流式光谱聚类

Shinjae Yoo 郝黄 计算科学中心 机器学习实验室 通用电气全球研究部 布鲁克海文国家实验室 厄普顿, 纽约州11973-5000 San Ramon, CA 94583

Shiva Prasad Kasiviswanathan 三星研究美国 Mountain View, CA 94043 电子邮件: kasivisw@gmail.com

电子邮件: shinjae@gmail.com电子邮件: haohuanghw@gmail.com

I.我 引言

I.我 引言 聚类是一种重要的无监督学习技术 通常它是现代使用的第一步 数据分析。任何良好的可扩展性的基本特征 聚类算法是处理大量数据的能力 高维特征空间中的数据。最现代的高 尺寸数据,如文档,图像和多媒体 来自网络自然地以流媒体方式到达。怎么样-永远,检测如此大量和高的集群 尺寸数据流也是一个具有挑战性的问题 原因如下: 1)数据流可能是无限的, 所以任何尝试存储整个的离线算法 用于分析的流最终会耗尽内存,2) 由于概念漂移,簇随时间动态演化,因此 旧集群可能会合并,新集群可能会合并 3)对许多流行的人来说,有一个维度的诅咒 集群方法,4)各种在线应用, 在(近)实时获得聚类很重要。

在本文中,我们研究了流式传输中的聚类设置。 虽然以前有相当多的文献流聚类算法[47], [42], [30]和大部分这些和其他流式聚类算法可以有效地完成处理大容量数据流,其性能趋于存在高维数据时降级[4]。 要克服这个问题,我们提出了光谱的流式自适应聚类算法。 光谱聚类获得了巨大的成功数据挖掘社区在过去十年中的受欢迎程度因为它能够发现嵌入式结构数据(又称歧管)。 在其最流行的形式,光谱

聚类算法包括两个步骤:第一,特征向量使用核函数构造的归一化拉普拉斯算子用于嵌入数据集,第二,用于嵌入数据集聚类算法应用于嵌入数据集[40]

使频谱聚类适应的第一个挑战流设置在于规范化的构建 拉普拉斯。构造精确的归一化拉普拉斯算子是本质上是一个批处理操作,因为它需要访问整体数据和存储空间的长度为二次方流。因此,传统的拉普拉斯建筑技术无法适应流媒体设置。在本文中,我们专注于两个最流行的内核,余弦和高斯,对于这两个内核,我们提出了流式拉普拉斯算子近似技术。

近似技术。
下一个挑战在于更新频谱嵌入
拉普拉斯的有效和高效,以便我们能够
近乎实时地处理数据流。为此,我们利用
矩阵草图的最新想法1保持低级别
在每个时间步骤逼近整个观察数据,
并且这种近似值作为新数据不断更新
到达。对于矩阵草图,我们采用最近的算法
自由提出的(称为频繁方向)[27]。运用
这个低阶近似,在每个时间步,我们对齐
学会了光谱嵌入之间具有相同的基础
每两个相邻的时间步,这样就不会敏感
概念漂移。鉴于数据流的嵌入,我们
然后应用流线、means算法[41 处理
创建和整合集群。

我们提出了我们的算法和理论分析 表明在某些现实的假设下,我们构建了 流嵌入是嵌入式的一个很好的近似 -由昂贵的批处理技术创建的ding。最好的 我们的知识,我们的第一个流光谱聚类 在真正的数据流设置中运行的算法(即,使用 一次通过任何数据样本)。我们建议的流媒体 谱聚类管注阜右动的 谱聚类算法是有效的 以下方式:

(a) 空间和时间有效,而只需要一个在内存占用有限的情况下传递数据。 加是数据维度。如果在时间t, n t点到达数据流,我们的算法只需要O (ml + mn t) 空间和草图矩阵所在的O (max {mn t l, ml 2 }) 时间尺寸m×l。在实践中,设置\很多就足够了

1 非正式地,矩阵Z的草图是另一个较小的矩阵Z. 大小比Z,但仍然接近它[27]。

第2页

Google 英语原文: at time t is an m × n t

在时间t是m×n t矩阵)。

(b) 它很容易适应数据流上看不见的模式。 每次执行步骤t,它都会提供更新的频谱嵌入

令S VD K (Z) = UΣķķVķ。然后

```
烈店时阅读事价流来遵俱显流独特集列表
分配流中的所有数据点。
```

实证研究表明我们的方法是有效的 与空间和时间相比,效率更高各种流行的批量/流式聚类算法 来自文本,图像,网络和协作过滤的数据集

II。 B 背景

在本节中,我们将简要回顾一下基本概念在谱聚类和流K-means方法背后。我们从正式定义我们的符号开始。我们表示[n] = 1: n。向量总是以列为单位的方式用粗体字母表示。对于向量v,v表示它转置和v表示其欧几里德范数。对于天皇转置和v表示其欧几里德范数。对于宋皇(x1 AM)58 P DIAG (x1 AM)58 P 五 1 , ..., Δ τ , κμΖ [τ] = [Δ 1 , ... Δ τ]。
 我们使用S VD (Z) 来表示奇异值分解 Z的分数,即S VD (Z) = UΣV。这里U是m×m
正交矩阵,Σ是m×n功角矩阵,V
是n×n正交矩阵。Σ的对角线条目,
其中σ1σ≥2≥...≥σ ** (给定***≤n) 的,被称为
Z的奇异值。我们按照惯例列出
奇异值以非递增的顺序排列。对于对称
矩阵S∈Rm×m,我们用Ε IG (S) 来表示它的特征值分解,即UΛU= E IG (S)。这里U是m×m
正交矩阵和人是m×m对角矩阵
(真实的)条目被λ1,... λm的称为的本征值
S (再次以非递增顺序列出)。 最佳秩k近似 (在谱和谱中) Frobenius范数有义) 到矩阵Z∈Rm ×n是Z (k) =

定理2.1: [Golub et al。 [<u>20</u>]]设Z∈Rm ×n N> M,并且让σ1≥...≥σm为Z的奇异值

A.光谱聚类

算法1: S PECTRAL C LUSTERING [S PECTRAL C LUSTERING] 32] 输入:输入数据Y = [y 1 , ..., y n] \in Rm ×n和 k \in R (簇数) 输出:n个实例的群集分配 1 构造核亲和度矩阵W∈Rn × n, 例如, a) w i, j ← exp ^{-y i -y j 2}_{2σ2} (高斯核), 或 b) w i, j ← y i, y (余弦内核)
2 gamep ← diag (d (y 1), ..., d (y n))
其中点y i, d (y i) = Σ 的度数 3 归—化拉普拉斯L符号←I - D -1/2 WD -1/2 4PAP←ëlGk (L符号) 5 V←归一化P,单位L 2 行规范 6 将V行聚类成k个簇 (使用K-means)

