

Przykładowe zadania na kolokwium nr 1

1. Rozwiązać nierówność $x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 8x \leq 0$.

2. Rozwiązać równanie

$$2^{1+2\log_2 \cos x} - \frac{3}{4} = 9^{0,5+\log_3 \sin x}.$$

3. Funkcja f dana jest wzorem

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - 3 \arcsin(0,5x + 1).$$

Wyznaczyć dziedzinę naturalną funkcji f , zbiór wartości, naszkicować wykres, oraz wyznaczyć funkcję do niej odwrotną.

4. Dana jest prosta $l: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 3 + t \end{cases}$ oraz punkt $A(1, -1, -2)$. Wyznaczyć punkt B symetryczny do punktu A względem prostej l , oraz równanie płaszczyzny π zawierającej prostą l i punkty A i B .

1. Niech $f(x) = \log_2(1 - |x - 2|) + 1$.

a) Wyznaczyć dziedzinę naturalną funkcji f ,

b) naszkicować jej wykres,

c) rozwiązać nierówność $f(x) \leq 0$.

2. Rozwiązać nierówność

$$\frac{x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 8x}{1 - \cos^2 x} \leq 0.$$

3. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 1 \\ x + y = \frac{\pi}{4} \end{cases}.$$

4. Obliczyć wartość wyrażenia $\operatorname{tg}(\frac{1}{2} \arcsin \frac{2}{3})$.

Nazwisko i Imię

Grupa

1. Przedstaw w najprostszej postaci wyrażenie $A = \frac{5x^2 - 10xy + 5y^2}{2x^2 - 2xy + 2y^2} : \frac{8x - 8y}{10x^3 + 10y^3}$.

2. Rozwiązać nierówność $|4 + x - |3x - 2|| \leq 0$.

3. Usunąć niewymierność z mianownika $\frac{1}{\sqrt[3]{2} - 2}$.

4. $f(x) = \frac{3x - 1}{x + 1}$. Rozwiązać nierówność $f(\frac{1}{x}) < f(x + 1)$.

5. Wielomian $w(x) = x^5 + 2x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 4x + 8$ rozłożyć na czynniki możliwie najniższego stopnia.

6. Rozwiązać równanie $x^2 + \sqrt{x^2 + 11} = 31$.

7. Wyznaczyć dziedzinę funkcji $f(x) = \ln[(0,5)^{x^3} \cdot 2^{x-6} - 1]$.

8. Wiedząc, że trzeci wyraz rozwinięcia dwumianu $(x + x^{\log x})^5$ jest równy 1 000 000 obliczyć x .

Nazwisko i Imię

Grupa

1. Przedstaw w najprostszej postaci wyrażenie $A = \frac{4a^2 - 8ab + 4b^2}{2a^2 - 2ab + 2b^2} : \frac{6a - 6b}{8a^3 + 8b^3}$.

2. Rozwiązać nierówność $|x + 1 - |2x - 3|| > 0$.

3. Usunąć niewymierność z mianownika $\frac{1}{1 - \sqrt[3]{2}}$.

4. $f(x) = \frac{3x - 1}{x + 1}$. Rozwiązać nierówność $f(f(x)) > 1$.

5. Wielomian $w(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - 2x^2 + 9x - 18$ rozłożyć na czynniki możliwie najniższego stopnia.

6. Rozwiązać równanie $x^2 + \sqrt{x^2 + x + 1} = 1 - x$.

7. Wyznaczyć dziedzinę funkcji $f(x) = \sqrt{(0,5)^{x^3} \cdot 2^{x-6} - 1}$.

8. Wiedząc, że trzeci wyraz rozwinięcia dwumianu $(x + x^{2 \log x})^5$ jest równy 100 obliczyć x .