

Лабораторная работа 3.1.3

Герасименко Д.В.

2 курс ФРКТ, группа Б01-104

Аннотация

Тема:

Измерение магнитного поля Земли

Цель работы:

Определить характеристики шарообразных неодимовых магнитов и, используя законы взаимодействия магнитных моментов с полем, измерить горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

Оборудование:

12 одинаковых неодимовых магнитных шариков, тонкая нить для изготовления крутильного маятника, медная проволока диаметром (0,5 – 0,6) мм, электронные весы, секундомер, измеритель магнитной индукции АТЕ-8702, штангенциркуль, брусок из немагнитного материала (25 × 30 × 60 мм³), деревянная линейка, штатив из немагнитного материала; дополнительные неодимовые магнитные шарики (~ 20 шт.) набор гирь и разновесов.

Теория

I. Точечный магнитный диполь

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент \vec{P}_m тонкого витка площадью S с током I равен:

$$\vec{P}_m = \frac{I}{c} \vec{S} = \frac{I}{c} S \vec{n} \quad (1)$$

где c – скорость света в вакууме, $\vec{S} = S \vec{n}$ – вектор площади контура, образующий с направлением тока правовинтовую систему, \vec{n} – единичный вектор нормали к площадке S (это же направление \vec{P}_m принимается за направление $S \rightarrow N$ от южного (S) к северному (N) полюсу). Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь \vec{P}_m называют элементарным или точечным.

Поле точечного диполя определяется по следующей формуле:

$$\vec{B} = \frac{3 (\vec{P}_m, \vec{r}) \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3} \quad (2)$$

В магнитном поле с индукцией \vec{B} на точечный магнитный диполь \vec{P}_m действует механический момент сил:

$$\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}] \quad (3)$$

Под действием вращающего момента \vec{M} виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это — положение устойчивого

равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда \vec{P}_m и \vec{B} параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ($M = 0$), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\vec{P}_m, \vec{B}) \quad (4)$$

II. Неодимовые магниты

В настоящей работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. Для нас важно то, что:

1. шары намагничены однородно;
2. вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожёстким материалом.

Внутри такого шара магнитное поле равно

$$B_0 = \frac{2P_m}{R^3} \quad (5)$$

Полный магнитный момент \vec{P}_m постоянного магнита определяется намагничённостью \vec{p}_m вещества, из которого он изготовлен. По определению, намагничённость — это магнитный момент единицы объёма. Для однородно намагничённого шара намагничённость, очевидно, равна:

$$\vec{p}_m = \frac{\vec{P}_m}{V} \quad (6)$$

Намагничённость — важная характеристика вещества постоянных магнитов, определяющая, в частности, величину остаточной магнитной индукции $B_r = 4\pi p_m$ (остаточная индукция B_r — одна из величин, которая, как правило, указывается в справочниках по магнитожёстким материалам).

$$\vec{B}_P = \frac{8\pi}{3} \vec{p}_m = \frac{2}{3} \vec{B}_r \quad (7)$$

III. Экспериментальное определение величины магнитного момента магнитных шариков

P_m можно определить из параметров шарика и из расстояния r_{max} , на котором они удерживаются в поле тяжести.

$$P_m = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}} \quad (8)$$

$$\vec{B}_p = \frac{2\vec{P}_m}{R^3} \quad (9)$$

IV. Определение величины магнитного момента по силе сцепления магнитных шариков

Если сила сцепления двух одинаковых шаров равна

$$F_0 = \frac{6P_m^2}{d^4} \Rightarrow P_m = \sqrt{\frac{F_0 d^4}{6}} \quad (10)$$

то минимальный вес цепочки, при которой она оторвется от верхнего шарика равен:

$$F \approx 1,08 F_0 \quad (11)$$

V. Измерение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли

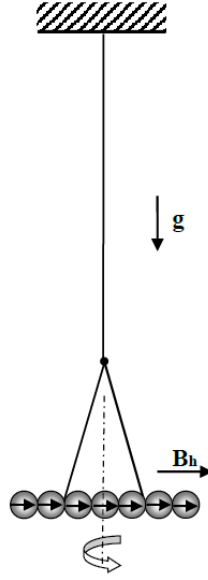


Рис.1. Критильный маятник

При отклонении "стрелки" на угол θ от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. Если пренебречь упругостью нити, то уравнение крутильных колебаний такого маятника определяется возвращающим моментом сил $M = -P_0 B_h \sin \theta$, действующим на "стрелку" со стороны магнитного поля Земли, и моментом инерции I_n "стрелки" относительно оси вращения.