算法S PECTRAL C LUSTERING概述了一个非常受欢迎的基于嵌入数据集的聚类方法使用核函数,并利用顶部特征向量规范化拉普拉斯算子的发现,以发现潜在的群集TER值。谱聚类与图形有很强的联系分区问题,因为本征空间用于解决放松形式的平衡图分区问题[32]。谱聚类的另一个方面是它可以捕获数据的多种结构,这是很难或不可能的通过K-means风格算法实现。算法S PECTRAL - C LUSTERING首先建立亲和力或相似性矩阵(我们显示最流行的两个内核,余弦内核和高斯内核但它不仅限于这两个)。然后我们构建一个拉普拉斯。在算法S P 谱 C LUSTERING中,我们提出最流行的对称归一化拉普拉斯算子(L sym)。拉普拉斯语的其他流行选择包括非标准化Laplacian L un = D - W和随机游走归一化L w = I - D - 1 W.— 旦我们计算拉普拉斯算子,我们就做了rank-k特征值分解得到谱嵌入口,以为一个特征值。行标准化步骤在一个简单的聚类算法之前使用(例如当K-means)应用于V以识别聚类。

B.流式K-means

将新数据点x添加到当前设施集C. 概率δ/f, 其中δ是最小值的平方

第3页

x与C和C中任何设施之间的欧氏距离 f = 1 / (k (1 + log n)) (记为设施成本) ,新设施初始化只有x。剩余概率,x被分配给最近的现有设施。算法试图确保不超过p=0 (k log n)设备。如果设施的数量达到p,那么算法重新组织(合并)设施以获得更小的设施数量并相应更新设施中心。最后的"球K-means"步骤(这让人联想到执行类似Lloyd的重新聚类)以获得聚类中心。Shindler等人。[41 从理论上分析了算法S TRM KM EANS的性能也提供了对其性能的实验支持。但是,自从算法S TRM KM EANS在输入维度中运行,它会受到高维度的诅咒维度数据集。但是,这不是我们的问题流光谱聚类方法(在下文中介绍)因为Streaming K-means算法在a上运行低维流形。 低维流形。 算法2: S TRM KM EANS (重述自[41]) 輸入: 数据流S, ρ是最大数量 设施, k是簇的数量, β是a 标量。 输出:设施集C和数据点分配 1 初始化f = 1 / (k (1 + logn)) 和空集C 2 而流S没完成呢

算法3: S TRM KMS TEP (重述自[41]) 输入: datapoint x, 当前设施集C, p是最大设施数, β是标量, f是目前的设施成本产出: 新设施成本方面 1 测量δ= miny∈Cx - y 2 (如果C为空则则δ= f) 2 设r是0到1之间的均匀随机数 3 如果r≤8/ 伊MA 4 设置C←C∪{x} 5 _{其他} 6 将x分配给C中最近的工厂 6 7结束 7 结束 8 m| cl > ρ 9 设f ← βf 10 将每个z∈C移动到点的质心 分配给该群集 11 令w z か分配给z∈C的点数 12 C←C的第一个设施 对于每个z∈C做 13 设δ= miny∈Cz - y 2 如果发生概率δ/f事件则 15 SetC←C∪{y} 17 将z分配给其最近的C设施 18 结束

> た流中域取る KM skp (x, C, ρ, β, f) 5 结束 6 在加权点C上运行批次K-means 7 <u>执行球K-means</u>[9]在结果集群上获得最终的聚类中心C.

III. S TREAMING S PALAL C LUSTERING A LGORITHM

有两个主要困难需要克服同时设计光谱聚类算法流媒体环境: 1)第一个挑战是如何实现在流上方便地构造归一化拉普拉斯矩阵(算法S PECTRAL C LUSTERING 的前三个步骤)。拉普拉斯结构本质上是非流媒体任务因为亲和度矩阵W需要访问整体数据集,度矩阵D和拉普拉斯算子L.因此,我们需要新颖的想法来近似拉普拉斯算子流媒体设置中的矩阵。2)给定拉普拉斯矩阵,第二个挑战是构建流式流形V,这很难,因为概念漂移(主题变化)在流中导致这些嵌入变化很多时间。因此,我们需要用于鲁棒流式传输的新技术嵌入式结构既有效又能够适应固有的概念-漂移。

在介绍我们提出的算法之前,我们先来看看 在介绍我们提出的算法之间,我们无来看看描述我们的流设置。 我们假设数据到了在流中,每个数据点都有一个指示的时间戳当它到来时。 令S = {Y 吨 ∈R m×n^ T, T = 1, 2, ...}表示一系列流数据矩阵,其中Y :代表数据点在时间t到达。 这里m是特征的大小空间,并且n 吨 ≥1是到达时间的数据点的数量

20 缴**重**C←C 22 结束

_ <u>2</u>令Y [t] = [Y 1 , ..., Y t]∈Rm ×n [t]表示所有流 数据点到达时间t。

在本节的其余部分,我们将介绍和分析 我们的流式光谱聚类方法,在Algo-中概述 rithm S TRM SC。 我们首先描述各种建筑 我们算法的块。

A.归一化拉普拉斯结构

亲和矩阵。 亲和基质的尺寸增长 因为我们不断观察流中的数据, 我们不需要明确地构造亲和矩阵 用于谱聚类。 这里我们关注两个流行的内核 亲和力结构。

对于余弦内核的情况,在时间t,给定流 Y [t]与每列(点)具有单位L 2 -范数,亲和力 矩阵W cos = Y [t] Y [t] 。 令S VD (Y [T]) = UZc ^ C V 中 ℃。我们可以 在不构造亲和力的情况下得到特征值分解 矩阵因为:

