

**ALGORITHME de KARATSUBA** (*UNIQUEMENT pour les polynômes ayant des coefficients positifs* )

KARATSUBA (  $x, y$  )

$L1 = \text{longueur}(x)$

$L2 = \text{longueur}(y)$

Si  $L1 = 1$  ou  $L2 = 1$  alors

Retourner  $x * y$

Finsi

$n = \max ( L1 , L2 )$

$nb1 = n/2$

$a = x/10^{nb1}$  ( les  $nb1$  chiffres de gauche de  $x$  )

$b = x \setminus 10^{nb1}$  ( les  $nb1$  chiffres de droite de  $x$  )

$c = y/10^{nb1}$  ( les  $nb1$  chiffres de gauche de  $y$  )

$d = y \setminus 10^{nb1}$  ( les  $nb1$  chiffres de droite de  $y$  )

$ac = \text{KARATSUBA} ( a , c )$

$bd = \text{KARATSUBA} ( b , d )$

$ad + bc = \text{KARATSUBA} ( a+b , c+d ) - ac - bd$

$prod = ac * 10^{2nb1} + ( ad + bc ) * 10^{nb1} + bd$

Retourner  $prod$

FIN

Ici le polynôme solution est de degré = degré(P) + degré(Q).

Prod est interprété comme étant ces différents coefficients pris dans l'ordre croissant des puissances de x à partir du dernier chiffre et en commençant par la puissance zéro ( terme constant )

EXEMPLE :  $P = 2x^3 + x^2 + x^1 + 4$  et  $Q = x^2 + 1$

$PQ = 2x^5 + x^4 + 3x^3 + 5x^2 + x + 4$

En utilisant notre algorithme de Karatsuba précédent, on a :

$P = 2114$  et  $Q = 11$

$n = 4$  et  $nb1 = 2$

$a = 21$  ,  $b = 14$  ,  $c = 1$  et  $d = 1$

$ac = \text{Karatsuba}(a, c) = \text{Karatsuba}(21, 1) = 21$

$bd = \text{Karatsuba}(b, d) = \text{Karatsuba}(14, 1) = 14$

$ad + bc = \text{Karatsuba}(a+b, c+d) - ac - bd = \text{Karatsuba}(35, 2) - 21 - 14 = 70 - 35 = 35$

$\text{Prod} = ac * 10^{2nb1} + (ad + bc) * 10^{nb1} + bd = 21 * 10^4 + 35 * 10^2 + 14 = 213514$

Ainsi coefficient de  $x^5 = 2$  , coef  $x^4 = 1$  , coef  $x^3 = 3$  , coef  $x^2 = 5$  , coef  $x^1 = 1$  et

terme constant = 4 ;