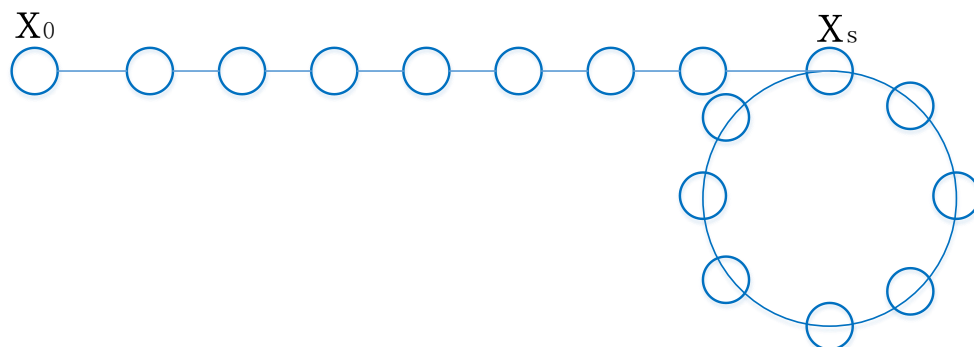


问题：

给定一个有环的单链表，找到它的环的起始节点



网上都是用快慢指针法来解的，现在对部分原理给出证明：

首先证明快慢指针在环中是可以恰好相遇的：

设链表的头节点为 X_0 ，环的起始节点为 X_s ，环的长度为 ℓ 。首先用步长为 1 的指针遍历链表，容易想到指针会循环遍历环，写出遍历时的节点编号

$$X_0, X_1, \dots, X_s, X_{s+1}, \dots, X_{s+\ell-1}, X_s, \dots$$

假设 j 是 ℓ 的整数倍且是满足 $j > \ell$ 的最小的那一个，对于任意的整数 $k (k \geq 2)$ 。现在考虑两个位置 X_j, X_{kj} ，容易想到 X_j 已经在环中且没有开始循环遍历环，则 X_{kj} 也必然在环中，因为 $kj = j + (k-1)j$ ，可以认为 X_{kj} 是从 j 开始走了 $(k-1)$ 个 j 步，而 j 是 ℓ 的整数倍，所以 $X_j = X_{kj}$ ，所以快慢指针一定会恰好相遇。

现在证明快指针的步长为 2，即 $k = 2$ ：

假设链表的节点数为 n ，则 $s \leq j \leq n$ ，所以慢指针的复杂度为 $O(n)$ ，则快指针的复杂度为 $O(kn)$ ，为了最优化，我们取 $k = 2$ 。

在确定快慢指针的步长后，现在给出找到环起始节点的方法：

当慢指针走了 s 步时，快指针在环中也走了 s 步，因为存在 $s > \ell$ 的情况，记快指针超过环起点的步数为 $s \% \ell$ ，快指针追击慢指针的距离为 $\ell - s \% \ell$ ，两指针相遇后慢指针再走 $s \% \ell$ 步就会回到 X_0 ，因此当两指针相遇后让一个新的指针从头结点开始遍历，当它与慢指针相遇时就是 X_s