ÈIG (W COS) = E IG (Y [吨] Y [T]) $\sqrt{C_0^2}$

换句话说,只要我们可以做流式奇异值 分解Y [t] ,我们可以得到光谱嵌入V c 频谱聚类所需。

2 许多先前的流式算法假设只有一个点到达 每个时间步长,即,n т = 1。通过允许N t个为≥1,我们允许更 灵活的设置。

第4页

算法4: S TRM SC 輸入: 数据流S, $I \in R$, κ ($\le I$) $\in R$, $ρ \in R$, $k \in R$, $β \in R$ 輸出: S中所有实例的群集分配 1 初始化f = 1 / (k (1 + log n)) 和空集C 2 s 0 ←全零矢量∈Rm 3 B 0 ←全零矩阵∈Rm ×I 4~ U 0 ← ~ U 1 (跳过第一次旋转) 5 当流S没完成的时候 6 令Y 吨 ∈ R m×n个 吨是批次与时间戳t在流S. 流S. [B T, ~U 吨 (к), V T, S T)—小号TRMéMB (Y T, B T-1, 它非常适合流媒体应用。 这个想法是要取代 V T, 一归一化V T, 与单元中的L 2行规范 ホーリーでは、(y)。 设H (t) = 7 8 $R t \leftarrow \sim U t - \uparrow V_{I} \uparrow (I)$ 9 用R t z 代替每个z∈C 10 对于每列x in V t do [C, f]←S TRM KMS TEP (x, C, ρ, β, f) 11 12 结束 13 14 结束 15 在加权点C上运行批量K-means以形成k集群 算法5: S TRM E MB 输入: Y吨∈R m×n个T, BT-1∈R M×L, ST-1∈R m和 κ∈R 输出: 乙吨, ~U吨(L), VT, S吨 1 s t ←s t-1 +行和 (Y t) $2 c t \leftarrow s t / s t$ 3~ D t ← diag (<y 1 , c t >, ..., <y n t , c t >) 其中Y t = [y 1 , ..., y n t] 4∽Y吨←ý吨ŤD -1/2 $5 c t \leftarrow [B t-1, \sim Y t]$ $6 \sim \cup t$ (I) $\sim \Sigma t$ (I) $\sim V t$ (I) $\leftarrow S VD$ (C t) 7 Σ吨一诊断 t 1 - $\sim t$ d2, ..., t 1-1 - $\sim t$ 2 , 0 其中~Σ吨 (1) = DIAG (~σT 1, ..., ~σT L) 9~ U t (κ) ←[u 1 , ..., uκ]其中~U t (I) = [u 1 , ..., u I]

对于高斯核的情况,给定流 $Y_{[t]}$,(i,j) 亲和度矩阵的条目 W_{gau} 等于 $exp_{[t]}$ -

来自[0, π]的均匀分布和余弦函数 入门应用。根据中的分析1381,作为样本数d增加,这个随机傅立叶的误差基数近似值为零。 以上投影即可

- 1) 从p (ω) 中绘制di样本ω (1) , ..., ω (d)
- 在[0, π]上的分布; 3) 计算投影数据,其中h(x) = cos(ω x+ b);

并[h (Y 1) , ..., H (Y N [吨])] \in R d×N [t]的带S VD (H [T]) = UΣ 克克 V G,

ÈIG (W GAU) \approx ÈIG (H [T] H [T]) = \sqrt{G} G

因此, 高斯核可以被认为是应用余弦 H上的内核(忽略规范化)在下面,我们假设每个流数据点都已使用转换 上述投影操作,因此,只能集中注意力 关于余弦核的情况。

度矩阵(算法S TRM E MB中的 步骤1-3)。该下一个问题是,当我们从流中观察到更多数据时,对角度矩阵不仅在其大小上增加但也在其条目的值(因为亲和力矩阵W是非负的)。我们使用聪明的人来克服这个问题特技。在时间t,流Y (t)中的数据点y的程度对于余弦内核,可以按如下方式计算:

其中s t = \(\tilde{\Sigma}\) \(z = \tau\) (T(t) \) 是数据集总和 矢量在时间t。 换句话说,没有构建亲和力 矩阵,只要我们知道,我们就可以计算度矩阵 整个数据集和向量。 在流设置中,给定s t , 我们可以计算出Y t中数据点的程度 流Y (t) = [Y 1 , ..., Y t]。 但是,正如我们观察到的那样 更多的数据点,s t 的范数不断增加,因而在 时间t,我们必须重新计算所有数据点的度数 在t之前到达。 为了克服这个问题,我们建议使用 数据集质心c t = s t / s t 对于程度近似为 如下。 限定,

$$\sim dt \quad (y) \stackrel{YST}{=} = yct.$$
 (2)

请注意,在流式设置中,可以合理地假设 (对于足够大的t) 是 数据集质心C t = S t / S t

如下。限定,

稳定(即、ct 随时间变化缓慢),因为大多数话题可以观察到分布。以下51埋限制任何两个连续时间之间的质心转换脚步。

引理3.1: 令y∈R m为一个单位矢量。 转变了以上定义的时间步长t之间的归一化y度和t+1满足:

$$\sim dt + 1$$
 (y) $- \sqrt[4]{t_{n}t_{t}(y)} / \sqrt[4]{n_{t+1} - n_{t+1}}$

其中n t + 1是在时间t + 1到达的点数 n [t + 1]是直到时间t + 1观察到的总点数。

第5页

```
根据主题所有文档排序的流的结果属于同一主题(群集)的(点)在一起。 这是最难的情况是近似因为每当一个新的主题介绍,它将创造一个重要的概念漂移。 在尽管观察了流中明确的主题变化,程度随着观察越来越多,近似误差减小文档。 最终平均真实标准化程度为0.1388但平均近似度数为0.1441,平均而言度近似误差为0.0053(<4%)。 图 1 (b)显示更实际的案例,即订购文件的情况通过他们真正的时间戳。 在这种情况下,程度近似误差要小得多,平均为0.0009(<2%)。 有在流的开头仍然有一些尖峰,但错误随时间减少。
      证明:
                                                                             根据主题所有文档排序的流的结果
              \simD T + 1 (Y) - \simD T (Y) = YC T + 1 - YC 吨
                                  ≤yct + 1 - c t
                                      St+1-St
                                           式: T
                                     √
                                           n t + 1
                                        n [t + 1] - n t + 1
在这里我们使用y = 1.第二个不等式使用事实上, s t中的条目 ≥0并且以入口为主
由S t + 1。
                                                                             对于高斯核来说,通过使用来克服这些问题
我们可以使用前面描述的随机傅立叶投影
在投影空间上的相同程度近似。
上面的引理表明了一个点的归一化程度
一旦数据足够充足,流中的变化不大
已观察到,通常为n [t] »n t。 这表明
我们可以设置数据点y到达的归一化程度
                                                                             归一化拉普拉斯算子(算法S TRM E MB中的 步骤4)。
构建亲和力矩阵和正常程度后 -
我们必须构造的特征向量
对称归一化拉普拉斯算子。 在这里,我们声称没有
明确地构建拉普拉斯算子,我们可以确定
L sym的 特征向量。 在批处理设置中,给定亲和力
矩阵W cos = YY和相应的度矩阵D,
我们可以构造一个对称的归一化图拉普拉斯算子
加下:
在时间tas~dt (y)并且不在随后的时间调整它脚步。从上面的论证中,我们知道~dt (y)仍在继续
MYV。 从上面的论证中,我们知道今d t (y) 们 保持与实际标准化的良好近似 即使新数据到达,流中的y度也是如此。 我们用这个归一化程度近似在其余部分纸。
     我们现在在实践中测试这种近似的质量。
图 1显示了两个不同的程度近似误差
                                                                                       L \text{ sym} = I - W \text{ sym} = I - D - 1/2 W \cos D - 1/2
          0.25
                                                                             L sym和。的特征向量之间存在等价性
我们在下面的引理中建立了W sym。
           0.2
                                                                             引理3.2: L sym 的第i个最小特征值是 (1-λi), 其中λ 我为W 符号的第i个最大特征值。
          0.15
           0.1
                                                                                   证明: 从特征分解的定义, 我们
                                                                             我知道:
          0.05
                                                                                                         L svm V = \lambda V
             ֆ
                         5000
                                    10000
                                                15000
                                                                             我们可以将条款重新排列为以下形式:
                             (a) 按主题订购
                                                                                                        (L sym - \lambda I) v = 0
          0.25
                                                                             如果我们用L sym 替换W sym ,那么我们有以下内容这两者之间的关系:
           0.2
          0.15
                                                                                                    (L sym - \lambda I) v = 0
                                                                                               (I - W sym - \lambda I) v = 0
           0.1
                                                                                            (-W_{sym} + I - \lambda I) v = 0
          0.05
                                                                                              (W sym - I + \lambda I) v = 0
            ტ
                                                                                            (W \text{ sym} - (1 - \lambda) \text{ I}) \text{ } v = 0
                                    10000 15000
                         (b) 按时间戳订购
                                                                                                          W sym v = (1 - \lambda) v
   。1,20上每个文档的度近似误差图 由于W sym 的特征值总是≥0并且因为
闻组(20NG)数据集。 Y轴是两者之间的绝对误差之和对于归一化,特征值从1到0,即
用整个数据集近似度和直实归一化度
1(a)显示了主题排序的流数据,这是最多的
以接近的情况下,图1(b)显示了订购的流数据 我们使用W sym 的前k个有效特征向量
过时间戳,这是更现实的情况。 是L sym 的k
                                                                             我们使用W sym 的前k个有效特征向量
是L sym 的k个最不重要的特征向量。 仅限
因此,光谱聚类需要特征向量
20新闻组中的不同流订单(主题或时间戳)
(20NG)数据集(有关数据集的详细信息
                                                                                             特征值的范围从-1到1.如果发生这种情况,我们可以
```

重刑 V)。 batchsize (n t) 设置为1000.图1 (a) 显示只需翻转特征向量和特征值的符号。

第6页

标准化拉普拉斯L sym的 谱嵌入 ,可以很容易从YD -1/2 上的SVD获得 ,没有构造拉普拉斯显式。

但是,在流设置中,构建精确 度矩阵是不可能的(没有存储所有观察到的 因此,我们使用流程度近似 等式的想法 (2)。 设Y (t) = [Y 1 , ..., Y t]表示原始输入流。 而不是Y (t) ,我们专注于修改

〜Y [T] = [〜Y 1, ..., 〜Y 吨]其中<u>〜</u>从對于飞救j, D -1/2

其中~Di是数据点的度近似值 ÿ我。注意that~Y[T]可以从Y[t]的以流来获得

B.流媒体流形构造

流形构造 (算法中的步骤5-11) S TRM E MB)。 现在剩下的主要挑战在于有效地构建流的频谱嵌入。 给定~Y [t], 呈现流式歧管结构在算法S TRM E MB步骤5-11中。

我们使用基于矩阵草图的方法进行构建以流式方式嵌入~Y(t)的频谱。在他的重新分纸[27],Liberty引入了一种优雅的算法(称为矩阵草图的频繁方向)。频繁的指令-tions算法在流模型中运行并构造一个草图矩阵使用(令人惊讶的)简单的"收缩"概念一些正交向量。在原始的频繁方向算法设置[27],输入是矩阵Z∈Rp×d。在每一步,Z行的一行由算法处理,并且算法迭代地更新矩阵Q∈Rl×d(l«p)对于任何单元向量x∈Rd、zx时z-qx 2×272 新活点に必要別だけない。(ペリ) 対于任何単元向量x CR d, Zx时2 -qx 2 ≤ 2 Z 这里参数调整了大小之间的权衡 草图矩阵和近似误差界限(较大的) 増加了计算和存储的要求 F/I。 算法,同时给出更好的结果)。最近,(飞利浦[<u>18</u>],重新分析了频繁方向算法 表明它为低秩矩阵提供了相对误差界限 Ghashami和

我们构建谱嵌入的方法 流~Y(t)(在Algo-步骤5-9之间概述) rithm S TRM E MB)基于扩展频繁指令 tions算法[27]在更广泛的环境中 每一步,我们添加nt》1个新列。4和Frequent一样 方向,我们的算法只需要传递一次数据 流。在算法S TRM E MB中,B t是维护的草图 stream Y(t)的流程,并在每个时间步骤更新为新的 数据到了。参数I(如前所述)定义 草图矩阵的大小和参数K(≤I)定义 嵌入数据的维度。我们讨论设置 之后议两个参数。 之后这两个参数。

嵌入(重新)对齐(算法中的步骤9和10) S TRM SC)。 虽然我们已经解决了这些挑战 构建embedding V 吨对于每个流批次中Algorithm S TRM E MB ,在时间t的低秩空间基础, ~U t (к) ,趋向

4 基于类似草图的低秩矩阵近似方法是 最近在完全不同的特征选择环境中使用[23]。

由于概念漂移而随时间变化。 因此,我们不能只需使用发现embedding V 吨集群。 每时每刻步骤有必要重新调整过去的设施或微集群质心到新的基础(算法S TRM SC中的步骤9-10)。 为此,我们构造对齐矩阵Rt,如下所示:

$$R_t = \sim U_{t-1} \sim U_t^{-1} (\kappa)^t (\kappa) .$$

然后我们先前通过Rtz旋转找到每个设施z。

C.计算复杂性

在任何时间t, Algo-的运行时间 rithm S TRM E MB是O (max {mn t I, ml 2 }) ,使用电源 -TITIMES TRME MB是O(MAX RIMETT, MI 2) ,使用SVD的迭代或等级显示QR分解[20]。空间复杂度为O(mn t + ml)。对于批量光谱聚类算法,在时间t使用所有数据直到时间t,空间复杂度为O(mn [t]),时间复杂度为O(mn [t] k)。一个人注意到算法S TRM SC很多因为n [t]非常增长,所以比它的批处理对应物更有效证据

