

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(государственный университет)

Лабораторная работа 2.2.3

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА ПРИ АТМОСФЕРНОМ ДАВЛЕНИИ

Составитель:
Попов П.В.

Из лаборатории не выносить!
Электронная версия доступна на сайте кафедры общей физики
physics.mipt.ru/S_II/lab

Долгопрудный 2019

Измерение теплопроводности воздуха при атмосферном давлении

Цель работы: измерить коэффициент теплопроводности воздуха при атмосферном давлении в зависимости от температуры.

В работе используются: цилиндрическая колба с натянутой по оси нитью; термостат; вольтметр и амперметр (цифровые мультиметры); эталонное сопротивление; источник постоянного напряжения; реостат (или магазин сопротивлений).

Теоретические сведения

Теплопроводность — это процесс передачи тепловой энергии от нагретых частей системы к холодным за счёт *хаотического* движения частиц среды (молекул, атомов и т.п.). В газах теплопроводность осуществляется за счёт непосредственной передачи кинетической энергии от быстрых молекул к медленным при их столкновениях. Перенос тепла описывается *законом Фурье*, утверждающим, что плотность потока энергии \vec{q} $\left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}\right]$ (количество теплоты, переносимое через единичную площадку в единицу времени) пропорциональна градиенту температуры ∇T :

$$\vec{q} = -\kappa \cdot \nabla T, \quad (1)$$

где $\kappa \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}\right]$ — *коэффициент теплопроводности*.

Молекулярно-кинетическая теория даёт следующую оценку* для коэффициента теплопроводности газов:

$$\kappa \sim \lambda \bar{v} \cdot n c_v, \quad (2)$$

где λ — длина свободного пробега молекул газа, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$ — средняя скорость их теплового движения, n — концентрация (объёмная плотность) газа,

* См. *Н.А. Кириченко «Термодинамика, статистическая и молекулярная физика», п. 5.5.* Отметим, что формула (2) даёт лишь оценку *по порядку величины*, а также правильную *функциональную* зависимость. Часто в учебной литературе приводится формула с численным коэффициентом $1/3$ ($\kappa = \frac{1}{3} \lambda \bar{v} \cdot n c_v$). Корректное значение этого коэффициента зависит от закона взаимодействия между молекулами и не может быть вычислено методами общей физики (при этом строгая газокINETическая теория даёт в 2–2,5 большее значение, см. напр., *В.П. Силин «Введение в кинетическую теорию газов»*). С практической точки зрения (2) содержит плохо поддающуюся прямому измерению величину λ , что является еще одной причиной нецелесообразности использования коэффициента $1/3$.

$c_V = \frac{i}{2} k_B$ — его теплоёмкость при постоянном объёме в расчёте на одну молекулу (i — эффективное число степеней свободы молекулы).

Длина свободного пробега может быть оценена как $\lambda = 1/n\sigma$, где σ — эффективное сечение столкновений молекул друг с другом*. Тогда из (2) видно, что коэффициент теплопроводности газа не зависит от плотности газа и *определяется только его температурой*. В простейшей модели твёрдых шариков $\sigma = \text{const}$, и коэффициент теплопроводности пропорционален корню абсолютной температуры: $\kappa \propto \bar{v}/\sigma \propto \sqrt{T}$. На практике эффективное сечение $\sigma(T)$ следует считать медленно убывающей функцией T (почему?).

