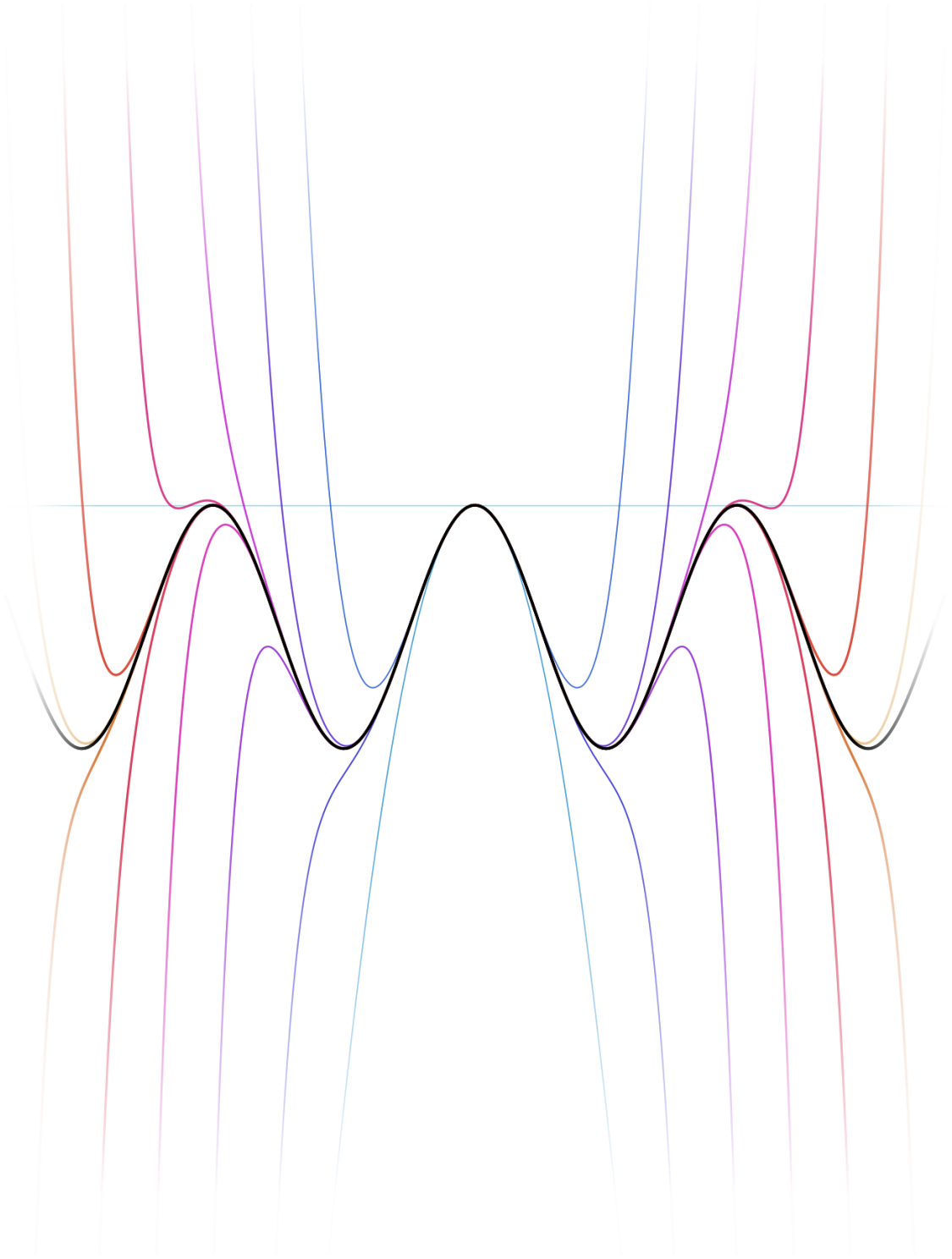


# Taylorpolynomier

SSO - Matematik A

Februar 2022



# Resume

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

## Indholdsfortegnelse

<b>1</b>	<b>Indledning</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Taylorrækkens historie</b>	<b>2</b>
2.1	Newton, Gregory og Bernoulli . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Analyse</b>	<b>3</b>
3.1	Pædagogisk gennemgang (arbejdstitel) . . . . .	3
3.2	Beviser for Taylorpolynomiet . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Diskussion/Vurdering</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>Konklusion</b>	<b>4</b>
<b>6</b>	<b>Litteraturliste</b>	<b>4</b>
6.1	Referenceliste . . . . .	4
6.2	Litteraturliste . . . . .	4

