

4 Quick Sort

快速排序

问题:

将无序序列 s 进行排序。

解法 1:

本问题对无序序列 s 进行升序排序，排序后 s 是从小到大的。

对于长度为 n ，下标在左开右闭区间 $[0, n)$ 中的序列 s ，将其分为 $left$ 、 $right$ 和 mid 三个部分，其中 mid 是中间值， $left$ 和 $right$ 都是无序， $left$ 所有元素小于等于 mid ， $right$ 所有元素大于等于 mid 。

在每一轮排序中，选取 $s[0]$ 作为这个 mid 值，将剩下的 $s[1, n-1]$ 分成 $left$ 和 $right$ 两个部分，分别放在 mid 左右。然后对于 $left$ 和 $right$ ，递归的重复上面这个操作，直到 $left$ 和 $right$ 只剩小于等于 3 个元素，则直接进行排序，即可得到升序序列 s ，算法结束。

只看第 1 轮，将 $p = s[0]$ 作为 mid 值，再设置 $low = 0$ ， $high = n - 1$ 。因为 p 已经记录了 $s[0]$ 的值，我们可以将一个小于等于 p 的值放在这里。当 $low < high$ 时， $high$ 向左寻找第一个 $s[high] < p$ 值，该 $s[high]$ 属于 $left$ 部分，令 $s[low] = s[high]$ ；然后 low 向右寻找第一个 $s[low] > p$ ，该 $s[low]$ 属于 $right$ 部分，令 $s[high] = s[low]$ 。重复上面这个过程，直到 $low \geq high$ ，这时 $s[0, low-1]$ 都小于等于 p ， $s[high, n-1]$ 都大于等于 p ，令 $s[low] = p$ 即完成了第 1 轮的放置过程。

对于下面这个长度为 6 的无序序列 s 进行升序排序，初始时 $p = s[0] = 45$ ， $low = 0$ ， $high = 5$ ：

0	1	2	3	4	5
45	90	3	83	17	25

low $high$

(1) $high$ 向左找到第一个满足 $s[high] < p$ 即 $high = 5$ ，令 $s[low] = s[high]$ ，如下图：

0	1	2	3	4	5
25	90	3	83	17	25

low $high$

(2) 然后 low 向右找到第一个满足 $s[low] > p$ 即 $low = 1$ ，令 $s[high] = s[low]$ ，如下图：

0	1	2	3	4	5
25	90	3	83	17	90

low high

(3) 重复第(1)步, high 向左找到第一个满足 $s[high] < p$ 即 $high = 4$, 令 $s[low] = s[high]$, 如下图;

0	1	2	3	4	5
25	17	3	83	17	90

low high

(4) 重复第(2)步, low 向右找到第一个满足 $s[low] > p$ 即 $low = 3$, 令 $s[high] = s[low]$, 如下图;

0	1	2	3	4	5
25	17	3	83	83	90

low high

(5) 重复第(1)步, high 向左找到第一个满足 $s[high] < p$ 即 $high = 2$, 但此时 $low \geq high$, 直接令 $s[low] = p$, 第 1 轮的放置结束, 分别对 $s[0, 2]$ 和 $s[4, 5]$ 继续这个过程, 直到 left 和 right 的长度小于等于 1, 最终整个序列都是升序的, 算法结束, 如下图;

0	1	2	3	4	5
25	17	3	45	83	90

high low

对于长度 n 的序列 s , 每一轮放置所需要的时间为 $O(n)$, 总共需要 $\log_2 n$ 轮, 该算法的时间复杂度为 $O(n \cdot \log_2 n)$ 。