

Arkusz 1

ZAD.1. (2p) Prawda czy Fałsz ? (podaj tylko odpowiedź, bez uzasadnienia)

- (a) Jeżeli funkcja jest monotoniczna, to jest ciągła.
- (b) Jeżeli funkcja $f(x)$ jest malejąca, to funkcja $f^{-1}(x)$ jest rosnąca.
- (c) Złożenie dwóch funkcji nieparzystych jest funkcją nieparzystą.
- (d) Wielomian stopnia parzystego ma przynajmniej jeden pierwiastek rzeczywisty.

ZAD.2. (a) (6p) Znajdź wartości parametrów $A, B \in \mathbb{R}$ (o ile istnieją), dla których funkcja $f(x)$ jest ciągła w swojej dziedzinie. Przedział (s, t) jest dziedziną naturalną drugiej składowej funkcji $f(x)$.

$$f(x) = \begin{cases} \log_8(-10s) - A & , x \leq s \\ \log_8(\sqrt{10x+6} - 2x) & , s < x < t - 2 \\ \operatorname{arc\,ctg}\left(\frac{B}{x-2}\right) \cdot 2^{\frac{1}{2-x}} & , x \geq t - 2 \end{cases}$$

(b) (2p) Pokaż, że $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$. Nie korzystaj z reguły de L'Hospitala.

Arkusz 2

ZAD.3. (10p) Rozwiąż

- (a) $\log_2(16x + 16) + \log_{x+1} 8 \leq 0$
- (b) $\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin(2x)$
- (c) $2^{6x} - 6 \cdot 2^{4x} + 3 \cdot 2^{2x} + 10 = 0$

Arkusz 3

ZAD.4. (3p) Oblicz wartości wyrażeń

$$A = \sin \left(\operatorname{arc} \operatorname{ctg} \left(-\frac{1}{3} \right) \right), \quad B = \operatorname{arc} \sin \left(\cos \left(\frac{3\pi}{7} \right) \right)$$
$$C = \log_4 7 (\log_7 2 + \log_7 32)$$

ZAD.5. (a) (3p) Oblicz granice

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n}{3n+1} \right)^n, \quad B = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\pi} \cdot \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)$$
$$C = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cos(x^2 - 1)}{x - 1}$$

(b) (4p) Zbadaj monotoniczność i ograniczoność ciągu

$$a_n = \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \cdots + \frac{1}{2n+1}$$