问题：

给定一个包含 $n+1$ 个整数的数组 *nums*，其数字都在 1 到 n 之间（包括 1 和 n），可知至少存在一个重复的整数。假设只有一个重复的整数，找出这个重复的数。

示例 1:

```
输入: [1,3,4,2,2]
输出: 2
```

示例 2:

```
输入: [3,1,3,4,2]
输出: 3
```

分析：

首先根据鸽巢原理，将整数 1 到 n 放到 $n+1$ 个位置上并且每个位置只能放一个数字，必会出现重复的数字。

首先想到的就是建立 hash 表来做，但题目要求 $O(1)$ 的空间复杂度和小于 $O(x^2)$ 的时间复杂度，所以有了下面的两个算法

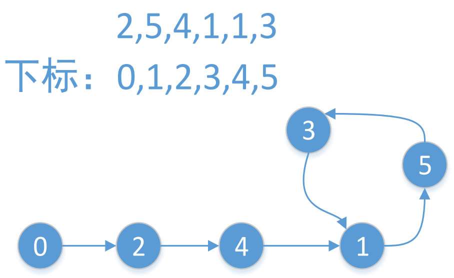
法 1● 二分搜索：

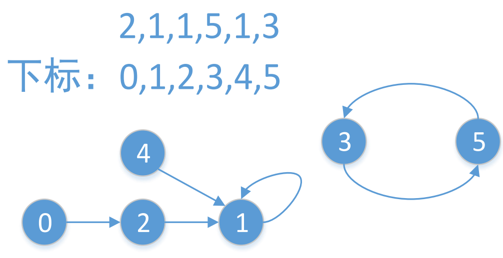
考虑 1 到 n 中任意一个数字 m，如果 1 到 m 没有重复的话，那么小于或等于 m 的数字的个数肯定不超过 m，有重复的话肯定大于 m。

因此我们设 $start, end, mid$ 三个指针，其中 $mid=(start+end)/2$。统计数组中 $\le mid$ 的数的个数 $count$，如果 $count > mid$，则 $end=mid$，即搜索前半部分，如果 $count \le mid$，则 $start=mid+1$，即搜索后半部分。时间复杂度为 $O(n\log n)$

法 2● 环检测：

首先将数组元素的下标和元素值看成一种映射关系，即从 $\{0,1,\cdots,n\}$ 到自身的映射，画几个例子看看：





有集合 $A=\{0,1,\bullet\bullet\bullet,n\}$，设 f 是从 A 到 A 的一个映射，且不存在 $x\in A$ 使得 $f(x)=0$。由上面的分析可知至少会形成带一个入口的环，用 ρ 表示。题目说的重复数字是存在一对 $i\ne j$ 使 $f(i)=f(j)$，所以 ρ 的入口一定是重复的数字，反过来不一定成立。但题目指出只有一个重复数字，所以只会形成一个 ρ 且重复数字只能是 ρ 的入口，否则会有多个重复数字。所以用快慢指针法就可以找到重复数字。时间复杂度为 $O(n)$