6.2. Потокосцепление. ЭДС индукции $\mathscr{E}_i$ в контуре, вращающемся в постоянном магнитном поле. Принцип действия генератора переменного тока

На явлении электромагнитной индукции основано производство переменного электрического тока.

Электромеханический индукционный генератор переменного тока – электрическая машина, преобразующая механическую энергию в электрическую энергию переменного тока.

Принцип действия такого генератора основан на возникновении ЭДС индукции в проводящей рамке, вращающейся в постоянном однородном магнитном поле.

Потокосцепление Ψ (***полный магнитный поток***) – величина, равная

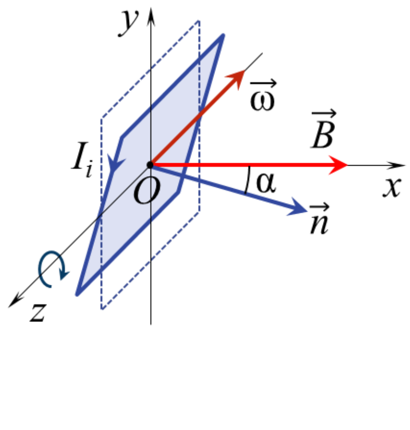
$$\Psi = \sum_{j=1}^{N} \Phi_j, \qquad (6.5)$$

где N – число витков в контуре; Φ_j – магнитный поток через поверхность, ограниченную j-м витком.

Если все Φ_j одинаковы, то

$$\Psi = N\Phi_j. \qquad (6.6)$$

Пусть проводящий контур из N одинаковых витков вращается с постоянной угловой скоростью $\vec{\omega}$ в стационарном однородном магнитном поле индукцией $\vec{B}$ вокруг оси, перпендикулярной силовым линиям поля.



Угол α между $\vec{B}$ и $\vec{n}$ изменяется со временем по закону:

$$\alpha(t) = \omega t,$$

что обуславливает изменение магнитного потока Φ_j через поверхность (S), ограниченную j-м витком:

$$\Phi_j(t) = BS\cos(\omega t),$$

и потокосцепления:

$$\Psi(t) = N\Phi_j(t) = NBS\cos(\omega t). \qquad (6.7)$$

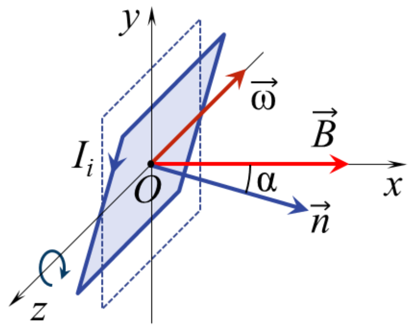
По закону электромагнитной индукции (6.2) в j-м витке возникает $\mathscr{E}_{ij}$:

$$\mathscr{E}_{ij}(t) = -\frac{d\Phi_j(t)}{dt},$$

а так как витки соединены последовательно, то $\mathscr{E}_i$ во всем контуре равна:

$$\mathscr{E}_i(t) = \sum_{j=1}^{N} \mathscr{E}_{ij}(t) = -\sum_{j=1}^{N} \frac{d\Phi_j(t)}{dt} =$$

$$= -\frac{d}{dt}\sum_{j=1}^{N} \Phi_j(t) = -\frac{d\Psi(t)}{dt}. \qquad (6.8)$$



(6.7) → в (6.8) и получим $\mathscr{E}_i$ в контуре, вращающемся в постоянном магнитном поле:

$$\mathscr{E}_i(t) = -\frac{d}{dt}\big(NBS\cos(\omega t)\big) = NBS\omega \cdot \sin(\omega t) = \mathscr{E}_{\max} \cdot \sin(\omega t), \quad (6.9)$$

где $\mathscr{E}_{\max} = NBS\omega$ – максимальное значение $\mathscr{E}_i$.

При этом в замкнутом проводящем контуре сопротивлением R возникает синусоидальный переменный электрический ток:

$$I_i(t) = \frac{\mathscr{E}_i(t)}{R} = \frac{NBS\omega}{R}\sin(\omega t). \qquad (6.10)$$

6.3. Индуктивность. Явление самоиндукции. Взаимная индукция

Собственный магнитный поток Ψ_s – поток через ограниченную контуром поверхность, который обусловлен собственным магнитным полем тока в витках этого контура.

