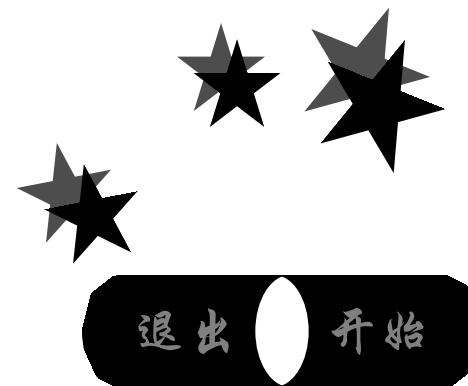




第七章 集成运算放大电路

北京邮电大学电子工程学院



第七章 集成运算放大电路

本章主要内容：

- 介绍了集成运算放大器的组成、特点及传输特性；
- 运放的性能指标及低频电路；
- 基本运算电路；
- 有源滤波电路；
- 电子系统中的放大电路；

本章重点：

- 掌握运放的性能指标和低频等效电路；
- 掌握基本运算电路的分析方法，会通过基本运算电路构造较复杂的电路。

第七章 集成运算放大电路

§7-1集成运算放大电路概述 ◇

§7-2集成运放的性能指标及低频等效电路 ◇

§7-3集成运放的基本运算电路 ◇

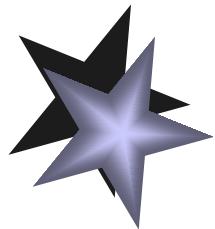
§7-4有源滤波电路 ◇

§7-5电子系统中的放大电路 ◇

§7-6集成运放的选择与使用注意事项 ◇



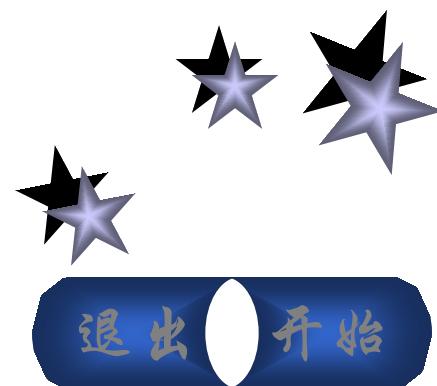
第七章 集成运算放大器简介



7-1 集成运放概述

电路与电子学基础

BUPT
EE



集成电路概述

分立元件电路：是由各种单独元件连接而成的分立元件电路。

集成电路 (integrated circuit, IC) :

是相对分立电路而言，采用半导体工艺，将大量的晶体管、电阻、电容等电路元件及其导线制作在一小块半导体材料上，形成具有特定功能的单元电路。

集成电路的特点：

密度大、体积小、成本低、性能好、功耗低、可靠性高。

集成运算放大电路概述

集成放大运算器：

将各种不同的电子管元件，如晶体管、场效应管、二极管、电阻、电容等，与电路导线集成在一小块硅片上作为一个整体，形成具有特定功能的单元，通过外部电路的设计能完成特定功能与运算的器件。

集成放大运算电路：

集成运算放大器与外部电路的总称，最初多用于各种模拟信号的运算（如比例、求和、求差、积分、微分等），因此也称为运算放大电路，简称集成运放。

集成运放的种类

按照集成运放的制造工艺分：

双极型
单极型
单双混合极型

按照集成运放的供电方式分：

双电源供电
单电源供电 正负电源对称型供电
 正负电源不对称型供电

按照一个集成芯片上运放个数分：

单运放
双运放
四运放
...

集成运放的种类

按照集成运放的工作原理分：

电压放大型
电流放大型
转移电导型
转移电阻型

按照集成运放的控制类型分：

可变增益运放
选通控制运放

外加电压控制开环差模增益的放大电路
数字编码信号控制开环差模增益的放大电路

按照集成运放的性能指标分：

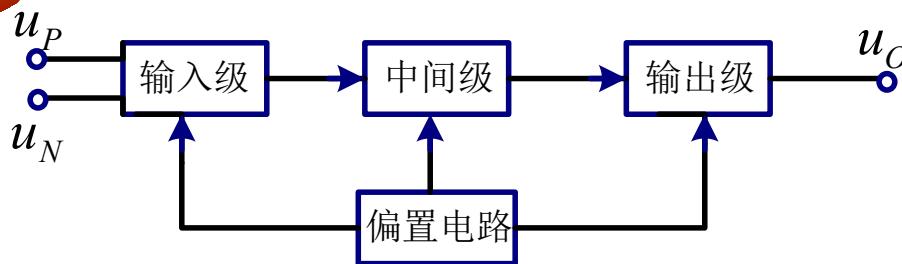
通用型
特殊型

高阻型
高速型
高精度型
低功耗与微功耗型

集成运放的特点

1. 硅片不能制作大电容，故集成运放多采用直接耦合方式；
2. 采用相同的放大元件进行组合，这样相邻元器件的参数具有良好的一致性，可以减少环境温度和干扰的影响；
3. 因为制作不同形式的集成电路，只是所用掩模不同，增加元器件并不增加制造工序，所以集成运放允许采用复杂电路形式，以得到各方面性能俱佳的效果；
4. 集成运放中常用有源元件来替代电阻。

集成运放的组成



输入级（前置级）

一般要求其输入电阻高，抑制共模信号的能力强，所以输入级常是一个双端输入的高性能差分放大电路，差模放大倍数大，静态电流小。

中间级

要求具有较强的放大能力，多采用共射(或共源)放大电路。而且为了提高电压放大倍数，经常采用复合管作放大管，以恒流源作集电极负载。其电压放大倍数可达千倍以上。

输出级

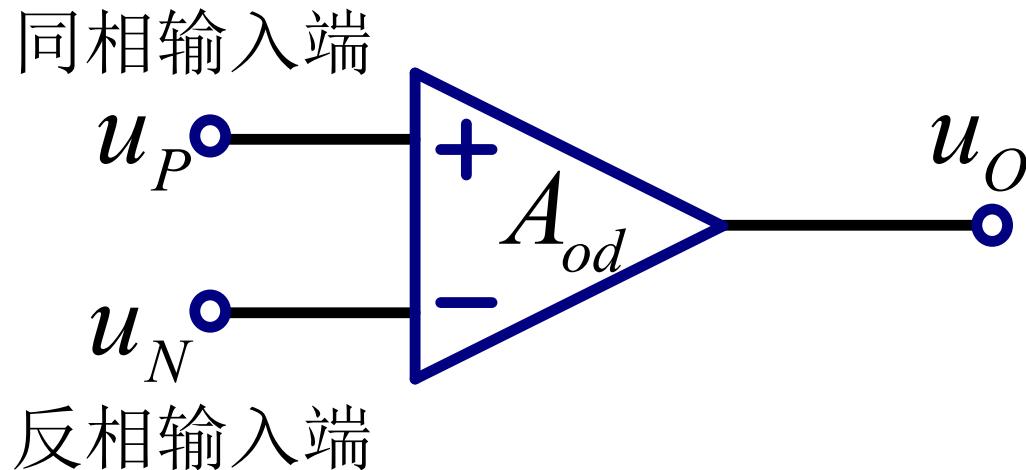
输出级具有输出电压线性范围宽、输出电阻小(即带负载能力强)、非线性失真小等特点。集成运放的输出级多采用互补输出电路。

偏置电路

偏置电路用于设置集成运放各级放大电路的静态工作点。与分立元件不同，集成运放采用电流源电路为各级提供合适的集电极(或发射极、漏极)静态工作电流，从而确定了合适的静态工作点。

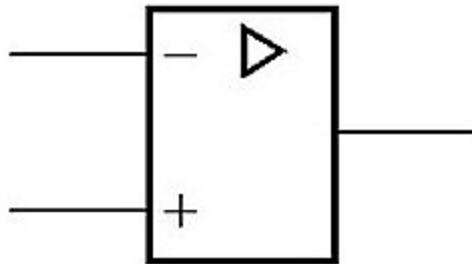
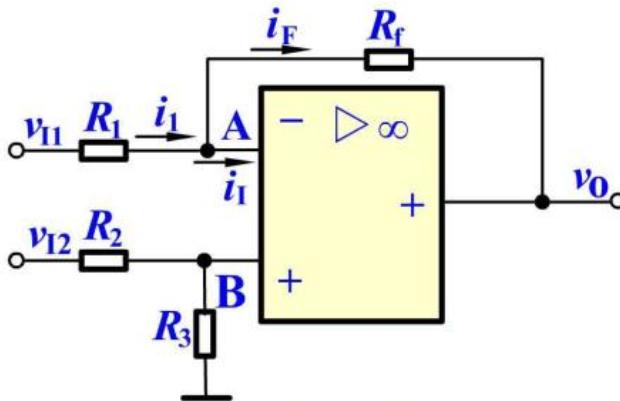
集成运放的符号

集成运放有同相输入端和反相输入端，“同相”和“反相”是指运放的输入电压与输出电压之间的相位关系。

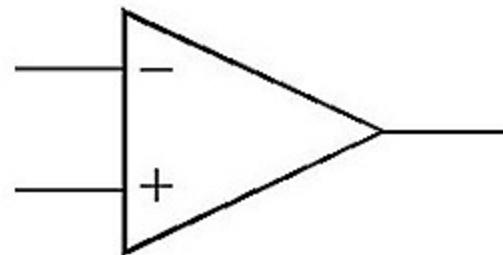


由于集成运放放大的是差模信号，且没有通过外电路引入反馈，故称其电压放大倍数为差模开环放大倍数，记作 A_{od} 。

集成运放的符号



(a)



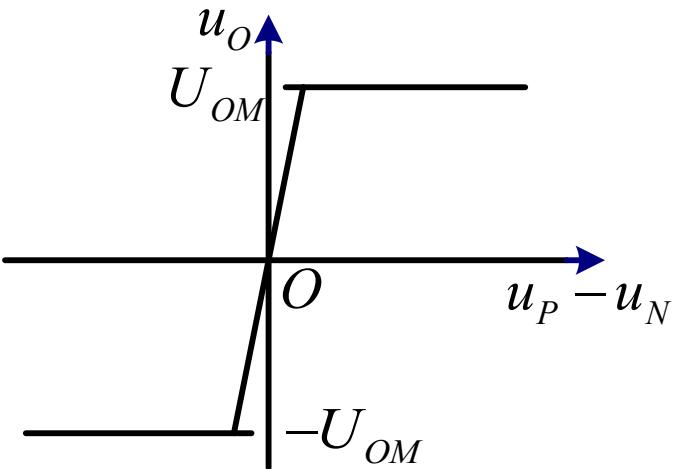
(b)

图2.1.2 运算放大器的代表符号

(a) 国家标准规定的符号 (b) 国内外常用符号

集成运放的电压传输特性

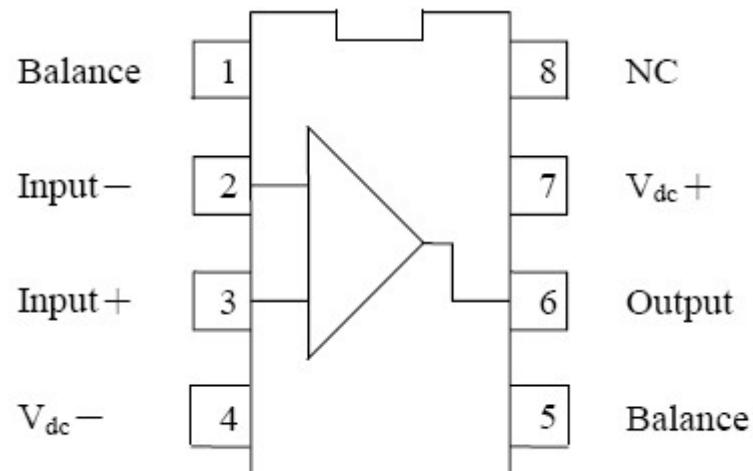
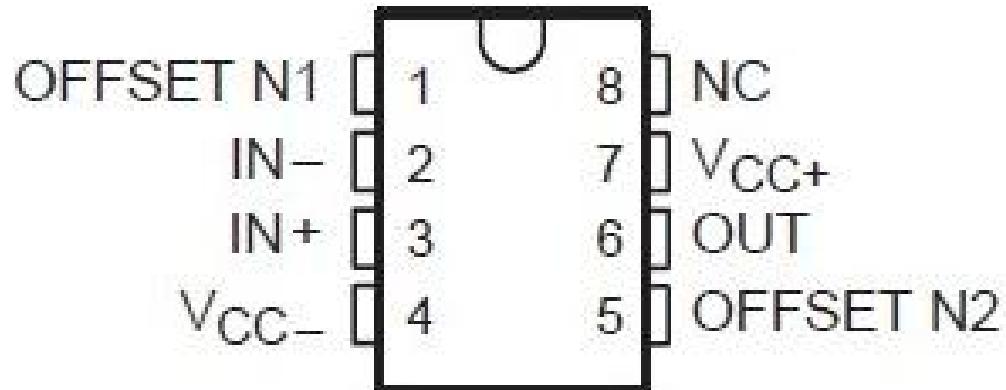
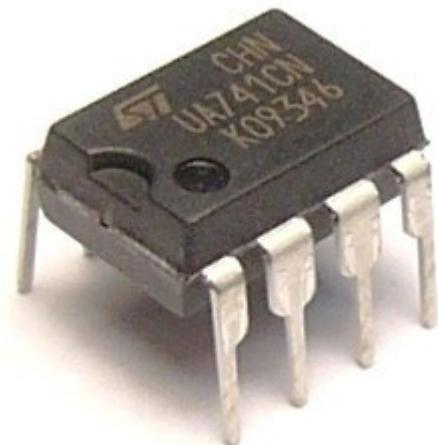
集成运放的输出电压 u_O 与输入电压(即同相输入端与反相输入端之间的电位差) $(u_P - u_N)$ 之间的关系曲线称为电压传输特性曲线: $u_O = f(u_P - u_N)$ 。对于正、负两路电源供电的集成运放, 电压传输特性如图所示。



