

Лабораторная работа 2.2.5.

Герасименко Д.В.

1 курс ФРКТ, группа Б01-104

Аннотация

Тема:

Определение вязкости жидкости по скорости истечения через капилляр

Цели работы:

- 1) Исследование стационарного потока жидкости
- 2) Определение вязкости воды с помощью измерения величины потока через капилляр. Применение формулы Пуазейля
- 3) Определение вязкости других жидкостей по значению коэффициента вязкости воды

Необходимое оборудование:

Сосуд Мариотта, капиллярная трубка, мензурка, мерный стакан, секундомер, микроскоп на стойке

Теория

Вывод формулы Пуазейля

Рассмотрим трубку стационарного тока жидкости. Для нахождения распределения скоростей слоев жидкости в зависимости от расстояния до оси симметрии трубки предположим, что её радиус - R . Мысленно выделим цилиндр жидкости радиусом r , длиной l , давление на концах которого - P_1 и P_2 .

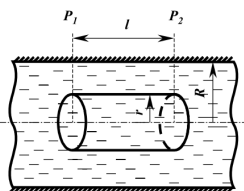


рис.1. К выводу формулы Пуазейля

Ввиду стационарности потока сила давления на торцы цилиндра должна компенсироваться силой трения на наружные слои цилиндра:

$$\vec{F}_{fric} + \vec{F}_{pres} = \vec{0} \quad (1)$$

где каждая из сил (трения и давления соответственно) с учетом направления вдоль оси тока:

$$F_{fric} = S_{||} \eta \frac{dv}{dr} = 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr}$$

$$F_{pres} = S_{\perp} \Delta P = \pi r^2 (P_1 - P_2)$$

Подставляя выражения для сил в уравнение (1) и интегрируя полученное равенство с учетом того, что у поверхности капилляра скорость жидкости равна нулю, получим искомую зависимость:

$$v(r) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} (R^2 - r^2) \quad (2)$$

Расход жидкости найдем как проходящий объем через сечение капилляра в единицу времени:

$$Q = \frac{dV}{dt} = \int_0^R v 2\pi r dr = \pi \frac{P_1 - P_2}{8\eta l} R^4 \quad (3)$$

Число Рейнольдса

Характер течения жидкости зависит от отношения кинетической энергии движения слоев к работе сил вязкости. При достаточно большом значении отношения характер течения переходит в турбулентный - силы вязкости не способны удерживать соседние слои от перемешивания.

Число Рейнольдса в гидродинамике определяется методом подобия. Кинетическая энергия некоторого объема жидкости равна

$$K_{\delta V} = \rho L^3 v^2$$

где L — характерный размер жидкости, который зависит от конкретной задачи. А работа сил трения, действующих на этот объем

$$\delta A = -F_{fric} L = \eta \frac{v}{L} L^2 L = \eta v L^2$$

А их отношение:

$$R = \frac{\rho v L}{\eta} \quad (4)$$

Для жидкости,двигающейся в трубке радиуса R , характерный размер будет равен радиусу трубы. В гладких трубах круглого сечения переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при: $R \geq 1000$.

Важность числа Рейнольдса при данном эксперименте заключается в том, что с помощью него можно оценить расстояние, на котором от отверстия в сосуде до точки в капилляре устанавливается ламинарное течение:

$$a \approx 0,2 R \cdot Re \quad (5)$$

Методы проведения эксперимента

ЧАСТЬ А. Измерение вязкости воды

Для измерения вязкости воды воспользуемся сосудом Мариотта, схема конструкции которого представлена на рисунке ниже.

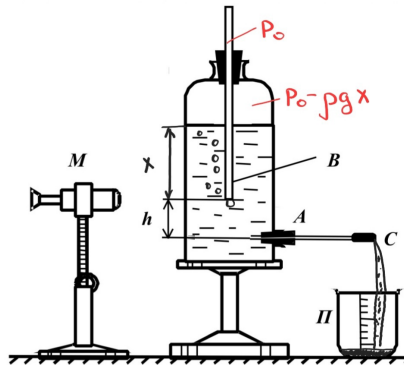


рис.2. Сосуд Мариотта

Сосуд Мариотта позволяет достигнуть постоянной разности давления в жидкости между точками В и А, чем будет обусловлен простой расчет потока воды.

