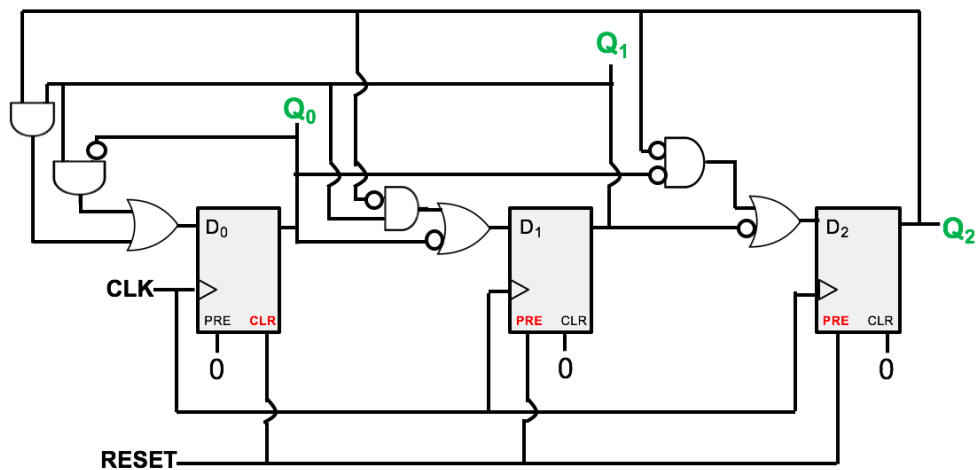
$$D_2 = \overline{Q_2} \overline{Q_0} + \overline{Q_1}$$

$Q_1 Q_0$		00	01	11	10
Q_2	0	X ₀	0 ₁	1 ₃	1 ₂
	1	1 ₄	X ₅	0 ₇	1 ₆

$$D_1 = \overline{Q_2} Q_1 + \overline{Q_0}$$

		$Q_1 Q_0$			
		00	01	11	10
Q_2	0	X ₀	0 ₁	0 ₃	1 ₂
	1	0 ₄	X ₅	1 ₇	1 ₆

$$D_0 = Q_2 Q_1 + Q_1 \overline{Q_0}$$



f) $10 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 15 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)

ESTADO ATUAL				PRÓXIMO ESTADO				EQUAÇÕES DE ENTRADA			
Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	D_3	D_2	D_1	D_0
1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0

