

# CIRCUITOS DIGITAIS

---

## MÉTODO DE QUINE-McCLUSKEY

Prof. Marcelo Grandi Mandelli  
`mgmandelli@unb.br`

# Implicantes

---

## □ Definições

- **Implicante** – é um único "1", ou um grupo de elementos "1" que pode ser combinado em um único termo produto → **qualquer círculo**
- **Implicante Primo (primário)** – é um implicante que não pode ser combinado com outro para eliminar um literal → **maiores círculos possíveis**
- **Implicante Primo (primário) Essencial** – quando um determinado elemento "1" é coberto por um único implicante primário → **círculo que tenha um "1" que não esteja em mais nenhum outro círculo**

# Implicantes

- Todos círculos são implicantes primos
- Em verde → implicantes primos essenciais
- Deve-se escolher apenas um dos círculos em vermelho

		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	1	0
	1	1	1	0	1

$$F(A, B, C) = \sum m(1,3,4,5,6)$$

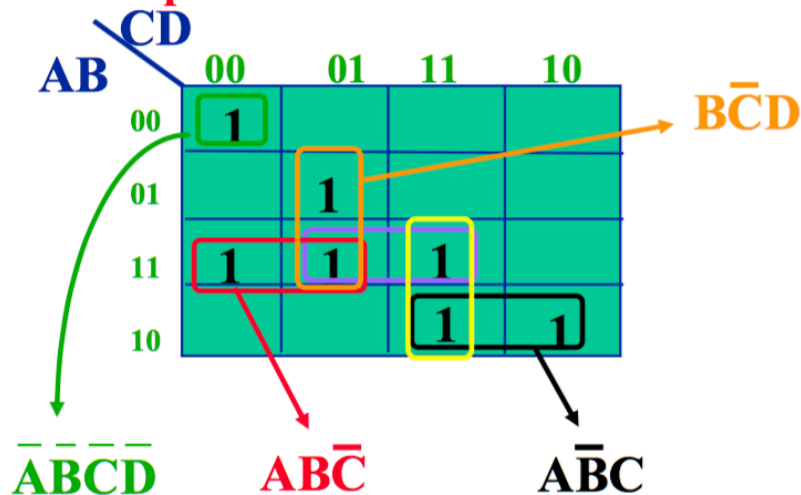
# Implicantes

- Em verde → implicantes primos essenciais
- Círculo em vermelho não é essencial porque seus 1s já estão em outros círculos

CD		00	01	11	10
AB	00	0	1	1	0
	01	1	1	1	1
	11	1	0	0	1
	10	0	0	0	0

$$F(A, B, C, D) = \sum m(1,3,4,5,6,7,12,14)$$

• Exemplo 2



$$F = \sum m (0,5,10,11,12,13,15)$$

6 implicantes primos

p1	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	→	essencial	m0
p2	$B\bar{C}\bar{D}$	→	essencial	m5
p3	$AB\bar{C}$	→	essencial	m12
p4	$ABD$	→	escolher entre 1 destes	
p5	$ACD$	→		
p6	$A\bar{B}C$	→	essencial	m10

• Tabela de Cobertura

	m0	m5	m10	m11	m12	m13	m15	
p1	X							essencial
p2		X				X		essencial
p3					X	X		essencial
p4						X	X	escolher entre 1 destes
p5				X			X	
p6		X	X					essencial

falta cobrir só m15 - pode-se escolher p4 ou p5

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C} + A\bar{B}C + \begin{matrix} ABD \\ \text{ou} \\ ACD \end{matrix}$$

# Método de Quine-McCluskey

---

- Provê um procedimento padrão para
  - A geração de todos os implicantes primários de uma função lógica
  - A extração do conjunto mínimo de implicantes primários capaz de representar uma função lógica
  
- É um método tabular que pode ser utilizado para a obtenção da expressão mínima de segunda ordem na forma soma-de-produtos a partir de qualquer função lógica, incluindo funções lógicas incompletamente especificadas