Если в окружающем контур с током I пространстве нет ферромагнетиков, то из закона Био – Савара – Лапласа следует, что величина индукции B магнитного поля этого тока:

$$B \sim I,$$

а, поскольку $\Psi_s \sim B$, то $\Psi_s \sim I$

или

$$\Psi_s = L \cdot I, \qquad (6.11)$$

где коэффициент L – ***индуктивность*** контура.

В СИ $[L]$ = Гн.

Индуктивность L контура зависит от его геометрии (формы и размеров), числа витков в нем, а также от магнитных свойств окружающей среды.

Собственный магнитный поток длинного соленоида с учетом (6.6) равен:

$$\Psi_s = N \cdot B \cdot S = N \cdot \mu_0 \mu n I \cdot S = n\ell \cdot \mu_0 \mu n I \cdot S = \mu_0 \mu n^2 V \cdot I,$$

где N – общее число витков соленоида;
$B = \mu_0 \mu n I$ – модуль индукции магнитного поля внутри соленоида;
S – площадь, ограниченная одним витком;
μ – магнитная проницаемость вещества внутри соленоида;
ℓ – его длина;
$n = N/\ell$ – число витков на единицу длины соленоида;
$V = S\,\ell$ – его объем.

Из (6.11) следует, что индуктивность L длинного соленоида:

$$L = \mu_0 \mu n^2 V. \qquad (6.12)$$

Если в контуре идет изменяющийся во времени ток, то создаваемое им изменяющееся магнитное поле должно вызывать в этом контуре дополнительную ЭДС.

Самоиндукция – явление возникновения ЭДС электромагнитной индукции в контуре вследствие изменения в нем электрического тока.

По закону электромагнитной индукции Фарадея (6.2) возникающая ЭДС самоиндукции $\mathscr{E}_{si}$ с учетом (6.11) равна:

$$\mathscr{E}_{si} = -\frac{d\Psi_s}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(L \cdot I\right) = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right) \qquad (6.13)$$

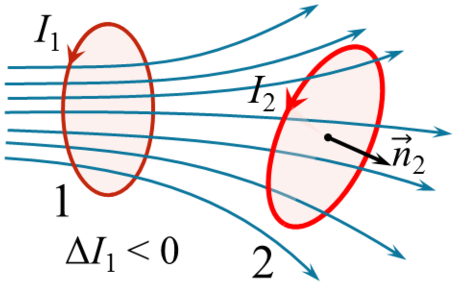
– ***закон самоиндукции***.

Если окружающая среда неферромагнитная и контур не деформируется, то его $L = \mathrm{const}$, тогда закон (6.13):

$$\mathscr{E}_{si} = -L\frac{dI}{dt}. \qquad (6.14)$$

Возникающий под действием ЭДС самоиндукции $\mathscr{E}_{si}$ индукционный ток по правилу Ленца противодействует изменению силы тока в контуре: <u>замедляет</u> его возрастание или убывание.

Изменение силы тока в одном из 2-х близко расположенных контурах приведет к возникновению ЭДС индукции в другом из них и наоборот.



Взаимная индукция – явление возникновения ЭДС электромагнитной индукции в одном контуре вследствие изменения силы тока в другом контуре или изменения взаимного расположения этих контуров.

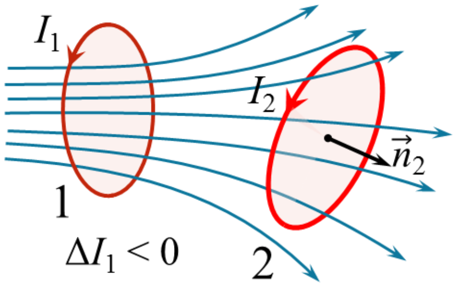
Потокосцепление Ψ_{21} через поверхность, ограниченную контуром 2, который находится в магнитном поле тока I_1 в контуре 1, прямо пропорционально I_1:

$$\Psi_{21} = L_{21} \cdot I_1,$$

где L_{21} – коэффициент взаимной индукции.

