Exercice 1 :

a)

1- $Personne \sqsubseteq Animal$

2- $Personne \equiv Animal \sqcap Parlant$.

3- $Pere \equiv Personne \sqcap Masculin \sqcap \exists aEnfant.\top$

$Mere \equiv Personne \sqcap \neg Masculin \sqcap \exists aEnfant.\top$

4- $Femme \equiv Personne \sqcap \neg Masculin$.

5- $MereFils \equiv Mere \sqcap \forall aEnfant.\neg Femme$

$PereFille \equiv Pere \sqcap \forall aEnfant.Femme$.

6- Pere Fille n'inclus pas les personnes qui n'ont pas d'enfant.

$PereFille \sqsubseteq Personne \sqcap Masculin \sqcap \forall aEnfant.Femme$

7- $SansEnfant \equiv Personne \sqcap \forall aEnfant.\bot$

b)

1- $\geq 1 aEnfant \equiv \exists aEnfant.\top$

$\geq 0 aEnfant \equiv \forall aEnfant.\top$

$\leq 0 aEnfant \equiv \forall aEnfant.\bot$

2- $MereFilleUnique \equiv Mere \sqcap \geq 1 aEnfant.Femme \sqcap \leq 1 aEnfant.Femme$

(ALNQ)

3- tous les individus de notre univers ont au plus 1 enfant.

4- Peres ayant juste un seul garçon.

5- MereFilleUnique.

6- $PereDeuxFillesUnGarçon \equiv Pere \sqcap \geq 2 aEnfant.Femme \sqcap \leq 2 aEnfant.Femme$
$\sqcap \geq 1 aEnfant.\neg Femme \sqcap \leq 1 aEnfant.\neg Femme$.

Exercice :

j = JOCASTE ; o = OEDIPE ; p = POLYNICE ; t = THERANDRE

1- $\text{Base} \sqcap \neg(\exists \text{aEnfant}.(\text{Parricide} \sqcap \exists \text{aEnfant}.\neg\text{Parricide}))(j) \equiv \bot$

$\text{Base} \sqcap \forall \text{aEnfant}.(\neg\text{Parricide} \sqcup \forall \text{aEnfant}.\text{Parricide})(j)$

$\downarrow$

$\text{aEnfant}(j, o)$

$\text{aEnfant}(j, p)$

$\text{aEnfant}(o, p)$

$\text{aEnfant}(p, t)$

$\text{Parricide}(o)$

$\neg\text{Parricide}(t)$

$\downarrow$

$\forall \text{aEnfant}.(\neg\text{Parricide} \sqcup \forall \text{aEnfant}.\text{Parricide})(j)$

$(\neg\text{Parricide} \sqcup \forall \text{aEnfant}.\text{Parricide})(o)$ (1)

$(\neg\text{Parricide} \sqcup \forall \text{aEnfant}.\text{Parricide})(p)$ (2)

$\xleftarrow{(1)}$ $\neg\text{Parricide}(o)$ $\downarrow$ $\square$

$\xrightarrow{(1)}$ $\forall \text{aEnfant}.\text{Parricide}(o)$

$\downarrow$

$\text{Parricide}(p)$

$\xleftarrow{(2)}$ $\neg\text{Parricide}(p)$ $\downarrow$ $\square$

$\xrightarrow{(2)}$ $\forall \text{aEnfant}.\text{Parricide}(p)$

$\text{Parricide}(t)$

$\downarrow$

$\square$

- toutes les branches sont bloquées donc l'assertion est une conséquence logique de la base de connaissance.

2- Base $\sqcap$ $(\exists aEnfant.(\neg Parricide \sqcap \exists aEnfant.Parricide))(j) \equiv \bot$

$\downarrow$ pareil que question 1.

