

# 1 Binary Search

## 二分查找法 折半查找法

问题:

在有序序列  $s$  中查找元素  $x$  是否存在。

解法:

有序序列  $s$  可以是升序或降序的，即从小到大或从大到小。本问题中假设  $s$  是升序的。

在这样的序列  $s$  中想要找出某个元素  $x$  是否存在，首先检查序列  $s$  最小、最大和中间三

个位置处的元素  $low$ 、 $high$  和  $mid$ ，其中  $mid = \frac{high+low}{2}$ 。

若  $x$  与  $mid$  相等则  $mid$  即为所求，算法结束；若  $x$  小于  $mid$ ，则  $x$  在  $mid$  左边的某一位置；若  $x$  大于  $mid$ ，则  $x$  在  $mid$  右边的某一位置。然后将序列的检查范围缩小，继续递归的重复上面的过程，直到找到  $x$  等于  $mid$ 。

对于下面这个长度为 10 的序列  $s$ ，查找  $x = 48$ ，初始时设置  $low$ 、 $high$  和  $mid$  三个值，

分为作为序列  $s$  的最左、最右和中间的下标值，即  $low = 0$ ， $high = 9$ ， $mid = \frac{0+9}{2} = 4$  (整数计算直接取整):

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 0 | 3 | 7 | 8 | 12 | 15 | 30 | 36 | 48 | 50 |

(1)  $mid = 4$  时,  $s[mid] < x$ ，因此  $x$  在  $mid$  与  $high$  之间，并且不包括  $mid$ ，设置  $low =$

$$mid + 1 = 5, \quad mid = \frac{5+9}{2} = 7;$$

(2)  $mid = 7$  时,  $s[mid] < x$ ,  $x$  仍然在  $mid$  与  $high$  之间, 设置  $low = mid + 1 = 8$ ,  $mid =$

$$\frac{8+9}{2} = 8;$$

(3)  $s[mid] = x$ ，返回  $x$  所在下标值 8，算法结束。如果查找的  $x$  为 49，则在第(3)步中

仍然有  $s[mid] < x$ ，则仍然设置  $low = mid + 1 = 9$ ,  $mid = \frac{9+9}{2} = 9$ ，有  $s[mid] > x$ ，

因此设置  $high = mid - 1 = 8$ ，此时  $low \leq high$  不再成立，算法结束， $x$  没有找到。

对于长度为  $n$  的序列  $s$ ，每次计算  $mid$  的时间看作  $O(1)$ 。在最好情况下  $x = s[\frac{n}{2}]$ ，一次

查找就可以找到；在最坏情况下需要  $\log_2 n$  次才能找到  $x$ ；在随机情况下该算法的时间复杂度为  $O(\log_2 n)$ 。