Integral Indefinida: definição

Profª Tânia Camila K. Goulart

Integral Indefinida

- **Definição simbólica**
  - Se **F(x)** é uma primitiva de **f(x)**, a expressão **F(x) + C** é chamada **integral indefinida** da função **f(x)** e é representada pela expressão:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

  - O símbolo "**dx**" que aparece na fórmula serve para identificar a variável sobre a qual se processa a integração.

Integral Indefinida

- **Integral de uma função constante**
  - Uma primitiva de uma função constante **f(x) = k**, é a função linear **F(x) = k.x**, pois **F'(x) = (k.x)' = k**.

  Logo:

$$\int k.dx = k.x + C$$

- Exemplo $$\int 5.dx = 5.x + C$$

Integral Indefinida

- **Integral de uma função potência** $\int x^n.\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
  - Seja, por exemplo, f(x) = x^4.
  - Uma primitiva de f(x) é $F(x) = \frac{x^5}{5}$ pois F'(x) = x^4.
  - Logo: $\int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C$
  - Portanto, uma primitiva da função f(x) = x^n, com n $\neq$ -1, é a função $F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

Integral Indefinida

- **Caso especial de Integral de uma função potência**
  - Seja, por exemplo, **f(x) = x^{-1} = 1/x**.
  - Uma primitiva de **f(x) = 1/x** é a função **F(x) = ln|x|**, portanto:

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$$

Integral Indefinida

- **Integral de função exponencial**

$$\int e^x dx = e^x + C$$

- **Integrais de funções trigonométricas**

$$\int \cos x dx = \operatorname{sen} x + C$$

$$\int \operatorname{sen} x dx = -\cos x + C$$

$$\int \sec^2 x dx = tgx + C$$

$$\int \sec x.tgx.dx = \sec x + C$$

$$\int \operatorname{cossec}^2 x.dx = \cot gx + C$$

$$\int \cos\sec x.\cot gx.dx = \cos\sec x + C$$

Integral Indefinida

- **Integral das funções inversas**

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.dx = \text{arcsen}\, x + C$$

$$\int \frac{1}{1+x^2}.dx = arctgx + C$$

Integral Indefinida

- **Propriedades**
  - **Integral da soma**
  - Exemplo

$$\int [f(x)+g(x)].dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

$$\int (x^2+x+4)dx = \underbrace{\int x^2 dx}_{\frac{x^3}{3}} + \underbrace{\int x dx}_{\frac{x^2}{2}} + \underbrace{\int 4dx}_{4x} + C$$

Fórmulas de Integração Básica

$$\int dx = \int 1 dx = x + c$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad n \neq -1,\ n \text{ racional}$$

$$\int \operatorname{sen} x\, dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x\, dx = \operatorname{sen} x + c$$

$$\int \sec^2 x\, dx = tg\, x + c$$

$$\int \cos ec^2 x\, dx = -\cot g\, x + c$$

$$\int \sec x\, tg\, x\, dx = \sec x + c$$

$$\int \cos ec\, x \cot g\, x\, dx = -\cos ec\, x + c$$

$$\int e^{kx}\, dx = \frac{1}{k} e^{kx} + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c, \quad x > 0$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \operatorname{arcsen} \frac{x}{a} + c$$

$$\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} arctg\, \frac{x}{a} + c$$

$$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \frac{1}{a} arc \sec \frac{x}{a} + c$$

$$\int a^x\, dx = \left(\frac{1}{\ln a} \right) a^x + c \quad a > 0, a \neq -1$$