# Método de Quine-McCluskey

---

- Tabela de implicação de Quine-McCluskey (para determinar os implicantes primos)
  - Nesse primeiro passo, deve-se listar todos os elementos "1" ou "X" (don't cares) em função dos índices do minitermos e dos don't cares, expressos como um número binário
  - Os elementos da tabela devem ser agrupados de acordo com o número de "1"s da representação binária

# Método de Quine-McCluskey

---

□ Exemplo:  $f(A,B,C,D) = \sum m(4,5,6,8,9,10,13) + d(0,7,15)$

Número de 1's	
	Coluna 1
0	{ 0000
1	{ 0100 1000
2	{ 0101 0110 1001 1010
3	{ 0111 1101
4	{ 1111



# Método de Quine-McCluskey

---

## □ Método

- Comparar cada elemento de um grupo com cada elemento do grupo seguinte
- Se houver diferença em um único bit, isso significa que os elementos podem ser combinados em um termo produto que excluirá a variável correspondente ao bit.
- O termo produto correspondente à associação é colocado numa coluna à direita, com um hífen (-) denotando a variável excluída
- Os termos combinados devem ser marcados (✓) para indicar que eles já foram utilizados
- Repetir o processo para todos os elementos de todos os grupos

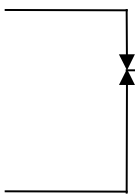
# Método de Quine-McCluskey

■ Exemplo:  $f(A,B,C,D) = \sum m(4,5,6,8,9,10,13) + d(0,7,15)$

Coluna 1		Coluna 2	
0000	✓	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} = \overline{A}\overline{B}\overline{C}$	0-00
0100	✓		
1000			
0101			
0110			
1001			
1010			
0111			
1101			
1111			

# Método de Quine-McCluskey

■ Exemplo:  $f(A, B, C, D) = \sum m(4, 5, 6, 8, 9, 10, 13) + d(0, 7, 15)$

Coluna 1		Coluna 2
0000 ✓		0-00
0100 ✓		-000
1000 ✓		
	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$	
0101		
0110		
1001		
1010		
0111		
1101		
1111		

# Método de Quine-McCluskey

□ Exemplo:  $f(A, B, C, D) = \sum m(4, 5, 6, 8, 9, 10, 13) + d(0, 7, 15)$

Coluna 1		Coluna 2
0000	✓	0-00 -000
0100	✓	
1000	✓	
0101	✓	
0110		
1001		
1010		
0111		
1101		
1111		

$\overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D = \overline{A}B\overline{C}$

010-

# Método de Quine-McCluskey


□ Exemplo:  $f(A,B,C,D) = \sum m(4,5,6,8,9,10,13) + d(0,7,15)$

Coluna 1		Coluna 2
0000 ✓		0-00 -000
0100 ✓		
1000 ✓		
0101 ✓		010- 01-0
0110 ✓		
1001		
1010		
0111		
1101		
1111		

# Método de Quine-McCluskey

■ Exemplo:  $f(A,B,C,D) = \sum m(4,5,6,8,9,10,13) + d(0,7,15)$

Coluna 1		Coluna 2
0000	✓	0-00 -000
0100	✓	
1000	✓	010- 01-0 100-
0101	✓	
0110	✓	
1001	✓	
1010		
0111		
1101		
1111		



# Método de Quine-McCluskey


Exemplo:  $f(A,B,C,D) = \sum m(4,5,6,8,9,10,13) + d(0,7,15)$

Coluna 1		Coluna 2
0000	✓	0-00 -000
0100	✓	
1000	✓	010- 01-0 100- 10-0
0101	✓	
0110	✓	
1001	✓	
1010	✓	
0111		
1101		
1111		

# Método de Quine-McCluskey

□ Exemplo:  $f(A,B,C,D) = \sum m(4,5,6,8,9,10,13) + d(0,7,15)$

Coluna 1		Coluna 2
0000	✓	0-00 -000
0100	✓	
1000	✓	010- 01-0
0101	✓	100- 10-0
0110	✓	
1001	✓	
1010	✓	01-1
0111	✓	
1101		
1111		