线性区 (放大区) : 曲线的斜率为电压放大倍数, 即输出电压 $u_O = A_{od}(u_P - u_N)$ 。通常 A_{od} 非常高, 可达几十万倍, 因此线性区非常窄。

非线性区 (饱和区) : 输出电压只有两种可能的情况: $+U_{OM}$ 或 $-U_{OM}$ 。

741 集成运放



通用型集成运放LM741

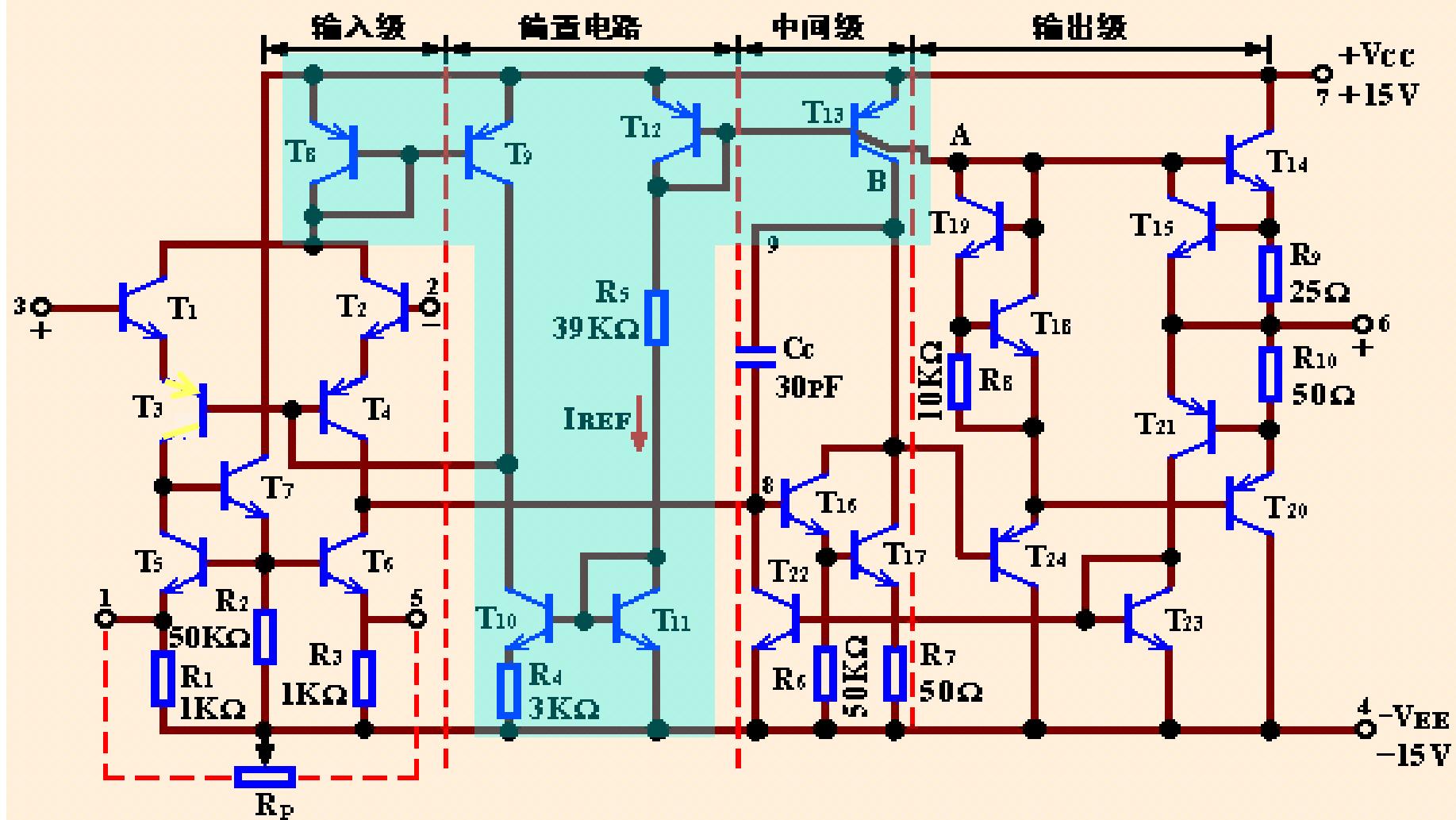
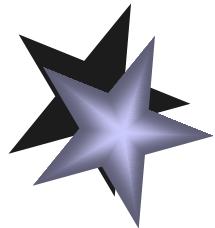


图 6.3.3 741 型集成运算放大器 (a) 原理电路



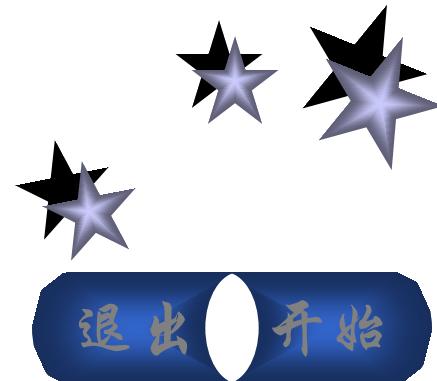
第七章 集成运算放大器简介



7-2 集成运放的性能指标及 低频等效电路

电路与电子学基础

BUPT
EE



7-2-1 集成运放的主要性能指标

一、开环差模增益 A_{od}

集成运放无外加反馈时的差模放大倍数。

$$A_{od} = \Delta u_O / \Delta(u_P - u_N) \quad \text{分贝表示 } 20 \lg |A_{od}|$$

通用型集成运放的 A_{od} 通常在 10^3 到 10^5 之间，即 100dB 左右。

二、共模抑制比 K_{CMR}

集成运放开环时，差模放大倍数与共模放大倍数之比的绝对值，反映了集成运放对共模信号的抑制能力，其值越大越好。

$$K_{CMR} = |A_{od} / A_{oc}| \quad \text{分贝表示 } 20 \lg K_{CMR}$$

理想运放的共模抑制比为无穷大。

7-2-1 集成运放的主要性能指标

三、差模输入电阻 r_{id}

集成运放在开环时对输入差模信号的输入电阻，愈大越好，差模电阻大则从信号源索取的电流愈小。

理想运放的 r_{id} 为无穷大

四、输入失调电压 U_{IO} 及其温漂 dU_{IO} / dT

集成运放的输入级电路参数不可能绝对对称，即当输入电压为零时， u_o 并不为零，因此在集成运放的两个输入端外加补偿电压 U_{IO} ，使运放输出电压为零。 U_{IO} 越小，表明电路参数对称性愈好。

$$U_{IO} = -\frac{U_O|_{u_I=0}}{A_{od}} \quad (\text{运放工作在线性区})$$

dU_{IO} / dT 是衡量运放温漂的重要参数，其值愈小，表明运放的温漂愈小。

7-2-1 集成运放的主要性能指标

五、输入失调电流 I_{IO} 及其温漂 dI_{IO} / dT

在常温下输入信号为零时，集成运放输入级两个差放管的基极静态偏置电流之差： $I_{IO} = |I_{B1} - I_{B2}|$

I_{IO} 反映输入级差放管输入电流的不对称程度，越小差放管的对称性越好。

六、输入偏置电流 I_{IB}

在常温下输入信号为零时，集成运放输入级差放管的基极(栅极)偏置电流的平均值： $I_{IB} = \frac{1}{2}(I_{B1} + I_{B2})$

反映集成运放输入电阻和输入失调电流大小，其值越小，信号源内阻对集成运放静态工作点的影响也越小。

7-2-1 集成运放的主要性能指标

七、最大共模输入电压 $U_{Ic\max}$

指允许加在集成运放两个输入端的最大电压。共模输入电压高于此值，集成运放的共模抑制比将明显下降。

八、最大差模输入电压 $U_{Id\max}$

当集成运放所加差模信号大到一定程度时，输入级至少有一个PN结承受反向电压， $U_{Id\max}$ 是不至于使PN结反向击穿所允许的最大差模输入电压。当输入电压大于此值时，输入级将损坏。

九、开环 - 3dB带宽 f_H

电压放大倍数下降为最大值的0.707 倍所对应的截止频率。

7-2-1 集成运放的主要性能指标

十、单位增益带宽 f_c

使 A_{od} 下降到零分贝（即 $A_{od} = 1$ ，失去电压放大能力）时的信号频率。

十一、转换速率SR

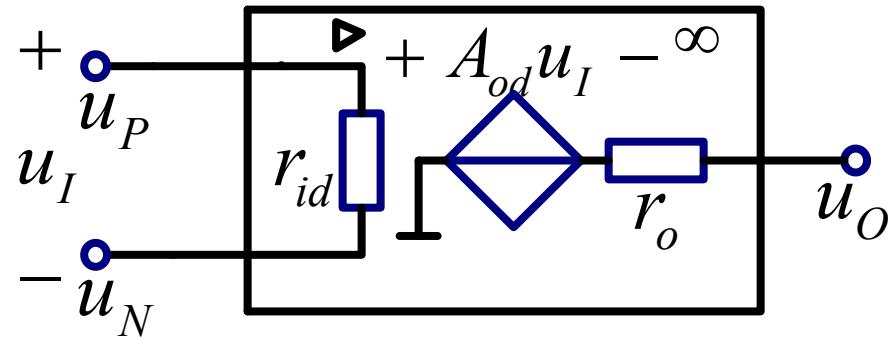
集成运放在闭环工作状态下，输入阶跃大信号时，输出电压在单位时间变化量的最大值。

$$SR = \left| \frac{du_o}{dt} \right|_{\max}$$

SR表示集成运放对信号变化速度的适应能力。信号幅值愈大、频率越高，要求集成运放的SR也越大。

7-2-2 集成运放的低频等效电路

若仅研究对输入信号(即差模信号)的放大问题，而不考虑失调因素对电路的影响，那么可用简化的集成运放低频等效电路，如图所示。



从运放输入端看进去，等效为一个电阻 r_{id} ；

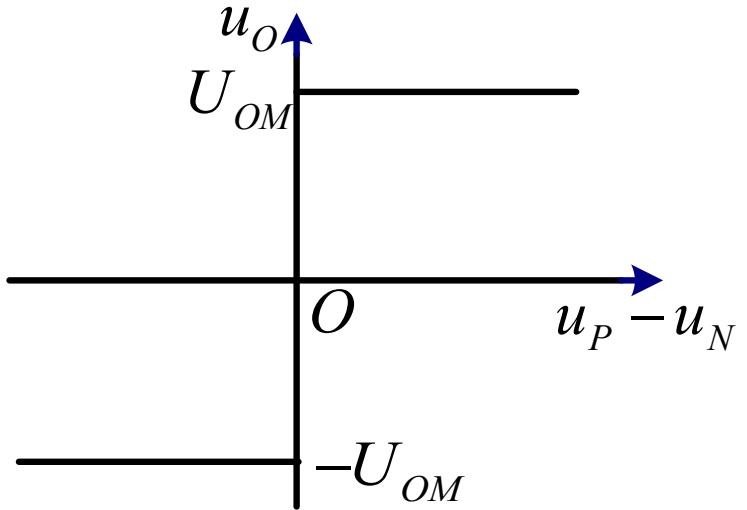
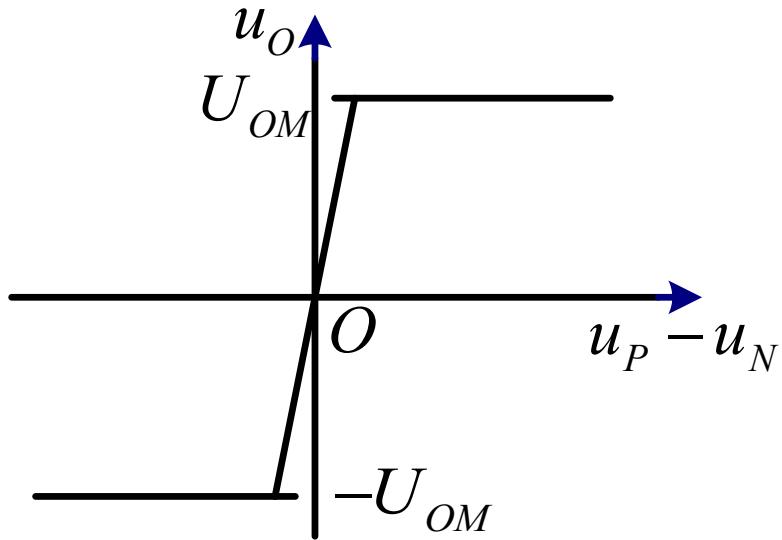
从运放输出端看进去，等效为一个电压 u_I (即 $u_P - u_N$)控制的电压源 $A_{od}u_I$ ，内阻为 r_o 。

