Zero One Knapsack Extension

01 背包扩展问题

问题：

在 01 背包问题的基础上，不仅求出最大价值，还求出具体选择了哪些珠宝，即求出具体的选择方案。

解法：

仍然按照<Zero One Knapsack>中的方法，设$f(i,j)$为背包中放入前i件物品，重量不大于j的最大价值，其中$i \in [1,n]$，$j \in [0,t]$。有如下状态转移方程：

$$f(i,j)=\begin{cases} 0 & （初始化）\mathrm{i}=0 \\ f(i-1,j) & i>0 \text{ 且} j>0 \\ max(f(i-1,j),f(i-1,j-w_i)+v_i) & i>0 \text{ 且} j>0，j \geq w_i \end{cases}$$

额外的，设$g(i,j,k)$表示重量不大于j，最大价值为k，第i件珠宝是否被装入背包，其中$i \in [1,n], j \in [0,t], k \in [0, sum\{v_i\}]$。若$g(i,j,k)=true$则该珠宝被选中；若$g(i,j,k)=false$则该珠宝未被选中。在遍历所有珠宝的过程中，可以求出所有的$f(i,j)$和$g(i,j,k)$。

已知当前背包的总价值为V，总重量为W。逆向的从最后一个珠宝n开始，对于第i件珠宝，若$g(i,W,V)=true$则说明珠宝i被装入了背包，那么$V=V-v_i$，$W=W-w_i$，然后继续考虑下一件珠宝$i-1$。

该算法的时间复杂度是$O(n \times t)$。