Introdução ao estudo de limites

Profª Tânia Camila Kochmanscky Goulart

Limites Laterais

- Definição de **limites laterais**

  O limite de uma função existe se e somente se os limites laterais forem iguais.

  Simbolicamente,

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \iff \lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x)$$

Propriedades dos limites

P1) Sejam a e c números reais quaisquer, então

$$\lim_{x \to a} c = c$$

isto é, o limite de uma constante é a própria constante.

P2) Se a e b são números reais, então

$$\lim_{x \to a} (mx + b) = ma + b$$

Propriedades dos limites

P3) Se

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \qquad \lim_{x \to a} g(x) = M,$$

Regra da soma(subtração):

$$\lim_{x \to a} f(x) \pm g(x) = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x) = L \pm M$$

Regra do Produto:

$$\lim_{x \to a} f(x).g(x) = \lim_{x \to a} f(x).\lim_{x \to a} g(x) = L.M$$

Propriedades dos limites

Regra da multiplicação por escalar:

$$\lim_{x \to a} c.f(x) = c.\lim_{x \to a} f(x) = c.L$$

Regra do quociente:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)} = \frac{L}{M}$$

sendo M diferente de zero

- Regra da potência:

$$\lim_{x \to a} f(x)^n = (\lim_{x \to a} f(x))^n = L^n$$

- Regra da raiz

$$\lim_{x \to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \to a} f(x)} = \sqrt[n]{L}$$

$$\text{se } \lim_{x \to a} f(x) = L < 0, n \text{ é impar.}$$

Exercícios

1. Aplicando as propriedades, encontre os limites abaixo:

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x^2 - 8}{x - 2}$

b) $\lim\limits_{x \to 2} (3x^2 - 5x + 2) =$

c) $\lim\limits_{x \to 0} (x^5 - 6x^4 + 7) =$

d) $\lim\limits_{x \to 3} (x - 1)^2 (x + 1) =$

e) $\lim_{x \to -3} f(x)$

com $f(x) = \begin{cases} \dfrac{9}{x^2} & se \quad x < -3 \\ 4 + x & se \quad x \geq -3 \end{cases}$

f) $\lim_{x \to 2} f(x)$

$$\text{com } f(x) = \begin{cases} x^3 & se \quad x \leq 2 \\ 4 - 2x & se \quad x > 2 \end{cases}$$

2) Esboce o gráfico de f se determine os limites, se existir:

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) \qquad \lim_{x \to 1^+} f(x) \qquad \lim_{x \to 1} f(x)$$

$$\text{a)} f(x) = \begin{cases} 3 - x & se \quad x < 1 \\ 4 & se \quad x = 1 \\ x^2 + 1 & se \quad x > 1 \end{cases}$$

b) $f(x) = \begin{cases} 4 - x & se \quad x \geq 1 \\ x^2 - 1 & se \quad x < 1 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & se \quad x \leq 1 \\ 3 - x & se \quad x > 1 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} -x^2 & se \quad x < 1 \\ 2 & se \quad x = 1 \\ x - 2 & se \quad x > 1 \end{cases}$