# Método de Quine-McCluskey

Exemplo:  $f(A,B,C,D) = \sum m(4,5,6,8,9,10,13) + d(0,7,15)$

Coluna 1		Coluna 2
0000	✓	0-00 -000
0100	✓	
1000	✓	010- 01-0
0101	✓	100- 10-0
0110	✓	
1001	✓	
1010	✓	01-1 -101
0111	✓	
1101	✓	
1111		



# Método de Quine-McCluskey


Exemplo:  $f(A, B, C, D) = \sum m(4, 5, 6, 8, 9, 10, 13) + d(0, 7, 15)$

Coluna 1		Coluna 2
0000	✓	0-00 -000
0100	✓	
1000	✓	010- 01-0
0101	✓	100- 10-0
0110	✓	
1001	✓	
1010	✓	01-1 -101
0111	✓	011-
1101	✓	
1111		

# Método de Quine-McCluskey

□ Exemplo:  $f(A,B,C,D) = \sum m(4,5,6,8,9,10,13) + d(0,7,15)$


Coluna 1		Coluna 2
0000	✓	0-00 -000
0100	✓	
1000	✓	010- 01-0
0101	✓	100- 10-0
0110	✓	
1001	✓	
1010	✓	01-1 -101
0111	✓	011- 1-01
1101	✓	
1111		



# Método de Quine-McCluskey

□ Exemplo:  $f(A, B, C, D) = \sum m(4, 5, 6, 8, 9, 10, 13) + d(0, 7, 15)$


Coluna 1		Coluna 2
0000	✓	0-00 -000
0100	✓	
1000	✓	010- 01-0
0101	✓	100- 10-0
0110	✓	
1001	✓	
1010	✓	01-1 -101
0111	✓	011- 1-01
1101	✓	
1111	✓	-111



# Método de Quine-McCluskey

□ Exemplo:  $f(A, B, C, D) = \sum m(4, 5, 6, 8, 9, 10, 13) + d(0, 7, 15)$

Coluna 1		Coluna 2
0000	✓	0-00 -000
0100	✓	
1000	✓	010- 01-0
0101	✓	100- 10-0
0110	✓	
1001	✓	
1010	✓	01-1 -101
0111	✓	011- 1-01
1101	✓	
1111	✓	-111 11-1



# Método de Quine-McCluskey

---

- ❑ O método prossegue para a terceira coluna:

Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3
0000 ✓	0-00 -000	
0100 ✓		
1000 ✓	010- 01-0	
0101 ✓	100-	
0110 ✓	10-0	
1001 ✓		
1010 ✓	01-1 -101	
0111 ✓	011-	
1101 ✓	1-01	
1111 ✓	-111 11-1	

# Método de Quine-McCluskey

- Elementos não utilizados recebem "\*"

Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3
0000 ✓	0-00 *	01--
	-000 *	
0100 ✓		
1000 ✓	010- ✓	
	01-0	
0101 ✓	100-	
0110 ✓	10-0	
1001 ✓		
1010 ✓	01-1	
	-101	
0111 ✓	011- ✓	
1101 ✓	1-01	
1111 ✓	-111	
	11-1	

# Método de Quine-McCluskey

- Elemento gerado por diferentes combinações:

Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3
0000 ✓	0-00 *	01--
	-000 *	
0100 ✓		
1000 ✓	010- ✓	
	01-0 ✓	
0101 ✓	100-	
0110 ✓	10-0	
1001 ✓		
1010 ✓	01-1 ✓	
	-101	
0111 ✓	011- ✓	
1101 ✓	1-01	
1111 ✓	-111	
	11-1	



# Método de Quine-McCluskey

Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3
0000 ✓	0-00 *	01--
	-000 *	
0100 ✓		
1000 ✓	010- ✓	
	01-0 ✓	
0101 ✓	100- *	
0110 ✓	10-0 *	
1001 ✓		
1010 ✓	01-1 ✓	
	-101	
0111 ✓	011- ✓	
1101 ✓	1-01	
1111 ✓	-111	
	11-1 ✓	

