Comparison of approaches for area segmentation and application to geomarketing analysis

Comparison of area segmentation approaches for the application to geomarketing analysis

Development of an area segmentation algorithm for geomarketing analysis

TOC

**Was ist mit Kapitel über microm???**

# Introduction

## Definition and aim of Geomarketing

## microm

## Motivation and Research question

## Methods

## Outline

# Related Work

## KIT – Institute of Operations Research: discrete optimization and logistic

## SimTool

## Easy Map District Manager

# Application of area segmentation in the field of Geomarketing (=use cases)

## Introduction

## Parameters

## Previous Reasearches

3.4 USe cases

# Approaches of area segmentation and their implementation

## Approaches and Implementation

### Segmentations considering only homogenous distribution

#### segmentation considering just the criteria

#### Segmentation considering sum of criteria / number of locations

### Segmentations considering only distance/compactness

#### segmentation considering just the distance

### segmentations considering criteria and distance

#### criteria + Distance: from inside to outside

##### smallestCritGetsNearest

##### smallestCritGetsTrueNearest

#### criteria + Distance: from outside to inside + inside to outside

#### sum of criteria/number of locations + Distance

#### Distance + criteria - rearranging

## Problems of approachs

### Performance

### Requirements from the field of Geomarketing

#### Formation of holes

#### Inhomogeneous distribution

#### Rearrangement/Infinite loops during rearrangment

#### Need of threshold values

# Comparison of approaches

## Performance

## Problems

## Requirements

## Conclusion

# Application of Algorithm XYZ to Geomarketing analysis

## Optimization of Areas

### Conditions and Aim

### Approach of Optimization algorithm

## Greenfieldanalysis

### Conditions and Aim

### Approach of Greenfield algorithm

## Whitespotanalysis

### Conditions and Aim

### Approach of Whitespotalgorithm

# Realworld scenario: integrated Algorithm to the mapChart Manager

# Discussion and Perspective

## Summary

## Limitations

## Comparison to related work

## Perspective

# Introduction

## Definition and Aim of Geomarketing

* Connection of information in a spatial way to support marketing decisions of companies
* Connects information with spatial reference system 🡪 statistical analysis can be done 🡪 support decisions
* Geomarketing ist eine Teildisziplin des Marketings. Es verknüpft alle in einem Unternehmen zur Verfügung stehenden Informationen mit einem geografischen Koordinatensystem. Durch die statistische Auswertung des daraus resultierenden Datenpools sind so Rückschlüsse auf verschiedene marketingrelevante Aspekte möglich. Mit verbesserten technischen Möglichkeiten gewinnt Geomarketing in jüngster Zeit zunehmend an Bedeutung. Quelle: http://www.omkt.de/geomarketing/

Role of microm

* Connect analysis with compenies: data necessary 🡪 given by microm/creditreform
* Provide webtool for doing geomarketing analysis --> mapchart manager

## Role of microm

## Motivation and Research question (including aim of the work)

### Um was geht es, was ist das Ziel, warum, was wird untersucht, Zeil: algorithmus zu finden, der themenunbhängig ist und somit für wahlkreiseinteilungen, standorte, gebietsoptimierung,.. verwendet werden kann

## Methods

### Wie wird die Untersuchung angestellt, was/welche Tools werden dafür verwendet

## Outline

### Wie ist die arbeit aufgebaut; auf was wird eingegangen in welcher Reihenfolge, was ist in den Kapiteln zu finden

# Related Work

## KIT – Institute of Operations Research: discrete optimization and logistic

Beispiele gegeben, zb basierend auf PLZ Gebieten in DTL, dabei gibt es eine Anzahl von Punkten, die gewisse Aktivität (=Potential) aufweisen.

