

问题：

给定字符串  $x[1 \cdots m]$  转换为字符串  $y[1 \cdots n]$ ，并用数组  $z$  保存中间的变换操作结果，给出 6 种变换操作：

1. 复制 *copy*：从  $x$  复制到  $z$ ，即  $z[j] := x[i]$ ，并将  $i$  和  $j$  向后移一个单位，这个操作处理了  $x[i]$ 。

2. 替换 *replace*：将  $x$  中的字符替换为另一个字符  $c$ ，即  $z[j] := c$ ，并将  $i$  和  $j$  向后移一个单位，

这个操作处理了  $x[i]$ 。

3. 删除 *delete*：删除  $x$  中一个字符，并将  $i$  向后移一个单位，这个操作处理了  $x[i]$ 。

4. 插入 *insert*：将字符  $c$  插入到  $z$  中，即  $z[j] := c$ ，并将  $j$  向后移一个单位，这个操作不处理  $x$ 。

5. 旋转 *twiddle*：将  $x$  中相邻两个字符交换顺序后复制到  $z$  中，即  $z[j] := x[i+1]$ ，

$z[j+1] := x[i]$ ，并将  $i$  和  $j$  向后移两个单位，这个操作处理了  $x[i]$  和  $x[i+1]$ 。

6. 终止 *kill*：删除  $x$  中剩余的字符，即令  $i = m+1$ ，这个操作处理了  $x$ ，使转换过程结束。

相应的代价值存放在数组  $cost$  中，分别为  $cost(copy)$ 、 $cost(replace)$ 、 $cost(delete)$ 、

$cost(insert)$ 、 $cost(twiddle)$  和  $cost(kill)$ 。 $x$  到  $y$  的编辑问题是将  $x$  转换为  $y$  的最小代价的变换操作序列的代价值。

解析：

设  $lev_{x,y}(i,j)$  是  $x$  从 1 到  $i$  位置的字符串转换为  $y$  从 1 到  $j$  位置的字符串时的最小代价，首先在  $x$  和  $y$  的最前面补一个空字符，让下标从 0 开始。

1. 初始化：

$$lev_{x,y}(0,0) = 0$$

$$lev_{x,y}(i,0) = i * cost(delete), \quad 1 \leq i \leq m$$

$$lev_{x,y}(0,j) = j * cost(insert), \quad 1 \leq j \leq n$$

2. 递推方程：

$$lev_{x,y}(i,j) = \begin{cases} lev_{x,y}(i-1,j-1) + cost(copy), & \text{if } x[i] = y[j] \\ lev_{x,y}(i-1,j-1) + cost(replace), & \text{if } x[i] \neq y[j] \\ lev_{x,y}(i-2,j-2) + cost(twiddle), & \text{if } x[i] = y[j-1], x[i-1] = y[j] \\ lev_{x,y}(i-1,j) + cost(delete) \\ lev_{x,y}(i,j-1) + cost(insert) \end{cases}$$

3. 终止操作：

$$lev_{x,y}(i,n) = \min(lev_{x,y}(m,n), \min(lev_{x,y}(i,n) + cost(kill))), \quad 0 \leq i \leq m-1$$