# 1 Indledning

Matematik kan til tider synes firkantet og rigidt, hvor abstrakte forhold opskrives i eksakte formler, og hvor der ikke er plads til kreativitet. Dykker man dybere ind i faget vil man dog opdage, at dette ikke er tilfældet, og at der er mange situationer, hvor man gør kreativt brug af relativt ueksakte værktøjer. Et af disse er såkaldte Taylorpolynomier.

I matematikkens verden findes der alverdens slags funktioner, hvor nogle er mere medgørlige end andre. Nutidens computerteknik kræver desuden hurtig og praktisk behandling af alle disse formler, og i den forbindelse indtræder Taylorpolynomier ofte.

Taylorpolynomier er ingen ny opfindelse. De dukkede for første gang op i 17-18. århundrede, men hvordan blev de opdaget? Der er ingen tvivl om at de har haft stor indflydelse på måden som matematik bliver behandlet i dag, men hvordan ved man om de er korrekte, i hvilken grad ved man det, og hvorfor er det i det hele taget relevant i dag?

Denne opgave vil beskrive den historiske baggrund for Taylorrækken, bevise formelen for Taylorrækken, undersøge dens restled, samt undersøge hvilke praktiske anvendelser Taylorpolynomier har i dag.

## 2 Taylorrækkens historie

Matematikeren Brook Taylor (1685 - 1731) er navnefader til hvad vi i dag kalder Taylorpolynomier, efter at han i 1715 offentliggjorde en generel formel for principperne. Taylors formel ser således ud i sin moderne form:<sup>1</sup>

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots$$

Dette kan naturligvis også skrives som:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n.$$

Men Taylor var dog ikke den første der tænkte disse tanker.

---

<sup>1</sup>Roy 2021, s. 247.

## 2.1 Newton, Gregory og Bernoulli

Taylorpolynomier bygger på en indseelse, at der er en forbindelse mellem en funktions koefficienter og dens afledte. Denne indseelse viser Isaac Newton (1643 - 1727) for første gang i hans *Principia* (1687), og få år senere giver han et egentligt eksempel af Taylors formel i sin *De Quadratura Curvarum* (1691 - 92), som han aldrig færdiggjorde. Dele af denne tekst blev udgivet med titlen *Tractatus de Quadratura Curvarum*, men Taylors formel blev desværre udladt.<sup>2</sup> Newton havde altså opdaget disse samme principper femogtyve år tidligere end Taylor, uden at de blev udgivet.

Newton havde i det hele taget svært ved at udgive sine findelser før han blev kendt i videre kredse, hvilket til tider voldte ham problemer i at blive anerkendt for sine opdagelser.<sup>3</sup>

En af konsekvenserne af dette var den kendte kontroversi imellem Newton og Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716), da de ifølge Mejlbo: “blev indviklede i en ulykkelig strid om ophavsretten til differential- og integralregningen. Den gik værst ud over Leibniz. Royal Society dømte ham - ganske uberettiget - for plagiat”.<sup>4</sup>

En af Leibnitz’ største fortalere i denne prioritetsstrid var Johann Bernoulli (1667 - 1748), som i slutningen af 1690’erne også havde udgivet en formel der lignede Taylors formel. Mejlbo skriver om Bernoulli at: “...han havde et voldsomt temperament, så han overfusede Taylor med beskyldninger for plagiat.”<sup>5</sup>.

Den tidligste opdager af Taylors formel var dog nok den Skotske matematiker James Gregory (1638 – 1675).