将集成运放理想化的条件

差模输入电阻 $r_{id} \rightarrow \infty$

开环电压放大倍数 $A_o \rightarrow \infty$

开环输出电阻 $r_o \rightarrow 0$

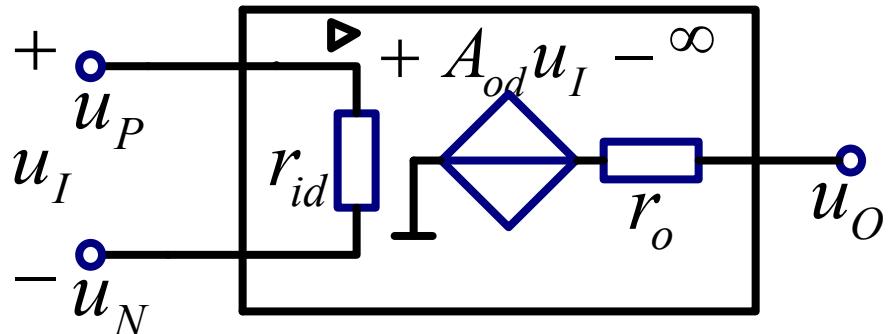


实际运放/理想运放的电压传输特性

理想集成运放

$$r_{id} \rightarrow \infty$$

$$i_- = i_+ = \frac{u_i}{r_i} \rightarrow 0$$



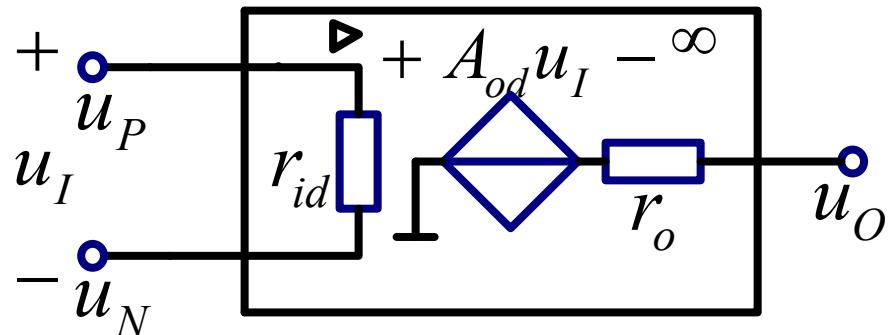
由于运放的差模输入电阻很大，流入运放输入端的电流就非常小，远小于输入端外电路的电流，所以通常可把运放的两输入端近似开路，即从运放输入端看运放近似开路，这一特性称为虚假开路，简称“虚断”。

理想集成运放

$$A_{od} \rightarrow \infty$$

$$u_I = u_P - u_N = \frac{u_O}{A_{od}} \rightarrow 0$$

$$u_P = u_N$$



因为理想运放的电压放大倍数很大，所以运算放大器同相输入端与反相输入端的电位十分接近相等，近似短路，这一特性称为虚假短路，简称“虚短”。显然不能将两输入端真正短路。

★ 第七章 集成运算放大器简介

7-3 集成电路的基本运算电路

电路与电子学基础

BUPT
EE

退出 开始

分析运放电路时设集成运放为理想运放，因而其两个输入端的净输入电压和净输入电流均为零，即具有“虚短路”和“虚断路”两个特点，这是分析运算电路输出电压与输入电压运算关系的基本出发点。

- 比例运算电路
- 加减运算电路
- 积分运算电路
- 微分运算电路

一. 比例运算电路

1. 反相比例运算电路

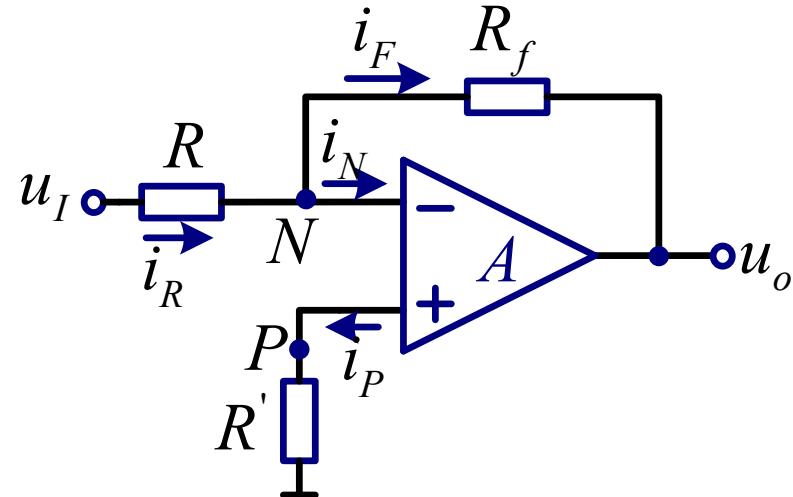
R —— 输入信号电阻

R_f —— 负反馈电阻

R' —— 平衡电阻

$R' = R // R_f$ ，保证了集成运放输入级差分放大电路的对称性。

电压并联负反馈



反相输入运算关系

理想运放的“虚断路”： $i_N = i_p = 0$

理想运放的“虚短路”： $u_N = u_p = 0$ ；

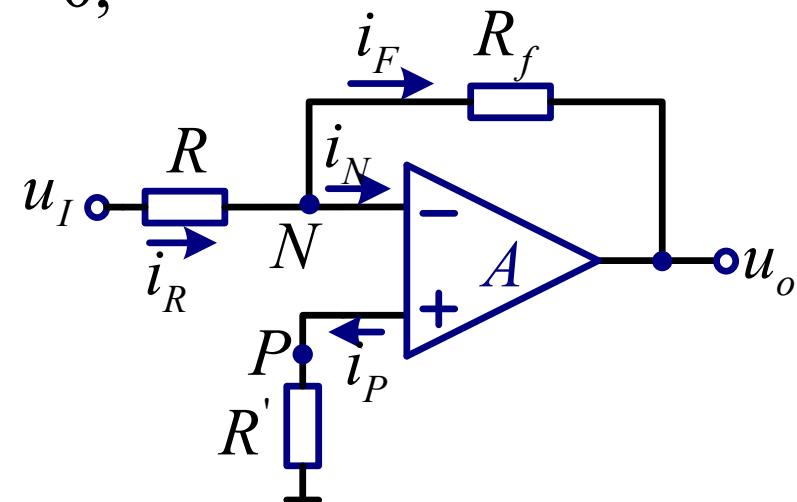
节点N的电流方程为

$$i_R = i_F \Rightarrow \frac{u_I - u_N}{R} = \frac{u_N - u_O}{R_f}$$

由于 $u_N = 0$ ，N点为虚地，所以：

$$u_O = -\frac{R_f}{R} u_I$$

u_O 与 u_I 成比例关系，比例系数为 $-R_f/R$ ，负号表示 u_O 与 u_I 反相。比例系数的数值可以任何值。

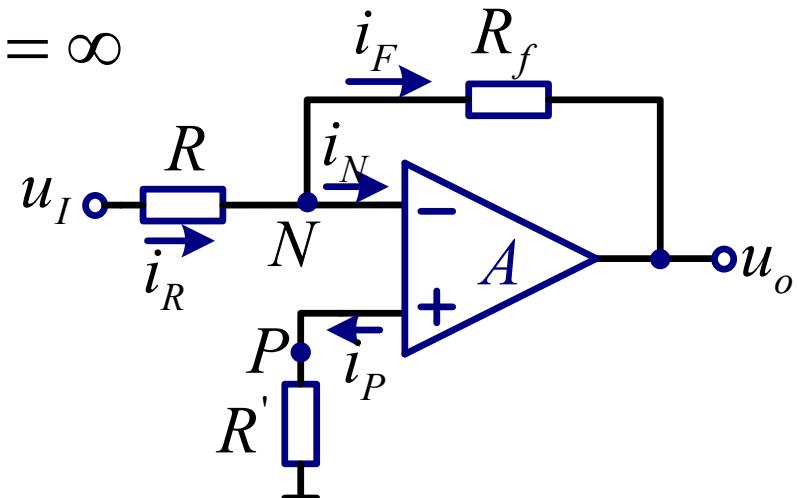


反相输入运算关系

电路引入深度电压负反馈: $1 + AF = \infty$

输出电阻 $R_{of} = \frac{R_o}{1 + AF} = 0$

电路带负载后运算关系不变。



电路的输入电阻为电路输入端和地之间看进去的等效电阻，其值等于输入端和虚地之间看进去的等效电阻: $R_i = R$ 。

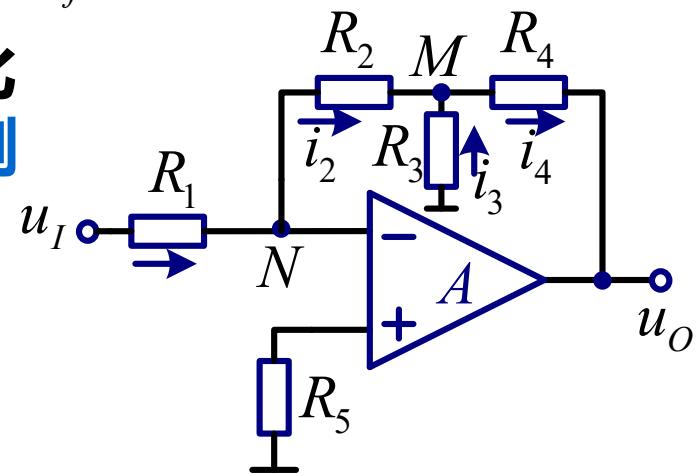
由此可见，尽管理想运放的输入电阻为无穷大，但是反相比例运算电路的输入电阻却不是无穷大，其值大小决定于电阻 R 。

反相比例运算电路的改进

$$u_O = -\frac{R_f}{R} u_I$$

反相比例运算电路存在一个问题：为了增大输入电阻，且保持或得到更大的比例系数（即 u_O 与 u_I 的比例关系）， R_f 必须是很大的电阻。例如，在比例系数为-50的情况下，若要求 $R_i = 10k\Omega$ ，即 $R = 10k\Omega$ ，则 $R_f = 500k\Omega$ 。

由此，我们提出另一种反相比例运算电路，即T型网络反相比例运算电路，可达到上述目的。



T型网络反相比例运算电路

理想运放的“虚断路”： $i_N = i_p = 0$

理想运放的“虚短路”： $u_N = u_p = 0$ ；

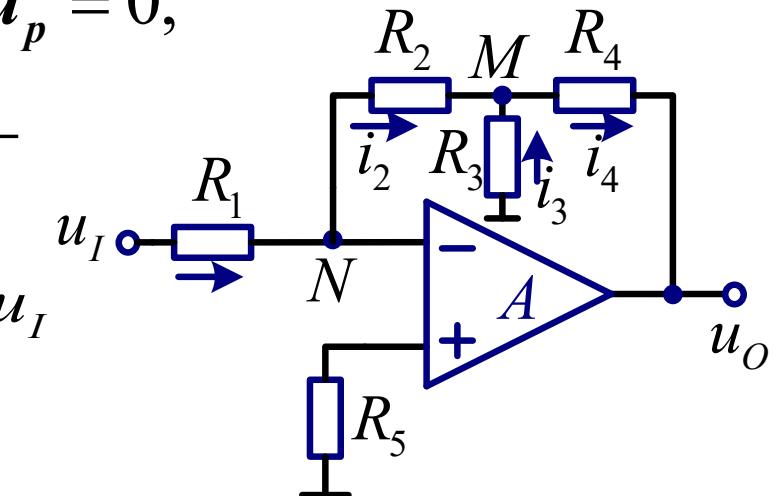
节点N的电流方程为 $\frac{u_I}{R_1} = \frac{-u_M}{R_2}$