В установившемся режиме течения разность давлений между точками В и А не равна добавочному давлению столба воды высотой h , так как необходимо сделать поправку на учет сил поверхностного натяжения. Перемещая калиброванную трубку вертикально, достигнем момента, когда пузырьки воздуха перестанут входить внутрь сосуда - соответствует случаю компенсации давления воздуха касательным напряжением поверхностного натяжения.

Внеся эту поправку в $\Delta P = (h - \Delta h)\rho g$, получим линейную зависимость потока от высоты h . По данным из графика найдем коэффициент пропорциональности и вычислим значение коэффициента вязкости воды. Общая формула:

$$Q = \pi \frac{\rho g (h - \Delta h)}{8\eta l} R^4 \quad (6)$$

ЧАСТЬ Б. Измерение вязкости водного раствора глицерина вискозиметром Оствальда

С помощью вискозиметра Оствальда, имея значение коэффициента вязкости эталонной жидкости, можно найти коэффициент вязкости исследуемой жидкости.

Устройство вискозиметра заключается в следующем:

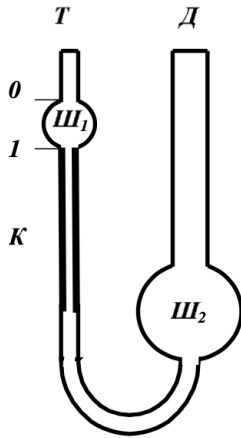


рис.3. Вискозиметр
Оствальда

1) Вода, предварительно загнанная в узкую трубку с помощью резиновой груши, протекает через объём Π_1 , за некоторое время t_0

2) Для расчета процесса течения жидкости в объёме Π_1 воспользуемся формулой Пуазейля в дифференциальной форме (рассмотрим значение потока в пределах небольших изменений параметров разности давления и объема воды)

3) Разность давления зависит от геометрии сосуда и однозначно определяется объёмом воды, находящейся внутри сосуда.

Тогда формула (2) принимает вид:

$$-\frac{8l}{\pi R^4 g} \cdot \frac{dV}{h(V)} = \frac{\rho}{\eta} \cdot dt \quad (7)$$

Обратим внимание, что суммирование левой части равенства приведет к интегралу, имеющему постоянное значение для любой жидкости, так как определяются исключительно геометрией сосуда. Тогда для исследуемых жидкостей должно быть верно:

$$\frac{\rho}{\eta} t = const \quad (8)$$

Проведя опыты сначала с водой, а потом с исследуемой жидкостью x , получим:

$$\eta_x = \eta_0 \frac{\rho_x}{\rho_0} \cdot \frac{t_x}{t_0} \quad (9)$$

Выполнение и обработка результатов

Погрешности экспериментального оборудования :

- | | |
|-------------------|-------------------------------------|
| 1) Микроскоп 1: | $\sigma_{mic1} = 0,005 \text{ мм};$ |
| 2) Микроскоп 2: | $\sigma_{mic2} = 0,1 \text{ мм};$ |
| 3) Мерный стакан: | $\sigma_{mc} = 1 \text{ мм};$ |
| 4) Секундомер: | $\sigma_c = 0,1 \text{ с}$ |

Выполнение части А

1) Измерим внутренний диаметр капиллярной трубки сосуда Мариотта с помощью микроскопа. Данные занесем в таблицу 1, в качестве значения диаметра возьмем среднее.

Номер, №	1	2	3	4	5
Диаметр, 10^{-1} мм	8,91	8,92	8,92	8,91	8,91

Таблица 1. Измерение внутреннего диаметра капилляра

Диаметр капиллярной трубки: $D = (8,91 \pm 0,05) \cdot 10^{-1}$ мм

Длина капиллярной трубки: $L = 137$ мм (указано на стойке сосуда)

2) После приготовления установки к эксперименту, измерим поправку Δh для правильного учета разности давления. Поднимем калиброванную вертикальную трубку до такого положения, при котором воздух не проникает внутрь сосуда - не образуются пузыри. Измерим расстояние от оси капилляра трубки до нижнего торца трубки **В**: $\Delta h = (20,9 \pm 0,1)$ мм

3) При разных значениях h измерим время вытекания объема $\Delta V = (20 \pm 0,5)$ мм³ из сосуда, также запишем поток. Данные занесем в таблицу 2:

Номер, №	1	2	3	4
h , мм	59,8	70,1	80,2	90,1
Δt , с	298,1	233,7	194,6	177,1
Q , 10^{-2} мм ³ /с	6,7	8,6	10,2	11,3

Таблица 2. Измерение потока при разных значениях h

4) Убедимся в справедливости применения формулы (3) с помощью подсчета числа Рейнольдса. Для оценки примем значение вязкости воды равным $\eta = 10^{-3}$ Па·с. В качестве характерной скорости течения возьмем среднее по потоку: $v = \frac{\Delta P}{8\eta l} R^2$. Тогда число Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho v R}{\eta} = \frac{\Delta P \rho R^3}{8\eta^2 l} = \frac{\Delta P \rho D^3}{64\eta^2 l} \approx 71,2 \ll 1000$$

Что соответствует ламинарному потоку, который устанавливается на расстоянии от входа в капилляр:

$$a \approx 0,2 \cdot Re \cdot R \approx 6,3 \text{ мм} \ll L = 137 \text{ мм}$$

5) Изобразим данные таблицы 2 в зависимости потока от высоты - $Q(h)$ на графике. По формуле (3) данная зависимость должна быть линейной, следовательно, по наклону графика найдем коэффициент пропорциональности, по значению которого вычислим коэффициент вязкости. Используем метод наименьших квадратов для определения коэффициента пропорциональности b в линейной зависимости: $y = a + b \cdot x$.

$$b = \frac{\langle x \cdot y \rangle - \langle x \rangle \cdot \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} = 0,15$$

$$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2} \approx 0,01$$

$$a = \langle y \rangle - b \cdot \langle x \rangle = -2,25$$

$$\sigma_a = \sigma_b \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} = 0,09$$

По значениям коэффициентов, находим добавочную разность давлений $\Delta h : y = 0 \rightarrow x = \frac{-a}{b} = \frac{2,25}{0,15} = 15$. Следовательно, по данным графика $\Delta h = 15\text{мм}$

Теперь посчитаем значение коэффициента вязкости воды косвенным путем из формулы:

$$\eta = \frac{\pi \rho g \cdot R^4}{8l \cdot b} = 1,04 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$\left(\frac{\sigma_\eta}{\eta}\right)^2 = 4 \left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2$$

