

# Лабораторная работа 3.1.3

Герасименко Д.В.

2 курс ФРКТ, группа Б01-104

## Аннотация

### Тема:

Измерение магнитного поля Земли

### Цель работы:

Определить характеристики шарообразных неодимовых магнитов и, используя законы взаимодействия магнитных моментов с полем, измерить горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

### Оборудование:

12 одинаковых неодимовых магнитных шариков, тонкая нить для изготовления крутильного маятника, медная проволока диаметром (0,5 – 0,6) мм, электронные весы, секундомер, измеритель магнитной индукции АТЕ-8702, штангенциркуль, брусок из немагнитного материала (25 × 30 × 60 мм<sup>3</sup>), деревянная линейка, штатив из немагнитного материала; дополнительные неодимовые магнитные шарики (~ 20 шт.) набор гирь и разновесов.

## Теория

### I. Точечный магнитный диполь

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент  $\vec{P}_m$  тонкого витка площадью  $S$  с током  $I$  равен:

$$\vec{P}_m = \frac{I}{c} \vec{S} = \frac{I}{c} S \vec{n} \quad (1)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме,  $\vec{S} = S \vec{n}$  – вектор площади контура, образующий с направлением тока правовинтовую систему,  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к площадке  $S$  (это же направление  $\vec{P}_m$  принимается за направление  $S \rightarrow N$  от южного ( $S$ ) к северному ( $N$ ) полюсу). Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению с расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь  $\vec{P}_m$  называют элементарным или точечным.

Поле точечного диполя определяется по следующей формуле:

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{P}_m, \vec{r})}{r^5} \vec{r} - \frac{\vec{P}_m}{r^3} \quad (2)$$

В магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  на точечный магнитный диполь  $\vec{P}_m$  действует механический момент сил:

$$\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}] \quad (3)$$

Под действием вращающего момента  $\vec{M}$  виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это — положение устойчивого

равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда  $\vec{P}_m$  и  $\vec{B}$  параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ( $M = 0$ ), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\vec{P}_m, \vec{B}) \quad (4)$$

## II. Неодимовые магниты

В настоящей работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. Для нас важно то, что:

1. шары намагничены однородно;
2. вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожёстким материалом.

Внутри такого шара магнитное поле равно

$$B_0 = \frac{2P_m}{R^3} \quad (5)$$

Полный магнитный момент  $\vec{P}_m$  постоянного магнита определяется намагниченностью  $\vec{p}_m$  вещества, из которого он изготовлен. По определению, намагниченность — это магнитный момент единицы объёма. Для однородно намагниченного шара намагниченность, очевидно, равна:

$$\vec{p}_m = \frac{\vec{P}_m}{V} \quad (6)$$

Намагниченность — важная характеристика вещества постоянных магнитов, определяющая, в частности, величину остаточной магнитной индукции  $B_r = 4\pi p_m$  (остаточная индукция  $B_r$  — одна из величин, которая, как правило, указывается в справочниках по магнитожёстким материалам).

$$\vec{B}_P = \frac{8\pi}{3} \vec{p}_m = \frac{2}{3} \vec{B}_r \quad (7)$$

## III. Экспериментальное определение величины магнитного момента магнитных шариков

$P_m$  можно определить из параметров шарика и из расстояния  $r_{max}$ , на котором они удерживаются в поле тяжести.

$$P_m = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}} \quad (8)$$

$$\vec{B}_p = \frac{2\vec{P}_m}{R^3} \quad (9)$$

## IV. Определение величины магнитного момента по силе сцепления магнитных шариков

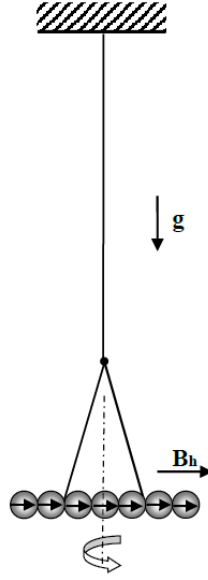
Если сила сцепления двух одинаковых шаров равна

$$F_0 = \frac{6P_m^2}{d^4} \Rightarrow P_m = \sqrt{\frac{F_0 d^4}{6}} \quad (10)$$

то минимальный вес цепочки, при которой она оторвется от верхнего шарика равен:

$$F \approx 1,08 F_0 \quad (11)$$

## V. Измерение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли



**Рис.1.** Критильный маятник

При отклонении "стрелки" на угол  $\theta$  от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. Если пренебречь упругостью нити, то уравнение крутильных колебаний такого маятника определяется возвращающим моментом сил  $M = -P_0 B_h \sin \theta$ , действующим на "стрелку" со стороны магнитного поля Земли, и моментом инерции  $I_n$  "стрелки" относительно оси вращения.