Punkte können auch als Kreuzungen für Straßenabschnitte vorliegen

Gegebenen Geometrien:

* Punktdaten mit Potential,
* Straßenabschnitte mit Potential

Keine Zentren vorhanden! Sondern lediglich Gebietsaufteilung ohne Beachtung von Zentren

Einstellungsmöglichkeiten:

* Anzahl der Gebiete
* Anzahl der Suchrichtungen, notwendig, wenn Gebiete in linkes und rechtes Problem zerteilt werden
* Balance tolerance, wie weit die Werte voneinander abweichen dürfen
* Wichtung der Balance: 1 gleichverteilung ist am wichtigsten, 0 Kompaktheit ist am wichtigsten
* Maß für die Messung der Kompaktheit
* Art der Teilung der Gebiete mittels Linie oder Zone

Vorgehen:

* Gebiet wird halbiert, anschließend wird ein Gebiet halbiert, danach das andere, usw
* Teilung erfolgt so, dass das Gebiet geteilt wird
  + Was am größten
  + Was ziel durch teilung am nächsten kommt
* Muss vorher bereits interpoliert oder ähnliches sein, da teilgebiete am ende so entstehen, dass Balance erreicht
* Nutzt Algorithmus "Recursive Partitioning Algorithm" ist in folgendem Paper dargestellt:  
  J. Kalcsics, S. Nickel und M. Schröder: Towards a Unified Territorial Design Approach - Applications, Algorithms and GIS Integration, TOP 13(1), 1-74 (2005)

A territory is given by a subset *B* of *V* . The heuristic strives to align territories that are

balanced with respect to the activity measure. Ideally we would have *w*(*B*) = *w*(*V* )*/p* for

every district, but in general this is not possible due to the discrete nature of the problem.

Therefore we assume that a lower bound *L* and an upper bound *U* for the activity measure

of a territory are given. For example, *L* and *U* can be calculated from a maximally allowed

deviation *τ >* 0 from average size by

*L* = (1 *− τ* )*w*(*V* )*/p* and *U* = (1+*τ* )*w*(*V* )*/p.* (11)

A territory *B* is called *feasible* if *L ≤ w*(*B*) *≤ U*.

In the following we will often identify (sets of) basic areas with (sets of) points in the

plane.

The basic operation of this heuristic is to divide a subset *V \_ ⊆ V* of the basic areas, i.e.

points, into two ”halves” *V \_*

*l* and *V \_*

*r* by placing a line in the plane within this set of points. *V \_*

*l*

(*V \_*

*r* ) are then defined as the set of points, i.e. basic areas, located left (right) of the line. By

this we partition the territory design problem for *V \_* into two disjoint subproblems, one for

*V \_*

*l* and one for *V \_*

*r* . These subproblems are then solved independently from one another again

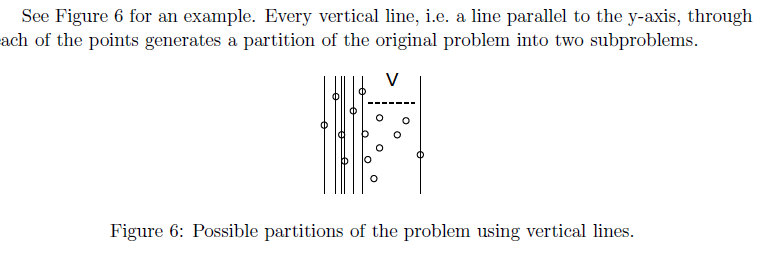
by dividing each of them along a line. This iterative partitioning into subproblems gives the

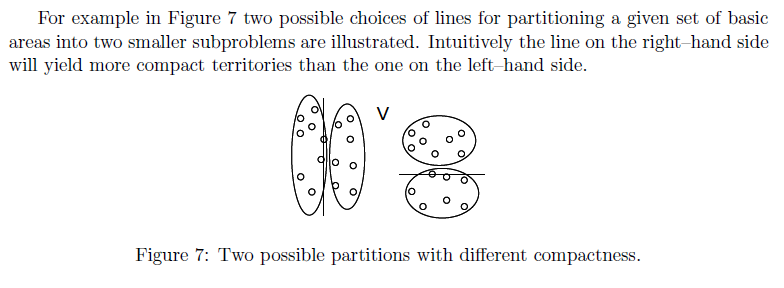
heuristic its name: successive dichotomies (termed in Ricca and Simeone [RS97]).