$$\frac{\sigma_\eta}{\eta} = 0,07 = 7\%$$

$$\eta = (1,04 \pm 0,07) \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

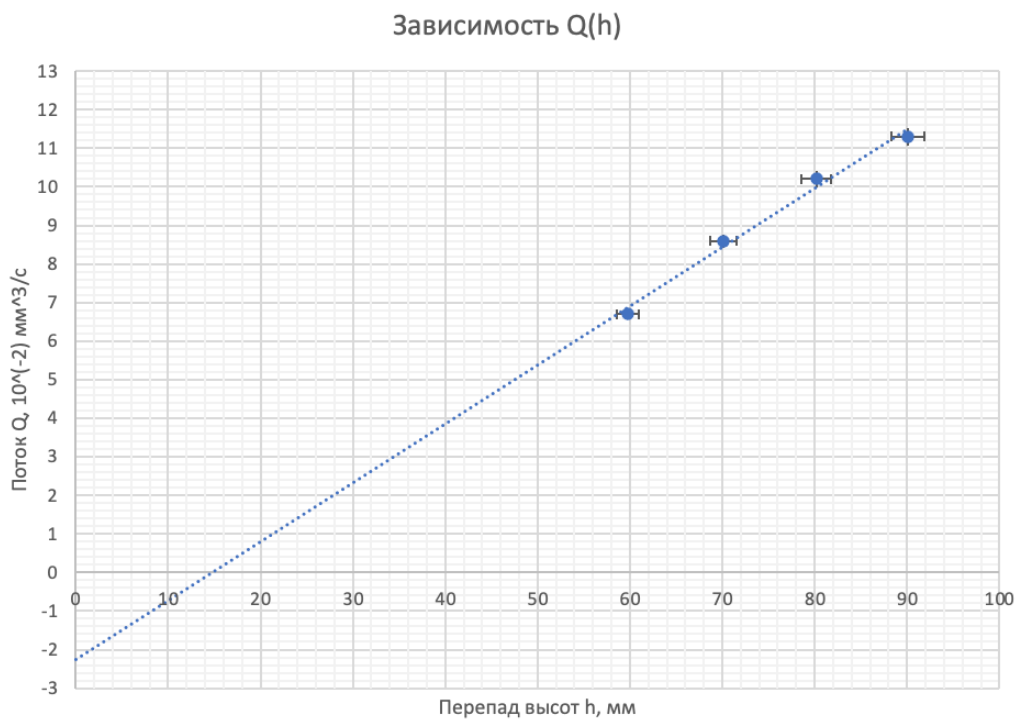


График 1. Зависимость потока от высоты нижнего торца трубы над осью капилляра

Выполнение части В

1) Проведем опыт для дистиллированной воды: нальём её в вискозиметр Оствальда и по достижении отметки "0" начнем отсчет времени. По достижении отметки "1" закончим времени. Проведем 5 измерений. Аналогично сделаем для растворов глицерина с концентрацией 10%, 20% и 30%. Данные занесём в таблицу 3:

Время, с Номер, №	1	2	3	4	5
Дистил. вода	9,5	9,8	9,4	9,5	9,6
р-р 10%	12,3	12,2	11,9	12,1	12,0
р-р 20%	18,4	18,4	18,4	18,3	18,5
р-р 30%	28,3	28,3	28,4	28,1	28,2

Таблица 3. Время истечения разных жидкостей через Вискозиметр Оствальда

2) Определим плотности исследуемых жидкостей из справки, прикрепленной к стойке с сосудом:

Жидкость	Плотность, г/см ³
10 %	1,0192
20 %	1,0415
30 %	1,0646

Таблица 4. Плотности растворов

3) Используя формулу (8), посчитаем коэффициенты вязкости каждого из растворов. Относительная погрешность значения равна:

$$\varepsilon_{\eta_x} = \sqrt{\varepsilon_{\eta_0}^2 + \varepsilon_{t_x}^2 + \varepsilon_{t_0}^2}$$

В качестве времен берем средние арифметические значения за все проведенные эксперименты:

$$\begin{aligned}\eta_{10\%} &= 1,34 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с} \\ \varepsilon_{10\%} &= \sqrt{\varepsilon_{\eta}^2 + \varepsilon_{t_0}^2 + \varepsilon_{t_{10\%}}^2} = 7,3\% \\ \eta_{10\%} &= (1,34 \pm 0,09) \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_{20\%} &= 2,08 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с} \\ \varepsilon_{20\%} &= \sqrt{\varepsilon_{\eta}^2 + \varepsilon_{t_0}^2 + \varepsilon_{t_{20\%}}^2} = 7,2\% \\ \eta_{20\%} &= (2,08 \pm 0,15) \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_{30\%} &= 3,26 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с} \\ \varepsilon_{30\%} &= \sqrt{\varepsilon_{\eta}^2 + \varepsilon_{t_0}^2 + \varepsilon_{t_{30\%}}^2} = 7,2\% \\ \eta_{30\%} &= (3,26 \pm 0,23) \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}\end{aligned}$$

Вывод и обсуждение результатов работы

В ходе выполнения работы экспериментатору удалось изучить явление вязкости жидкости с помощью предоставленного оборудования: сосуда Мариотта и вискозиметра Оствальда.

Лабораторная работа по исследованию вязкости жидкости в режиме стационарного течения была проведена при нормальном атмосферном давлении и комнатной температуре - 20°C. При данных условиях коэффициент вязкости воды по справочным данным равен: $\eta_{real} = 1,002 \cdot 10^{-3}$ Па·с. Данный результат входит в полученный промежуток значений. Но итоговая погрешность в 7% оставляет желать лучшего. Даже достаточно точные измерения радиуса капиллярной трубки (погрешность 0,6%) привели к такому результату из-за вхождения R в 4-й степени в итоговую формулу.

Несмотря на это, явление вязкости жидкости было исследованно с применением формулы Пуазейля для стационарного потока, корректность чего была проверена в ходе работы.

Также были получены коэффициенты вязкости растворов глицерина с помощью относительного метода (вискозиметр Оствальда). По справочным данным для 10-ти процентного раствора глицерина: $\eta_{10\%real} = 1,307 \cdot 10^{-3}$ Па·с, что вполне согласуется с полученным результатом.

Экспериментатор остался доволен проведенным исследованием =)