



# **Effet Doppler**

Réalisé par l'élève ingénieur

**AHOUANDJINOUE Bill Dieumène Michaël**

Ecole Polytechnique d'Abomey-Calavi – Université d'Abomey-Calavi

**EPAC – UAC**

**Département de Génie Informatique et Télécommunications**

01/06/2022

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
A    Généralités et principe de fonctionnement . . . . .	2
B    Modèle mathématique . . . . .	2
B.1    Emetteur et récepteur immobiles . . . . .	3
B.2    Emetteur mobile et récepteur immobile . . . . .	3
B.3    Emetteur immobile et récepteur mobile . . . . .	4
C    Domaines d'applications . . . . .	6
C.1    Effet Doppler au quotidien . . . . .	6
C.2    Effet Doppler en Astronomie . . . . .	7
C.3    Effet Doppler en Médecine . . . . .	9
C.4    Effet Doppler en milieu maritime et aérien . . . . .	10
C.5    Effet Doppler en Télécommunications . . . . .	10
<b>Conclusion</b>	<b>15</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>16</b>
<b>Liste des équations</b>	<b>17</b>
<b>Références</b>	<b>17</b>
<b>Liste des équations</b>	<b>19</b>

# Introduction

De nombreux phénomènes scientifiques sont observés ou découverts au fil des années. Au nombre de ceux-ci, nous avons en bonne place l'**effet Doppler** qui dénombre de nombreuses applications. Ce document résume son principe d'utilisation et quelques applications possibles à ce jour.

## A Généralités et principe de fonctionnement

L'effet Doppler correspond au phénomène physique selon lequel on observe un décalage de la fréquence d'une onde (mécanique ou sonore<sup>1</sup>) émise par rapport à celle reçue lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie au cours du temps. Autrement dit, l'effet Doppler est le changement de fréquence d'un signal reçu par un observateur mobile par rapport à une source émettrice fixe ou bien par un observateur fixe par rapport à une source émettrice mobile.

On peut approximer son fonctionnement avec l'**analogie du ruisseau** [1] : On considère un ruisseau dans lequel seraient jetées des feuilles à intervalles réguliers. En remontant le courant (en se rapprochant de la source), on verra des feuilles plus souvent, et de plus en plus souvent si l'on accélère. Au contraire, en descendant le courant (en s'éloignant de la source), on verra des feuilles de moins en moins souvent, jusqu'à ne plus en voir qu'une si l'on va à la même vitesse que le courant.

Une correspondance aux **ondes sonores** permet de dire que les sons aigus sont de fréquences élevées, c'est-à-dire que l'on *rencontre* plus souvent l'onde. Dans ce cas, on se rapproche de la source ou elle se rapproche de nous. Les sons graves, quant à eux, sont de fréquences moins élevées. Cela signifie qu'on s'éloigne de la source ou elle s'éloigne de nous.

## B Modèle mathématique : Fréquence de réception selon la mobilité des acteurs

L'objectif, ici, est de déterminer la **fréquence de réception** de l'onde émise. Nous faisons l'**hypothèse** que la direction de l'émetteur et celle du récepteur sont identiques. Nous considérons donc trois (03) aspects :

- 1<sup>er</sup> **aspect** : l'émetteur et le récepteur sont tous deux immobiles.
- 2<sup>e</sup> **aspect** : l'émetteur est en mouvement et le récepteur immobile
- 3<sup>e</sup> **aspect** : l'émetteur est immobile et le récepteur est en mouvement.

On désigne par  $f_e$  et  $f_r$  les fréquences respectives d'émission et de réception,  $v_e$  et  $v_r$ , les vitesses respectives de l'émetteur et du récepteur,  $c$ , la célérité de la lumière qui sera supposée

---

1. Pour ce qui est des ondes lumineuses, on parle de l'effet Doppler-Fizeau qui traduit un déplacement des raies correspondant au changement de la longueur d'ondulation

être la vitesse de l'onde dans l'espace d'étude considéré.

## B.1 Premier aspect : l'émetteur et le récepteur sont tous deux immobiles

Les deux (02) acteurs sont immobiles (figure 1), c'est-à-dire,  $v_e = v_r = 0$ . On convient à retenir que la fréquence de l'onde reçue est inchangée par rapport à la fréquence de l'onde émise. Autrement dit, on a :  $f_r = f_e$ .

On convient le même résultat lorsque l'émetteur et le récepteur ont la même vitesse.