Q_3Q_2	Q_1Q_0			
	00	01	11	10
00	X ₀	X ₁	1 ₃	X ₂
01	X ₄	X ₅	X ₇	X ₆
11	X ₁₂	X ₁₃	1 ₁₅	X ₁₄
10	1 ₈	X ₉	X ₁₁	0 ₁₀

$$D_3 = \overline{Q_1} + Q_0$$

Q_3Q_2	Q_1Q_0			
	00	01	11	10
00	X ₀	X ₁	0 ₃	X ₂
01	X ₄	X ₅	X ₇	X ₆
11	X ₁₂	X ₁₃	0 ₁₅	X ₁₄
10	1 ₈	X ₉	X ₁₁	0 ₁₀

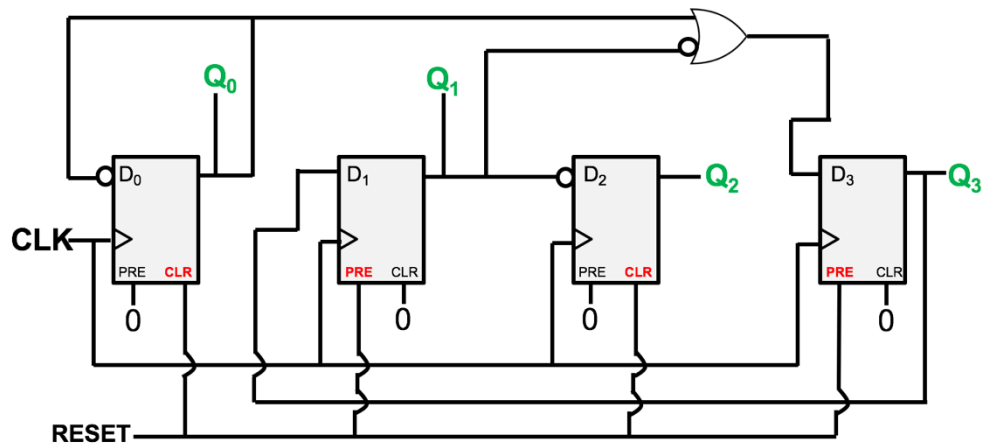
$$D_2 = \overline{Q_1}$$

Q_3Q_2	Q_1Q_0			
	00	01	11	10
00	X ₀	X ₁	0 ₃	X ₂
01	X ₄	X ₅	X ₇	X ₆
11	X ₁₂	X ₁₃	1 ₁₅	X ₁₄
10	1 ₈	X ₉	X ₁₁	1 ₁₀

$$D_1 = Q_3$$

Q_3Q_2	Q_1Q_0			
	00	01	11	10
00	X ₀	X ₁	0 ₃	X ₂
01	X ₄	X ₅	X ₇	X ₆
11	X ₁₂	X ₁₃	0 ₁₅	X ₁₄
10	1 ₈	X ₉	X ₁₁	1 ₁₀

$$D_0 = \overline{Q_0}$$



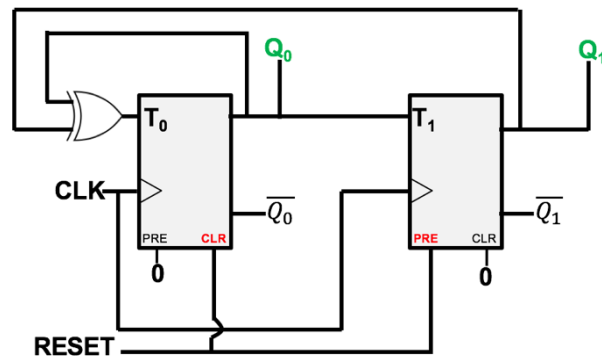
2.

a) $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)

ESTADO ATUAL		PRÓXIMO ESTADO		EQUAÇÕES DE ENTRADA	
Q_1	Q_0	Q_1	Q_0	T_1	T_0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1

$$T_1 = Q_1 Q_0 + \overline{Q_1} Q_0 = Q_0(Q_1 + \overline{Q_1}) = Q_0$$

$$T_0 = Q_1 \overline{Q_0} + \overline{Q_1} Q_0 = Q_1 \text{ XOR } Q_0$$

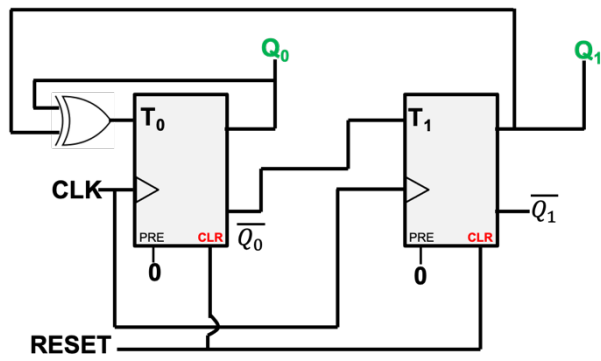


b) $0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)

ESTADO ATUAL		PRÓXIMO ESTADO		EQUAÇÕES DE ENTRADA	
Q_1	Q_0	Q_1	Q_0	T_1	T_0
0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1