При малых амплитудах:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_n}{nP_m B_h}}$$

Пусть

$$T(n) = kn \Rightarrow$$

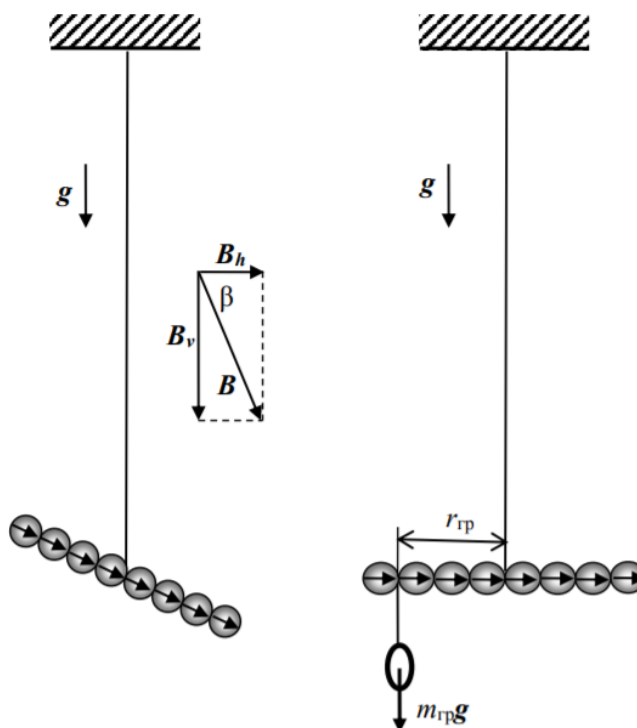
$$k = \pi \sqrt{\frac{md^2}{3P_m B_h}} \Rightarrow B_h = \frac{\pi^2 md^2}{3k^2 P_m} \quad (12)$$

VI. Измерение вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли.

С помощью небольшого дополнительного грузика "стрелку" можно "выровнять" расположив её горизонтально: в этом случае момент силы тяжести груза относительно точки подвеса будет равен моменту сил, действующих на "стрелку" со стороны магнитного поля Земли. Если масса уравнивающего груза равна m , плечо силы тяжести r , а полный магнитный момент "стрелки" $P_0 = nP_m$, то в равновесии:

$$mgr = P_0 B_v = nP_m B_v$$

$$B_v = \frac{M(n)}{P_m} \quad (13)$$



Выполнение

I. Определение магнитного момента, намагниченности и остаточной магнитной индукции шариков

Метод А.

Возьмем 8 неодимовых шариков, измерим их массы и диаметры с помощью электронных весов и микрометра. Определим средние параметры наших шариков и запишем их в таблицу.

Параметр	Значение	σ
m , г	0.833	0.001
d , мм	5.91	0.01

Таблица 1. Параметры шариков.

Определим r_{max} . Затем по формуле (8) определим P_m , по формуле (6) определим p_m , по формуле (9) определим B_p и по формуле (7) определим B_r . Все полученные данные занесем в таблицу 2.

Величина	Значение в СГС	Значение в СИ
r_{max}	1.47 ± 0.01 см	(1.47 ± 0.01) см
P_m	$(25.2 \pm 0.7) \cdot 10^{-6} \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}}, \cdot \text{см}^3$	$(7.97 \pm 0.22), 10^{-6} \text{А} \cdot \text{м}^2$
p_m	(233 ± 7) , Гс	(74 ± 2) , Тл
B_p	(1.95 ± 0.06) , кГс	(617 ± 17) , Тл
B_r	(2.93 ± 0.08) , кГс	(925 ± 26) , Тл

Таблица 2. Величины, определяемые в методе А.

Меряем B_p с помощью магнитометра и получаем $B_p = (275 \pm 5)$ мТл.

Метод В

Составим цепочку и определим F - вес грузиков, которые надо подвесить к этой цепочке, чтобы грузики оторвались.

По формуле (11) определим силу сцепления двух шаров. По формуле (10) найдем P_m и запишем все данные в таблицу.

Величина	Значение в СГС	Значение в СИ
M	(327 ± 10) , г	$(327 \pm 10) \cdot 10^{-3}$, кг
F	$(3.20 \pm 0.09) \cdot 10^5$, дин	(3.20 ± 0.09) , Н
F_0	$(2.97 \pm 0.08) \cdot 10^5$, дин	(2.97 ± 0.08) , Н
P_m	(77.7 ± 4.7) , $\frac{\text{эрг}}{\text{Гс}}$	$(24.5 \pm 1.5) \cdot 10^{-6} \text{А} \cdot \text{м}^2$

Таблица 3. Величины, определяемые в методе В.

В итоге получаем, что $P_m = (77.7 \pm 4.7) \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}}$. $B_p = (6.1 \pm 0.4)$ кГс, а $B_r = (9.1 \pm 0.2)$ кГс, что очень близко к табличным значениям (1.03 – 1.13 кГс), но довольно далеко от измеренного нами поля магнитометром.