D.理论分析

我们现在证明Algorithm S TRM E MB 的有效性, 通过在合理的假设下显示光谱 由算法S TRM E MB 构造的嵌入接近 利用整个数据流构建的嵌入。 由于空间限制,我们在此省略了详细的证明。

在算法S TRM E MB的 时间t , 考虑秩-κ 近似C t = [B t-1, ~Y t]。让

小号
$$VD\kappa$$
 (C T) = \sim U 吨 (κ) \sim Σ 吨 (κ) \sim V T (κ)

算法S TRM 语 B构造一个embedding V 吨 of \sim Y 吨 (原样总结 \sim Σ_{t}^{-1} (κ) $(\kappa$

$$V T_{,=} \sim \sum_{t=0}^{\infty} \int_{(\kappa)}^{\infty} U t (\kappa) \sim Y t$$

现在B t-1是 ~ Y [t-1]的草图。 考虑秩-K近似 ~Y [t] = [~Y [t-1] , ~Y t]。让

小号
$$VD\kappa$$
 ($\sim Y$ [T]) = U [T] (κ) Σ [T] (κ) V [T] (κ)

我们比较算法所构建的embedding $^{"Vt}$ 使用实际流 $^{"Y}$ $^{"E}$ $^$

$$V t = \sum_{t=1}^{\infty} \bigcup_{(\kappa)} [t] (\kappa)^{\kappa} t_{\bullet}$$

我们claim V 牛逼是第V的良好近似牛逼。

第7页

 $[t] \bigcup_{(\kappa)^{[t]}} (\kappa)^{\sum_{i} \gamma_{i}} U_{t_{F_{i}}(\kappa)}$ 让我们专注于限制Σ

 $\Sigma_{\tiny{\tiny{\begin{bmatrix}\dot{t}\end{bmatrix}}}} \ \underset{(\kappa)}{\overset{(\kappa)}{\smile}} \underbrace{\Sigma}_{\tiny{\tiny{\begin{matrix}\dot{t}\end{bmatrix}}}} \underbrace{U}^{} {}^{} F^{(\kappa)}$ $= U [t] (\kappa)_{t} \Sigma_{(\kappa)} U t_{t} (\kappa)_{\kappa} \Sigma_{-1}$ $= U \ [t] \ (\underline{\Sigma}_{[t]}^{-1} \ \overset{-}{\underset{(\kappa)}{\smile}} U \ t \ \underbrace{\{k\}}_{[K]} \ \underbrace{\sum_{(\kappa)} \mathcal{J}}_{(\kappa)} U \ t \ \underbrace{\{k\}}_{(\kappa)} \ \underbrace{\sum_{(\kappa)} \mathcal{J}}_{(\kappa)} U \ t \ \underbrace{\{k\}}_{(\kappa)} \Sigma \ -1$

 \leq ù [T] (κ) - ~U 申 $_{\Sigma}$ (\mathfrak{g}) (κ) + \times \times (\mathfrak{g}) (κ) \times (\mathfrak{g}) (κ) \times (\mathfrak{g}) (κ) (κ)

第二个不等式使用Σ的事实 对于最后的不等式,我们使用了自Σ以来的事实,从Σ (1) 是一个对角矩阵,它的Frobenius范数至多是正方形 其维度的根乘以最大对角线值。 对角矩阵, ~U t (κ) 的列是正交的。

因此,一个结合开V 吨 - ~ V 五六从各自边界如下 关于U[t] (к) - "FUto (к) [t] (к) ~ [t] (k) ~ [t

$$\Sigma_{[t]} \xrightarrow{(\kappa)} \Sigma_{[t]} \xrightarrow{(\kappa)} \Sigma_{$$

> **程便角粗阵量滷酌林同19等炎的的类似边鼻**],谁分析 用于特征选择。

命题3.3(修改自[$\underline{23}$]): 令 λ 我表示 我 TH+Y [t] ~ Y [t]的特征值。另外,假设L = 分钟 \mathfrak{R} = j的 $|\lambda$ 我 - λ $\hat{\jmath}$ | > 0和I满足

$$I = \Omega \qquad \qquad \begin{array}{c} \left(\sqrt{m} \backsim Y \ \text{?} \right) \backsim \gamma \ \text{[T]} - \backsim \gamma \ \text{?} \\ L \ 2 \end{array} \qquad , \label{eq:lambda}$$

where~Y [T] (κ) 是秩κ近似of~Y [T]。然后

$$U_{t}(\kappa) - \sqrt{\psi} \underset{L}{t}(\kappa) + 8 \sim Y \underset{R}{\text{2L}} + 16 \sim Y \underset{1}{\text{4t}}$$
 (5)

注意右边的 (五) 随着L的增加而减少。 在实践中,我们注意到这个很小。假设 在实践中通常满足L> 0,特别是如果m 比Y [1]中的数据点数量要小得多。 实际上,我们注意到设置I≈ 取得好成绩。

我就够了

绑定Σ -1 - ~ Σ -1.6° , 请注意

 $\sum_{[t]} \frac{1}{(\kappa)} \sum_{k} \frac{1}{(\kappa)^{\infty}} \leq \& \operatorname{Sifth}_{a_{k}(k)} \frac{1}{2} \sum_{k} \frac{1}{(\kappa)^{\infty}} + \sum_{k} \frac{1}{(\kappa)^{\infty}} \sum_{k} \frac{1}{(\kappa)^{\infty}} .$

以下命题限制了Σ 制了Σ [t] (κ) ~ ξ - 1κ) 乘 [t] (κ) ~ ξ - 1κ) 乘 [t] (κ) ~ ξ - 1κ) 乘 边界Σ

i∈[坼]~σ吨我~吨我 ŧ Ϳ σ 2

绑定 Σ $\begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{\Sigma} t^{-1}(\kappa)^{\circ}, & \text{我们首先建立 } \sim Y & \text{[T] } \text{[T] } \text{[T] } \text{[K]} \\ \text{B t B t跟踪[} & 27 & \text{].} & \text{这意味着对所有人而言 } \\ 我 \in [\kappa], & \sigma 吨 我 \geq \sigma 吨 我. & \text{由Weyl的不等式[} & 19 & \text{]} \mathring{\text{T}} & \text{数} \in [\kappa], & \sigma & 2 \\ \text{何时 } 我 \leq \sim Y & \text{[T] } \sim Y & \text{[T] } -Z & \text{此 我 和 成 2 } & \text{是本征值 } \\ 分别为 \sim Y & \text{[t] } \sim Y & \text{[t] } \text{II B t B t)} & . & \text{现在} \\ \end{bmatrix}$