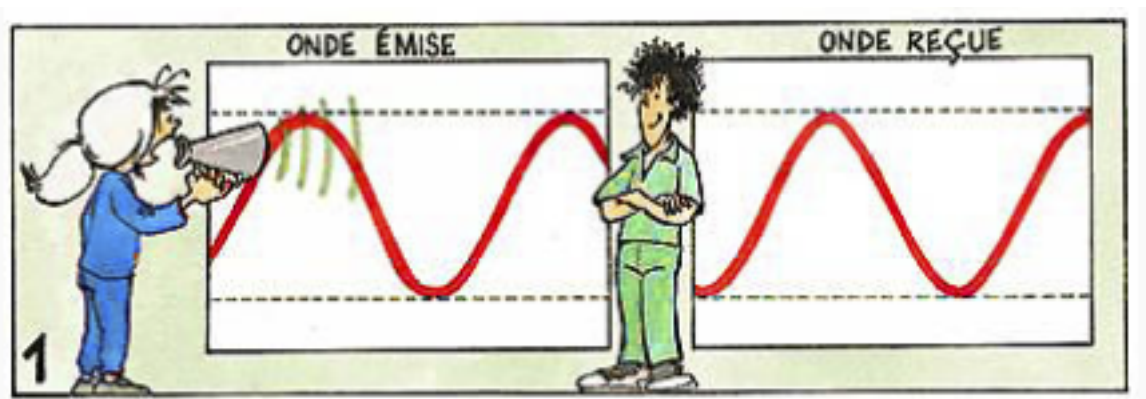


FIGURE 1 : Illustration d'un émetteur et d'un récepteur immobiles [2]

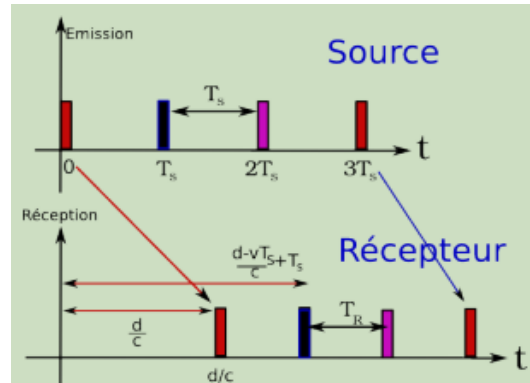
## B.2 Deuxième aspect : l'émetteur est en mouvement et le récepteur immobile

- Considérons dans un premier temps que la source se **rapproche** du récepteur. Nous démontrons, en nous basant sur la figure 2, la formule suivante :

$$f_r = \frac{f_e}{1 - \frac{v_e}{c}} = f_e \times \frac{c}{c - v_e} \quad (1)$$

**Interprétation :**  $c > (c - v_e)$  alors  $\frac{c}{c - v_e} > 1$ . Donc on a  $f_r > f_e$ .

- Considérons ensuite que la source s'**éloigne** du récepteur. Nous démontrons, par analo-



**FIGURE 2 :** Schématique d'une source se rapprochant d'un récepteur fixe : formule [3]

gie à la figure 2, la formule suivante :

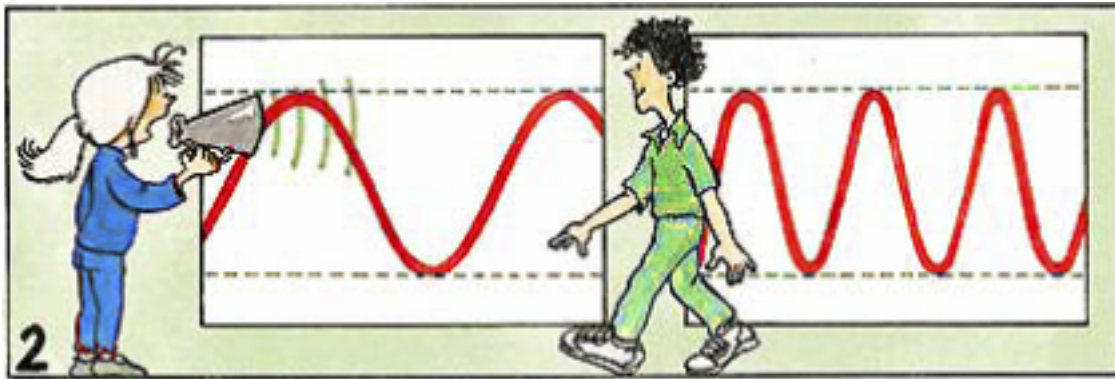
$$f_r = \frac{f_e}{1 + \frac{v_e}{c}} = f_e \times \frac{c}{c + v_e} \quad (2)$$

**Interprétation :**  $c < (c + v_e)$  alors  $\frac{c}{c + v_e} < 1$ . Donc on a  $f_r < f_e$ .

En considérant l'une des deux précédentes formules, on retrouve facilement la conclusion de la sous-section B.1.

### B.3 Troisième aspect : l'émetteur est immobile et le récepteur en mouvement

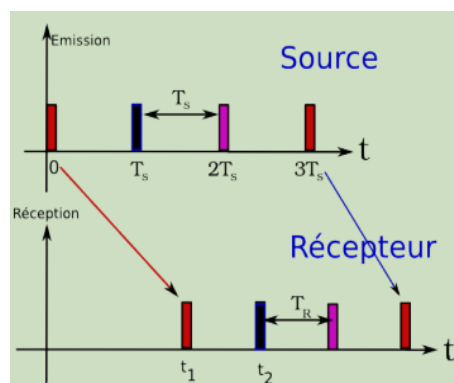
- Considérons dans un premier temps que le récepteur se **rapproche** de l'émetteur (figure 3).



