

TD : Logiques de description, ontologies et inférence

1 Logiques de Description, Famille de langages AL

- **Exercice 1**

Représentez les concepts suivants en logique descriptive :

- Ceux qui ne possèdent ni chien ni chat.
- Les hommes végétariens qui habitent en campagne.
- Les femmes qui n'aiment pas les chats.

- **Exercice 2**

Écrivez un axiome pour indiquer que si un individu appartient à la classe A , il appartient aussi à la classe B ou C , mais jamais aux deux en même temps.

- **Exercice 3**

Soient deux classes A et B . Écrivez en logique descriptive un axiome de subsomption pour indiquer que ces deux classes sont disjointes.

- **Exercice 4**

Marie est une personne qui n'aime que les personnes qui n'aiment pas le fromage. Lequel (ou lesquels) des axiomes suivants représente correctement ce fait en logique descriptive :

- $(Personne \sqcap \forall aime.(Personne \sqcap \neg \forall aime.Fromage))(MARIE)$
- $(Personne \sqcap \forall aime.(Personne \sqcap \forall aime.\neg Fromage))(MARIE)$
- $(Personne \sqcap \forall aime.(Personne \sqcap \exists aime.\neg Fromage))(MARIE)$

- **Exercice 5**

Soit la description suivante en logique descriptive :

$$A \equiv \forall R.A \sqcap \exists R.A \sqcap \neg B$$

a) Dites, pour chacune des interprétations suivantes, si elle satisfait cette description (justifiez vos réponses) :

Interprétation 1 :

$$\begin{aligned} I(A) &= \{a, b, c, d\} \\ I(B) &= \{e, f\} \\ I(R) &= \{(a, b), (b, c), (c, d), (d, a), (e, a), (f, a)\} \end{aligned}$$

Interprétation 2 :

$$\begin{aligned} I(A) &= \{a, b, c\} \\ I(B) &= \{e\} \\ I(R) &= \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, c), (c, a), (e, e)\} \end{aligned}$$

b) Dites en termes simples ce que signifient les axiomes suivants :

- $\top \sqsubseteq \forall R.C$
- $\exists R.(\exists R.C) \sqsubseteq \exists R.C$

• **Exercice 6**

Soit la TBox suivante :

$$\begin{aligned} Parent &\equiv \exists aEnfant.\top \\ ParentDeFemme &\equiv \exists aEnfant.\top \sqcap \forall aEnfant.\neg Homme \\ Celibataire &\equiv \forall marieAvec.\bot \\ HommeMarie &\equiv Homme \sqcap \exists marieAvec.\top \\ GrandParentChoye &\equiv \forall aEnfant.(\exists aEnfant.\top) \end{aligned}$$

Voici une interprétation possible, qui réfère à un monde contenant sept entités:

$$\begin{aligned} \Delta &= \{a, b, c, d, e, f, g\} \\ I(Homme) &= \{a, b, c, g\} \\ I(aEnfant) &= \{(a, c), (b, d), (b, e), (c, g)\} \\ I(marieAvec) &= \{(b, f), (f, b)\} \end{aligned}$$

a) Représenter l'interprétation I sous forme de graphe.

b) Donner l'interprétation des concepts : Parent, ParentDeFemme, Célibataire, HommeMarié, GrandParentChoyé dans I.

c) Donner la signification de l'interprétation suivante :

$$\begin{aligned} \Delta &= \{a\} \\ I(Homme) &= \{\} \\ I(aEnfant) &= \{\} \\ I(marieAvec) &= \{\} \end{aligned}$$

• **Exercice 7**

a) Que signifie l'axiome suivant :

$$\top \sqsubseteq \leq 1R$$

b) Donner un axiome qui donnera le caractère de non polygamie à la relation marieAvec.

c) Que signifie l'axiome suivant :

$$HommeMarie \equiv Homme \sqcap \exists marieAvec. \top \sqcap \leq 1marieAvec$$

d) Que signifie l'axiome suivant :

$$FemmeMariee \equiv Femme \sqcap \exists marieAvec. Homme$$

Serait-il possible de rajouter les assertions suivantes dans la Abox en gardant la consistance avec la TBox:

FemmeMariee(Ana)
marieAvec(Ana, Paulo)
marieAvec(Ana, Eduardo)
Paulo \neq Eduardo

e) Quelle est la différence entre l'axiome de la question (c) et celui de la question (d) par rapport au mariage.

f) Serait-il possible de réécrire l'axiome de la question (c) sans utiliser le constructeur de cardinalité dans la définition du concept HommeMarié.

g) Que signifie le concept FemmeMariée si on rajoute l'axiome de (d) aux axiomes de la question (f).

- **Exercice 8**

Montrez que la négation sans restriction \mathcal{C} n'est pas plus expressive que la négation atomique de la logique de base \mathcal{AL} .

- **Exercice 9**

Tous les systèmes logiques dérivés de \mathcal{AL} ne sont pas nécessaires. Montrer à titre d'exemple que les deux logiques \mathcal{ALL} et $\mathcal{A}\uparrow\mathcal{UE}$ sont équivalents.

- **Exercice 10**

En utilisant le constructeur d'énumération \mathcal{O} du système \mathcal{ALO} donner un axiome d'une TBox décrivant le concept de membre permanent du conseil de sécurité de l'ONU.

- **Exercice 11**

En utilisant le constructeur $R : a$, définir le concept PersonneRadioActiveRegane de la TBox décrivant une personne habitant la zone contaminée par la radio-activité de Regane ou une personne ayant travaillé sur le site nucléaire de cette zone.

2 Inférence, déduction par méthode des Tableaux

- **Exercice 12**

Soit une TBox formée des deux axiomes suivant :

$$Homme \equiv Personne \sqcap \neg Femme$$

$$Femme \equiv Personne \sqcap Feminin$$

a) On souhaite montrer l'inconsistance du concept $Femme \sqcap Homme$. Eliminer la TBox et donner la formule d'entrée qu'on donne à la méthode des Tableaux pour prouver l'inconsistance de ce concept

b) Donner la preuve de inconsistance du concept précédent.

- **Exercice 13**

Monter par la méthode des tableaux que la classe $\exists possede.(Livre \sqcap Antiquite)$ est subsumée par la classe $(\exists possede.Livre \sqcap \exists possede.Antiquite)$

- **Exercice 14**

Soit la TBox $Parents \equiv \exists aEnfant.\top$. Montrer en utilisant la méthode des Tableaux définie pour le système logique \mathcal{ALCN} que l'axiome $\geq 2aEnfant \sqsubseteq Parents$ est déductible depuis cette TBox.

- **Exercice 15**

Soit la TBox formée des deux axiomes :

$$Parent \equiv \exists aEnfant.\top$$

$$ParentDeFamilleNombreuse \equiv Parent \sqcap \geq 3aEnfant$$

Monter en utilisant la méthode des tableaux qu'un parent de quatre enfants ou plus est un parent de famille nombreuse.

- **Exercice 16**

Soit l'ontologie ayant la Tbox suivante :

$$Plante \equiv Vivant \sqcap \exists aime.Plante$$

$$\exists aime.\top \sqsubseteq Animal$$

Montrer que dans cette ontologie on peut inférer bizarrement que toute plante est un animal.