

ZADANIE 1. (4p) Wyznacz dziedzinę funkcji

$$f(x) = \sqrt{\arcsin\left(\frac{x+2}{x-1}\right) - \frac{\pi}{6}}$$

ZADANIE 2. (5p) Rozwiąż równanie

$$\log \sin x + \log (2 \sin x + 1) = \sin \pi$$

ZADANIE 3. (5p) Rozwiąż nierówność

$$\sqrt{17 \cdot 25^{|x-3|-1} + 2 \cdot 5^{|x-3|-1} + 6} \leq 4 \cdot 5^{|x-3|-1} + 1$$

ZADANIE 4. (a) (4p) Zbadaj monotoniczność i ograniczoność ciągu

$$a_n = \frac{2}{\sqrt{1}} + \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{2}{\sqrt{n}}$$

(b) (2p) Dla jakich wartości parametru  $b$  ciąg  $a_n = (3 \operatorname{tg}^2 b)^n$  jest malejący i ograniczony ?

ZADANIE 5. (4p) Oblicz granice ciągów:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \ln 2^{\sqrt{n+2}} + \ln \left( \frac{1}{2} \right)^{\sqrt{n}} \right) \quad B = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{3 - n^2} + n \right)$$

$$C = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n-1)}{3n-3} \quad D = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n-4}{n+2} \right)^{n+1}$$

ZADANIE 6. (4p) Wyznacz, o ile istnieją, wartości parametrów  $a, b \in R$ , tak aby funkcja  $f(x)$  była ciągła w swojej dziedzinie.

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1-x}{x+1}} - 9 \sin a + \pi & x < -1 \\ (x-2)^2 + \arccos b & -1 \leq x \leq 2 \\ \operatorname{arcctg}(\log_2 |2-x|) & x > 2 \end{cases}$$

(b) (2p) Korzystając z definicji Cauchy'ego pokaż, że  $\lim_{x \rightarrow -1} (4x+6) = 2$