При малых амплитудах:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_n}{nP_m B_h}}$$

Пусть

$$T(n) = kn \Rightarrow$$

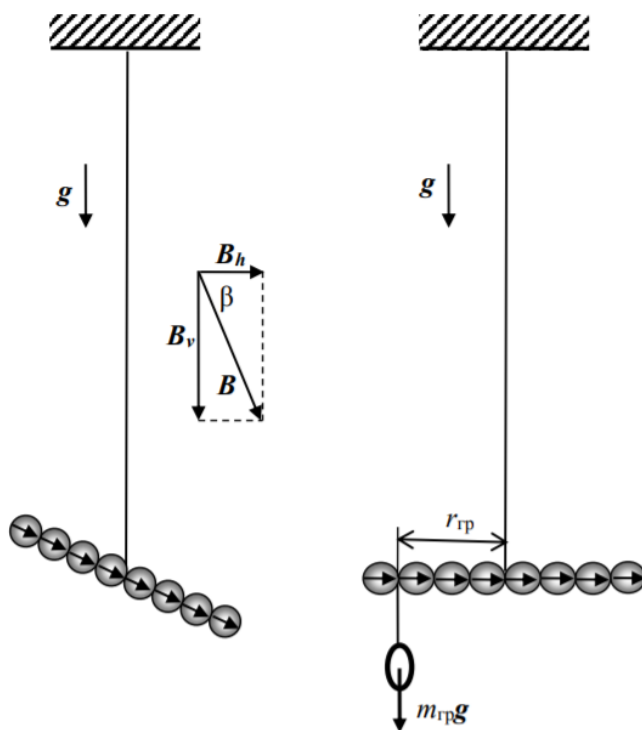
$$k = \pi \sqrt{\frac{md^2}{3P_m B_h}} \Rightarrow B_h = \frac{\pi^2 md^2}{3k^2 P_m} \quad (12)$$

#### VI. Измерение вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли.

С помощью небольшого дополнительного грузика "стрелку" можно "выровнять" расположив её горизонтально: в этом случае момент силы тяжести груза относительно точки подвеса будет равен моменту сил, действующих на "стрелку" со стороны магнитного поля Земли. Если масса уравнивающего груза равна  $m$ , плечо силы тяжести  $r$ , а полный магнитный момент "стрелки"  $P_0 = nP_m$ , то в равновесии:

$$mgr = P_0 B_v = nP_m B_v$$

$$B_v = \frac{M(n)}{P_m} \quad (13)$$



## Выполнение

### I. Определение магнитного момента, намагниченности и остаточной магнитной индукции шариков

#### Метод А.

Определим все данные наших шариков и запишем их в таблицу.

Параметр	Значение	$\sigma$
$m$ , г		
$d$ , мм		

**Таблица 1.** Параметры шариков.

Определим  $r_{max}$ . Затем по формуле (8) определим  $P_m$ , по формуле (6) определим  $p_m$ , по формуле (9) определим  $B_p$  и по формуле (7) определим  $B_r$ . Все полученные данные занесем в таблицу 2.

Величина	Значение	$\sigma$
$r_{max}$ , см		
$P_m$ , Гс · см <sup>3</sup>		
$p_m$ , Гс		
$B_p$ , кГс		
$B_r$ , кГс		

**Таблица 2.** Величины, определяемые в методе А.

## МАГНИТОМЕТР

Меряем  $B_p$  с помощью магнитометра и получаем  $B_p = (340 \pm 1)$  мТл.

## Метод В

Составим цепочку и определим  $F$  - вес грузиков, которые надо подвесить к этой цепочке, чтобы грузики оторвались.

По формуле (7) определим силу сцепления двух шаров. По формуле (6) найдем  $P_m$  и запишем все данные в таблицу.

Величина	Значение	$\sigma$
$M$ , г		
$F$ , кдин		
$F_0$ , кдин		
$P_m$ , Гс · см <sup>3</sup>		

**Таблица 3.** Величины, определяемые в методе В.

В итоге получаем, что  $P_m = \text{Гс} \cdot \text{см}^3$ .  $B_p = \text{мТл}$ , а  $B_r = \text{мТл}$ , что очень близко к табличным значениям (1,03 – 1,13 Тл), но довольно далеко от измеренного нами поля магнитометром.

## II. Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

Для определения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли нам нужно собрать установку для возбуждения крутильных колебаний и исследовать зависимость количество шариков от периода.

Перед этим удостоверимся, что при расчете периода упругость нити можно не учитывать, свернув стрелку в кольцо и измерив период крутильных колебаний (очевидно, что магнитный момент такой стрелки равен 0).

## ИЗМЕРИТЬ ПЕРИОД КРУГОВОЙ ЦЕПОЧКИ

Получаем  $T = \text{с}$ . Это означает, что мы можем пренебречь упругостью нитей.

$n$	$t$ , с	$N$	$T$ , с
12			
11			
10			
9			
8			
7			
6			
5			
4			

**Таблица 4.** Зависимость крутильных колебаний от количества шариков  $T(n)$

Построим график зависимости  $T(n)$  и по формуле (12) найдем  $B_h$ .

По значению углового коэффициента  $k$  рассчитаем величину горизонтальной составляющей магнитного поля Земли по формуле (8).

$$B_h = (\pm) \text{ Гс}$$

### III. Определение вертикальной составляющей магнитного поля Земли

Определяем механический момент сил, действующий со стороны магнитного поля Земли на горизонтально расположенную магнитную "стрелку". Для этого, с помощью одного или нескольких кусочков проволоки, уравновесьте "стрелку" в горизонтальном положении. Сделаем измерения для разных количеств шариков и занесем все в таблицу.

$n$	$m$ , г	$r$ , см	$M$ , дин · см
12			
10			
8			
6			
4			

**Таблица 5.** Зависимость момента сил от  $n$ .

По формуле (13) определяем  $B_v = (\pm)$  Гс.

В итоге получаем, что  $B = (\pm)$  Гс и  $\beta = ^\circ$ , что очень близко к современным данным в нашем регионе.