Рассмотрим стационарную теплопроводность в цилиндрической геометрии (см. рис. 1). Пусть тонкая нить радиусом r_1 и длиной L помещена на оси цилиндра радиусом r_0 . Температура стенок цилиндра T_0 поддерживается постоянной. Пусть в нити выделяется некоторая тепловая мощность Q [Вт]. Если цилиндр длинный ($L \gg r_0$), можно пренебречь теплоотводом через его торцы. Тогда все параметры газа можно считать зависящими только от расстояния до оси системы r . Вместо (1) имеем

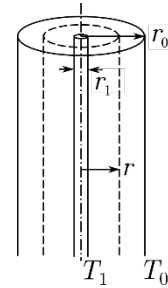


Рис. 1. Геометрия задачи

$$q = -\kappa \frac{dT}{dr}. \quad (3)$$

В *стационарном* состоянии полный поток тепла через любую цилиндрическую поверхность радиуса r площадью $S = 2\pi rL$ должен быть одинаков и равен $Q = qS$:

$$Q = -2\pi rL \cdot \kappa \frac{dT}{dr} = \text{const}. \quad (4)$$

Если перепад температуры $\Delta T = T_1 - T_0$ между нитью и стенками цилиндра мал ($\Delta T \ll T_0$), то в (4) можно пренебречь изменением теплопроводности от температуры в пределах системы, положив $\kappa \approx \kappa(T_0)$. Тогда разделяя переменные в (4) и интегрируя от радиуса нити до радиуса колбы, получим

$$Q = \frac{2\pi L}{\ln \frac{r_0}{r_1}} \kappa \cdot \Delta T. \quad (5)$$

* Эффективное сечение рассеяния (сечение столкновений) σ — величина, характеризующая вероятность существенного отклонения налетающих частиц при взаимодействии с некоторым рассеивающим центром. В общем случае она определяется как отношение полного потока рассеянных частиц к плотности потока падающих $\sigma = dN_{\text{рас}}/j_{\text{пад}} dt$, и имеет размерность площади. Для одинаковых твёрдых шариков $\sigma = \pi d^2$, где d — диаметр шарика.

Видно, что поток тепла через систему пропорционален разности температур в ней (*закон Ньютона*).

Оценка времени установления равновесия. При изменении параметров системы (температуры или мощности нагрева) система переходит в новое стационарное состояние не сразу, а в течение некоторого времени τ . Оценим значение τ по порядку величины. Рассмотрим для простоты плоский слой толщиной a и сечением S , заполненный газом при постоянном давлении. Пусть температура одной из граней выросла на некоторую величину ΔT . Это вызовет поток тепла через систему, который можно оценить по закону Фурье как $q \sim \kappa \frac{\Delta T}{a}$. Для того, чтобы весь слой прогрелся на ΔT , в него должно поступить тепло $nSa \cdot c_p \Delta T$, где c_p — теплоёмкость при постоянном давлении (в расчёте на одну молекулу). С другой стороны, поступившее за время τ тепло можно вычислить как $qS\tau = \kappa \frac{\Delta T}{a} S\tau$. Приравнявая, находим искомую оценку времени перехода к стационарному состоянию:

$$\tau \sim \frac{a^2}{\chi}, \quad \text{где } \chi = \frac{\kappa}{nc_p}. \quad (6)$$

Коэффициент χ , равный отношению теплопроводности κ к теплоёмкости единицы объёма nc_p , называют *температуропроводностью* среды. Он отвечает за скорость изменения температуры при теплопередаче. Для воздуха при нормальных условиях $\chi \sim 0,2 \text{ см}^2/\text{с}$, так что при характерном размере $a \sim 1 \text{ см}$ имеем характерное время $\tau \sim 5 \text{ с}$.

Таким образом, можно ожидать, что в условиях опыта равновесие будет заведомо устанавливаться в течение нескольких десятков секунд. Более точная оценка потребовала бы решения уравнения теплопроводности с учётом геометрии задачи. В рамках данной работы необходимости прибегать к подобным расчётам нет.

Пределы применимости теории. Укажем пределы применимости закона Фурье (1). В газах он может нарушаться, когда характерные масштабы задачи приближаются к длине свободного пробега молекул (см. работу 2.2.2). Это, в частности, приводит к тому, что температура нити может отличаться от температуры окружающего её газа (*температурный скачок*). В данной работе такого рода отклонениями можно пренебречь, поскольку при атмосферном давлении длина свободного пробега составляет порядка $\lambda \sim 10^{-5} \text{ см}$, что заведомо меньше наименьшего размера системы — радиуса нити.