# Método de Quine-McCluskey

- Elemento gerado por diferentes combinações:

Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3
0000 ✓	0-00 *	01--
	-000 *	
0100 ✓		
1000 ✓	010- ✓	
	01-0 ✓	
0101 ✓	100- *	
0110 ✓	10-0 *	
1001 ✓		
1010 ✓	01-1 ✓	
	-101 ✓	
0111 ✓	011- ✓	
1101 ✓	1-01	
1111 ✓	-111 ✓	
	11-1 ✓	

# Método de Quine-McCluskey

## □ Versão final:

Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3
0000 ✓	0-00 *	01-- *
	-000 *	
0100 ✓		-1-1 *
1000 ✓	010- ✓	
	01-0 ✓	
0101 ✓	100- *	
0110 ✓	10-0 *	
1001 ✓		
1010 ✓	01-1 ✓	
	-101 ✓	
0111 ✓	011- ✓	
1101 ✓	1-01 *	
1111 ✓	-111 ✓	
	11-1 ✓	

Os elementos que restaram (com "\*") formam o conjunto de *implicantes primários*:

0-00  
-000  
100-  
10-0  
1-01  
01--  
-1-1

# Gráfico dos Implicantes Primários

---

- As linhas são rotuladas com os minitermos cobertos pelos implicantes primários
  - Cada "-" de um implicante primário deve ser substituído por "0" e por "1"
  - Cada índice resultante da substituição acima deve ser colocado, no formato decimal, à esquerda do implicante primário que o originou

# Gráfico dos Implicantes Primários

---

0,4	(0-00)
0,8	(-000)
8,9	(100-)
8,10	(10-0)
9,13	(1-01)
4,5,6,7	(01--)
5,7,13,15	(-1-1)

# Gráfico dos Implicantes Primários

---

- As colunas do gráfico dos implicantes primários são rotuladas com os índices dos minitermos (os don't cares não são incluídos)

	4	5	6	8	9	10	13
0,4 (0-00)							
0,8 (-000)							
8,9 (100-)							
8,10 (10-0)							
9,13 (1-01)							
4,5,6,7 (01--)							
5,7,13,15 (-1-1)							

# Gráfico dos Implicantes Primários

- Um "X" deve ser colocado numa posição (linha, coluna) caso o minitermo representado pela coluna seja coberto pelo implicante primário associado à linha

	4	5	6	8	9	10	13
0,4 (0-00)	X						
0,8 (-000)				X			
8,9 (100-)				X	X		
8,10 (10-0)				X		X	
9,13 (1-01)					X		X
4,5,6,7 (01--)	X	X	X				
5,7,13,15 (-1-1)		X					X

# Gráfico dos Implicantes Primários

- As colunas que apresentam um único "X" representam minitermos cobertos por um, e apenas um, implicante primário (que passa a ser essencial)

	4	5	6	8	9	10	13
0,4 (0-00)	X						
0,8 (-000)				X			
8,9 (100-)				X	X		
8,10 (10-0)				X		X	
9,13 (1-01)					X		X
4,5,6,7 (01--)	X	X	X				
5,7,13,15 (-1-1)		X					X