因而节点M的电位 $u_M = -\frac{R_2}{R_1}u_I$

R_3 和 R_4 的电流分别为

$$i_3 = -\frac{u_M}{R_3} = \frac{R_2}{R_1 R_3} u_I \quad i_4 = i_2 + i_3$$

输出电压 $u_o = -i_2 R_2 - i_4 R_4$



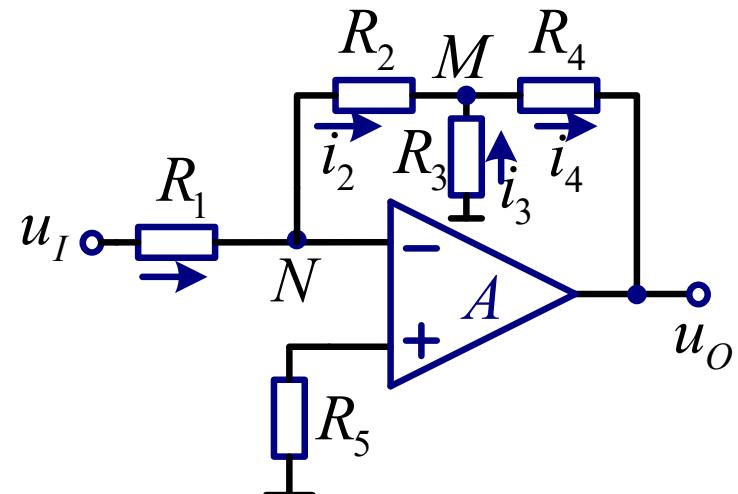
$$u_o = -\frac{R_2 + R_4}{R_1} \left(1 + \frac{R_2 // R_4}{R_3}\right) u_I$$

T型网络反相比例运算电路

$$u_o = -\frac{R_2 + R_4}{R_1} \left(1 + \frac{R_2 // R_4}{R_3}\right) u_I$$

当 $R_3 \rightarrow \infty$, 比例关系与反向比例运算电路相同:

$$u_O = -\frac{R_2 + R_4}{R} u_I = -\frac{R_f}{R} u_I$$



比例系数为 -50 , 若要求 $R_i = 10k\Omega$, 即 $R = 10k\Omega$, 则需要 $R_f = 500k\Omega$ 。而改进后, 取 R_2 和 R_4 为 $10k\Omega$, 有

$$\frac{u_O}{u_I} = -\frac{R_2 + R_4}{R_1} \left(1 + \frac{R_2 // R_4}{R_3}\right) = -50 \quad \Rightarrow R_3 = 208\Omega$$

2. 同相比例运算电路能·

由理想运放的“虚短”和“虚断”，电路有共模输入电压：

$$u_P = u_N = u_I$$

净输入电流为零，所以：

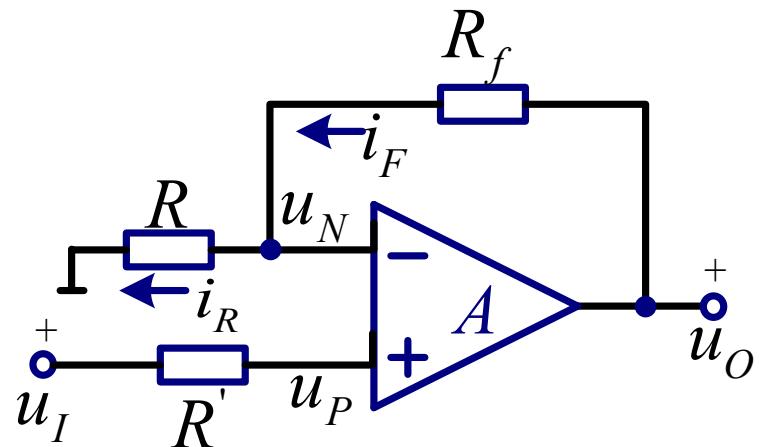
$$i_R = i_F$$

$$\frac{u_N - 0}{R} = \frac{u_O - u_N}{R_f}$$

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right)u_N = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right)u_I$$

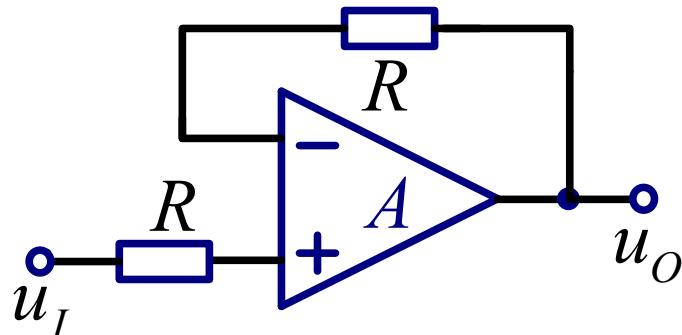
$$u_O = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right)u_I \quad (u_O \text{与 } u_I \text{ 同相且 } u_O \text{ 大于 } u_I)$$

前面电路的输入端和接地端互换



3. 电压跟随器

$$R \rightarrow \infty$$



由于 $u_O = u_N = u_P$ ，故输出电压与输入电压的关系为 $u_O = u_I$ 。

理想运放的输入电阻无穷大，输出电阻无穷小，因而电压跟随器具有比射极输出器好得多的跟随特性。

小结

分析单一信号作用的运算电路的运算关系：

- 首先列出关键节点的电流方程。所谓关键节点是指那些与输入电压和输出电压产生关系的节点，如N和P点；
- 然后根据“虚短”和“虚断”的原则，进行整理，即可得输出电压和输入电压的运算关系。

例1

如下图所示，已知 $R_2 \gg R_4$, $R_1 = R_2$ 。

试问：(1) u_O 与 u_I 的比例系数为多少？

(2) 若 R_4 开路，则 u_O 与 u_I 的比例系数为多少？

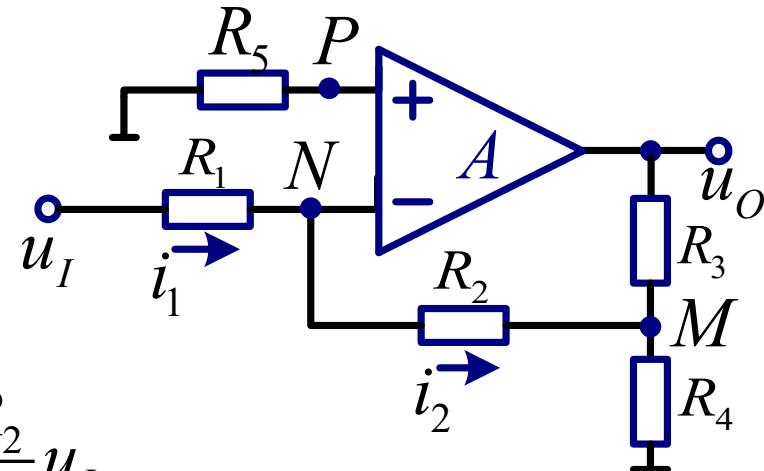
解：

(1) 由于 $u_N = u_P = 0$

$$i_2 = i_1 = \frac{u_I}{R_1}$$

M点的电位：

$$u_M = -i_2 R_2 = -\frac{R_2}{R_1} u_I$$



解 (续)

由于 $R_2 \gg R_4$, 可以认为

$$u_M \approx \frac{R_4}{R_3 + R_4} u_O$$

即

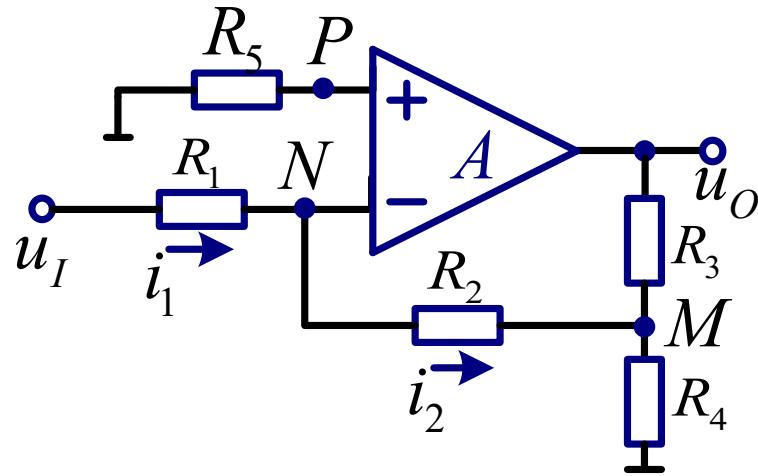
$$u_O \approx \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) u_M$$

$$\Rightarrow u_O \approx -\frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) u_I$$

在上式中, 由于 $R_1 = R_2$, 故 u_O 与 u_I 的关系式为

$$u_O \approx -(1 + \frac{R_3}{R_4}) u_I$$

所以, 比例系数约为 $-(1 + R_3/R_4)$ 。

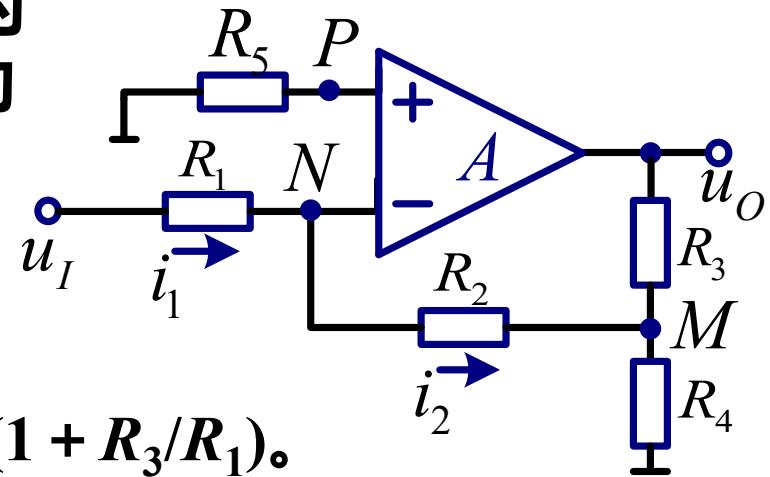


解 (续)

(2) 若 R_4 开路，则电路变为典型的反相比例运算电路， u_O 与 u_I 的运算关系式为

$$u_O = -\frac{R_2 + R_3}{R_1} u_I$$

由于 $R_1 = R_2$ ，故比例系数为 $-(1 + R_3/R_1)$ 。

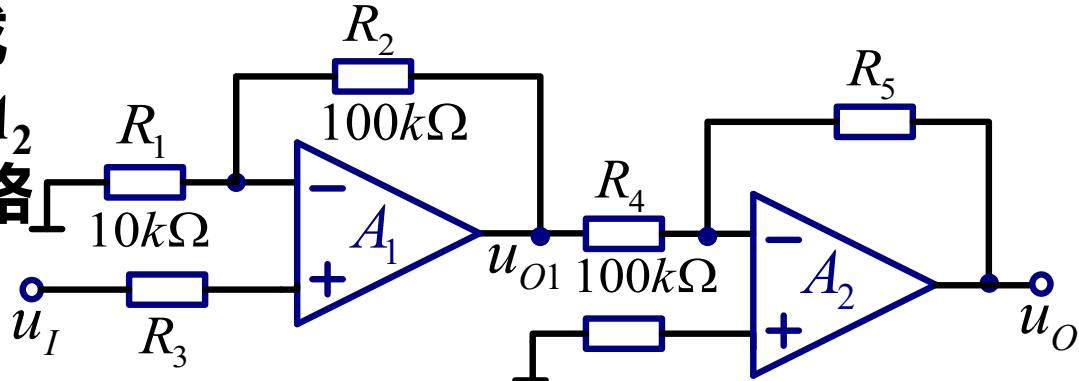


例2

电路如右图所示，已知 $u_O = -55u_I$ ，其余参数如图中所标注。试求出 R_5 的值；并说明若 u_I 与地接反，则输出电压与输入电压的关系将产生什么变化。

解：如图所示， A_1 构成

同相比例运算电路， A_2 构成反相比例运算电路。因此有



$$u_{O1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)u_I = \left(1 + \frac{100\text{k}\Omega}{10\text{k}\Omega}\right)u_I = 11u_I$$

$$u_O = -\frac{R_5}{R_4}u_{O1} = -\frac{R_5}{100\text{k}\Omega} \times 11u_I = -55u_I$$