Since a problem that is not trivial generates two subproblems, the problems our heuristic

examines are related according to a binary tree. The root of the tree is the problem we start

with and the leaves correspond to territories





In the last section we explained how a basic problem is ”solved” by partitioning it into two

subproblems. Since several line directions are considered we have different partitions into

subproblems. In order to choose an appropriate partition for the subdivision all of them are

ranked by heuristic measures for balance and compactness.

The straightforward ”greedy” approach to realize just the best partition according to this

ranking is however not sufficient. Even though only the best balanced partition among those

possible for a certain line direction is considered there is no guarantee that one does not

encounter an infeasible subproblem later, i.e. one with *w*(*V \_*)*/p\_* outside the interval [*L,U*].

Therefore we incorporated a backtracking mechanism into our heuristic. It allows to revisit

a basic problem at a higher level to revise the division made there. We then perform the next

partition according to our ranking and continue the search.

## SimTool

## Easy Map District Manager, Demo verfügbar

<http://www.easymap24.de/Video_Manuelle_Gebietsplanung.php>

<http://www.easymap24.de/Video_Zusatzdaten_und_Standorte.php>

* Zugeschnitten auf anforderungen in marketing, vertrieb, controlling und statistik
* Lassen sich kundenstandorte darstellen,umsatzgefälle visualisieren, vertriebserfolge bewerten, marketing-strategien entwickeln, marktpotenziale ausschöpfen etc
* Lassen sich kundenstammdaten, marktpotenzial, vertriebscontrollingergebnisse ebenso wie Bevölkerungsstrukturdaten in aussagekräftige thematische karten umsetzen
* Inseln werden mit einbezogen, somit scheinbar keine prüfung auf Zusammenhang, auch bekräftigt dadruch,dass mitunter PLZ Gebiete abseits liegen
* Verschiedene Versionen/Lösungen vorhanden, je anch Funktionsumfang zb EsayMap Standard Desktop Edition für Landkartengrafik und Geo-Analysen,Easy Map DistrictManager Desktop Edition für Gebiets- und Standortplanung
* Standort wird in die Mitte gesetzt
* Bei Standortoptimierungkann standort auch auf gewichteten schwerpunkt gesetzt werden
* Keine whitespotanalysemöglich
* Bei Neuorganisation(=Greenfield) werden Standrote automatisch gesetzt
* Sind Standorte gegebebn, kann eine Gebietsverteilung stattfinden,jedoch entstehen Inseln
* Test nur anhand gleichverteilung der Anzahl an PLZ Gebieten, keine Attributdaten darunter gelegt
* Neuorganisations,Ausbalancieren und Distriktgeneriung zu Standorten möglich; Neu = keine Gebietsverteilung vorhanden=Greenfield, Ausbalancieren= Gebietsoptimierung ohen standorte anhand gebiete, Distriktgeneriung = Gebietsoptimierung anhand standorte

Vorteile online system

* Nur browser
* Keine installation von kartendaten, liegen zentral auf server
* Anzahl an nutzer nur durch server beschränkt

# Application of area segmentation

Introduction,

## Introduction

Was ist area segmentation? Wo findet es hauptsächlich Anwendung? Welche Arten von Ansätzen gibt es? (mit Erklärung und verweise auf Previous Work)

**The sales territory alignment problem may be viewed as the problem of grouping small**

**geographic sales coverage units into larger geographic clusters called sates territories in a way**

**that the sales territories are acceptable according to managerially relevant alignment criteria,**

Berich71.pdf:

Territory design may be viewed as the problem of grouping small geographic areas called

*basic areas* (e.g. counties, zip code or company trading areas) into larger geographic clusters

called *territories* in such a way that the latter are acceptable according to relevant planning

criteria. Depending on the context, these criteria can either be economically motivated (e.g.

average sales potentials, workload or number of customers) or have a demographic background (e.g. number of inhabitants, voting population). Moreover spatial restrictions (e.g. contiguity, compactness) are often demanded. We note, that in the literature often the term alignment instead of design is used.

Territory design problems are motivated by quite different applications ranging from political

districting over the design of territories for schools, social facilities, waste collection or

emergency services to sales and service territory design. However, the two main applications

are political districting and sales and service territory design.