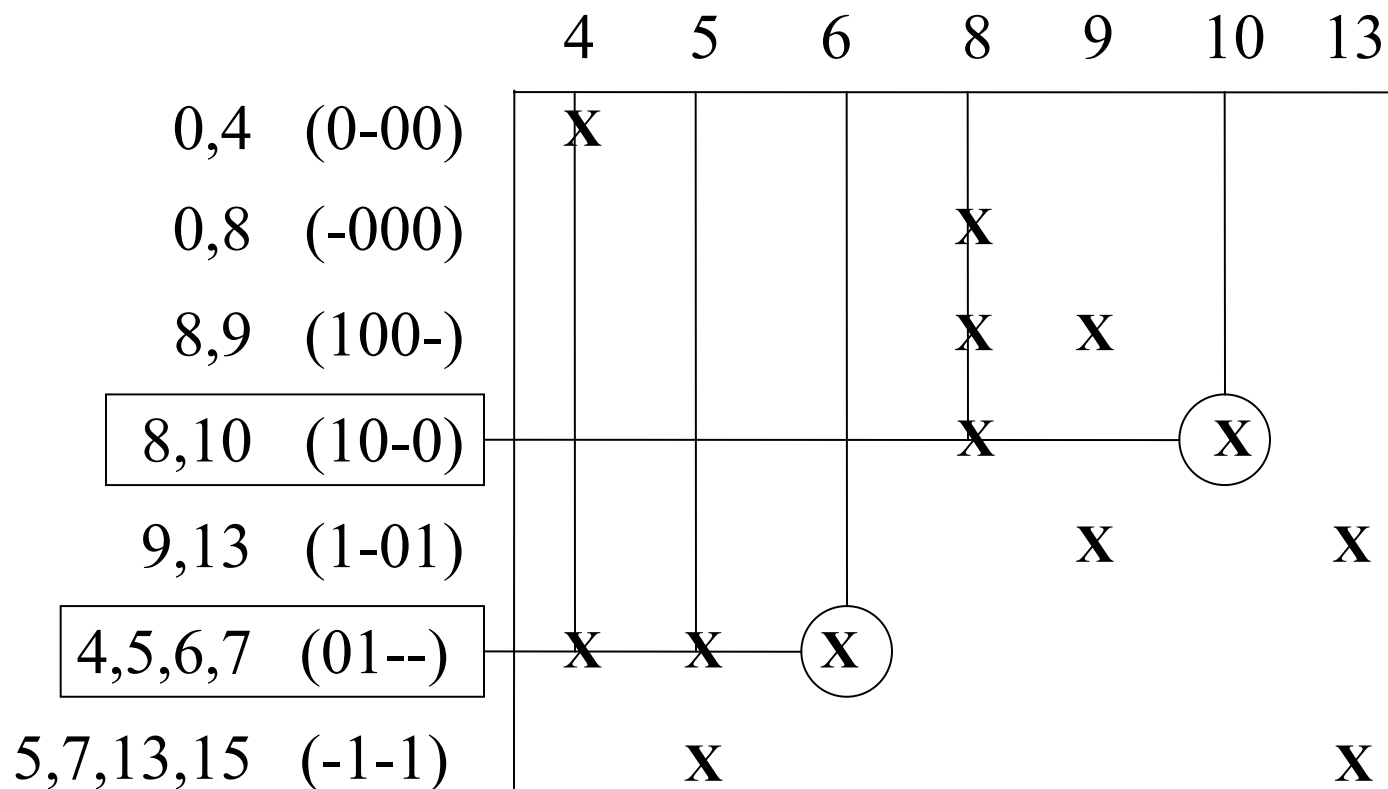
# Gráfico dos Implicantes Primários

- As colunas que apresentam um único "X" representam minitermos cobertos por um, e apenas um, implicante primário (que passa a ser essencial)

	4	5	6	8	9	10	13
0,4 (0-00)	X						
0,8 (-000)				X			
8,9 (100-)				X	X		
8,10 (10-0)				X		X	
9,13 (1-01)					X		X
4,5,6,7 (01--)	X	X	X				
5,7,13,15 (-1-1)		X					X