**FIGURE 3 :** Illustration d'un récepteur se rapprochant d'un émetteur fixe [2]

Nous démontrons, en nous basant sur la figure 4, la formule suivante :

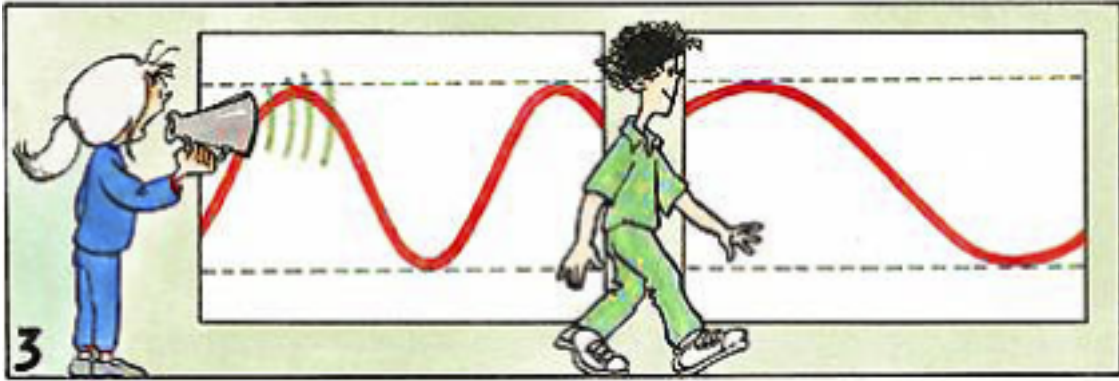
$$f_r = f_e \left(1 + \frac{v_r}{c}\right) = f_e \times \frac{c + v_r}{c} \quad (3)$$



**FIGURE 4 :** Schématisation d'un récepteur se rapprochant d'un émetteur fixe : formule [3]

**Interprétation :**  $c < (c + v_r)$  alors  $\frac{c + v_r}{c} > 1$ . Donc on a  $f_r > f_e$ .

- Considérons ensuite que le récepteur s'**éloigne** de la source (figure 5).



**FIGURE 5 :** Illustration d'un récepteur s'éloignant d'un émetteur fixe [2]

Nous démontrons, par analogie à la figure 4, la formule suivante :

$$f_r = f_e \left(1 - \frac{v_r}{c}\right) = f_e \times \frac{c - v_r}{c} \quad (4)$$

**Interprétation :**  $c > (c - v_r)$  alors  $\frac{c - v_r}{c} < 1$ . Donc on a  $f_r < f_e$ .

## C Domaines d'applications

### C.1 Effet Doppler au quotidien

#### Radar de vitesse

Le radar émet à intervalle régulier de temps un signal micro-onde d'une fréquence  $F_i$  vers la cible en mouvement qui réfléchit le signal avec une fréquence  $F_r$ . Le radar mesure la différence  $F_d$  de fréquence afin de calculer la vitesse de la cible.



**FIGURE 6 :** Radar de contrôle routier



### Voiture sonore

Lorsqu'une voiture sonore s'approche d'un passant, celui-ci perçoit que le son de la voiture est plus aigu que lorsqu'elle est immobile.

Lorsque la voiture s'éloigne du passant, il perçoit que le son émis devient plus grave.

## C.2 Effet Doppler en Astronomie

En 1848, le français **Fizeau** montra que la vitesse des étoiles était trop faible par rapport à la vitesse de la lumière pour provoquer une modification significative de leurs couleurs. Il découvrit par contre que l'on pouvait détecter de faibles variations de la longueur d'onde de leurs raies spectrales. L'expérience fut réalisée en 1868 par l'anglais Huggins qui mesura le décalage des raies d'hydrogène dans le spectre de l'étoile Sirius et en déduisit qu'elle s'éloigne de nous à la vitesse de  $45\text{Km/s}$ . Cette vitesse d'éloignement (qui peut être aussi de rapprochement) se nomme **vitesse radiale** [2]. Cette étude a permis d'établir le principe dite *de vélocimétrie Doppler*.

**Principe de la vélocimétrie Doppler** [2] : Plus un corps se rapproche, plus la lumière qu'il émet se décale vers le bleu. Plus il s'éloigne, plus sa lumière tire vers le rouge.

**Explication du principe** : La célérité d'une onde est :

$$c = \lambda \times \nu \quad (5)$$

Avec  $\lambda$  sa longueur d'onde et  $\nu$  sa fréquence.

La fréquence de l'onde lumineuse émise par le corps en se rapprochant de nous est inférieure à celle que nous recevons. Etant donné que  $c$  est une constante et que  $\nu$  a augmenté, alors  $\lambda$  diminue et tend vers les valeurs les plus faibles en termes de longueur d'onde, dans la catégorie des *visibles*, autrement dit, vers les valeurs de longueur d'onde correspondant au bleu (voir figure 7).