通过使用[来自[分析] 23],我们可以证明这一点

$$\sim Y [t] \sim Y [t] - B \times B Y [t] - \sim Y [t] \times (\kappa) - \kappa^{\circ}$$

把所有东西放在一起, 我们得到

稿注意,对于右侧($\frac{6}{2}$),这两个词都减少了随着的增加(对于第二项,更大的导致更大 1 / ~ 爬我 t + jp 2

把它们放在一起。以下定理如下 命题 3.3和3.4与(3)(4)。

第8页

定理3.5:使用上面和下面定义的符号命题3.3的条件,在每个时间t,嵌入-ding~V吨由算法S构造TRM ë MB满足,

上述定理表明,在合理的实践中 J,在每个时间t,嵌入的假设和设置 V 吨由算法S构造TRM e MB是靠近 嵌入V t使用整个数据流构建~Y [t]。

IV。 D 讨论

我们现在证明我们提出的Algo-的实用性是合理的 rithm S TRM SC简要地与一些相关的比较 方法。有关数据聚类的详细讨论 溪流,请参考[的调查] I],I I],I I],I I]。

全特征空间上的流聚类。基础的流式聚类的想法是创建/更新微集群同时为它们分配新的即将到来的数据流最后使用摘要统计数据来生成最终的宏集群。作业通常基于深域 集群。作业通常基于邻域 搜索完整的特征空间(例如在经典的K-中 装置/中位数)。Guha等人。 [22], [21]提出分歧 -并且征服流聚类算法。奥卡拉汉等。 人。 [36]提出了一种基于局部搜索的方法。Charikar等 人。 [12]提出了K-median的随机算法 保证恒定因子近似的问题 一次通过和少量的目标函数 存储。提出了一种有效的流式文本聚类 由Zhong等人。 [50]基于构建在线更新 用于球形K-平均值。

另一个课程是基于加速邻里 使用高效的数据结构进行搜索。张等人。 [49] 构建了一个分层数据结构来逐步聚类 传入的数据流。Kranen等。 [24 使用紧凑型

批量谱聚类比传统的K-更好 表示方法(及其变体)在完整功能上运行空间。 我们提出的第一个实验对比 V 。

预测空间上的流聚类。有相当的
一些关于在投影后聚类数据流的工作
低维空间。Aggarwal等人。[3], [5]提出了一个
基于投影的聚类方法,保持统计
微集群数据流的信息,这些信息是
精集特征向量的极端扩展。这些想法是
进一步细化[4]。预计的聚类也是
与基于密度的算法一起[15], [8], [31], [11]
[13]和高维数据[35]。的假设
预计的群集是让每个群集特定于
特征性特征子集,用于优化质量标准
6度。但是,功能子集可能产生不同
6度越不同的群集并且选择通常基于
参数设置,导致性能不稳定。
例如,[中的HDDStream算法] 35 试图建模 参数设置,导致性能不稳定。例如,[中的HDDStream算法] <u>35</u> 试图建模群集作为高密度区域(依赖于一些未知的密度分布)。它总结了数据点和这些点组合在一起的尺寸和保持这些摘要随着时间的推移新点到达。但是,它的性能依赖于很多参数由用户指定。由于这些参数直接影响了相关阈值,因此聚感,相对排序到达点和其他噪音问题。反之,我们提出的方法是基于矩阵草图,其中 到近照性的方法是基于矩阵草图,其中 我们提出的方法是基于矩阵草图,其中 是整个的稳定压缩统计表示 (观察到的)数据流。因此,投影是稳健的 噪音和流的排序。我们提出了一个实验 节比较 Y。

进化/增量谱聚类。在一个不同的不同的输入设置(来自我们的问题定义),进化-ary/增量谱聚类[14],[33],[34接近已经提出过,通常假设是这样的图的全部或大部分点已经知道了边缘是逐步添加的。虽然这些方法在网络数据集上工作得很好,例如博客,这些方法需要随时维护2个图表。这很难当数字时,用有限的内存保持这个矩阵样本n很大,这通常是流式传输的情况

和自适应索引结构 用于维持流和 新婚夫妇。阿克曼等人。【1】将造了一个小加权通过使用称为的新数据结构来获取数据流的样本核心树。Shindler等人。【41】最近提出了一个有流的高效算法(Algorithm S TRM KM EANS)使用在线设施位置文献中的想法进行聚类。他们的算法与现有算法相比都是有利的理论上和实验上。最近,Liberty等人。【28】提出了一种在线K-means聚类算法空间和时间要求只是多对数的流的长度。所有上述技术都在运行整个功能空间。但是,当数据集很高时维度,这些技术依赖于邻域搜索面部稳定性问题并且可能表现不佳,这是通常的称为维度的诅咒。Compa-我们的给定性用低维嵌入派生来自数据流的奇异值分解。那里-它具有类似的稳定性和性能优势 -个有效的

这**量**的逻**求**是对包含的数据点进停操作的 高维数据点。因此,我们不包括 他们在我们的实验比较中。

高效的静态聚类。我们提出的算法主要 -高效的静态聚实。我们提出的算法主要 - 将一组集群中心候选者作为新的候选者更新并更新 数据流来了。已经有许多有效的方法 建议[39],[46],[44],[6],[48],[29]试图恢复 高维数据的稀疏聚类中心。但是全部 它们需要访问整个数据集,因此不适合 用于流式设置。因此,我们也不包括它们 在我们的以下实验比较中。

V. E XPERIMENTAL A NALYSIS

在本节中,我们通过实验测试我们提出的ap-在效率和效率方面有所作为。所有的经验 -

第9页

小号 TATISTICS的实验数据集。 表I.