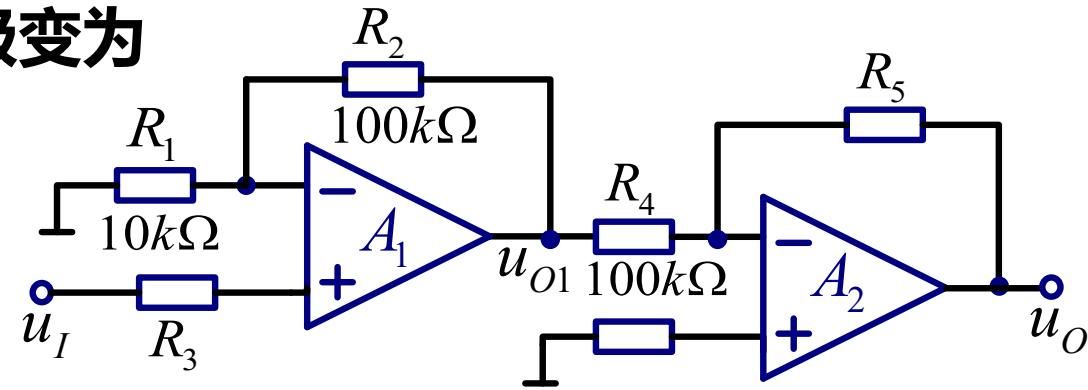
得出 $R_5 = 500 \text{ k}\Omega$ 。

解 (续)

若 u_I 与地接反，则第一级变为反相比例运算电路。

$$\Rightarrow u_{O1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot u_I$$

$$u_{O1} = -\frac{100k\Omega}{10k\Omega} \cdot u_I = -10u_I$$



由于第二级电路的比例系数仍为 -5，所以输出电压与输入电压的比例系数变为50。

二. 加减运算电路

1. 求和运算电路

(1) 反相求和运算电路

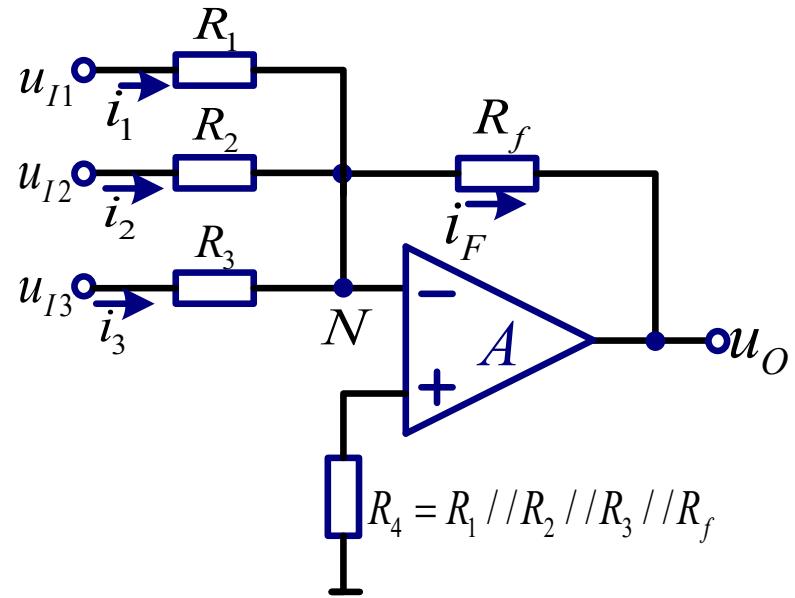
由“虚短”和“虚断”有

$$u_N = u_P = 0$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_F$$

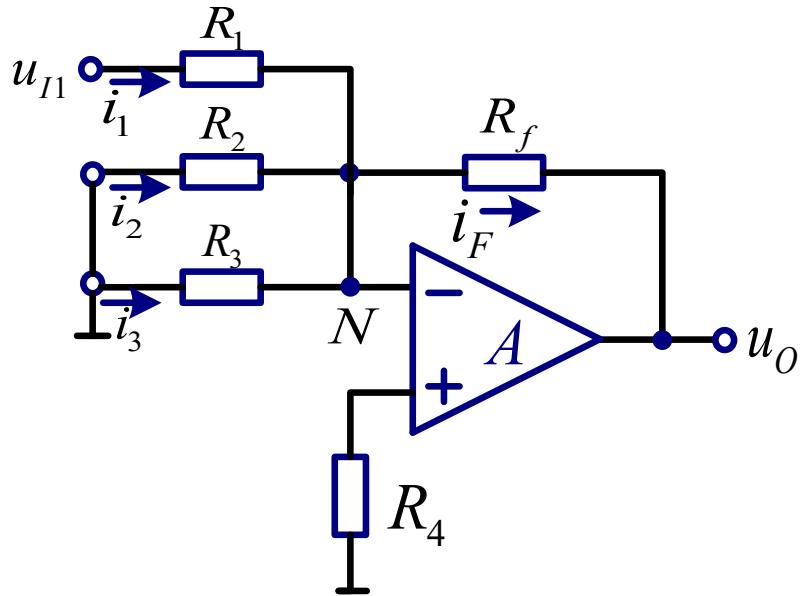
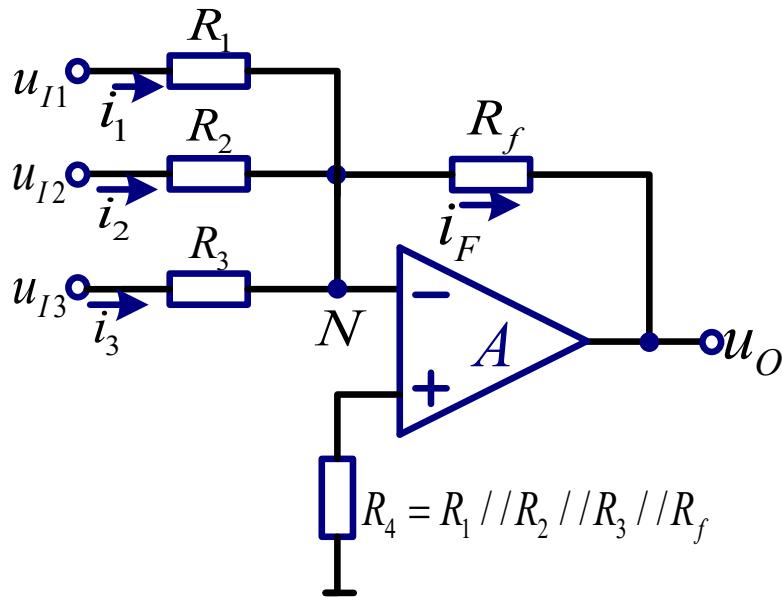
$$\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3} = -\frac{u_O}{R_f}$$

$$u_O = -R_f \left(\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3} \right)$$



利用叠加原理求解运算关系

对于多输入的电路除了用上述节点电流法求解外，还可利用叠加原理得到同样的结果。



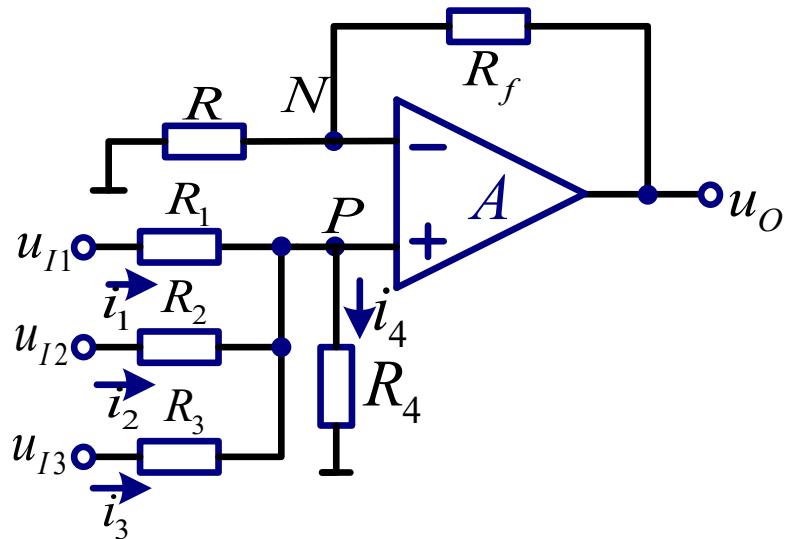
(2) 同相求和运算电路

节点P的电流方程为：

$$\dot{i}_1 + \dot{i}_2 + \dot{i}_3 = \dot{i}_4$$

$$\frac{u_{I1} - u_P}{R_1} + \frac{u_{I2} - u_P}{R_2} + \frac{u_{I3} - u_P}{R_3} = \frac{u_P}{R_4}$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) u_P = \frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3}$$



所以同相输入端电位为：

$$u_P = R_P \left(\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3} \right)$$

$$R_P = R_1 // R_2 // R_3 // R_4$$

(2) 同相求和运算电路

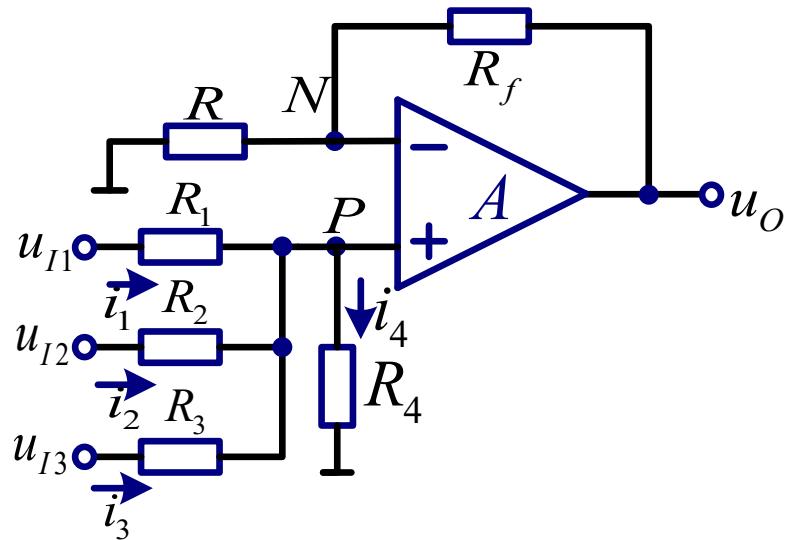
$$\frac{u_N - 0}{R} = \frac{u_O - u_N}{R_f}$$

$$u_o = (1 + \frac{R_f}{R})u_N = (1 + \frac{R_f}{R})u_P$$

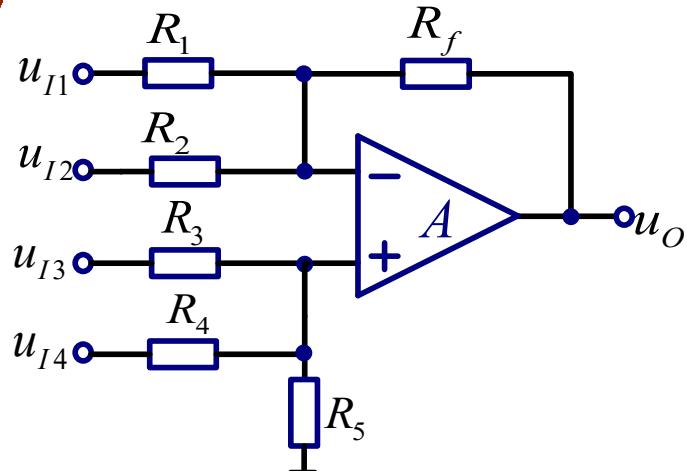
$$\begin{aligned} u_O &= (1 + \frac{R_f}{R}) \cdot R_p \cdot (\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3}) \\ &= \frac{R + R_f}{R} \cdot \frac{R_f}{R_f} \cdot R_p \cdot (\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3}) \\ &= R_f \cdot \frac{R_p}{R_N} \cdot (\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3}) \end{aligned}$$

式中 $R_N = R // R_f$, 若 $R_N = R_p$, 则:

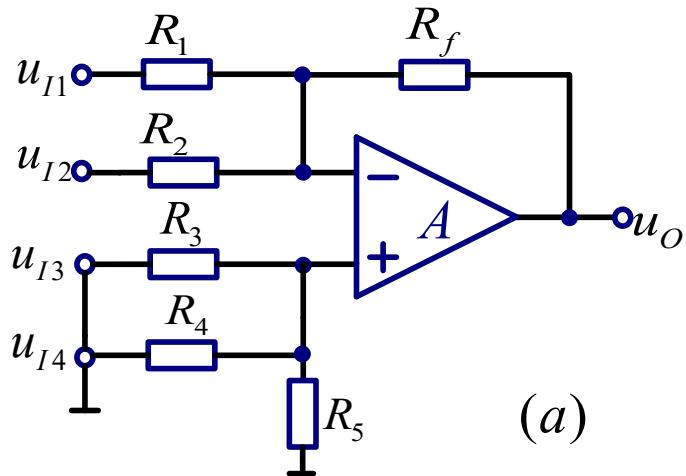
$$u_O = R_f \left(\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3} \right)$$