Если в контуре 1 сила тока I_1 изменяется, то в контуре 2 возникает ЭДС электромагнитной индукции $\mathscr{E}_2$:

$$\mathscr{E}_2 = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}.$$



Аналогично, при прохождении в контуре 2 тока I_2 создается магнитное поле и поверхность, ограниченную контуром 1, пересекает потокосцепление Ψ_{12}:

$$\Psi_{12} = L_{12} \cdot I_2,$$

а при изменении силы тока I_2 индуцируется $\mathscr{E}_1$ в контуре 1:

$$\mathscr{E}_1 = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}.$$

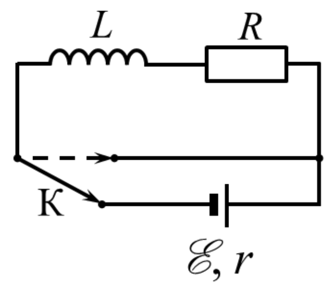
Т. о., между этими контурами существует магнитная связь.

Коэффициенты взаимной индукции L_{21} и L_{12} зависят от геометрии контуров, их взаимного расположения и магнитных свойств окружающей среды. В отсутствие ферромагнетиков

$$L_{12} = L_{21}.$$

Явления самоиндукции и взаимной индукции играют важную роль в электро- и радиотехнике.

6.4. Энергия магнитного поля и ее плотность



Рассмотрим замыкание неподвижной электрической цепи, содержащей последовательно соединенные соленоид индуктивностью L и резистор сопротивлением R, на источник тока, внутреннее сопротивление которого $r \ll R$.

При этом в цепи возникает ток и ЭДС самоиндукции, которая в соответствие с правилом Ленца противодействует изменению силы тока I в цепи, замедляя его возрастание.

Если I в цепи изменяется достаточно медленно, то выполняется закон Ома:

$$I = \frac{1}{R}\left(\mathscr{E} + \mathscr{E}_i + \mathscr{E}_{si}\right), \tag{6.15}$$

где $\mathscr{E}$ – ЭДС источника тока; $\mathscr{E}_i$ – ЭДС электромагнитной индукции; $\mathscr{E}_{si}$ – ЭДС самоиндукции.

Будем считать, что внешнее магнитное поле либо отсутствует, либо постоянно (т. е. $\mathscr{E}_i = 0$). Тогда из (6.15):

$$IR = \mathscr{E} + \mathscr{E}_{si},$$

$$\mathscr{E} = IR - \mathscr{E}_{si},$$

с учетом (6.13):

$$\mathscr{E} = IR + \frac{d\Psi_s}{dt}, \quad \Big| \cdot (I \cdot dt)$$

$$\mathscr{E} \cdot I \cdot dt = I^2 R \cdot dt + I \cdot d\Psi_s,$$

где

$\delta A_{\text{стор}} = \mathscr{E} \cdot I \cdot dt$ – элементарная работа сторонних сил источника;

$\delta Q = I^2 R \cdot dt$ – джоулева теплота, выделяющаяся в цепи за dt;

$$\delta A = I \cdot d\Psi_s \tag{6.16}$$

– элементарная дополнительная работа, совершаемая сторонними силами <u>против ЭДС самоиндукции</u>.

В отсутствие ферромагнетиков L = const, тогда из (6.11):

$$d\Psi_s = L \cdot dI,$$

в (6.16):

$$\delta A = L\, I \cdot dI.$$

Проинтегрируем это уравнение:

$$\int_0^A \delta A = \int_0^I L\,I \cdot dI$$

и получим работу A, совершаемую сторонними силами против ЭДС самоиндукции $\mathscr{E}_{si}$ при установлении тока в цепи от 0 до I:

$$A = \frac{LI^2}{2}. \qquad (6.17)$$

Поскольку совершение работы (6.17) сопровождается возникновением магнитного поля тока в соленоиде, то согласно закону сохранения энергии работа A равна приращению энергии этого магнитного поля от 0 до величины $L\,I^2/2$.

В отсутствие ферромагнетиков ***энергия магнитного поля*** тока I в соленоиде индуктивностью L (учитывая $\Psi_s = L \cdot I$):

$$\boxed{W = \frac{L\,I^2}{2} = \frac{I\,\Psi_s}{2} = \frac{\Psi_s^2}{2L}.} \qquad (6.18)$$