Также возможны и другие механизмы теплопередачи: конвекция и излучение. Известно, что в поле тяжести конвекция возникает при достаточно боль-

шом вертикальном перепаде температур. Для её минимизации установка расположена вертикально (градиент температуры имеет место только в горизонтальном направлении).

Вклад излучения может стать существенным при значительном перегреве нити относительно стенок. Оценить мощность излучения можно по закону Стефана–Больцмана:

$$Q_{\text{изл}} = \epsilon S \sigma_S (T_1^4 - T_0^4) \approx 4\epsilon S \sigma_S T_0^3 \Delta T, \quad (7)$$

где S — площадь поверхности нити, $\sigma_S = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{К}^4)$ — постоянная Стефана–Больцмана, ϵ — безразмерный коэффициент «черноты», зависящий от материала излучающей поверхности (для большинства металлов можно для оценки принять $\epsilon \sim 0,1 \div 0,2$). Предлагаем самостоятельно проверить, что в условиях опыта вкладом излучения можно пренебречь.

Экспериментальная установка

Схема установки приведена на рис. 2. На оси полый цилиндрической трубки с внутренним диаметром $2r_0 \sim 1 \text{ см}$ размещена металлическая нить диаметром $2r_1 \sim 0,05 \text{ мм}$ и длиной $L \sim 40 \text{ см}$ (материал нити и точные геометрические размеры указаны в техническом описании установки). Полость трубки заполнена воздухом (полость через небольшое отверстие сообщается с атмосферой). Стенки трубки помещены в кожух, через которых пропускается вода из термостата, так что их температура t_0 поддерживается постоянной. Для предотвращения конвекции трубка расположена вертикально.

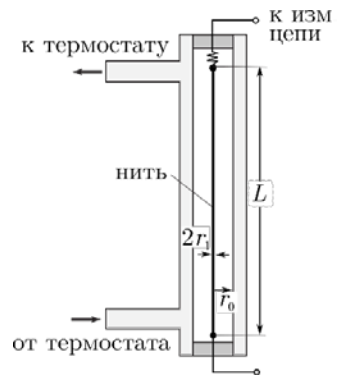


Рис. 2. Схема установки

Металлическая нить служит как источником тепла, так и датчиком температуры (термометром сопротивления). По пропускаемому через нить постоянному току I и напряжению U на ней вычисляется мощность нагрева по закону Джоуля–Ленца:

$$Q = UI,$$

и сопротивление нити по закону Ома:

$$R = \frac{U}{I}.$$

Сопротивление нити является однозначной функцией её температуры $R(t)$. Эта зависимость может быть измерена с помощью термостата по экстраполя-

ции мощности нагрева к нулю $Q \rightarrow 0$, когда температура нити и стенок совпадают $t_1 \approx t_0$. Альтернативно, если материал нити известен, зависимость его удельного сопротивления от температуры может найдена по справочным данным.

Для большинства металлов относительное изменение сопротивления из-за нагрева невелико: при изменении температуры на $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ относительное изменение сопротивления нити $\frac{\Delta R}{R}$ может составлять приблизительно от 0,2% до 0,6% (в зависимости от её материала). Следовательно, измерение R важно **провести с высокой точностью**. Желательно, чтобы методика измерений и чувствительность приборов обеспечивали измерение тока и напряжения с относительной погрешностью, **не превышающей 0,1%** (т.е. необходимо уверенно измерять **4–5 значащих цифр**, что вполне реально при использовании современных цифровых мультиметров).

На рис. 3 приведены два варианта электрической схемы установки.

