

KARTKA 1

ZAD.1. (6p) Naskicuj wykres funkcji $y = \arcsin x$. Następnie wyznacz dziedzinę funkcji

$$f(x) = \arcsin(\sqrt{x} - x + 1)$$

KARTKA 2

ZAD.2. (6p) Naskicuj wykres funkcji $y = 2^x$. Następnie rozwiąż równanie

$$x + \log(5 - 2^{x+1}) - x \cdot \log 5 = \log 2$$

KARTKA 3

ZAD.3. (8p) Naskicuj wykres funkcji $y = \ln x$. Następnie wyznacz dziedzinę funkcji

$$f(x) = \sqrt{\log_{\sin x} \cos x - \log_{\cos x} \sin x}$$

KARTKA 4

ZAD.4. (a) (6p) Wyznacz, o ile istnieją, wartości parametrów $A, B \in \mathbb{R}$, tak aby funkcja $f(x)$ była ciągła w swojej dziedzinie.

$$f(x) = \begin{cases} A \cdot \frac{9 - x^2}{\sqrt{x + 12} - 3} - \frac{\pi}{4} & -12 < x < -3 \\ \frac{x(x+1)}{2} - \arctg B & -3 \leq x \leq 0 \\ x - \frac{1}{4} \arctg(\pi + \ln x) & x > 0 \end{cases}$$

(b) (2p) Oblicz granice

$$C = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x+1}{3x} \right)^{3x}, \quad D = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\arctg \left(\frac{1}{x^2} \right) \cdot (3^x - 2) \right]$$

KARTKA 5

ZAD.5. (a) (4p) Zbadaj monotoniczność i ograniczoność ciągu

$$a_n = \frac{2^{n+1}}{n+1} + \frac{2^{n+2}}{n+2} + \frac{2^{n+3}}{n+3} + \dots + \frac{2^{2n}}{2n}$$

(b) (4p) Oblicz granice

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 1}{(6 + \cos n)^n}, \quad B = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_3(n^3 + 2)}{\log_5(n^3 + 2)}$$

(c) (+2p) Oblicz granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \left(\pi \sqrt{4n^2 + n} \right)$$