在英特尔 (R) Xeon (R) CPU X5650 2.67GHz上运行处理器,128GB内存。

为每个文档标准化。
 行业数据集由公司网页分类组成
在工业部门的层次结构中。ohscal数据集是
来自包含文件的OHSUMED集合
来自医疗类别。20NG(20Newsgroup)是一个平衡的
涵盖20个新闻主题的数据集。RCV1数据集包含
制作手动分类的新闻专题报道的档案
可由路透社[26]。我们使用了RCV1数据集的一个子集,只选择那些只有一个标签的文件。MNIST
数据集有10类手写数字和784图像功能
功能。所有上述数据集都可以在[10]或[16]。
Tiny是非参数对象的大型Web图像集合和场景识别(从[下载]45])。从80年代开始
百万个小数据集图像,我们创建了一个百万的数据集图像由60,000个标记图像组成,覆盖100个课程(来自[25]和其他随机抽样的图像。该此处的评估仅限于标记的60,000幅图像。我们使用了Tiny图像以及所有3072个原始特征,这是3色通道(RGB)中的32×32彩色图像,用图像来演示图像的聚类性能高维特征向量。SenVec(SensIT车辆)数据集包含车辆的分布式传感器网络数据
分类。Jester数据集包含匿名评级数据
由本维持等等 Jester数据集包含匿名评级数据

基线。我们测试了我们提出的算法的两个版本: SSC-1,它使用Algorithm S TRM E MB来构造流的低维嵌入,但我们执行、收集低维后的最终K均值聚类嵌入整个流;和SSC-2,这是一样的算法S TRM SC (流K-means聚类是用于每一步)。SSC-1的结果证明了这一点光谱嵌入的质量,而SSC-2的结果表示完整的流谱聚类。

选择五种其他算法进行比较: 经典算法 K-means (简称KM) , 经典谱聚类 算法 $\underline{5}$ (简称KJW) , BIRCH [$\underline{49}$], 流K-

5 对于谱聚类 我们使用算法S PECTRAL C LUSTERING

手段 6 (简称SKM) 和HDDStr [35]。 首先两种算法是最广泛使用的批处理解决方案集群。BIRCH构建了一个分层的数据结构递增地传入数据流。讨论SKM早期是最近提出的快速准确的流媒体K-意味着聚类方法。HDDStr是一种有效的预测高维数据的流聚类方法。

评估指标和参数设置。我们用两个 流行的评估指标:规范化的互信息 (NMI)和纯度。为了显示每种算法的稳定性, 我们还报告了这两个指标的标准差 每个算法和每个数据集。

B.一般业绩比较

和HDDStr)。

表 II显示了比较的一般性能 算法。对于每个数据集,我们随机调整数据 流顺序30次并报告平均NMI(上)和 纯度(底部)。我们可以从中得出以下观察结果 这些结果:

(1)与NJW相比,我们提出的SSC-1达到了92%NMI,平均纯度超过99%。这个结论我们的流光谱嵌入近似的公司接近计算上昂贵的质量批量版本。SSC-1具有非常相似的结果稳定性(使用标准偏差的测量)与NJW一样, 平均而言,这比KM要好得多。 (2) SSC-1优于那些运行的算法 高处的完整特征空间(KM,BIRCH和SKM) 维数据集(四个文本数据集和Tiny图像 数据集)。 致据集)。
(3) 毫不奇怪,所有流式算法都能执行比批次K-means(KM)差。BIRCH,SKM和HDDStr平均只有30%的NMI和60%纯度与KM相比。但我们提出的SSC-2,其中在真正的流媒体设置中运行,平均达到58%NMI和97%纯度的KM,这是更有效的比其他流媒体竞争对手(在NMI中≈两倍)和1.6倍的纯度)。这证明了有效性SSC-2比其他流媒体竞争对手(BIRCH,SKM,和HDDStr)

6 对于流K-means, 我们使用Algorithm S TRM KM EANS。

第10页

(4) 流媒体算法也更敏感 比批处理算法(NJW,KM等)不稳定 更改数据顺序。但是,通过利用低 维度嵌入,我们提出的SSC-2算法 实现与KM相当的稳定性。和....相比 无论是BIRCH,SKM还是HDDStr,SSC-2都是平均水平 在NM中稳定三倍以上,大约十倍 纯度更稳定。 10 6 104 10 2 **附**(秒) 19024 10 7

C.订单敏感度

众所周知,流式算法对此很敏感 数据的排序或概念漂移。测试性能 在这种情况下我们的方法,我们按数据流排序 以下两个附加条件,时间和主题顺序。 时间顺序反映了现实情景,而 主题顺序是模拟最困难的条件 由于大概念漂移而进行度近似 集群之间。对于后者,除了分组点 属于一个集群,我们也尽力保证 类似的主题彼此相邻(例如,在20NG数据集中, comp.sys.ibm.pc.hardware主题中的文档集 和comp.sys.mac.hardware主题放在每个主题旁边 其他)。

图 2显示了按时间顺序排列的稳定性结果输入流顺序。对于扇区数据集,只有少数几个集群因此,在一开始就出现了较早的表现比后者好。600来说,所有三个数据集都显示出来 表现相当稳定。

图 3显示了按主题排序的输入流。外加有条不紊地,通过分类的主题,SSC结果是均匀的高于表 二的平均表现。 我们推测虽然有大量的主题变化,但数据流草图可能更好地代表了因为属于同一主题的文件在一起。 这个导致更丰富的光谱嵌入,可以捕获更多来自流的信息。一般来说,两个数字都表明了对于我们提出的SSC-结果非常稳定1和SSC-2算法,它们优于其他三种算法流媒体算法,包括时间顺序和主题数据排序。

D.批量大小灵敏度

不同批次尺寸(n t)的SSC-1和SSC-2测试是如图 4所示。 实验设置与那些相同在表 II中,批量大小在500,800,1000,1200,1500,1800和2000.性能表明稳定的行为SSC-1和SSC-2具有不同的批量大小。

E.可扩展性比较

图 5显示了之间的可伸缩性比较 Tiny数据集上的各种聚类算法(采样和下采样)。所有的流媒体算法 只需要几分钟即可集群超过一百万 数据点。特别是,我们观察到了我们的两个版本 SSC与其他高效流媒体相比毫不逊色 算法虽然具有更好的效果(表 二)。 COM的 与KM和NJW相比,我们提出的算法表明 卓越的可扩展性,同时具有可比性。

图5.可扩展性实验。KM和NJW不会扩展到大型数据集(由于其极高的内存开销而失败)。

VI。 C 结论

我们提出了一种流式光谱的新方法 集群。我们的算法构建了一个简洁的近似值 拉普拉斯算子,并从矩阵草图到适应思想 有效地构建了一个低维谱嵌入 流。我们的算法只需要一次通过 数据,利用有限的存储,很好地适应概念漂移 并近乎实时地运作。实验结果表明 我们提出的方法可以胜过其有效性 高维流行的流媒体聚类算法 数据流同时实现良好的可扩展性。