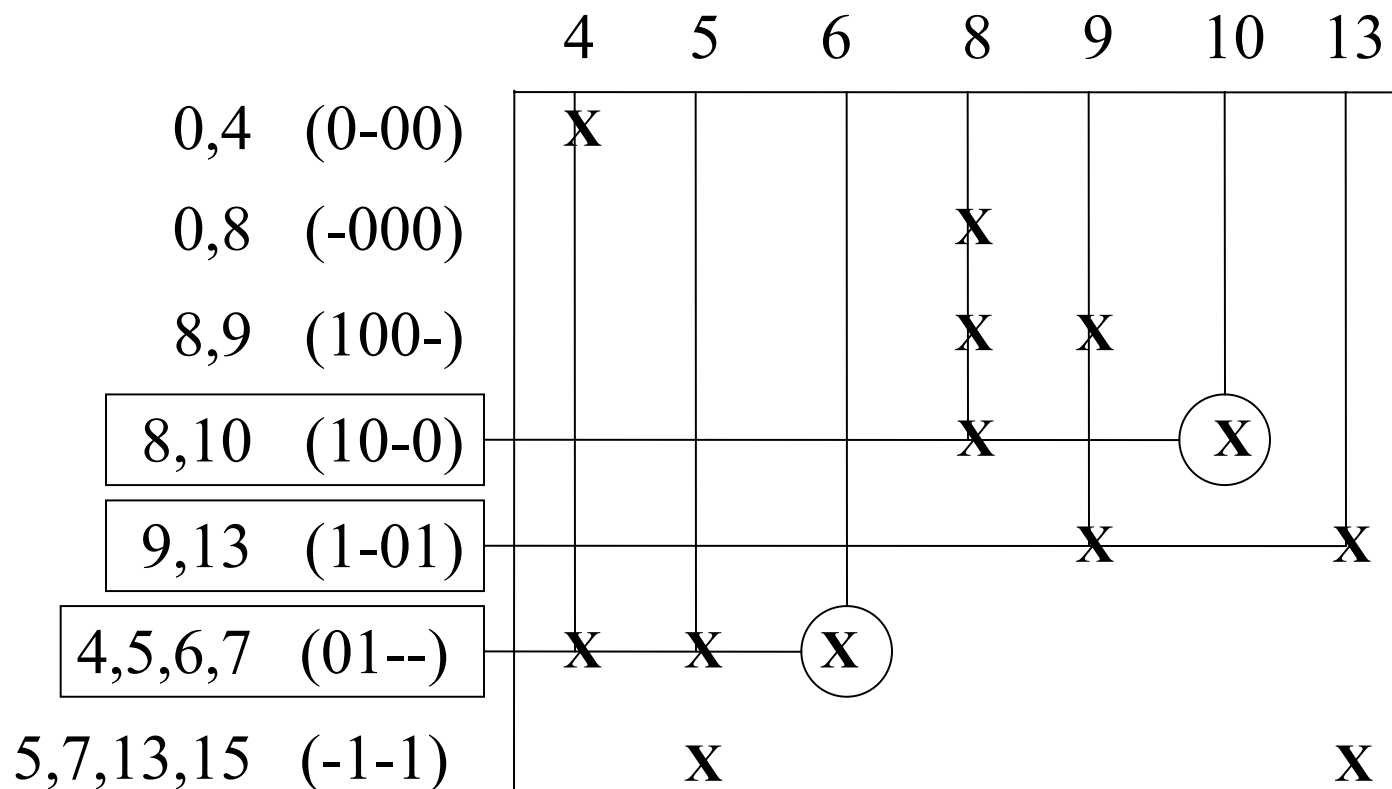
# Gráfico dos Implicantes Primários

- Note que os implicantes primários essenciais cobrem também minitermos adicionais da função:



# Gráfico dos Implicantes Primários

- No passo final deve-se identificar o menor número de implicantes primários que cobrem os minitermos que restaram:



# Gráfico dos Implicantes Primários

- Os implicantes primários essenciais resultantes foram:

$$f(A, B, C, D) = \overline{A}\overline{B}\overline{D} + \overline{A}\overline{C}D + \overline{A}B$$

(10-0)

(1-01)

(01--)

- No mapa de Karnaugh:

AB \ CD	00	01	11	10
00	0 X	4 1	12	8 1
01	1	5 1	13 1	9 1
11	3	7 X	15 X	11
10	2	6 1	14	10 1

$$f(A, B, C, D) = \sum m(4, 5, 6, 8, 9, 10, 13) + d(0, 7, 15)$$

# Quine McCluskey - Site

---

<http://www.mathematik.uni-marburg.de/~thormae/lectures/ti1/code/qmc/>