Hauptsächlich für gebietsverteilung und zurerzeugung von wahlbezirken,

wenig Researches and papers wo auf weitere geomarketing aspekte angewendet

Quelle: Gebiet optimal aufteilen

Modelltypen:

Die Modellbildungen im OR fur Probleme der Gebietsaufteilung sind uberwiegend

Optimierungsmodelle. Dabei lassen sich im wesentlichen drei Typen identi\_zieren:

location{allocation Ansatze, set{partitioning Ansatze und heuristische Verfahren,

into two independent phases, a location and an allocation phase, which are

iteratively performed until a satisfactory result is obtained. In the location phase the centers

of the territories are chosen while in the allocation phase the basic areas are assigned to these

centers.

3.2.1 Location{allocation Modelle

Location{allocation Modelle orientieren sich an einer Sicht des Gebietsaufteilungsproblems,

die verbal folgenderma\_en wiedergegeben werden kann:

Bestimme p Zentren(orte) und ordne diesen kleinste Gebietseinheiten eindeutig

zu, so da\_ zusammenhangende Bezirke mit einem moglichst hohen

Ma\_ an Kompaktheit und Balance erzielt werden.

Das Problem der Festlegung von Zentren und das Zuordnen von KGE zu diesen

Zentren sind zwei Schritte zur Bestimmung einer Gebietsaufteilung. Diese Schritte

konnen nacheinander, ggf. wiederholt, durchlaufen werden, oder auch in einem

Modell zusammengfa\_t sein (siehe Kapitel 9).

Unter Umstanden ist jedoch das Festlegen von Zentren nicht erforderlich, zum

Beispiel wenn diese den Heimatorten von Vertretern entsprechen und ein Umziehen

nicht in Frage kommt. Dann ist es vor allem der Zuordnungsschritt, der modellma\_ig

erfa\_t werden mu\_.

3.2.2 Set{partitioning Modelle

Die set{partitioning Modellen zugrundeliegende Sicht der Gebietsaufteilung lautet:

Generiere (viele) Kandidaten{Bezirke als Teilmengen der KGE und bestimme

eine

"

gute\ Partition der Gesamtmenge der KGE in solche Teilmengen.

Wiederum sind zwei Verfahrensschritte zu erkennen, zunachst das Erzeugen von Bezirken

(d.h. KGE{Teilmengen), die als Kandidaten fur eine gute Gebietsaufteilung in

Frage kommen, und dann das Losen eines set{partitioning Problems aufbauend auf

diesen Teilmengen. Beide Schritte konnen nacheinander ausgefuhrt werden (Gar\_nkel

und Nemhauser [41], Nygreen [81]) oder simultan (Mehrotra et al. [71]).

Der Vorteil des set{partitioning Ansatzes ist seine gro\_ere Flexibilitat gegenuber

den location{allocation Modellen. Durch Realisierung eines geeigneten Generators

fur die Kandidatenbezirke lassen sich vielfaltige Anforderungen an gute Bezirke abbilden.

7

Auf der anderen Seite sind mit set{partitioning Modellen aufgrund der stark

anwachsenden kombinatorischen Komplexitat nur kleine Problemstellungen losbar.

Die in der Literatur gelosten Beispiele haben samtlich weniger als 100 KGE. Trotzdem

kann die Anzahl der Kandidatenbezirke schon sehr gro\_ sein, und somit ein

rechnerisch aufwendiges set{partitioning Problem zu losen sein.8 Hierin ist ein entscheidender

Nachteil des Ansatzes zu sehen.

3.2.3 Heuristische Verfahren

die

keine Methoden der mathematischen Programmierung einbeziehen.

Mit heuristischen Verfahren sind an dieser Stelle Methoden gemeint, die nicht auf

dem Losen von mathematischen Programmen beruhen. In Anlehnung an Ricca und

Simeone [92] fuhren wir die wichtigsten Ideen auf:

\_ Beim Eat{up Ansatz wird ein Bezirk nach dem anderen, ausgehend von jeweils

einer KGE am Rand des (noch) aufzuteilenden Gebietes, durch sukzessives

Hinzufugen benachbarter KGE gebildet. Ein Bezirk ist fertig, wenn er eine

ausreichende Gro\_e hat. (Ein Beispiel einer solchen Heuristik ist in Mehrotra

et al. [71] zu \_nden.)

