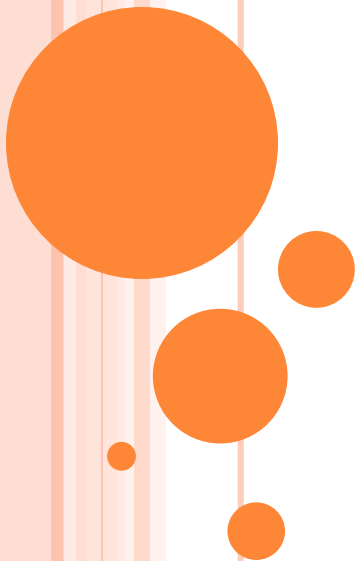


INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE LIMITES

Profª Tânia Camila Kochmansky Goulart



LIMITES LATERAIS

- Definição de **limites laterais**

O limite de uma função existe se e somente se os limites laterais forem iguais.

Simbolicamente,

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \iff \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$



PROPRIEDADES DOS LIMITES

P1) Sejam a e c números reais quaisquer, então

$$\lim_{x \rightarrow a} c = c$$

isto é, o limite de uma constante é a própria constante.

P2) Se a e b são números reais, então

$$\lim_{x \rightarrow a} (mx + b) = ma + b$$



PROPRIEDADES DOS LIMITES

P3) Se

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = M,$$

Regra da soma(subtração):

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L \pm M$$

Regra do Produto:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x).g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x).\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L.M$$



PROPRIEDADES DOS LIMITES

Regra da multiplicação por escalar:

$$\lim_{x \rightarrow a} c.f(x) = c.\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c.L$$

Regra do quociente:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{L}{M}$$

sendo M
diferente de
zero



- Regra da potência:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)^n = \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right)^n = L^n$$

- Regra da raiz

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} = \sqrt[n]{L}$$

se $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L < 0, n$ é ímpar.



EXERCÍCIOS

1. Aplicando as propriedades, encontre os limites abaixo:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 8}{x - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 5x + 2) =$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^5 - 6x^4 + 7) =$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} (x - 1)^2 (x + 1) =$

e) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

$$\text{com } f(x) = \begin{cases} \frac{9}{x^2} & \text{se } x < -3 \\ 4 + x & \text{se } x \geq -3 \end{cases}$$



$$f) \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

$$\text{com } f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \leq 2 \\ 4 - 2x & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

2) Esboce o gráfico de f se determine os limites, se existir:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$a) f(x) = \begin{cases} 3 - x & \text{se } x < 1 \\ 4 & \text{se } x = 1 \\ x^2 + 1 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$



$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} 4 - x & \text{se } x \geq 1 \\ x^2 - 1 & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{se } x \leq 1 \\ 3 - x & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{se } x < 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ x - 2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