De manière analogue, si le corps s'éloigne, nous percevons une fréquence inférieure à celle réellement émise. Dans ce cas,  $\lambda$  tend vers les valeurs de longueur d'onde correspondant au rouge (voir figure 7).

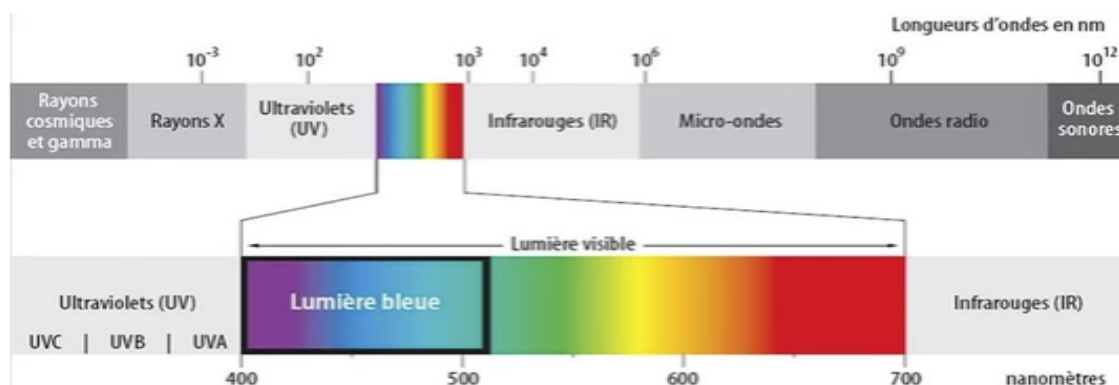
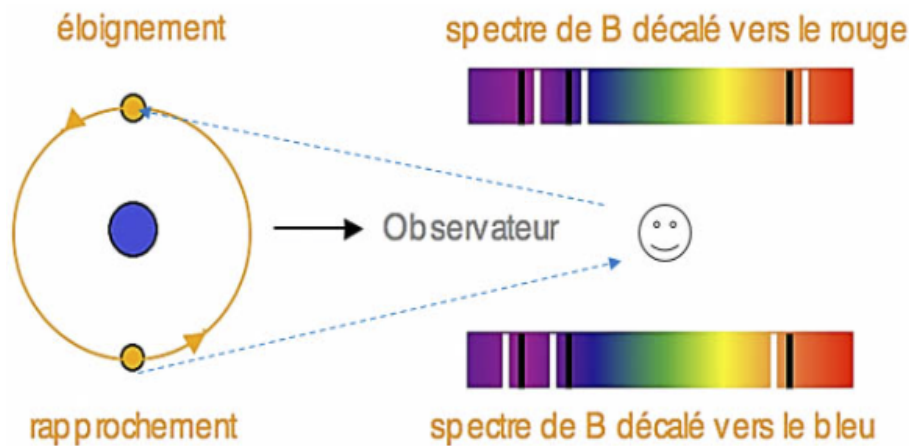


FIGURE 7 : Spectre lumineux [4]

La vitesse radiale correspond à la vitesse d'un objet dans la direction de la ligne de vue. Elle caractérise en astronomie la vitesse à laquelle les objets célestes s'éloignent ou se rapprochent de nous. Une vitesse radiale positive indique que l'objet s'éloigne et une vitesse radiale négative qu'il se rapproche. La lumière d'un objet céleste qui possède une vitesse radiale significative est sujette à l'effet Doppler. Sa longueur d'onde augmentera si l'objet s'éloigne et diminuera s'il se rapproche et si l'objet est fixe, aucun décalage n'est observable. La vitesse radiale d'une étoile, d'une galaxie ou d'un amas peut ainsi être évaluée à partir de l'analyse de son spectre lumineux. On compare, en laboratoire, les longueurs d'onde des raies de ce spectre avec des longueurs d'onde de raies spectrales connues. L'étude des vitesses radiales sert à déterminer la masse et certains éléments orbitaux des étoiles permettant notamment de détecter les exoplanètes<sup>2</sup>.

2. Planètes situées en dehors du système solaire



**FIGURE 8 :** Variation de la longueur d'onde d'un corps : cas d'une étoile binaire[2]

Une **étoile binaire** est une étoile *multiple* composée de deux étoiles orbitant autour d'un centre de gravité commun. Sur la figure 8, les barrettes **noires** définissent les catégories d'ondes de la partie visible du spectre lumineux et les barrettes **blanches** définissent le décalage qu'on observe dans le cas d'un éloignement ou d'un rapprochement.

### C.3 Effet Doppler en Médecine

Le doppler est une fonction du radiographe<sup>3</sup> utilisant l'effet Doppler des ultrasons.

En 1958, le **doppler continu** (un cristal émettant et recevant en continu des ultrasons) permet l'étude de la circulation sanguine dans les vaisseaux. Le **premier doppler pulsé** (émission de l'ultrason en discontinu et fenêtre d'écoute temporelle fixée, permettant d'analyser la vitesse du sang à une profondeur définie) a été introduit par Baker en 1970.