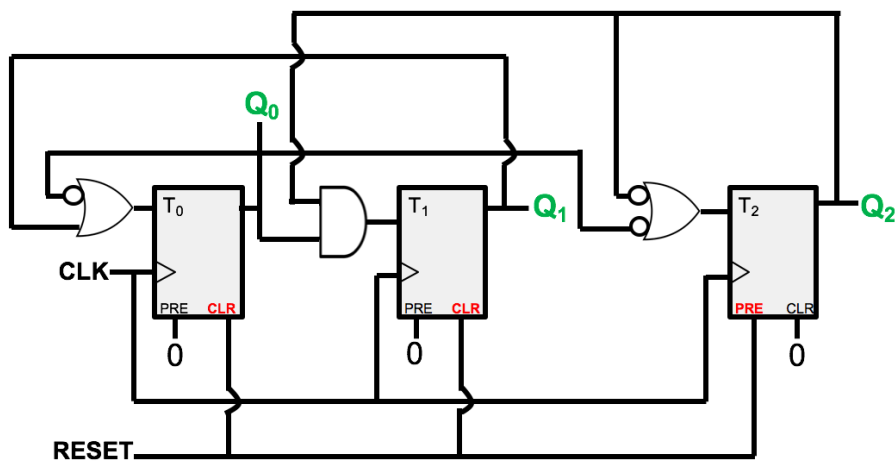
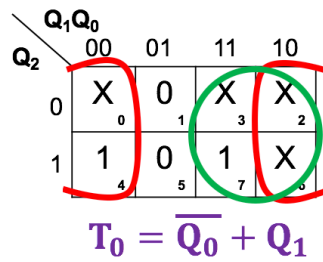
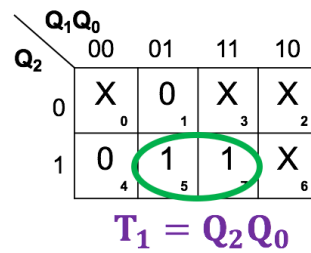
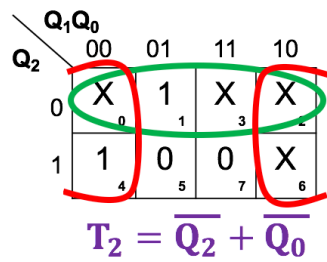
$$T_1 = \overline{Q_1} \overline{Q_0} + Q_1 \overline{Q_0} = \overline{Q_0}(\overline{Q_1} + Q_1) = \overline{Q_0}$$

$$T_0 = Q_1 \overline{Q_0} + \overline{Q_1} Q_0 = Q_1 \text{ XOR } Q_0$$



c) $4 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)

ESTADO ATUAL			PRÓXIMO ESTADO			EQUAÇÕES DE ENTRADA		
Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0	T_2	T_1	T_0
1	0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0	1	1



d) $2 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)

ESTADO ATUAL			PRÓXIMO ESTADO			EQUAÇÕES DE ENTRADA		
Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0	T_2	T_1	T_0
0	1	0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	1

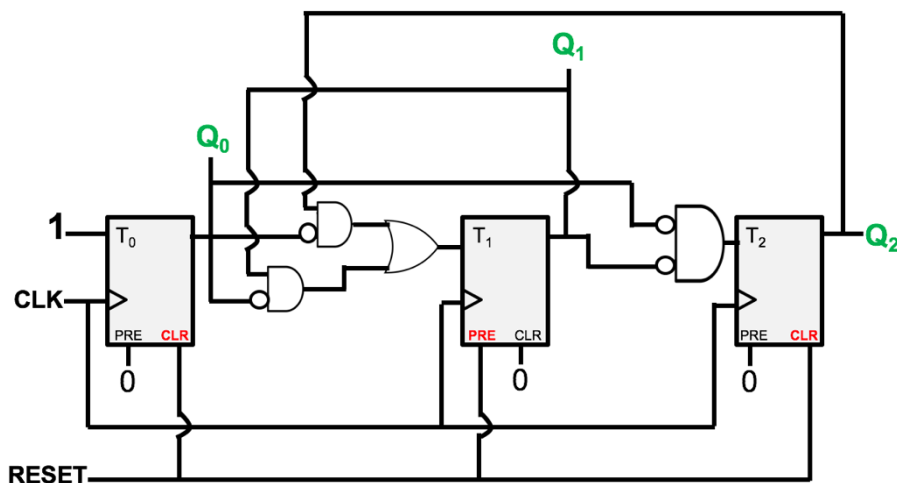
$Q_1 Q_0$		00	01	11	10
Q_2	0	1 0	0 1	0 3	0 2
	1	1 4	0 5	X 7	X 6

$$T_2 = \overline{Q_1} \overline{Q_0}$$

$Q_1 Q_0$		00	01	11	10
Q_2	0	0 0	0 1	0 3	1 2
	1	1 4	0 5	X 7	X 6

$$T_1 = Q_2 \overline{Q_0} + Q_1 \overline{Q_0}$$

$$T_0 = 1$$



e) $6 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow$ (recomeça ciclo de contagem)

ESTADO ATUAL			PRÓXIMO ESTADO			EQUAÇÕES DE ENTRADA		
Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0	T_2	T_1	T_0
1	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1	0