Beim Zusammenfassen von Teilbezirken wird zunachst jede KGE als ein Teilbezirk

aufgefa\_t. Dann werden in jedem Schritt benachbarte Teilbezirke vereinigt

(wenn dadurch kein zu gro\_er Teilbezirk entsteht); das Verfahren bricht ab,

wenn die gewunschte Anzahl an Bezirken gebildet ist. (Als Beispiel sei Deckro

[28] genannt.)

\_ Multi{kernel growth ist mit dem location{allocation Ansatz verwandt. Zunachst

werden einige KGE als

"

Samen\ ausgewahlt; danach wird um jeden Samen ein

Bezirk gebildet, indem KGE nach wachsender Entfernung hinzugefugt werden,

bis der Bezirk die angestrebte Gro\_e hat.

\_ Verfahren der lokalen Suche verandern eine Gebietsaufteilung durch Austausch

von einzelnen KGE zwischen benachbarten Bezirken. Dabei wird eine Verbesserung

der Aufteilung hinsichtlich der einbezogenen Zielsetzung(en) angestrebt.

Gangige Erweiterungen der lokalen Suche wie Simulated Annealing oder Tabu{

Suche kommen auch hier in Betracht (di Cortona et al. [29, S. 179]).

Wesentlicher Vorteil heuristischer Ansatze ist ihre gro\_e Flexibilitat hinsichtlich der

Integration und Berucksichtigung anwendungsspezi\_scher Kriterien. Au\_erdem ist

ihre Implementierung in einer Programmiersprache in der Regel recht einfach auszuf

uhren. Ein Ruckgri\_ auf einen guten Solver fur lineare Programme ist im Gegensatz

zu den Verfahren, die auf mathematischer Programmierung beruhen, nicht

notig.

Auf der anderen Seite la\_t sich das Verhalten solcher Heuristiken zumeist schlecht

analysieren. Wie

"

gut\ die erzeugte Gebietsaufteilung sein wird, la\_t sich a priori

kaum feststellen. Qualitatsaussagen a posteriori werden in der Regel durch Erzeugen

und Vergleichen vieler Losungen gewonnen. Folglich konnen nur relative Qualitaten

gemessen werden.

## Parameters

Zu betrachtende Kriterien: Kompaktheit, keine Löcher, homogene Verteilung, etc. siehe KIT Seite Planungskriterien;

Quelle: Gebiet optimal aufteilen

Nahezu alle Arbeiten im OR zur Gebietsaufteilung gehen von einer endlichen

Menge an kleinsten Gebietseinheiten (KGE) aus, und gruppieren

diese zu Bezirken. Location{allocation bedeutet, zunachst fur jeden zu

bildenden Bezirk ein Zentrum festzulegen (location) und dann simultan

diesen Zentren die KGE zuzuordnen (allocation). Im allgemeinen soll die

Zuordnung zu einem nahegelegenen Zentrum erfolgen, gleichzeitig aber

sollen balancierte, d.h. moglichst gleichgro\_e, Bezirke gebildet werden. Neben

location{allocation Modellen wurden andere vorgeschlagen (siehe 3.2),

die in dieser Arbeit nur eine untergeordnete Rolle spielen.

Gebiete optimal aufteilen.pdf

Wie in Kapitel 2 deutlich wurde, ist der geographische Zusammenhang der gebildeten

Bezirke eine wesentliche Forderung in Problemen der Gebietsaufteilung. Ein

Bezirk, der aus mehreren, nicht zusammenhangenden, Teilen besteht ist | je nach

Anwendung | unerwunscht oder sogar unzulassig. Die Modelle und Verfahren des

vorangehenden Kapitels konnen den Zusammenhang der gebildeten Bezirke nicht

garantieren, da sie keine Information uber Nachbarschaft von KGE einbeziehen. In

diesem Kapitel werden Modelle vorgestellt, in denen die KGE Ecken eines Graphen

sind und die KGE jedes gebildeten Bezirks einen zusammenhangenden Subgraphen

induzieren.