$\exists aEnfant.(\neg Parricide \sqcap \exists aEnfant.Parricide)(j)$

$aEnfant(j, a)$

$(\neg Parricide \sqcap \exists aEnfant.Parricide)(a)$

$\neg Parricide(a)$

$\exists aEnfant.Parricide(a)$

$aEnfant(a, b)$

$Parricide(b)$

$(\geq 2 aEnfant \sqcap \leq 2 aEnfant)(j)$

$a \neq o$	$a = p$	$o = p$
$a \neq p$	$a \neq o$	$a \neq o$
$o \neq p$	$o \neq p$	$a \neq p$
$\neg Parricide(o)$	$aEnfant(p, b)$	$aEnfant(p, p)$
$\square$	$(\geq 1 aEnfant \sqcap \leq 1 aEnfant)(p)$	$Parricide(p)$
	$b = t$	$(\geq 1 aEnfant \sqcap \leq 1 aEnfant)(p)$
	$Parricide(t)$	$p = t$
	$\square$	$\neg Parricide(p)$
		$\square$

toutes les branches sont bloquées
donc la base devient inconsistante.

Exercice 3.

1. $\Pi^{U} = \begin{cases} a \leftarrow \\ b \leftarrow \\ c \leftarrow \\ d \leftarrow \\ e \leftarrow \\ f \leftarrow \end{cases} \iff C(\Pi^{U}) = \{a,b,c,d,e,f\}$

donc U n'est pas m.S de Π

$W = \{a, f\} \Rightarrow \Pi^{W} = \begin{cases} a \leftarrow \\ b \leftarrow \\ c \leftarrow \\ d \leftarrow \\ e \leftarrow \end{cases} \iff C(\Pi^{W}) = \{a,b,c,d,e\} \neq W$ donc pas m.S d Π

$X = \{a, c\} \Rightarrow \Pi^{X} = \begin{cases} a \leftarrow \\ c \leftarrow \\ d \leftarrow \\ e \leftarrow \end{cases} \Rightarrow C(\Pi^{X}) = \{a,c,d,e\} \neq X$ donc pas m.S d Π

$Y = \{a, c, e\} \Rightarrow \Pi^{Y} = \begin{cases} a \leftarrow \\ c \leftarrow \\ e \leftarrow \end{cases} \Rightarrow C(\Pi^{Y}) = \{a, c, e\} = Y$ donc m.S d Π

$Z = \{a, b, c, d\} \Rightarrow \Pi^{Z} = \begin{cases} d \leftarrow \\ e \leftarrow \end{cases} \Rightarrow C(\Pi^{Z}) = \{d, e\} \neq Z$ donc pas m.S de Π

2- soit M un modèle stable.

donc $\Pi^{M} = M$

donc $\|\Pi^{M}\| = \|M\| \cdots ①$

et comme $\Pi = \{ x_i \leftarrow x_{i\%6+1},$ pour $i \in [\![1,6]\!] \}$ (*)

avec x_i la i eme atome dans l'ensemble des atomes.

donc pour chaque atome dans M une règle sera supprimer de Π^{M}, donc une atome en moins dans $C(\Pi^{M})$

donc : $\|\Pi^{M}\| = 6 - \|M\| \cdots ②$

① et ② $\iff \begin{cases} \|\Pi^{M}\| = \|M\| \\ \|\Pi^{M}\| = 6 - \|M\| \end{cases}$

$\iff 2\|M\| = 6 \iff \|M\| = 3$

donc un model stable doit contenir 3 atomes.

3- (*) $\iff$ à chaque fois qu'un atome est dans l'ensemble M, on annule la règle qui permet de déduire l'atome précédent dans Π^{M}, donc si on a deux atomes x, y consécutifs donc il est impossible de déduire x dans $C(\Pi^{M})$

donc $C(\Pi^{M}) \neq M$

donc un modèle stable ne doit pas contenir deux atomes consicutifs.

4- de la question 2 - 3 les modèles stables possibles sont

- $\{a, c, e\}$ = modèle stable de la question 1.
- $\{b, d, f\}$

$\Pi^{\{b,d,f\}} = \begin{cases} b \leftarrow \\ d \leftarrow \\ f \leftarrow \end{cases} \quad C(\Pi^{\{b,d,f\}}) = \{b, d, f\}$

donc c'est un modèle stable.