L'échographie doppler, couplée ou non à un examen échographique, permet d'analyser la vitesse du sang. On peut ainsi quantifier des débits, des fuites ou des rétrécissements.

En cardiologie, on peut analyser la vitesse des parois du cœur à l'aide du doppler tissulaire (TDI<sup>4</sup>).

3. le radiographe est un matériel de médecine utilisée lors d'une radiologie qui est une technique d'imagerie de transmission par rayons X ou rayons gamma

4. Tissular Dopplar Imaging

## C.4 Effet Doppler en milieu maritime et aérien

Le radiogoniomètre de repérage d'urgence à effet Doppler est un récepteur radio permettant de déterminer la position d'un poste émetteur par triangulation. En milieu maritime, il est généralement constitué d'un groupe d'antennes alimentées électriquement les unes après les autres pour déterminer la direction de la station en difficulté [5].

En milieu aérien, il est un récepteur radio permettant à un avion de connaître instantanément et avec précision sa position et son cap en captant des balises fixes au sol dont la position est connue.

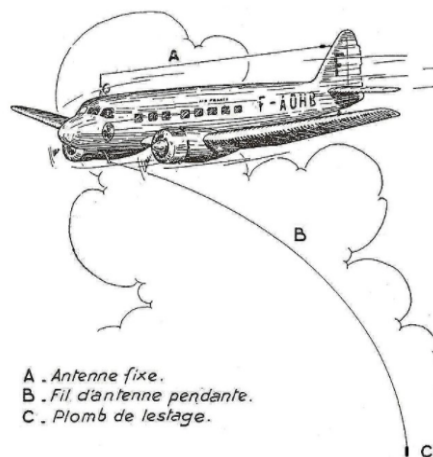


FIGURE 9 : Radiogoniomètre en milieu aérien

## C.5 Effet Doppler en Télécommunications

### Radar :

Le radar est un système qui utilise les ondes radio pour détecter et déterminer la distance et/ou la vitesse d'objets tels que les avions, bateaux, ou encore la pluie. Un émetteur envoie des ondes radio, qui sont réfléchies par la cible et détectées par un récepteur, souvent situé au même endroit que l'émetteur. La position est estimée grâce au temps de retour du signal et la vitesse est mesurée à partir du changement de fréquence du signal par effet Doppler.

Le radar est utilisé dans de nombreux contextes : pour le contrôle du trafic aérien, pour la surveillance du trafic routier, par les militaires, en astronautique, en météorologie, etc. Le mot lui-même est un néologisme provenant de l'acronyme anglais : **RA**dio **D**etection **A**nd **R**anging, que l'on peut traduire par *détection et estimation de la distance par ondes radio*,

*détection et télémétrie radio*, ou plus simplement *radiorepérage*.

La figure 10 nous présente, en exemple une antenne radar longue portée, connue sous le nom *ALTAIR*, qui est utilisée pour détecter et pister les objets spatiaux en conjonction avec le système anti-missiles balistiques sur le site *Ronald Reagan Test Site* localisé principalement sur l'**atoll Kwajalein** des Îles Marshall.



**FIGURE 10 :** Antenne radar [6]

### GPS<sup>5</sup> :

Le principe de fonctionnement du GPS repose sur la mesure de la distance d'un récepteur par rapport à plusieurs satellites (les satellites sont répartis de telle manière que 4 à 8 d'entre eux soient toujours visibles). Le GPS comprend au moins 24 satellites tournant à 20200 *km* d'altitude. Chaque satellite émet un signal, capté sur Terre par le récepteur, permettant ainsi de mesurer très précisément la distance séparant l'émetteur du récepteur grâce au temps de parcours. Avec la réception des signaux de quatre satellites (trois pour obtenir le point d'intersection des trois sphères, un quatrième pour la synchronisation du temps), le récepteur mobile est capable de calculer sa position géographique par triangulation.

---

5. Global Positioning System



**FIGURE 11** : Principe de triangulation en GPS

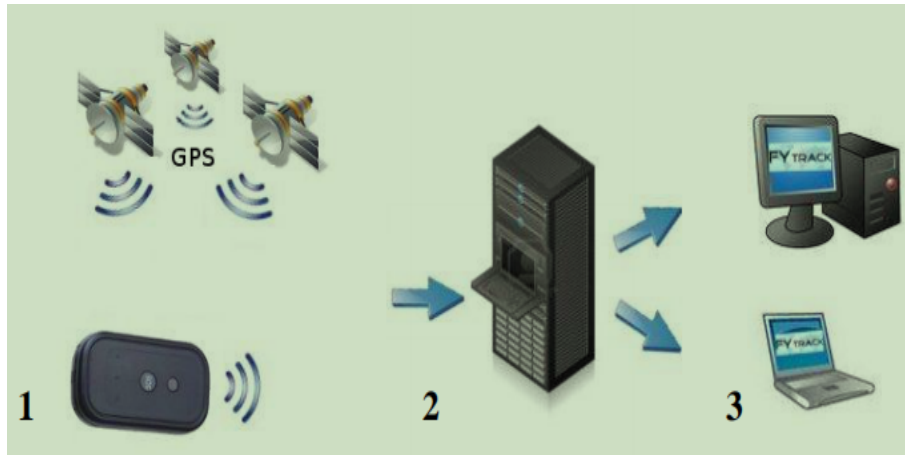
### **GPRS<sup>6</sup>** :

