

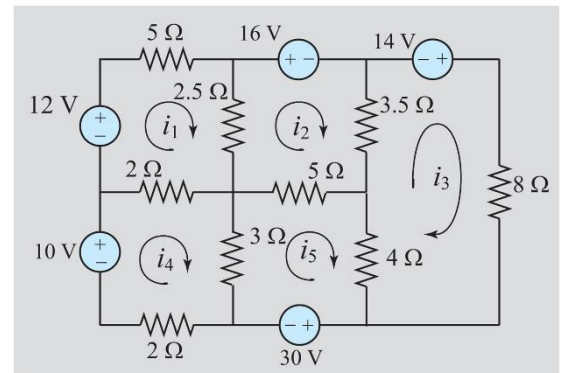
Αριθμητική Ανάλυση (ECE_Y522)

2η Εργαστηριακή Άσκηση

Βιβλιογραφική πηγή: Κεφάλαιο 4, Αριθμητικές Μέθοδοι για Μηχανικούς και Επιστήμονες, Gilat Amos και Subramaniam Vish, Broken Hill Publishers, 1η έκδοση, 2021

Στόχος: Υλοποίηση επαναληπτικών αριθμητικών μεθόδων επίλυσης γραμμικών συστημάτων.

Εφαρμογή σε ηλεκτρικό κύκλωμα: Έστω το κύκλωμα του διπλανού σχήματος, όπου οι αντιστάσεις και οι τάσεις των πηγών έχουν τις αναγραφόμενες τιμές. Εφαρμόζοντας το νόμο τάσεων του Kirchhoff σε κάθε βρόγχο (2^{ος} νόμος), να κατασκευαστεί το σχετικό γραμμικό σύστημα των εξισώσεων των ρευμάτων i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 και να επιλυθεί εφαρμόζοντας την επαναληπτική μέθοδο Jacobi.

**Βήματα:**

(Α) Να διατυπώσετε το πρόβλημα ως ισοδύναμο γραμμικό σύστημα σε μορφή πινάκων (A, b), βασιζόμενοι στις ακόλουθες εξισώσεις, οι οποίες προκύπτουν κατά την εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Kirchhoff:

$$\begin{aligned} 9.5i_1 - 2.5i_2 - 2i_4 &= 12 \\ -2.5i_1 + 11i_2 - 3.5i_3 - 5i_5 &= -16 \\ -3.5i_2 + 15.5i_3 - 4i_5 &= 14 \\ -5i_2 - 4i_3 - 3i_4 + 12i_5 &= -30 \\ -2i_1 + 7i_4 - 3i_5 &= 10 \end{aligned}$$

(Β) Αφού αναλύσετε τον πίνακα των συντελεστών στη μορφή $A = D + L + U$, όπου D διαγώνιος πίνακας, L αυστηρά κάτω τριγωνικός πίνακας και U αυστηρά άνω τριγωνικός πίνακας, να εξετάσετε αν η επαναληπτική μέθοδος Jacobi συγκλίνει για αυτό το γραμμικό σύστημα, χρησιμοποιώντας τη συνθήκη:

$$\|D^{-1}(L+U)\| < 1.$$

Στη συνέχεια, να υπολογίσετε με προγράμματα matlab τις τιμές των i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 υλοποιώντας τη μέθοδο.

Επαναληπτικό σχήμα μεθόδου Jacobi: $x^{(k+1)} = -[D^{-1}(L+U)]x^{(k)} + D^{-1}b$,

(Γ) Υπολογίστε το δείκτη κατάστασης του πίνακα του συστήματος καθώς και επιλύστε με τις ήδη διαθέσιμες built-in συναρτήσεις. Υπόδειξη: help cond, help mldivide

<https://www.mathworks.com/help/symbolic/cond.html>

<https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/mldivide.html>

Περαιτέρω εμβάθυνση με προσωπική μελέτη:

Αλλάξτε το βασικό επαναληπτικό σχήμα, ώστε να υλοποιεί την μέθοδο Gauss – Seidel

Χρήσιμες εντολές

Έστω πίνακας A

A =			
	0.8147	0.9134	0.2785
	0.9058	0.6324	0.5469
	0.1270	0.0975	0.9575

Με την εντολή $L=\text{tril}(A,-1)$ λαμβάνουμε τον αυστηρά κάτω τριγωνικό πίνακα

L =			
	0	0	0
	0.9058	0	0
	0.1270	0.0975	0

Με την εντολή $U=\text{triu}(A,1)$ λαμβάνουμε τον αυστηρά άνω τριγωνικό πίνακα

U =			
	0	0.9134	0.2785
	0	0	0.5469
	0	0	0

Με την εντολή $d=\text{diag}(A)$ λαμβάνουμε την κύρια διαγώνιο του πίνακα

d =	
	0.8147
	0.6324
	0.9575

Αν θέλουμε να κατασκευάσουμε τον διαγώνιο πίνακα τότε: $D=\text{diag}(d)$

D =			
	0.8147	0	0
	0	0.6324	0
	0	0	0.9575

Ο αντίστροφος διαγώνιου υπολογίζεται (εφόσον υπάρχει) με $D_{\text{inv}} = \text{diag}(1./d)$

D_inv =			
	1.2274	0	0
	0	1.5814	0
	0	0	1.0444

Ο αντίστροφος υπολογίζεται (εφόσον υπάρχει) γενικά με την εντολή $A_{\text{inv}} = \text{inv}(A)$ (συνήθως αποφεύγεται αν δεν είναι εντελώς απαραίτητη)

A_inv =			
	-1.9958	3.0630	-1.1690
	2.8839	-2.6919	0.6987
	-0.0291	-0.1320	1.1282

Ο πράξεις διανυσμάτων/πινάκων γίνονται κανονικά με τον τελεστή +,-,* . Πχ $C=A*(U+L)$

C =			
	0.8627	0.7713	0.7264
	0.6422	0.8807	0.5981
	0.2099	0.2094	0.0887