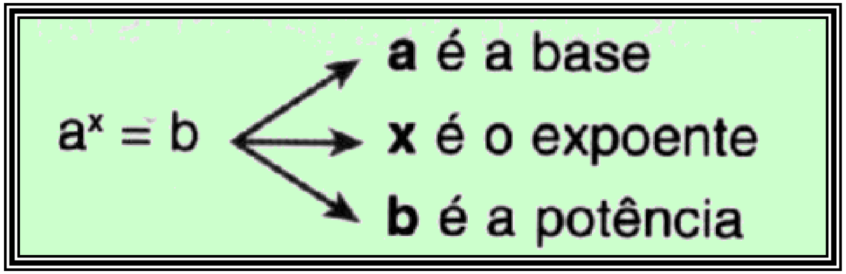
Potenciação e radiciação

Profª Tânia Camila K. Goulart

POTENCIAÇÃO: DEFINIÇÃO



a) Base positiva: potência positiva $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$

b) Base negativa:

b.1) expoente par: potência positiva

b.2) expoente ímpar: potência negativa

$$(-3)^4 = (-3).(-3).(-3).(-3) = 3^4 = 81$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$$

Propriedades

1) Produto de potências de mesma base

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Ex: $5^2 \cdot 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$

2) Quociente de potências de mesma base

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$$

Ex: $\frac{2^6}{2^2} = 2^{6-2} = 2^4$

3) Potência de potência

$$(a^m)^n = a^{m.n}$$

Ex: $(3^2)^3 = 3^{2.3} = 3^6$

4) Potências de um produto

$$(a.b)^m = a^m . b^m$$

Ex: $(5.4)^2 = 5^2 . 4^2 = 20^2$

5) Potência de um quociente

Ex: $$\left(\frac{a}{b}\right)^{m} = \frac{a^{m}}{b^{m}} \quad (b \neq 0)$$

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{2} = \frac{4^{2}}{9^{2}} = \frac{16}{81}$$

Potência com expoente inteiro negativo

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^{n} = \frac{1}{a^{n}} \qquad (n \in N,\ a \in R^{*})$$

Ex: $(3)^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2} = \frac{1}{3^{2}} = \frac{1}{9}$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-1} = \left(-\frac{5}{3}\right)^{1} = -\frac{5}{3}$$

Encontre: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left[2^{-1} - (-2)^{-1}\right]^{-1}$

Radiciação

É a operação inversa da potenciação.

$$\sqrt[n]{a} = b$$

- n é o índice
- a é o radicando
- b é a raiz

$$\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2 \rightarrow (-2)^5 = -32$$

$$\sqrt[3]{0{,}008} = \sqrt[3]{\frac{8}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{10^3}} = \frac{2}{10} = 0{,}2 \rightarrow (0{,}2)^3 = 0{,}008$$

Expoente fracionário racional

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \qquad (a \in R, n \in N^* \text{e } m \in Z)}$$

$$(4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{4^1} = \sqrt{4} = 2$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{3}{2}} = 9^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{9^3} = 3^3 = 27$$

Propriedades da radiciação

$$1)\ \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$Ex:\ \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{2 \cdot 3} = \sqrt[4]{6}$$

$$2)\ \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$Ex:\ \frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{6}{2}} = \sqrt[3]{3}$$

$$3)\ \left(\sqrt[n]{a}\right)^{m} = \sqrt[n]{a^{m}}$$

$$Ex:\ \left(\sqrt[3]{2}\right)^{2} = \sqrt[3]{2^{2}}$$

$$4)\ \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$Ex:\ \sqrt[3]{\sqrt[5]{3}} = \sqrt[3\cdot 5]{3} = \sqrt[15]{3}$$

Relembrando as propriedades

1. $a^m \,.\, a^n = a^{m+n}$
2. $a^n \cdot b^n = (ab^n)$
3. $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-m}$
4. $\dfrac{a^n}{b^n} \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$
5. $(a^m)^n = a^{m.n}$

6. $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$

7. $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

8. $\dfrac{\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}}{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}}$

9. $\sqrt[n.p]{a^{m.p}} = \sqrt[n]{a^m}$

10. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

11. $\sqrt[n]{a^n} = a$