*A*

*B*

*C*

*F*

问题：在Δ*ABC*中，F是其中一点，满足∠*AFB* = ∠*BFC* = ∠*CFA* = 120°，则*F*是Δ*ABC*的费马点。费马点满足|*FA*| + |*FB*| + |*FC*|达到极小。如何用面积坐标表示费马点？

问题分析：要计算费马点*F*的面积坐标，需要计算Δ*ABF*，Δ*BCF*和Δ*CAF*的面积比值，然而|*FA*|，|*FB*|和|*FC*|的长度未知，难以直接计算面积，需要考虑转换的方法

*A*

*B*

*C*

*D*

*F*

解：以*BC*为底边向外做等边三角形Δ*BCD*，连接*FD*

根据等边三角形的性质，有∠*CBD* = ∠*BCD* = ∠*BDC* = 60°

根据费马点的性质，∠*BFC* = 120°，于是有

∠*BFC* + ∠*BDC* = 120° + 60° = 180°，由此得出*BDCF*四点共圆

根据圆周角的性质，有∠*BFD* = ∠*BCD* = 60°（同圆/等圆中，同弧或等弧所对圆周角相等）

再根据∠AFB = 120°，有∠AFB + ∠BFD = 120° + 60° = 180°，由此导出AFD三点共线

然后根据Δ*ABD*和Δ*ACF*共用底边*AF*，Δ*ABD*和Δ*ACD*共用底边*AD*，有

（正弦定理，|AB|=KsinC,|AC|=KsinB）

由此导出，Δ*ABF*，Δ*BCF*和Δ*CAF*的面积比值为：

问题的求解关键，是通过添加辅助线，把难以计算的面积比值转化为较为容易计算的面积比值，并转化为对称的形式