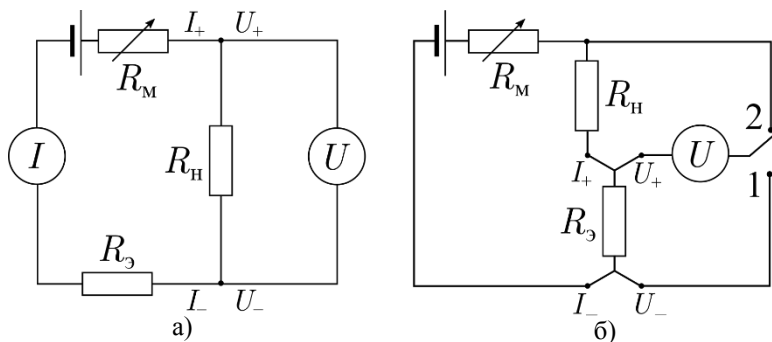


Рис. 3. Варианты электрических схем измерения сопротивления нити и мощности нагрева: а) с двумя мультиметрами, б) с одним вольтметром и эталонным сопротивлением.

В схеме рис. 3а для измерения напряжения и тока используется два мультиметра, работающие в режимах вольтметра и амперметра соответственно. Подключение к нити R_H осуществляется по *четырёхпроводной схеме*. По двум проводам (токовая пара I_+ и I_-) через сопротивление пропускается измерительный ток, а два других (потенциальная пара U_+ и U_-) используются для параллельного подключения вольтметра. Сопротивление R_3 используется в качестве балластного для предотвращения перегорания нити. Заметим, что при такой схеме внутреннее сопротивление приборов и сопротивление подводящих проводов практически не влияет на измерения: сопротивление амперметра не влияет на результат вовсе, а сопротивление вольтметра составляет

обычно 1–100 МОм, что при $R_n \sim 10$ Ом вносит относительную ошибку не более 10^{-5} .

Схема рис. 3б предусматривает использование одного вольтметра и эталонного сопротивления $R_э \sim 10$ Ом (точное значение $R_э$ и его класс точности указаны в техническом описании установки), включённого последовательно с нитью. В положении переключателя 2 вольтметр измеряет напряжение на нити, а в положении 1 — напряжение на $R_э$, пропорциональное току через нить. Для исключения влияния контактов и подводящих проводов эталонное сопротивление $R_э$ также необходимо подключать в цепь по четырёхпроводной схеме.

Ток в цепи в обеих схемах регулируется с помощью реостата или магазина сопротивлений R_m , включённого последовательно с источником напряжения.

Методика измерений. Принципиально неустраняемая систематическая ошибка измерения температуры с помощью термометра сопротивления возникает из-за необходимости пропускать через резистор (нить) измерительный ток. Чем этот ток выше, тем с большей точностью будет измерен как он сам, так и напряжение. Однако при этом квадратично возрастает выделяющаяся на резисторе мощность $Q = UI = I^2 R$. Следовательно, температура резистора становится выше, чем у объекта, температуру которого надо измерить. Измерения же при малых токах не дают достаточной точности (в частности, из-за существенного вклада термоэлектрических явлений в проводниках и контактах). Эта проблема решается построением *нагрузочной кривой* — зависимости измеряемого сопротивления R от выделяющейся в нём мощности $R(Q)$, с последующей экстраполяцией к нулевой мощности $Q \rightarrow 0$ для определения сопротивления $R_0 \equiv R(0)$, при котором его температура равна температуре измеряемого объекта. Кроме того, в данной работе измерение нагрузочных кривых позволяет в ходе эксперимента получить температурную зависимость сопротивления нити, так как при $Q \rightarrow 0$ температура нити равна температуре термостата ($T \approx T_0$).

В исследуемом интервале температур (20–70 °C) зависимость сопротивления от температуры можно с хорошей точностью аппроксимировать линейной функцией:

$$R(t) = R_{273} \cdot (1 + \alpha t), \quad (8)$$

где t — температура в [°C], R_{273} — сопротивление нити при температуре 0 °C и $\alpha = \frac{1}{R_{273}} \frac{dR}{dT}$ — *температурный коэффициент сопротивления* материала. Измерение зависимости (8) по данным для $Q \rightarrow 0$ позволит затем определять температуру нити t по значению её сопротивления R при произвольной мощности нагрева.