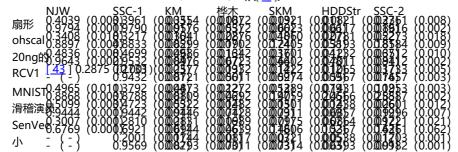
R EFERENCES

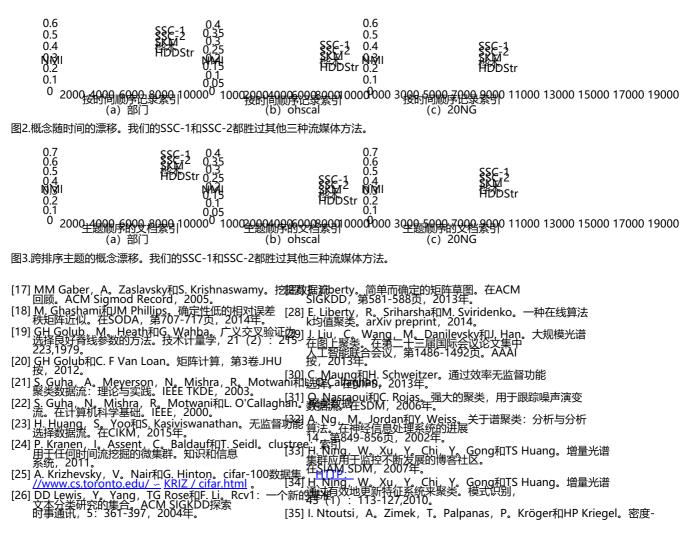
- R EFERENCES

 [1] M. R. Ackermann, M. Märtens, C. Raupach, K. Swierkot, C. Lam-梅森和C.索勒。Streamkm ++: 数据的聚类算法流。ACM)EA, 2012。
 [2] CC Aggarwal, J. Han, J. Wang和PS Yu. 一个框架聚集不断发展的数据流。在VLDB, 2003年。
 [4] CC Aggarwal, J. Han, J. Wang和PS Yu. 一个框架投影的高维数据流聚类。在VLDB, 2004年。
 [5] CC Aggarwal J. Han, J. Wang和PS Yu. 一个框架投影的高维数据流聚类。在VLDB, 2004年。
 [6] M. Azizvan, A. Singh和L. Wasserman, Minimax理论的高-复有稀疏平均分离的尺寸高斯混合物。在NIPS中, 2013。
 [7] D.巴巴拉。集群数据流的要求。ACM SIGKDD探索通讯,2002年。
 [8] C. Bohm, K. 栏杆, HP Kriegel和P. Kroger。密度连接使用本地子空间首选项进行聚类。在IEEE ICDM,2004年。
 [9] Vladimir Braverman, Adam Meyerson, Rafail Ostrovsky, Alan Royt-男子,Michael Shindler和Brian Tagiku。良好的流式k-means可群集数据。在SODA,第26-40页,2011年。
 [10] D. 蒸。用于特定学习的Matlab代码和数据集。HTTP: //www.cad。
- [10] D.蔡。用于特征学习的Matlab代码和数据集。HTTP: //www.cad。zju.edu.cn/home/dengcai/Data/data.html。
- [11] F. Cao. M. Ester, W. Qian和A. Zhou。基于密度的聚类带有噪音的不断发展的数据流。在SIAM SDM, 2006年。 [12] M. Charikar, L. O'Callaghan和R. Panigrahy。更好的流媒体聚类问题的算法。在ACM STOC,2003年。 [13] Y. Chen和L. Tu, 用于实时流数据的基于密度的聚类。在ACM SIGKDD, 2007年。
- (ACM SIGKDD, 2007年。 [14] Y. Chi, X. Song, D. Zhou, K. Hino和BL Tseng。发展的 通过结合时间平滑度进行谱聚类。在ACM SIGKDD, 2007。 [15] M. Ester, HP Kriegel, J. Sander和X. Xu. 基于密度的算法 用于在具有噪声的大空间数据库中发现聚类。在ACM SIGKDD, 1996。
- [16] RE Fan和CJ Lin。Libsym数据:分类,回归和 多标签。http://www.csie.ntu.edu.tw/_cjlin / libsymtools /数据集/。

第11页

表二。 P ERFORMANCEL比较 NMI(TOP)及 P URITY(BOTTOM)。Ť HE NUMBERS中括号里的标准偏差分类指标。w ^ èCOULDN '牛逼运行NJW ON THE RCV1及牛逼 INY数据集DUE TO OUT MEMORY运行。Ť HE号码NJW ON THE RCV1 DATASET从[43]。





第12页

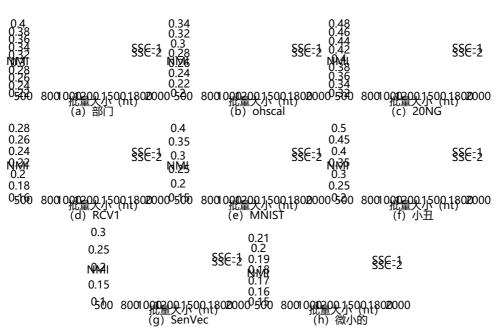


图4.不同批量大小的方法的稳定性。SSC-1和SSC-2都可以通过改变批量大小来表现出稳定的性能。

- [38] 2006年 机器。NIPS,2007年。 [39] D. Sculley。网络规模的k均值聚类。在ACM WWW,2010年。 [40] J. Shi和J. Malik。标准化剪切和图像分割。IEEE TPAMI,22(8):888-905,2000。 [41] M. Shindler、A。Wong和AW Meyerson。快速准确的k-means 对于大型数据集。在NIPS,2011年。 [42] Q. Song,J. Ni和G. Wang。基于快速聚类的特征子集 高维数据的选择算法。IEEE TKDE,2013年。 [43] Y. Song,W. Chen,H. Bai,C. Jin和EY Chang。平行光谱 2008年。 [44] W. Sun,J. Wang,Y. Fang,et al。正规化的k均值聚类 维数据及其制近一数性。电子期刊 统计,2012年。 [45] A. Torralba,R。Fergus和WT Freeman。8000万张小图片: 用于非参数对象和场景识别的大型数据集。IEEE IPAMI,2008年。 [46] J. Wang,J. Wang,Q。Ke,G。Zeng和S. Li。快速近似k均值 通过群集闭包。在IEEE CVPR,2012年。 [47] H. Yang,MR Lyu和I, King。多任务的高效在线学习 功能选择。ACM TKDD,2013年。 [48] J. Yi,L. Zhang,J. Wang,R. Jin和A. Jain。单通道算法 有这地恢复高维数据的稀疏聚类中心。