

**ARKUSZ 1**

ZAD.1. (a) (4p) Naszkicuj wykresy poniższych funkcji. Wyraźnie zaznacz punkty przecięcia z osiami, asymptoty i/lub końce przedziałów.

$$f(x) = x^{6/5}, g(x) = \ln(x+1), p(x) = -e^x, r(x) = |\arctg x|$$

(b) (1p) Czy jeżeli funkcja jest odwracalna i rosnąca na przedziale  $I$ , to funkcja do niej odwrotna jest również rosnąca na tym przedziale? Jeżeli tak, to udowodnij. Jeżeli nie, to podaj kontrprzykład w postaci wzoru funkcji.

ZAD.2. (a) (4p) Zbadaj zbieżność ciągów

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n+1}} + \frac{1}{\sqrt{n+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2n}}$$
$$b_n = \sqrt[n]{\sin \frac{1}{n}}$$

(b) (1p) Podaj przykład ciągu, który rozbieżny i nie jest monotoniczny.

**ARKUSZ 2**

ZAD.3. Rozwiąż

(a) (3p)  $\sqrt{x+11} > 1-x$

(b) (3p)  $9\sqrt[4]{4} + 8\sqrt[4]{9} = 22\sqrt[4]{6}$

(c) (3p)  $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin x = \cos 3x$

## ARKUSZ 4

ZAD.4. (4p) Oblicz granice ciągów i funkcji

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} [\arctg(n) \cdot (e^{-n} - 2)] \quad B = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cos(x+1)}{x^2 + 1}$$
$$C = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x} \quad D = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+5}{4n-3} \right)^{3n-1}$$

ZAD.5. (7p) Wyznacz, o ile istnieją, wartości parametrów  $A, B, C \in \mathbb{R}$ , tak aby funkcja  $f(x)$  była ciągła w swojej dziedzinie. Następnie wyznacz asymptoty tej funkcji.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{\pi} \cdot \arctg\left(\frac{x}{2}\right) & , x \leq 0 \\ 2^{\frac{2}{x^2-3x+2}} - \frac{\cos B}{3} & , 0 < x < 2 \\ \frac{2}{3} \log_2^2 C + \frac{5}{6} \log_2 C & , x = 2 \\ \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x^2 - 5x + 6} & , x > 2 \end{cases}$$