Le GPRS peut être utile pour relier les capteurs fixes installés dans l'infrastructure de transport (boucles électromagnétiques, des caméras, radars...) dans le cas où il est impossible ou trop coûteux de mettre en place un réseau filaire. Le transfert passera alors par un opérateur de téléphonie qui est lui-même interconnecté au réseau internet pour permettre les échanges avec les centres de données de trafic. Il est également possible de combiner les systèmes GPRS et GPS pour connaître la position exacte d'un véhicule en temps réel, créant ainsi un collecteur de données embarqué. C'est le principe d'un **traceur GPS/GPRS** [7] (figure 12) :

1. Le traceur installé dans le véhicule calcule sa position grâce au GPS
2. La position est envoyée par le réseau GPRS et les données sont transmises au serveur de géolocalisation
3. Les données sont traitées et prêtes à être utilisées.

---

6. General Packet Radio Service

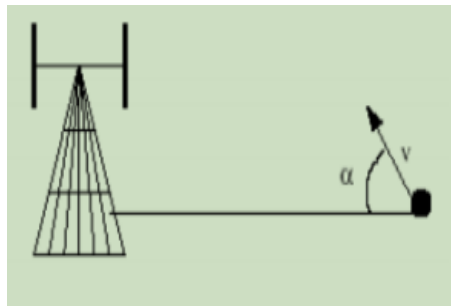


**FIGURE 12 :** Processus de fonctionnement d'un traceur GPS/GPRS [7]

### Réseau mobile :

Un mobile ayant une vitesse  $v$  dans le sens de propagation d'une onde sinusoïdale, reçoit un signal sinusoïdal dont la fréquence est décalée par rapport à la fréquence émise. Si la direction est quelconque, le décalage en fréquence, dépend de la composante du vecteur vitesse projetée sur l'axe mobile - émetteur (figure 13). La relation est alors la suivante :

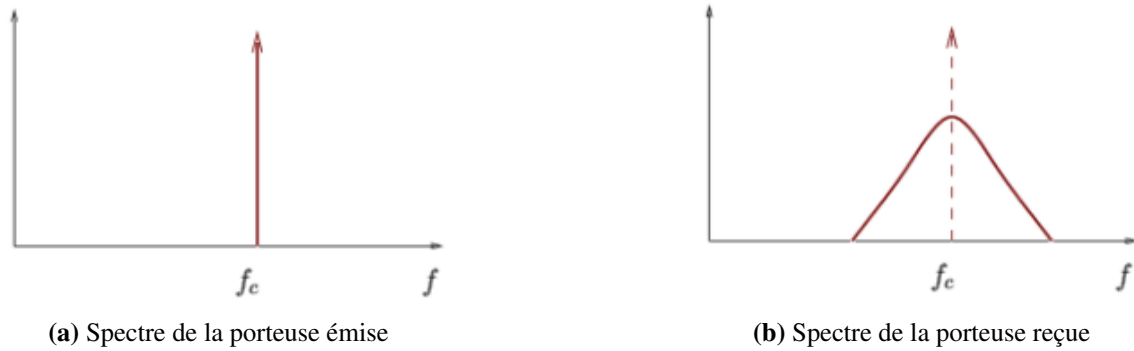
$$f_r = f_e \times \left(1 + \frac{v \times \cos(\alpha)}{c}\right). \quad (6)$$



**FIGURE 13 :** Composante vecteur vitesse projetée sur l'axe mobile - émetteur [8]

Plus le mobile va vite, et plus le décalage est important. Il en résulte, vu du récepteur, que la fréquence porteuse ne paraît pas stable. La réception étant composée d'une multitude de signaux réfléchis, le décalage en fréquence dépend de la vitesse relative du mobile par

rapport à chacune des directions des réflexions. Le décalage en fréquence est donc différent pour toutes les réflexions. Cela revient quasiment à la même chose que de considérer un décalage en fréquence unique d'une porteuse ayant une mauvaise pureté spectrale [8].



**FIGURE 14 :** Etallement Doppler

La fréquence Doppler maximale intervient lorsque le mobile se déplace dans l'axe de propagation de l'onde et elle vaut :  $f_d = \frac{f_e \times v}{c}$ . La largeur de spectre vaut le double de cette fréquence Doppler.

#### **Interprétation :**

Prenons le cas du GSM 900 où la fréquence de la porteuse vaut  $900 \text{ MHz}$ . On considère un utilisateur mobile de vitesse  $108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$ . La fréquence Doppler a pour valeur  $90 \text{ Hz}$  ce qui correspond à un étalement sur une largeur de bande de  $180 \text{ Hz}$ .

Par contre, pour un utilisateur immobile,  $f_d = 0$  et on n'observe pas d'étalement.

