

### Задание по теории алгоритмов на максимальную оценку

1. В массиве  $A$  найти число, которое будет стоять на  $K$ -ом месте после упорядочивания элементов этого массива по возрастанию. Разработать самый оптимальный алгоритм, быстро работающий на массивах из  $N \leq 10^7$  элементов. Оценить время его работы.
2. В массиве  $A$  посчитать количество всех пар элементов  $(A[i], A[j])$ , таких что  $i < j$  и  $A[i] > A[j]$ . Разработать самый оптимальный алгоритм, быстро работающий на массивах из  $N \leq 10^7$  элементов. Оценить время его работы.
3. Перестановкой  $P$  называется упорядоченный набор без повторений чисел множества  $\{1, 2, 3, 4, \dots, N\}$ , ставящий числу  $i$  в соответствие  $i$ -й элемент из набора  $\langle a[1], a[2], a[3], a[4], \dots, a[N] \rangle$ .  
Произведением перестановок называется их композиция:  $(Q \circ R)(X) = Q(R(X))$ .  
Например,
  - 1)  $\langle 1, 2, 3 \rangle \circ \langle 1, 2, 3 \rangle = \langle 1, 2, 3 \rangle$ ;
  - 2)  $\langle 1, 2, 3, 4, 5 \rangle \circ \langle 4, 2, 5, 3, 1 \rangle = \langle 4, 2, 5, 3, 1 \rangle$ ;
  - 3)  $\langle 5, 2, 3, 1, 4 \rangle \circ \langle 4, 2, 5, 3, 1 \rangle = \langle 1, 2, 5, 4, 3 \rangle$ ;Для заданной перестановки  $P$  и большого числа  $K$  ( $K \leq 10^{18}$ ) найти перестановку  $T = P^K$ . Разработать самый оптимальный алгоритм. Оценить время его работы.
4. Сгенерировать все возможные перестановки чисел от 1 до  $N$  по  $N$  позициям, при условии, что каждое число можно брать неограниченное количество раз.
5. Сгенерировать все возможные сочетания из чисел от 1 до  $N$  по  $K$  позициям, при условии, что каждое число можно брать неограниченное количество раз.
6. Сгенерировать все возможные размещения из чисел от 1 до  $N$  по  $K$  позициям, при условии, что каждое число можно брать неограниченное количество раз.