2 Partie II : Logiques de description, ontologies et ASP

2.1 Exercice 1 (Logiques de description et ontologies)

a) On se situe dans la logique de description de base $\mathcal{AL}$.

1. En considérant les deux concepts atomiques *Animal* et *Raisonnable* représentant respectivement la classe des animaux et celle de ceux qui raisonnent, donnez un axiome qui définit le concept *Humain* représentant la classe des humains considérés comme étant des animaux qui raisonnent.

2. En considérant, les concepts définis dans la question 1 et le nouveau concept atomique *Feminin*, donnez les deux axiomes définissant les deux classes disjointes *Femme* et *Homme*.

3. En considérant les concepts définis en 1 et 2, et le rôle $aEnfant$ où $aEnfant(x, y)$ exprime le fait que y est un enfant de x, définissez le concept *Parent* exprimant la classe des parents, puis en déduire les concepts *Mere* et *Pere*, représentant respectivement la classe des mères et celle des pères.

4. En utilisant les concepts et les rôles définis dans les questions précédentes, donnez les axiomes définissant les concepts *MereFils* et *PereFille* représentant repectivement, la classe des mères ayant que des garçons et celles des pères ayant que des filles.

5. En considérant le nouveau concept *PereNoel* représentant la classe des déguisés en père Noël, le nouveau rôle *croit* où $croit(x, y)$ exprime le fait que x croit en y, et les concepts définis précédemment, donnez une définition pour chacun des deux concepts *Naif* et *Malin* représentant repectivement, la classe des femmes et hommes qui croient au père Noël et rien d'autre, et celle des non-croyants.

6. Serait-il possible dans $\mathcal{AL}$, de décrire la classe *NaifUnique* des personnes qui croient en un seul père Noël ?

b) Maintenant on se situe dans $\mathcal{AL}$ enrichie par certains constructeurs parmi $\{\mathcal{U}, \mathcal{E}, \mathcal{F}, \mathcal{I}, \mathcal{N}, \mathcal{Q}, \mathcal{C}\}$

1. Quel constructeur faudrait-il rajouter à $\mathcal{AL}$ pour exprimer le concept *NaifUnique*. En considérant, les conceptes et rôles de la partie (*a*), donnez l'axiome qui définit *NaifUnique*.

2. Que signifie l'axiome : $\top \sqsubseteq \leq 1\ croit$

3. Que signifie le concept *Toto* dans la *TBox* :
   $\top \sqsubseteq \leq 1\ croit$
   $Toto \equiv Humain \sqcap \exists croit.PereNoel$

4. Redéfinir le concept *NaifUnique* sans utiliser de constructeur de cardinalité dans son axiome.

2.2 Exercice 2 (Preuve dans les logiques de description)

Soit la base de connaissances (*TBox*) suivante :

$ProteinLoverPizza \equiv Pizza \sqcap \forall hasTopping.(Meat \sqcap Fish)$
$MeatyPizza \equiv Pizza \sqcap \forall hasTopping.Meat$
$VegetarianPizza \equiv Pizza \sqcap \forall hasTopping.(\neg Meat \sqcup \neg Fish)$

1. Prouvez que l'assertion : $ProteinLoverPizza \sqsubseteq MeatyPizza$ est une conséquence logique de cette base de connaissances après avoir donné la formule d'entrée de la méthode Tableaux obtenue en éliminant la *TBox*.

2. Supposons que l'axiome $Meat \sqcap Fish \sqsubseteq \bot$ est ajouté à la base de connaissances, pour indiquer que les classes Meat et Fish sont disjointes. Prouvez alors, que l'assertion : $ProteinLoverPizza \sqsubseteq VegetarianPizza$ est une conséquence logique de la base de connaissances résultante en donnant au préalable la formule d'entrée de la méthode Tableaux obtenue par l'élimination de la *TBox*.

3. Comment corriger la base de connaissances (*TBox*) pour que l'assertion introduite dans la question (2) ne soit pas une conséquence logique de la base de connaissances ?

2.3 Exercice 3 (Answer Set Programming (ASP))

Soit le programme général : $\pi = \{a \leftarrow not\, b, b \leftarrow not\, c, c \leftarrow not\, d, d \leftarrow not\, a\}$

1. Calculez les réduits π^X, π^Y, π^Y et si $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{a, c\}$ et $Z = \{d\}$. Dites si X, Y et Z sont des modèles stables de π.
2. Montrez (sans calculer les modèles stables) que π ne peut pas contenir de modèles stables avec zéro atomes ni de modèles stables avec un seul atome ou avec trois atomes.
3. Calculez les modèles stables de π

3 Rappels : Logique de description et preuve par tableau

3.1 Logique de base $\mathcal{AL}$

En résumé, les descriptions possibles dans le langage $\mathcal{AL}$ sont les suivantes (on suppose que A est un concept atomique et C et que D sont des concepts atomiques ou complexes) :

A (concept atomique)
$\top$ (concept universel)
$\bot$ concept impossible)
$\neg A$ (négation atomique)
$C \sqcap D$ (intersection de concepts)
$\forall R.C$ (restriction de valeur)
$\exists R.\top >$ (quantification existentielle limitée)

3.2 Preuve dans les TBox avec axiomes de subsumtion ou d'inclusion $\sqsubseteq$

Une $TBox$ pourrait contenir des axiomes d'inclusion de la forme $C \sqsubseteq D$. Dans ce cas il faudrait faire un petit ajout au mécanisme d'inférence de la méthode Tableau qui consiste en :

- La transformation de l'axiome $C \sqsubseteq D$ et $\top \sqsubseteq \neg C \sqcup D$
- Dans la preuve par Tableau, on pourrait alors, pour tout individu a qui y est introduit, ajouter le fait $(\neg C \sqcup D)(a)$.