Remarquons que plus la vitesse de la station mobile est grande, plus l'étalement est important.

Par ailleurs, une solution à ce problème est proposé dans l'article [EP 0 848 509 A1](#) [9] dont le brevet a été accordé par l'*Office européen des brevets*.



# Conclusion

L'effet Doppler est un phénomène physique qui stipule une différence de fréquence d'onde entre émetteur et récepteur. Ce principe a permis de nombreuses applications en Télécommunications (notamment le principe de fonctionnement des radars), en astronomie, en médecine, dans les procédés de sauvetage maritime ou aérien, etc. Cependant en réseau mobile, cet effet a des impacts négatifs. Des solutions ont, tout de même, été proposées.

# Table des figures

1	Illustration d'un émetteur et d'un récepteur immobiles [2] . . . . .	3
2	Schématique d'une source se rapprochant d'un récepteur fixe : formule [3] .	4
3	Illustration d'un récepteur se rapprochant d'un émetteur fixe [2] . . . . .	5
4	Schématique d'un récepteur se rapprochant d'un émetteur fixe : formule [3]	5
5	Illustration d'un récepteur s'éloignant d'un émetteur fixe [2] . . . . .	6
6	Radar de contrôle routier . . . . .	6
7	Spectre lumineux [4] . . . . .	8
8	Variation de la longueur d'onde d'un corps : cas d'une étoile binaire[2] . . .	9
9	Radiogoniomètre en milieu aérien . . . . .	10
10	Antenne radar [6] . . . . .	11
11	Principe de triangulation en GPS . . . . .	12
12	Processus de fonctionnement d'un traceur GPS/GPRS [7] . . . . .	13
13	Composante vecteur vitesse projetée sur l'axe mobile - émetteur [8] . . . .	13
14	Etalement Doppler . . . . .	14

# Listes des équations

1. Fréquence de réception en fonction de la vitesse de l'émetteur qui se rapproche, sa fréquence d'émission et la vitesse de l'onde . . . . .	3
2. Fréquence de réception en fonction de la vitesse de l'émetteur qui s'éloigne, sa fréquence d'émission et la vitesse de l'onde . . . . .	4
3. Fréquence de réception en fonction de la vitesse du récepteur qui se rapproche, la fréquence d'émission et la vitesse de l'onde . . . . .	5
4. Fréquence de réception en fonction de la vitesse de l'émetteur qui s'éloigne, la fréquence d'émission et la vitesse de l'onde . . . . .	6
5. Expression de la célérité d'une onde en fonction de sa fréquence et de sa longueur d'onde . . . . .	7
6. Expression de la fréquence de réception pour un émetteur fixe et un récepteur se déplaçant dans une direction quelconque . . . . .	13

# Bibliographie

- [1] Futura sciences. Effet Doppler.  
<https://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/physique-effet-doppler-2470/>.
- [2] Philippe Garcelon. Effet Doppler-Fizeau.  
<https://pg-astro.fr/astronomie/initiation/effet-doppler-fizeau.html>.
- [3] Notes de cours IPHO. Chapitre 5 : Effet Doppler. Lycée Masséna - Nice, 2017.
- [4] Dr Marie-Hélène VASSAL. La lumière Bleue à Haute Energie Visible, dite HEV. Blog.  
<https://www.aestetica-derm.com/single-post/2017/05/30/la-lumi%C3%A8re-bleue-%C3%A0-haute-energie-visible-dite-hevencore-un-rayonnement-dans-le-collimateur>.
- [5] Techno Science. Effet Doppler-Fizeau - Définition et Explications.  
<https://www.techno-science.net/glossaire-definition/Effet-Doppler-Fizeau-page-2.html>.
- [6] www.wikipedia.fr. Téledétection par radar.  
<https://fr-academic.com/dic.nsf/frwiki/1670747>.
- [7] Geoffroy GUILLERME & al. Méthodes de collecte de données trafic routier. INSA Rouen.  
<http://dspace.univ-tlemcen.dz/bitstream/112/11549/1/Ms.ELN.Benladghem.pdf>.
- [8] AKPLOGAN Olivier & HOUNTONGBE Elfrid. L'Effet Doppler. 2021.
- [9] Dupuy Pierre. Procédé de correction de l'effet Doppler dans un réseau de radiocommunications avec les mobiles. Office européen des brevets, 1997. <https://patentimages.storage.googleapis.com/pdfs/7c1c3b022a5a9e3d0c4c/EP0848509A1.pdf>.

## Annexe : Explication des formules [8]

### # Récepteur immobile et source s'approchant

S émet un signal de fréquence  $f$  et de période  $T$ .

Le premier front d'onde a donc parcouru la distance  $d = v \times T$

Comme la source est en mouvement elle a parcouru, dans le même temps, la distance  $d_s = v_s \times T$  avant d'émettre le deuxième front d'onde.