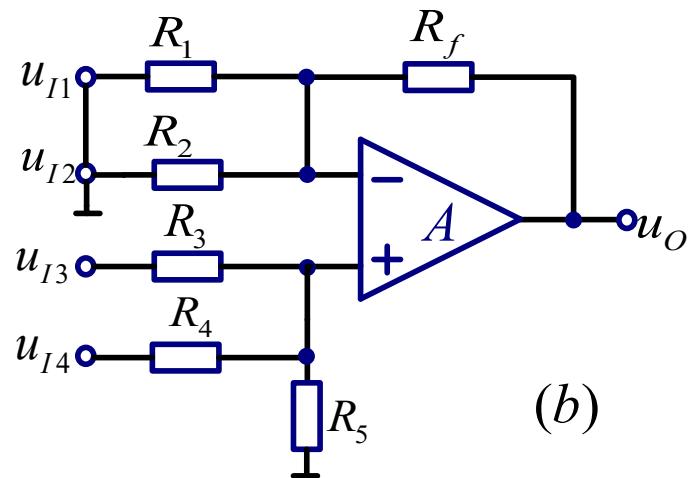
2. 加减运算电路



左图为四个输入的加减运算电路；下图所示的(a)和(b)表示反相输入端各信号作用和同相输入端各信号作用的电路，然后可以通过叠加定理求解加减运算电路。



(a)



(b)

2. 加减运算电路

由图(a)的反相求和运算电路，得输出电压为：

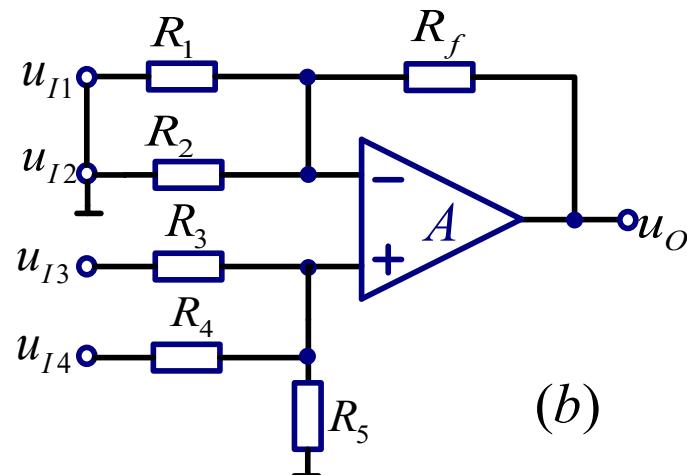
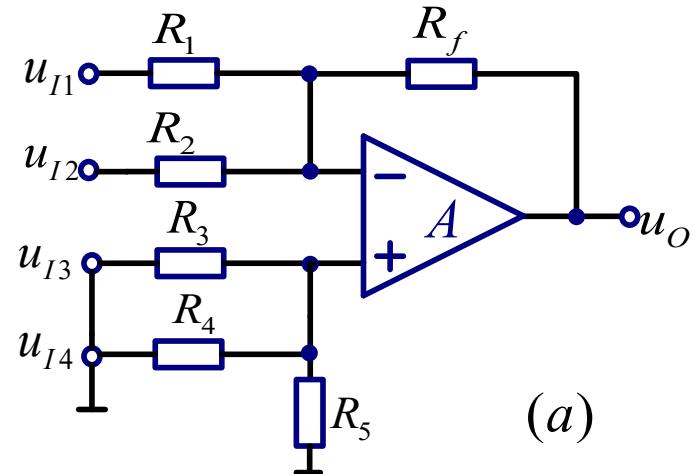
$$u_{O1} = -R_f \left(\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} \right)$$

由图(b)的同相求和运算电路，若 $R_1 // R_2 // R_f = R_3 // R_4 // R_5$ ，则输出电压为：

$$u_{O2} = R_f \left(\frac{u_{I3}}{R_3} + \frac{u_{I4}}{R_4} \right)$$

因此，所有输入信号同时作用时的输出电压为：

$$u_O = u_{O1} + u_{O2} = R_f \left(\frac{u_{I3}}{R_3} + \frac{u_{I4}}{R_4} - \frac{u_{I1}}{R_1} - \frac{u_{I2}}{R_2} \right)$$

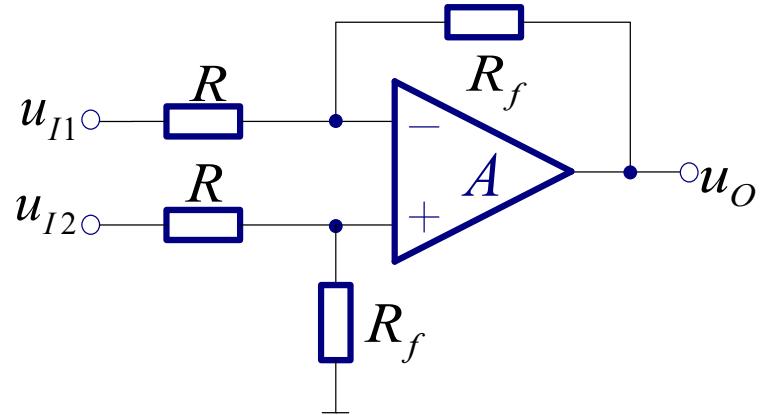


2. 加减运算电路

若电路只有两个输入，且参数对称，如图所示，则

$$u_O = \frac{R_f}{R} (u_{I2} - u_{I1})$$

电路实现了对输入差模信号的比例运算。

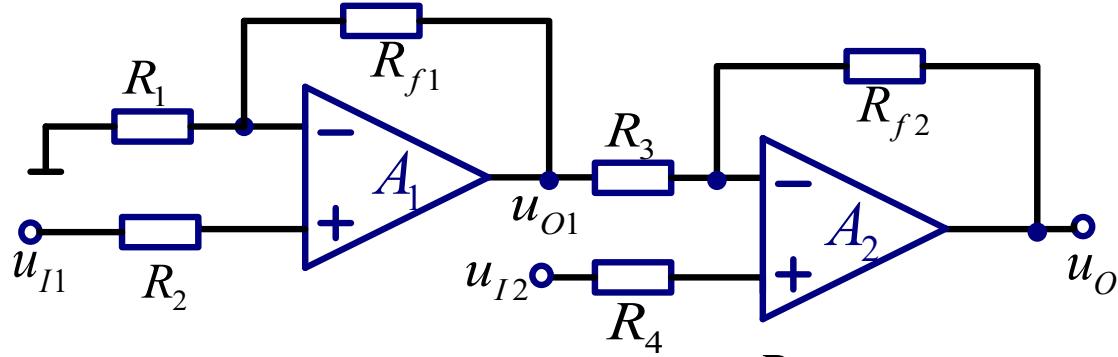


2. 加减运算电路

使用单个集成运放构成加减运算电路时存在两个缺点：

- 1) 电阻的选取和调整不方便；
- 2) 对于每个信号源的输入电阻均较小。

因此，必要时可采用两级电路。



第一级电路为同相比例运算电路： $u_{O1} = (1 + \frac{R_{f1}}{R_1})u_{I1}$

利用叠加定理，第二级输出为： $u_O = -\frac{R_{f2}}{R_3}u_{O1} + (1 + \frac{R_{f2}}{R_3})u_{I2}$

若 $R_1 = R_{f2}, R_3 = R_{f1}$ ，则 $u_O = (1 + \frac{R_{f2}}{R_3})(u_{I2} - u_{I1})$

实现差分比例运算。

例3

设计一个运算电路，要求输出电压和输入电压的运算关系式为 $u_O = 10u_{I1} - 5u_{I2} - 4u_{I3}$ 。

解：根据已知的运算关系式可知，当采用单个集成运放构成电路时， u_{I1} 应作用于同相输入端，而 u_{I2} 和 u_{I3} 应作用于反相输入端，如下图所示。

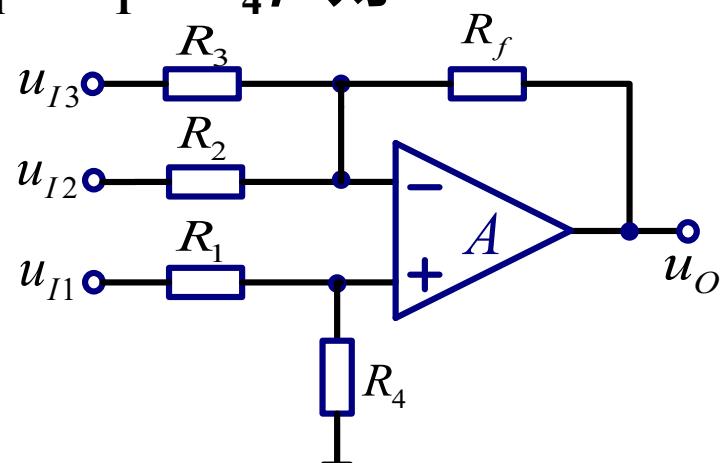
选取 $R_f = 100 \text{ k}\Omega$ ，若 $R_3 // R_2 // R_f = R_1 // R_4$ ，则

$$u_O = R_f \left(\frac{u_{I1}}{R_1} - \frac{u_{I2}}{R_2} - \frac{u_{I3}}{R_3} \right)$$

因为 $R_f/R_1 = 10$ ，故 $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ；

因为 $R_f/R_2 = 5$ ，故 $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ ；

因为 $R_f/R_3 = 4$ ，故 $R_3 = 25 \text{ k}\Omega$ 。

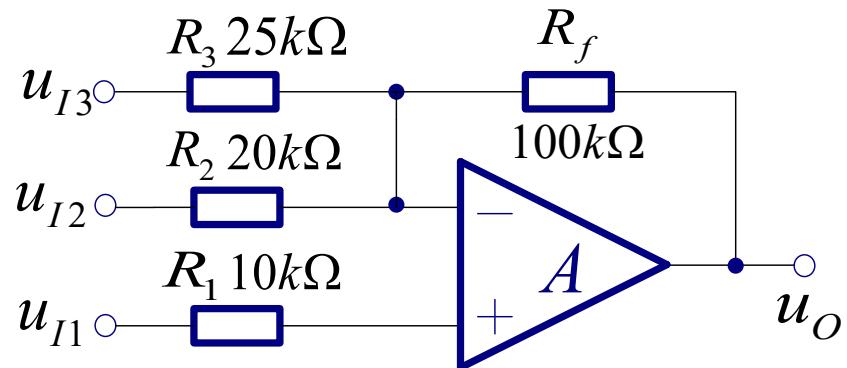
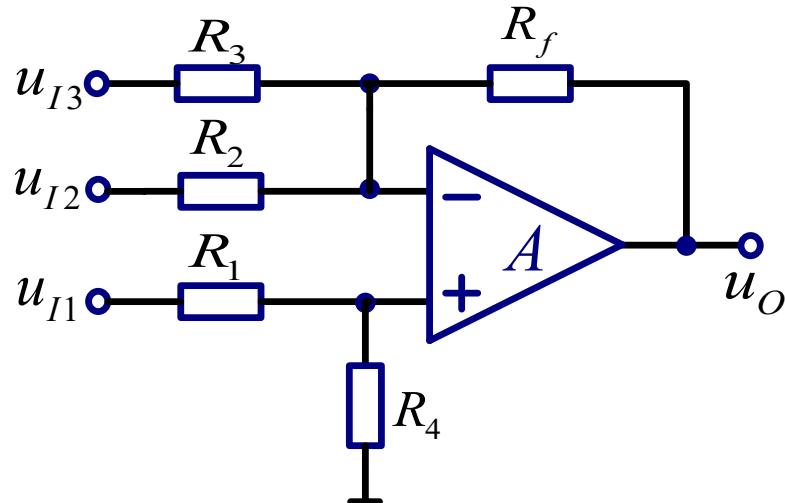


解 (续)

$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_1} = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{100} - \frac{1}{10} \right) k\Omega^{-1} = 0 k\Omega^{-1}$$