		Q_1Q_0			
Q_2		00	01	11	10
	0	X ₀	1 ₁	0 ₃	1 ₂
	1	0 ₄	X ₅	1 ₇	1 ₆

$$T_2 = \overline{Q_1}Q_0 + Q_1\overline{Q_0} + Q_2Q_1$$

$$T_2 = (Q_1 \text{ XOR } Q_0) + Q_2Q_1$$

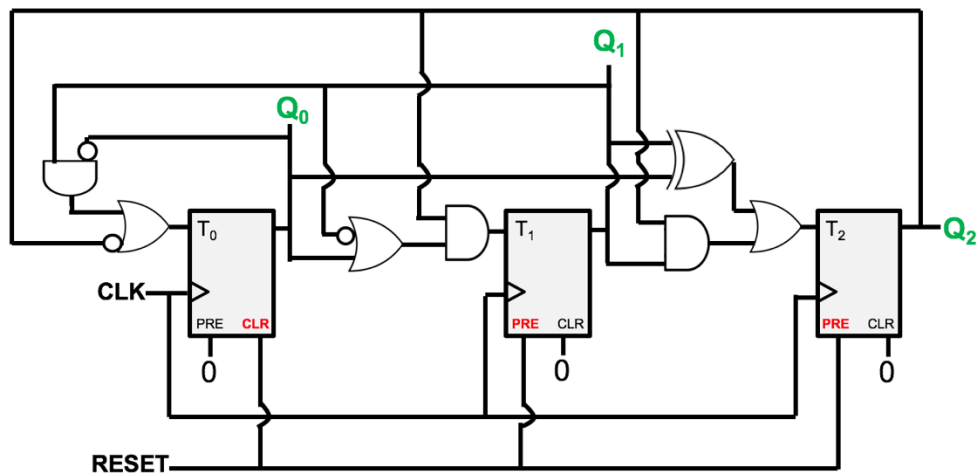
		Q_1Q_0			
Q_2		00	01	11	10
	0	X ₀	0 ₁	0 ₃	0 ₂
	1	1 ₄	X ₅	1 ₇	0 ₆

$$T_1 = Q_2\overline{Q_1} + Q_2Q_0$$

$$T_1 = Q_2(\overline{Q_1} + Q_0)$$

		Q_1Q_0			
Q_2		00	01	11	10
	0	X ₀	1 ₁	1 ₃	1 ₂
	1	0 ₄	X ₅	0 ₇	1 ₆

$$T_0 = \overline{Q_2} + Q_1\overline{Q_0}$$



f) 10 → 3 → 8 → 15 → (recomeça ciclo de contagem)

ESTADO ATUAL				PRÓXIMO ESTADO				EQUAÇÕES DE ENTRADA			
Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	T_3	T_2	T_1	T_0
1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1

		Q_1Q_0			
Q_3Q_2		00	01	11	10
	00	X ₀	X ₁	1 ₃	X ₂
	01	X ₄	X ₅	X ₇	X ₆
	11	X ₁₂	X ₁₃	0 ₁₅	X ₁₄
	10	0 ₈	X ₉	X ₁₁	1 ₁₀

$$T_3 = \overline{Q_2}Q_1$$

		Q_1Q_0			
Q_3Q_2		00	01	11	10
	00	X ₀	X ₁	0 ₃	X ₂
	01	X ₄	X ₅	X ₇	X ₆
	11	X ₁₂	X ₁₃	1 ₁₅	X ₁₄
	10	1 ₈	X ₉	X ₁₁	0 ₁₀

$$T_2 = \overline{Q_1} + Q_2$$

$Q_3Q_2 \backslash Q_1Q_0$		00	01	11	10
00	X ₀	X ₁	1 ₃	X ₂	
01	X ₄	X ₅	X ₇	X ₆	
11	X ₁₂	X ₁₃	0 ₁₅	X ₁₄	
10	1 ₈	X ₉	X ₁₁	0 ₁₀	

$$T_1 = \overline{Q_1} + \overline{Q_3}$$

Q_1Q_0		00	01	11	10
Q_3Q_2	00	X ₀	X ₁	1 ₃	X ₂
	01	X ₄	X ₅	X ₇	X ₆
	11	X ₁₂	X ₁₃	1 ₁₅	X ₁₄
	10	1 ₈	X ₉	X ₁₁	1 ₁₀

$$T_0 = 1$$