В работе предлагается провести измерения нагрузочных кривых $R(Q)$ при нескольких различных температурах термостата T_0 . По пересечениям нагрузочных кривых с осью ординат получить температурную зависимость сопротивления нити от её температуры. По наклонам нагрузочных кривых, пользуясь формулой (5), определить значения коэффициента теплопроводности κ . Если точность измерения позволит, исследовать зависимость коэффициента теплопроводности от температуры термостата $\kappa(T_0)$.

ЗАДАНИЕ

Подготовка к эксперименту

1. Проведите предварительные расчёты параметров опыта. Приняв максимально допустимый перегрев нити относительно термостата равным $\Delta t_{\max} = 10^\circ\text{C}$, оцените максимальную мощность нагрева Q_{\max} [мВт], которую следует подавать на нить. Для оценки коэффициент теплопроводности воздуха примите равным $\kappa \sim 25$ мВт/(м·К).

Зная приближенное значение сопротивления нити R (см. техническое описание установки), определите соответствующие значения максимального тока I_{\max} и максимального напряжения U_{\max} в нити. При дальнейших измерениях старайтесь не превышать эти значения. Это необходимо, чтобы избежать ненужного перегрева нити (остывание системы может происходить существенно дольше, чем нагрев). Существенное превышение максимальной мощности нагрева может привести к перегоранию нити и выводу из строя установки!

Внимание!

Во избежание перегорания нити запрещается увеличивать напряжение на источнике питания выше указанного на установке!

2. Подготовьте экспериментальную установку к работе:

- проверьте, что измерительная цепь соответствует схеме рис. 3 (а или б);
- на магазине сопротивлений (или на реостате) установите *максимальное* сопротивление R_m (чтобы ток в цепи при её замыкании был минимален);
- включите вольтметр и амперметр (при наличии) и при необходимости настройте режимы их работы (по техническому описанию к установке);
- включите источник питания; проверьте, что он работает в режиме источника напряжения, и что напряжение на нём не превышает максимально допустимое (указано на установке);

- включите термостат и убедитесь, что вода в нём находится при комнатной температуре (измеренной по комнатному термометру, расположенному по возможности ближе к экспериментальной установке); при необходимости нагрейте/охладите термостат.

Проведение измерений

3. При *комнатной* температуре термостата измерьте зависимость сопротивления нити $R = U/I$ от подаваемой на неё мощности $Q = UI$ — нагрузочную кривую $R(Q)$.

Измерения проведите для 7–9 значений тока I через нить от 0 до I_{\max} . Рекомендуется подбирать такие токи, чтобы мощность нагрева $Q = I^2 R$ возрастала равномерно в диапазоне от 0 до Q_{\max} . Ток следует наращивать монотонно, *постепенно* уменьшая сопротивление магазина сопротивлений (или реостата) R_m . Перед фиксацией показаний *дождитесь установления теплового равновесия*: показания мультиметров должны быть стационарны (флуктуировать вблизи постоянного значения). При измерениях рекомендуется не только записывать показания мультиметров (напряжение U и ток I), но и сразу вычислять R и Q , чтобы контролировать мощность нагрева и температуру проволоки.

В процессе измерений контролируйте постоянство температуры термостата. Если за время измерений температура термостата изменилась более, чем на $0,1^\circ\text{C}$, опыт рекомендуется переделать.

По окончании измерения нагрузочной кривой *установите минимальный ток* через нить, переведя значение магазина сопротивлений на 10 кОм (или более). В дальнейшем возвращайте магазин сопротивлений в это положение после каждого измерения нагрузочной кривой.

4. Проведите измерения нагрузочных кривых согласно п. 3 для 5–7 температур термостата в диапазоне от комнатной до 70°C . Приступать к измерениям при новой температуре следует лишь после установления стационарного состояния. Контролировать стационарность температуры газа можно по напряжению U на нити, если пропускать через неё минимальный ток, не приводящий к сколь-нибудь значимому перегреву (например, $I \sim 0,05I_{\max}$).