故可省去 R_4 。

所设计电路如下图所示。



三. 积分运算电路和微分运算电路

1. 积分运算电路

R' 接地， $u_P = u_N = 0$ 为“虚地”。

$$i_C = i_R = \frac{u_I}{R}$$

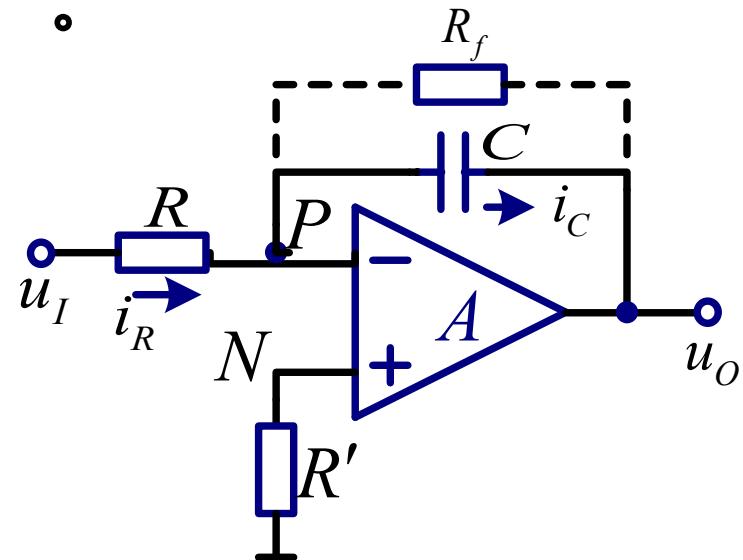
$$u_O = -u_C$$

$$u_O = -\frac{1}{C} \int i_C dt = -\frac{1}{RC} \int u_I dt$$

在求解 t_1 到 t_2 时间段的积分值时

$$u_O = -\frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} u_I dt + u_O(t_1)$$

当 u_I 为常量时，输出电压 $u_O = -\frac{1}{RC} u_I (t_2 - t_1) + u_O(t_1)$



2. 微分运算电路

(1) 基本微分运算电路

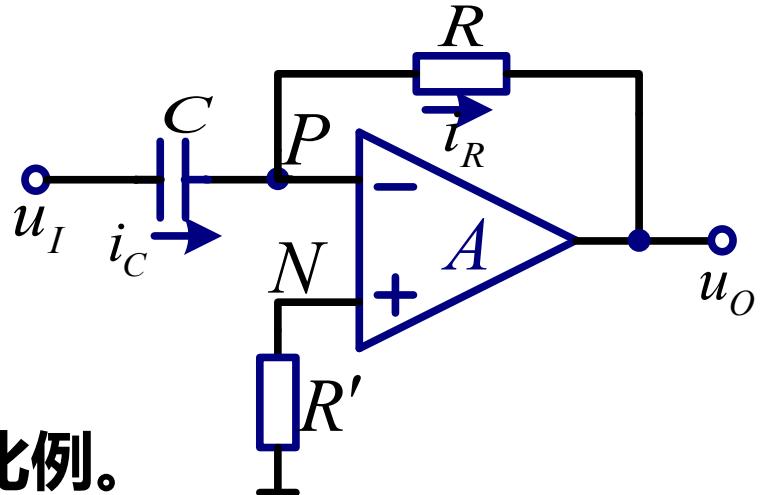
由“虚短”和“虚断”可知， $u_P = u_N = 0$ 为“虚地”。

$$u_C = u_I$$

$$i_R = i_C = C \frac{du_I}{dt}$$

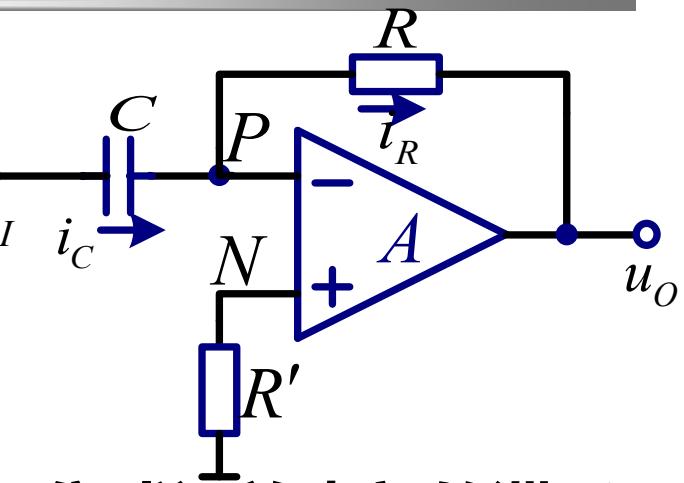
$$u_O = -i_R R = -RC \frac{du_I}{dt}$$

输出电压与输入电压的变化率成比例。



基本微分运算电路的缺点

若输入电压产生阶跃变化，或脉冲式大幅值干扰，会使得集成运放内部的放大管进入饱和或截止状态，以至于即使信号消失，管子还不能脱离原状态回到放大区，出现阻塞现象，电路不能正常工作；



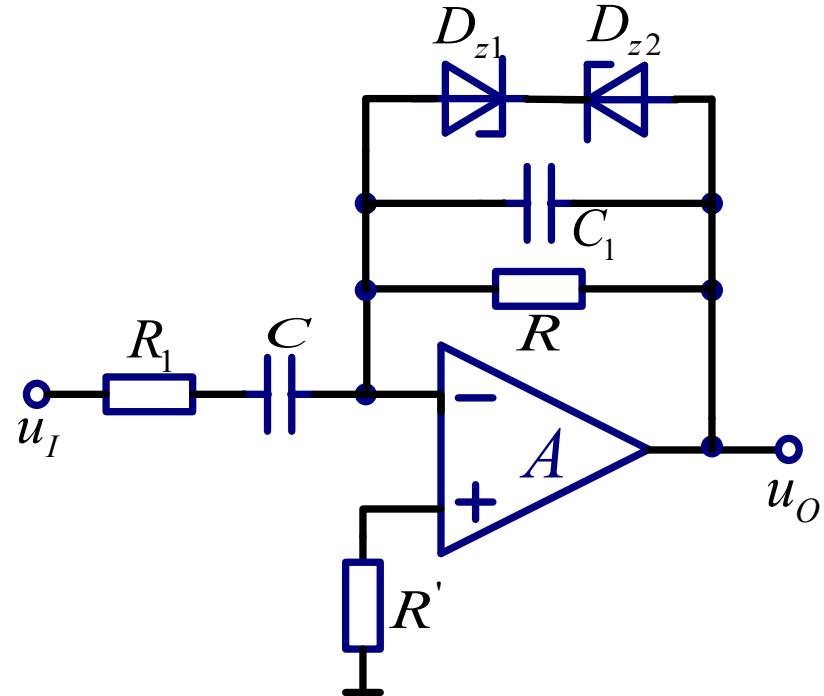
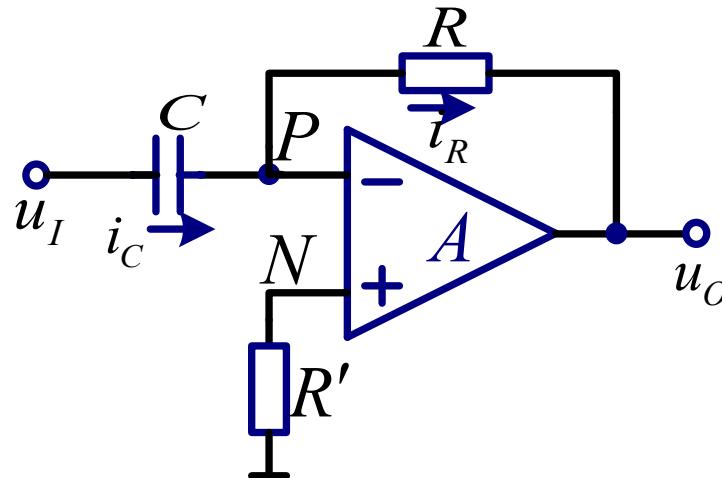
同时由于反馈网络为滞后影响，当它与集成运放内部的滞后影响相叠加，可能满足自激振荡的条件，从而使电路不稳定。

基本微分运算电路的改进

为了解决上述问题，可在输入端串联一个小阻值的电阻 R_1 ，以限制输入电流，也就限制了 R 中电流；

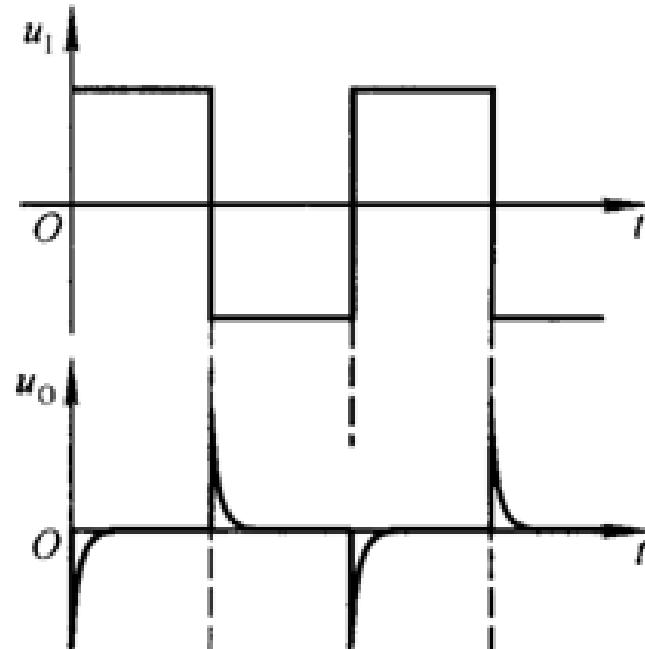
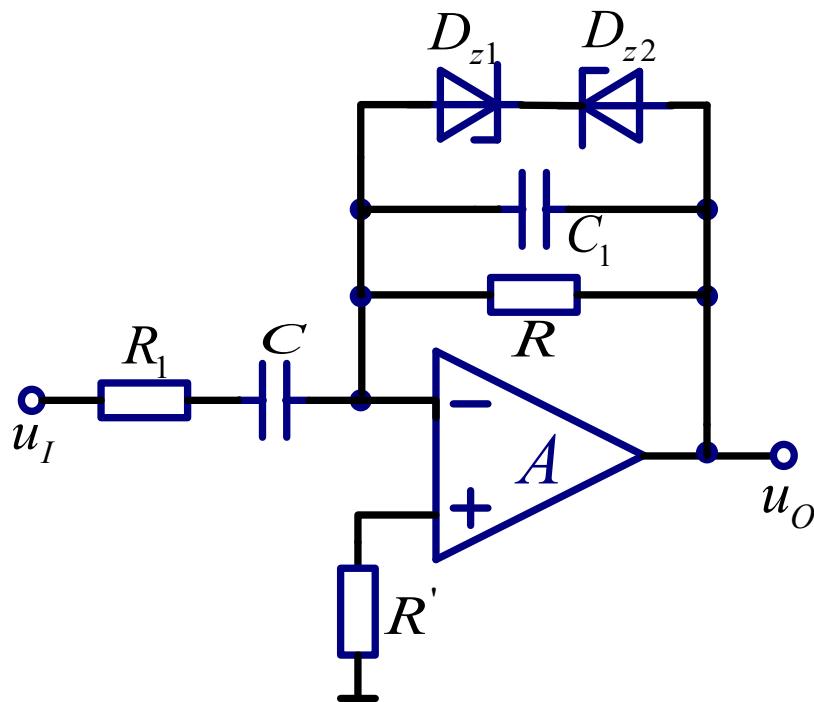
在反馈电阻 R 上并联稳压二极管，以限制输出电压幅值，保证集成运放中的放大管始终工作在放大区；

在 R 上并联小容量电容 C_1 ，起相位补偿作用，提高电路的稳定性。



实际微分运算电路

该电路的输出电压与输入电压成近似微分关系。若输入电压为方波，且 $RC \ll \frac{T}{2}$ (T 为方波的周期)，则输出为尖顶波。



例4

电路如图所示， $C_1 = C_2 = C$ 。试求出 u_O 与 u_I 的运算关系式。

解：因“虚短”和“虚断”，在结点N上，电流方程为 $i_1 = i_{C1}$

$$-\frac{u_N}{R} = C \frac{d(u_N - u_O)}{dt} = C \frac{du_N}{dt} - C \frac{du_O}{dt} \Rightarrow C \frac{du_O}{dt} = C \frac{du_N}{dt} + \frac{u_N}{R}$$

