Zad.1. (a) *(2p)* Naszkicuj wykresy poniższych funkcji. Wyraźnie zaznacz punkty przecięcia z osiami, asymptoty i/lub końce przedziałów.

$$f(x) = x^{4/5} \quad , g(x) = |\log_2 x| \quad , p(x) = e^{-x} \quad , r(x) = \operatorname{arc\,ctg}|x|$$

(b) *(3p)* Wyznacz przedział na którym funkcja jest odwracalna, a następnie wyznacz funkcję odwrotną $f^{-1}(y)$ oraz jej dziedzinę

$$f(x) = \ln\left(\arcsin|x| - \frac{\pi}{4}\right)$$

Zad.2. Rozwiąż

(a) *(3p)* $\sqrt{5-x} > x+1$

(b) *(3p)* $x^{0,25\cdot(\log x+7)} = 10^{\log x+1}$

(c) *(3p)* $\dfrac{4\cos(x)-3}{\cos(2x)} \leq 2$

Zad.3. (a) *(4p)* Czy poniższe ciągi są zbieżne (do granic właściwych) ? Odpowiedzi uzasadnij.

$$a_n = \frac{1}{e+1!} + \frac{1}{e^2+2!} + \frac{1}{e^3+3!} + \cdots + \frac{1}{e^n+n!}$$

$$b_n = \frac{(n+1)!}{3^n}$$

(b) *(1p)* Podaj przykład ciągu, który jest ograniczony, ale nie jest zbieżny.

Zad.4. (a) *(4p)* Oblicz granice ciągów i funkcji

$$A = \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{4n^2+n} - 2n\right) \qquad B = \lim_{x\to\infty}\frac{1+\sin(x+1)}{x+1}$$

$$C = \lim_{x\to-\infty}\left[\operatorname{arc\,ctg}(x)\cdot(3^x-3)\right] \qquad D = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{4n+3}{2n-1}\right)^{2n}$$

(b) *(1p)* Zbadaj istnienie granicy $\lim\limits_{x\to\infty}\sin x^2$

Zad.5. (a) *(4p)* Wyznacz, o ile istnieją, wartości parametrów $A, B \in R$, tak aby funkcja $f(x)$ była ciągła w swojej dziedzinie.

$$f(x) = \begin{cases} 2A \cdot \dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-1} & , x < 1 \\ \log_2 \dfrac{B}{A} & , x = 1 \\ \dfrac{A}{2\pi} \cdot \operatorname{arc\,ctg}\left(2^{\frac{2}{1-x}}\right) + B & , x > 1 \end{cases}$$

(b) *(2p)* Korzystając z definicji Cauchy'ego pokaż, że $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{2x^2+x-1}{x+1} = -3$