5. После завершения измерений выключите блок питания и цифровые мультиметры. На магазине сопротивлений (реостате) R_m установите максимальное сопротивление. Для охлаждения термостата установите целевую температуру термостата 20°C и откройте кран с холодной водой (питание термостата не выключать).

Обработка результатов измерений

6. Для каждой температуры термостата постройте график зависимости сопротивления нити от мощности $R(Q)$. Убедитесь в линейности полученных зависимостей. Проведите наилучшие прямые и определите точки их пересечения с осью ординат R_0 (при $Q = 0$ температура нити совпадает с температурой термостата) и угловые коэффициенты наклона $\frac{dR}{dQ}$. Оцените погрешности найденных значений.

7. Пользуясь значениями R_0 из п. 6 постройте график зависимости сопротивления нити от её температуры $R(T)$. Убедитесь в линейности полученной зависимости. Постройте наилучшую прямую и определите её угловой коэффициент $\frac{dR}{dT}$. Оцените его погрешность.

Рекомендуется также определить температурный коэффициент сопротивления материала нити $\alpha = \frac{1}{R_{273}} \frac{dR}{dT}$ (здесь R_{273} — сопротивление при 0°C) и сравнить его с табличным.

8. Используя угловой коэффициент температурной зависимости сопротивления $\frac{dR}{dT}$ из п. 7. и угловые коэффициенты нагрузочных прямых $\frac{dR}{dQ}$ из п. 6, вычислите наклон зависимости выделяющейся на нити мощности Q от её перегрева ΔT относительно стенок:

$$\frac{dQ}{d(\Delta T)} = \frac{dR}{dT} / \frac{dR}{dQ}.$$

Отсюда, с учётом формулы (5), найдите коэффициенты теплопроводности газа κ для каждой температуры термостата T_0 . Оцените погрешности полученных результатов.

9. Постройте график зависимости теплопроводности воздуха от температуры газа $\kappa(T)$. Сравните результаты с табличными данными.

Предполагая, что κ степенным образом зависит от абсолютной температуры T : $\kappa \propto T^\beta$, постройте график в двойном логарифмическом масштабе (в координатах $\ln \kappa(\ln T)$) и определите из него показатель степени β . Сравните результат с предсказанием теории, считая молекулы твёрдыми шариками.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон Фурье и укажите границы его применимости.
2. Получите оценку (2) для коэффициента теплопроводности идеального газа. Оцените теоретически значение теплопроводности, приняв газокинетический диаметр молекул равным $d \sim 3,5 \text{ \AA}$.
3. Что такое сечение столкновения? По экспериментальному значению коэффициента теплопроводности оцените сечение столкновений и газокинетический диаметр молекул воздуха. Зависит ли сечение столкновений от температуры газа?
4. Как теплопроводность газа зависит от его температуры и давления? Дайте качественное объяснение этим зависимостям.
5. По измеренному значению коэффициента теплопроводности оцените коэффициент вязкости воздуха. Сравните результат с табличным.
6. По измеренному значению теплопроводности κ определите температуропроводность воздуха χ и оцените время τ установления стационарного состояния в условиях опыта.
7. Перечислите приближения, сделанные при выводе основной расчётной формулы (5). Оцените, насколько хорошо эти приближения выполняются.
8. Уточните формулу (5), считая теплопроводность степенной функцией температуры $\kappa = \kappa_0(T/T_0)^\beta$.
9. Оцените максимальный относительный вклад теплопередачи за счёт излучения в условиях опыта.
10. Оцените вклад теплоотдачи через торцы системы.
11. Что такое нагрузочные кривые и для чего они используются в термометрии?
12. Какие преимущества даёт четырёхпроводная схема измерения сопротивления? Какие ещё схемы измерения сопротивления возможны?

13.04.2019