

Test 7(Week 15)

Discrete Mathematics 2

1. 记平面上一个 $3n$ 点集为“形影不离的”, 若其中任意 $n + 1$ 个点中有两个点距离为 1, 试求“形影不离”的点集中距离为 1 的点对数的最小值.

2. 证明:
$$\sum_{k=0}^r C_m^k C_n^{r-k} = C_{m+n}^r.$$

3. 10个节目中有 6 个演唱和 4 个舞蹈, 要求每两个舞蹈之间至少安排一个演唱, 则不同的安排方式有_____种.

4. 正整数集合 A_k 的最小元素为 1, 最大元素为 2007, 并且各元素可以从小到大排成一个公差为 k 的等差数列, 则并集 $A_{17} \cup A_{59}$ 中的元素个数为_____.

5. 将两个16和两个18共四个数字填在 4×4 的方格内. 每个方格内至多 1 个数字, 若使相同数字既不同行也不同列, 则不同的填法共有_____种.

Probability Theory and Mathematical Statistics

1. 设 X, Y 是相互独立的随机变量, 它们分别服从参数为 λ_1, λ_2 的泊松分布, 证明 $Z = X + Y$ 服从参数为 $\lambda_1 + \lambda_2$ 的泊松分布。

2. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单随机样本, 已知 $EX^k = \alpha_k (k = 1, 2, 3, 4)$ 。证明当 n 充分大时, 随机变量 $Z_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ 近似服从正态分布, 并指出其分布参数。

3. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且服从同一分布. 试证明

$$P\{a < \min(X, Y) \leq b\} = [P\{X > a\}]^2 - [P\{X > b\}]^2$$

4. 设 X 为随机变量, C 是常数, 证明:

$$D(X) < E[(X - C)^2], \quad \text{对于 } C \neq E(X).$$

(由于 $D(X) = E[X - E(X)]^2$, 上式表明 $E[(X - C)^2]$ 当 $C = E(X)$ 时取到最小值.)

Data structure

1. 分发饼干：假设你是一位很棒的家长，想要给你的孩子们一些小饼干。但是，每个孩子最多只能给一块饼干。对每个孩子 i 都有一个胃口值 $g[i]$ ，这是能让孩子们满足胃口的饼干的最小尺寸；并且每块饼干 j ，都有一个尺寸 $s[j]$ 。如果 $s[j] \geq g[i]$ ，我们可以将这个饼干 j 分配给孩子 i ，这个孩子会得到满足。你的目标是尽可能满足越多数量的孩子，并输出这个最大数值。

这里的局部最优就是大饼干喂给胃口大的，充分利用饼干尺寸喂饱一个，全局最优就是喂饱尽可能多的小孩。

2. 给定一个区间的集合 $intervals$ ，其中 $intervals[i] = [start_i, end_i]$ 。返回需要移除区间的最小数量，使剩余区间互不重叠。

3. 给定数组49、38、65、97、76、13、27、49模拟快速排序的算法过程。

Computer organization and structure

1. I/O 设备与主机交换信息时，共有哪几种控制方式？简述它们的特点。

2. 简述 DMA 方式和中断方式的异同点？请说明 DMA 方式不能取代程序中断方式的理由。

3. 设某机主频为 $8MHz$ ，每个机器周期平均含 2 个时钟周期，每条指令平均有 4 个机器周期，试问该机的平均指令执行速度为多少 $MIPS$ ？若机器主频不变，但每个机器周期平均含 4 个时钟周期，每条指令平均有 4 个机器周期，则该机的平均指令执行速度又是多少 $MIPS$ ？
4. 以硬盘读写为例，说明在主机和外设之间进行数据传送，为什么需要采用 DMA 方式？
5. 比较组合逻辑控制方式和微程序控制方式的优缺点？