В дальнейших этапах выполнения в качестве магнитного момента шарика будем использовать значение, получившееся из непосредственного измерения с помощью магнитометра:

$$P_m = (37.2 \pm 0.1) \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}}$$

II. Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

Для определения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли нам нужно собрать установку для возбуждения крутильных колебаний и исследовать зависимость количество шариков от периода.

Перед этим удостоверимся, что при расчете периода упругость нити можно не учитывать, свернув стрелку в кольцо и измерив период крутильных колебаний (очевидно, что магнитный момент такой стрелки равен 0).

Получаем $T = 54$ с. Это означает, что мы можем пренебречь упругостью нитей.

n	T , с
12	2.901
11	2.652
10	2.441
9	2.189
8	1.925
7	1.681
6	1.423
5	1.174
4	0.975
3	0.724

Таблица 4. Зависимость крутильных колебаний от количества шариков $T(n)$

Построим график зависимости $T(n)$ и по формуле (12) найдем B_h .

По значению углового коэффициента k рассчитаем величину горизонтальной составляющей магнитного поля Земли по формуле (8).

$$B_h = (205 \pm 17) \text{Гс}$$

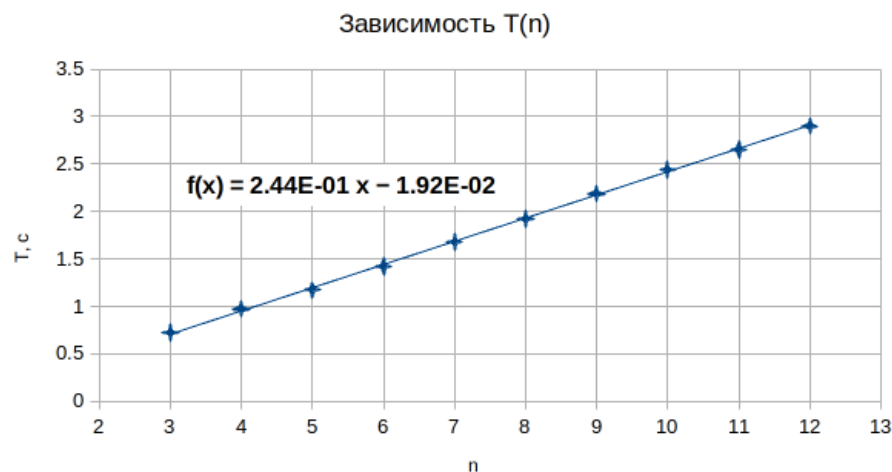


Рис. 1. График зависимости T(n)

III. Определение вертикальной составляющей магнитного поля Земли

Определяем механический момент сил, действующий со стороны магнитного поля Земли на горизонтально расположенную магнитную "стрелку". Для этого, с помощью одного или нескольких кусочков проволоки, уравновесьте "стрелку" в горизонтальном положении. Сделаем измерения для разных количеств шариков и занесем все в таблицу.

n	M , дин·см
12	194.5
10	167.7
8	138.3
6	101.8
4	59.5

Таблица 5. Зависимость момента сил от n .

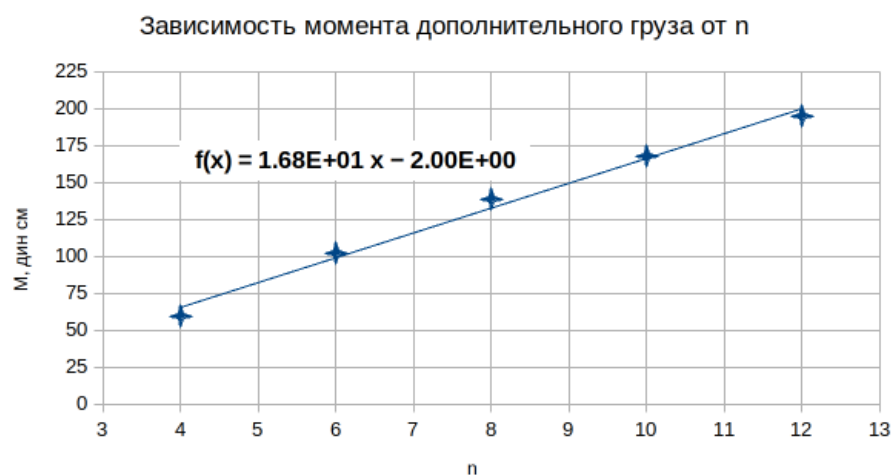


Рис. 2. График зависимости M(n)

По формуле (13) определяем $B_v = (453 \pm 21)$ Гс.

В итоге получаем, что $B = (0.495 \pm 0.025)$ мТл и $\beta = (66 \pm 3)^\circ$, что очень близко к современным данным в нашем регионе.

НАПЛОДИТЬ ВЫВОД