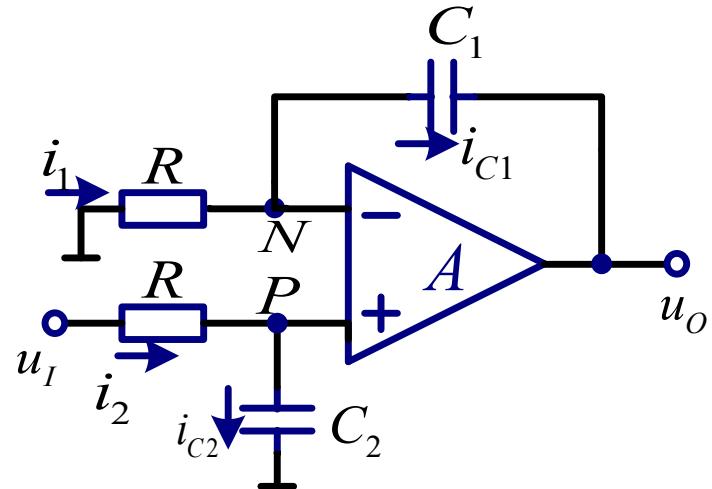
在结点P上，电流方程为 $i_2 = i_{C2}$

$$\frac{u_I - u_P}{R} = C \frac{du_P}{dt} \quad \frac{u_I}{R} = C \frac{du_P}{dt} + \frac{u_P}{R}$$

$$\because u_P = u_N \Rightarrow C \frac{du_O}{dt} = \frac{u_I}{R}$$

$$\therefore u_O = \frac{1}{RC} \int u_I dt$$

在 $t_1 \sim t_2$ 时间段中， u_O 的表达式为 $u_O = \frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} u_I dt + u_O(t_1)$
电路实现了同相积分运算。



例5

在自动控制系统中，常采用下图所示的PID调节器，试分析输出电压与输入电压的运算关系式。

解：因“虚短”和“虚断”， $u_P = u_N = 0$ 为虚地。

N点的电流方程为： $i_F = i_1 + i_{C1}$

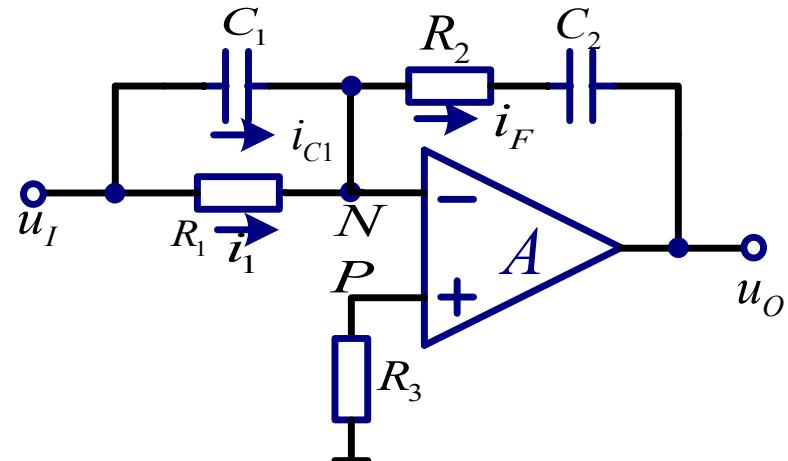
$$i_{C1} = C_1 \frac{du_I}{dt} \quad i_1 = \frac{u_I}{R_1}$$

$$u_O = -(u_{R2} + u_{C2})$$

$$u_{R2} = i_F R_2 = \frac{R_2}{R_1} u_I + R_2 C_1 \frac{du_I}{dt}$$

$$u_{C2} = \frac{1}{C_2} \int i_F dt = \frac{1}{C_2} \int (C_1 \frac{du_I}{dt} + \frac{u_I}{R_1}) dt = \frac{C_1}{C_2} u_I + \frac{1}{R_1 C_2} \int u_I dt$$

$$\therefore u_O = -\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}\right) u_I - R_2 C_1 \frac{du_I}{dt} - \frac{1}{R_1 C_2} \int u_I dt$$





$$u_O = -\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}\right)u_I - R_2 C_1 \frac{du_I}{dt} - \frac{1}{R_1 C_2} \int u_I dt$$

因电路中含有比例、积分和微分运算，故称之为PID调节器。

当 $R_2 = 0$ 时，电路只有比例和积分运算部分，称为PI调节器；

当 C_2 短路时，电路只有比例和微分运算部分，称为PD调节器；

根据控制中的不同需要，采用不同的调节器。

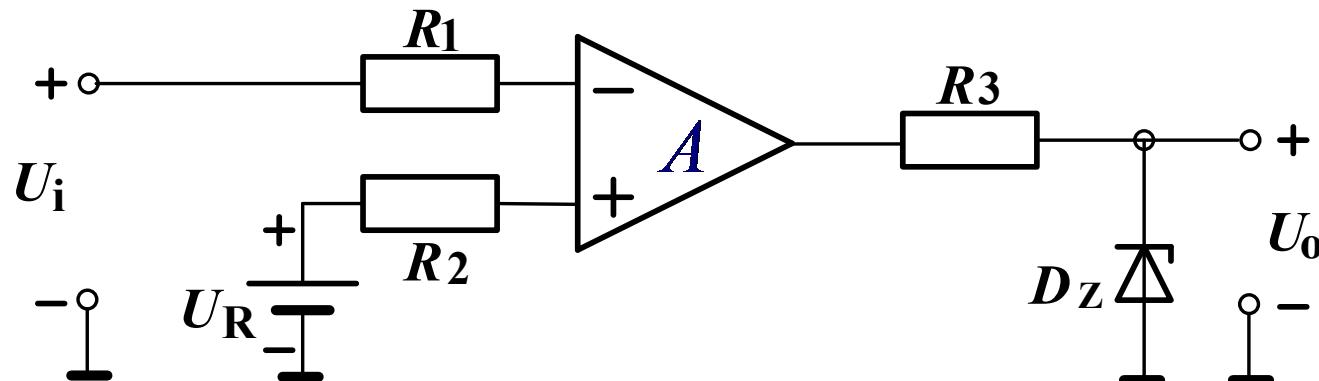
总结

在运算电路中，无论输入电压，还是输出电压，均对“地”而言。在求解运算关系式时，多采用节点电流法；对于多输入的电路，还可利用叠加原理。

为实现输出电压信号与输入电压信号的加、减、乘、除、微分与积分运算关系，运算电路中的集成运放应当工作在线性区。为了稳定输出电压，需引入电压负反馈。由于集成运放优良的指标参数，不管引入电压串联负反馈，还是引入电压并联负反馈，均为深度负反馈。

如图 7 所示电路中，运算放大器的最大输出电压 $U_{OM} = \pm 12V$ ，稳压管的稳定电压 $U_Z = 6V$ ，其正向压降 $U_D = 0.7V$ ，试求如下两种情况下的输出电压 U_o 。

- (1) 参考电压 $U_R = +2V$ ，输入电压 $U_i = 1V$ ；
- (2) 参考电压 $U_R = -2V$ ，输入电压 $U_i = 1V$ 。



-
- (1) 参考电压 $U_R = +2V$, 输入电压 $U_i = 1V$, 运放输出正的最大值, 稳压管二极管反向稳压状态, 则输出电压 $U_o = 6V$; (3分)
- (2) 参考电压 $U_R = -2V$, 输入电压 $U_i = 1V$, 运放输出负的最大值, 稳压管二极管正向导通状态, 则输出电压 $U_o = -0.7V$ 。 (3分)

含理想运算放大器的电路如图 5 所示，已知 $U_{i1} = 1V$, $U_{i2} = 2V$ ，计算 U_{o1} 和 U_o 的值。

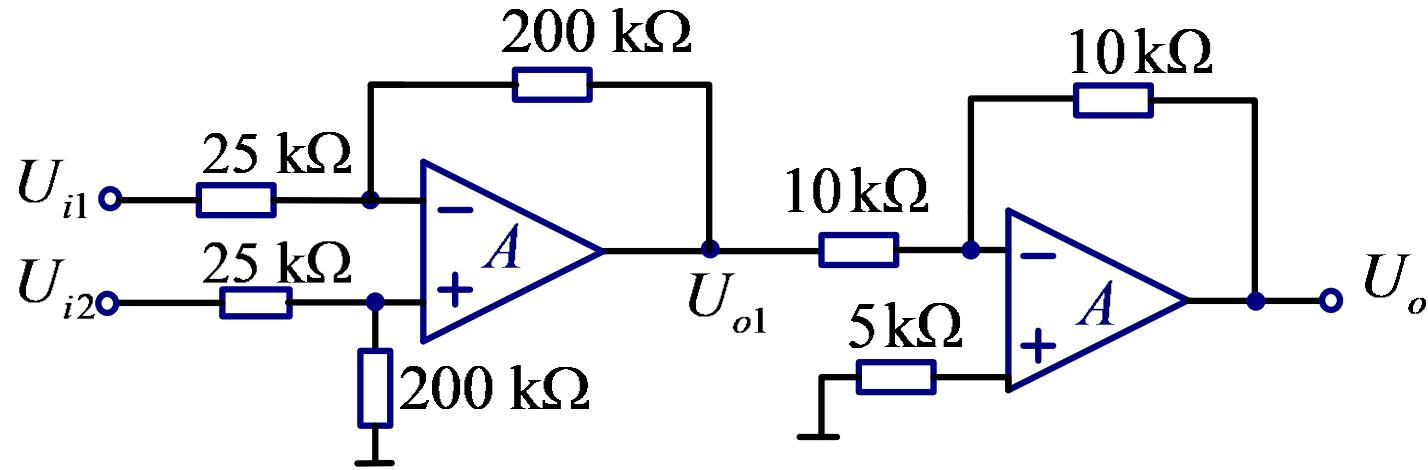


图5

$$\therefore R_f // R_1 = R_2 // R_f$$

$$\therefore u_{01} = -\frac{R_f}{R_1}u_{i1} + \frac{R_f}{R_2}u_{i2} = -8u_{i1} + 8u_{i2} = 8V$$

(3 分)

$$u_0 = -\frac{10}{10} \cdot u_{01} = -u_{01} = -8V$$

求和积分电路如图 8 (a) 所示，设电路中所有运放都是理想型的。

(1) 求 u_o 的表达式。

(2) 设两个信号 u_{i1} , u_{i2} 皆为如图 8 (b) 所示的阶跃信号，画出 u_o 的波形。

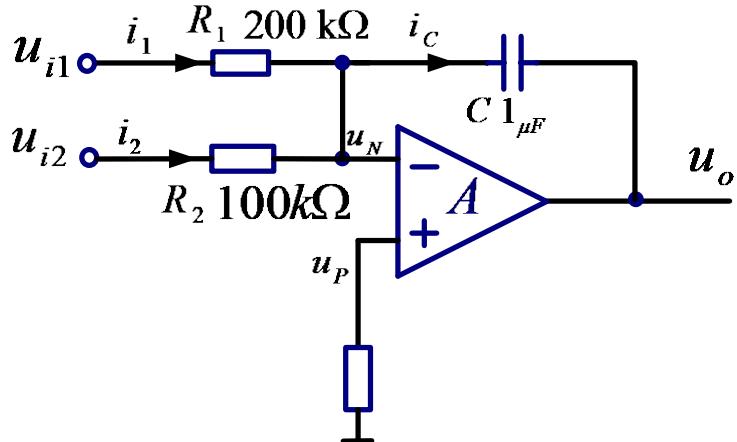


图 8(a)

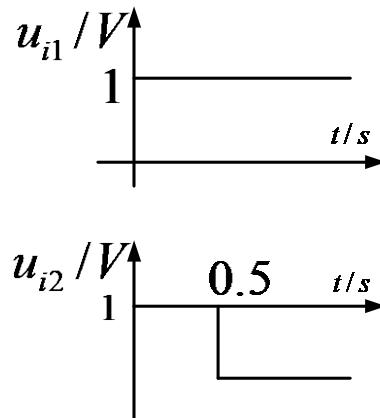


图 8(b)

(1) 由虚断可以得到 $i_C = i_1 + i_2$, (4 分)

由反向端虚地以及电容的伏安关系可以得到

$$u_o = -u_C = -\frac{1}{C} \int i_C dt = -\frac{1}{C} \int (i_1 + i_2) dt = -\frac{1}{R_1 C} \int u_{i1} dt - \frac{1}{R_2 C} \int u_{i2} dt$$

(2) 由图 1-1 (b) 可得当 $0 \leq t < 0.5s$, $u_{i1} = 1V$, $u_{i2} = 0$, 则

$$u_o = -\frac{1}{R_1 C} \int u_{i1} dt = -5t V$$

当 $t \geq 0.5s$ 时, $u_{i1} = 1V$, $u_{i2} = -1V$

$$u_o = -\frac{1}{R_1 C} \int u_{i1} dt - \frac{1}{R_2 C} \int u_{i2} dt + u_{o1} = 5t + u_{o1}$$

其输出波形如图 所示。