Il est alors possible de calculer la distance séparant les deux fronts d'onde (figure 3) :

$$d_{1 \rightarrow 2} = d - d_s = T(v - v_s)$$

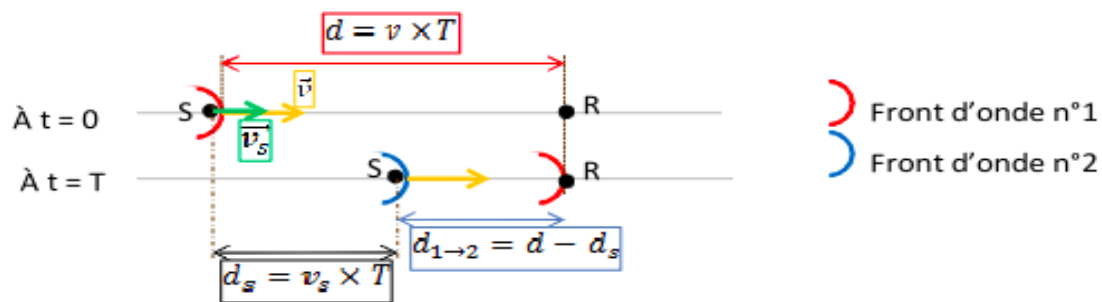


Figure 3 : Schéma explicatif du cas « Récepteur immobile et source s'approchant »

Or, chaque front d'onde ayant la même vitesse de propagation  $v$ , l'écart entre deux fronts d'onde successifs sera le même (figure 4). Ainsi, la période apparente s'exprime

$$T_a = \frac{d_{1 \rightarrow 2}}{v} = T \times \frac{(v - v_s)}{v}$$

De ce fait, la fréquence apparente est la suivante :

$$f_a = \frac{1}{T_a} = f \times \frac{v}{(v - v_s)}$$

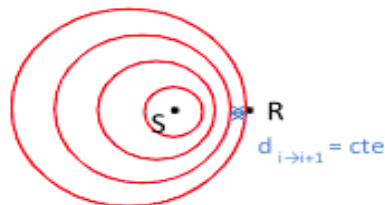


Figure 4 : Illustration de l'effet Doppler lorsque la source s'approche du récepteur

### # Récepteur immobile et source s'éloignant

Même raisonnement que précédemment, la seule différence est l'expression de  $d_{1 \rightarrow 2}$  (figure 5) :  $d_{1 \rightarrow 2}$

$$= d + d_s = T(v + v_s)$$

La fréquence apparente est donc la suivante :

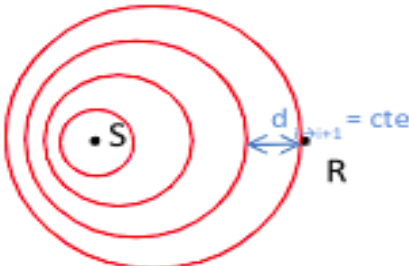
$$f_a = \frac{1}{T_a} = f \times \frac{v}{(v + v_s)}$$


Figure 5 : Illustration de l'effet Doppler lorsque la source s'éloigne du récepteur

### # Source immobile et récepteur s'approchant

S émet un signal de fréquence  $f$ . Ainsi, pendant la période  $T$ , la distance parcourue par le premier front d'onde est  $d = v \times T$

L'instant  $t = T$  est pris comme origine des temps. L'origine spatiale est placée au niveau de la source et le récepteur à la distance  $d$ . A un instant  $t$  quelconque il est possible d'écrire (figure 6) :

La distance parcourue par le deuxième front d'onde est  $d_2(t) = v \times t$

La distance parcourue par le récepteur est  $d_r(t) = v \times T - v_r \times t$

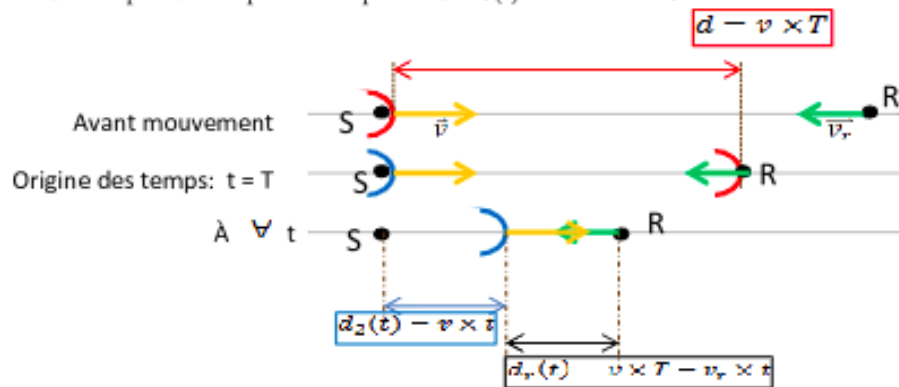


Figure 6 : Schéma explicatif du cas « Source immobile et récepteur s'approchant »

La période apparente est l'instant où le front d'onde et le récepteur vont se rencontrer. Ainsi :

$$v \times T_a = v \times T - v_r \times T_a \rightarrow T_a = T \times \frac{v}{v + v_r}$$

La fréquence apparente s'écrit donc :

$$f_a = f \times \frac{v + v_r}{v}$$