**Mere om Gregory**

## 3 Analyse

### 3.1 Pædagogisk gennemgang (arbejdstitel)

Man kan opnå en intuitiv forståelse for Taylorpolynomier med følgende fremgangsmåde: Vi ønsker at approksimere en given funktion  $f(x)$  fra  $x$ -værdien  $x_0$ . Den simpleste approksimation kunne være en konstant funktion, som deler værdi med  $f(x)$  i vores udgangspunkt  $(x_0, f(x_0))$ .

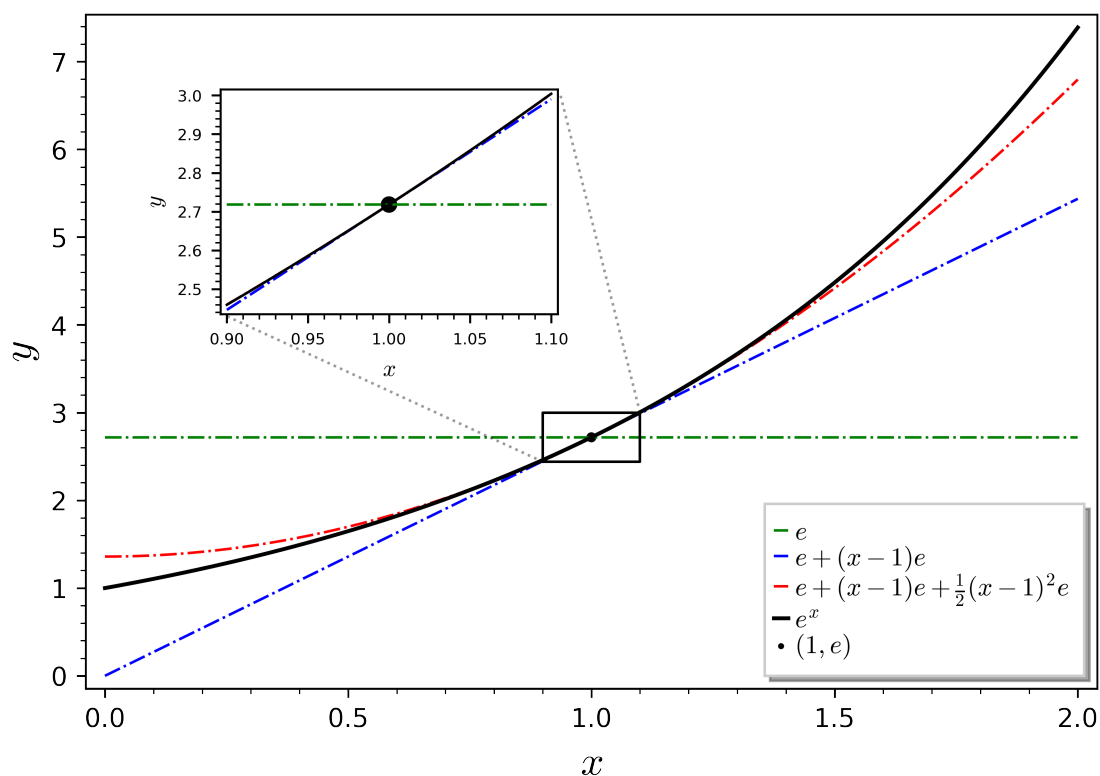
---

<sup>2</sup>Roy 2021, s. 248.

<sup>3</sup>Mejlbo 1983, s. 116.

<sup>4</sup>Ibid., s. 103.

<sup>5</sup>Ibid., s. 111.



Figur 1: Første- anden- og tredjegrads Taylorpolynomium for  $e^x$

### 3.2 Beviser for Taylorpolynomiet

## 4 Diskussion/Vurdering

## 5 Konklusion

## 6 Litteraturliste

### 6.1 Referenceliste

- Mejlbo, Lars C (1983). *Uendelige rækker : en historisk fremstilling*. dan. Elementærafdelingen ; 19. Århus Universitet. Matematisk institut. ISBN: 3527271244.
- Roy, Ranjan (2021). *Series and Products in the Development of Mathematics*. 2nd ed. Vol. 1. Cambridge University Press, pp. 247–272. ISBN: 9781108709453.

### 6.2 Litteraturliste

Forsidebillede er skabt af undertegnede.