Werden die KGE als Ecken eines ungerichteten Graphen G = (V;E) aufgefa\_t, so

wird dadurch eine Relation, gegeben durch die Kantenmenge E, zwischen den KGE

zum Ausdruck gebracht. Die naheliegendste Interpretation einer solchen Relation ist

die Nachbar{Beziehung: Eine Kante e = (u; v) 2 E modelliert die Eigenschaft, da\_

die KGE u und v benachbart sind.1

Die Vorstellung von Nachbarschaft mu\_ dabei zunachst abstrakt gesehen werden.

Zum Beispiel konnte sie zum Ausdruck bringen, da\_ u und v als Flachen ein

Stuck gemeinsame Grenze haben. Jedoch kann eine solche, auf einem rein geographi-

schen Kriterium beruhende Nachbarschaftsde\_nition fur eine Anwendungssituation

ungeeignet sein, in der das Bereisen der Bezirke im Vordergrund steht. Wenn die

gemeinsame Grenze zweier KGE ein Flu\_lauf ohne Brucke ist, wird man von ihrer

Nachbarschaft wenig Nutzen haben. Benachbartsein sollte dann durch das Vorhandensein

einer geeigneten Verkehrsverbindung zwischen den KGE de\_niert sein.

Diese Uberlegung zeigt, da\_ der Graph G unter Berucksichtigung der zugrundeliegenden

Anwendung gewonnen werden mu\_. Dies kann bei einer gro\_en Menge an

KGE einen nicht unerheblichen Aufwand in der Datenaufbereitung bedeuten.2

Bericht71.pdf:

**Basic areas** A territory design problem encompasses a set *V* of *basic areas*, sometimes also

called sales coverage units. These basic areas are geographical objects in the plane:

points (e.g. geo–coded addresses), lines (e.g. street–sections) or geographical areas (e.g.

zip–code areas, counties, predefined company trading areas). In the latter case the

geographical areas are generally given as polygons. See Figure 1 for an example of basic

areas defined by zip–code regions. In case of non-point objects, a basic area *v ∈ V* is

represented by its center with coordinates (*xv, yv*).

For territory design problems usually one or more quantifiable attributes, called activity

measures, are associated with each of the basic areas. Typical examples are workload for

servicing or visiting the customers within the area, estimated sales potential or number

of inhabitants. See Figure 1 for an example.

We will assume here, that for each basic area *v ∈ V* just a single activity measure

*wv ∈ IR*+ is given. This may also be an aggregation of different values.

**Territory centers** In general, a center is associated with each territory. This may be some

specific site, e.g. a salesman residence or office, or simply the geographical center of the

territory. In general, the center is identical with the center of one of the basic areas

comprising the territory. Therefore, we denote by *Vc ⊂ V* the set of territory centers. In

our model these centers can either be predetermined and fixed or subject to planning.

**Number of territories** For the remainder of the paper we assume that the number of territories

is given in advance and is denoted by *p*. This is not a severe restriction since

the algorithms presented below can be adapted to handle the number of territories as

a planning parameter.

**Unique assignment of basic areas** We require every basic area to be contained in exactly

one territory. Hence, the territories define a partition of the set *V* of basic areas. Let

*Bi ⊆ V* denote the *i*-th territory, then

*B*1 *∪ ・ ・ ・ ∪ Bp* = *V* and *Bi ∩ Bj* = *∅, i \_*= *j.*

**Balance** All territories should be balanced with respect to the activity measure. Hereby the

activity measure (or size) of a territory is the total activity measure of the contained

basic areas. Formally, *w*(*Bi*) = \_*v∈Bi*

*wv* is the size of *Bi*.

Due to the discrete structure of the problem and the unique assignment assumption,

perfectly balanced territories can generally not be accomplished. Therefore a common

way to measure balance is to compute the relative percentage deviation of the district

sizes from their average size *μ*. The larger this deviation is, the worse is the balance of

the territory.

**Contiguity** In order to obtain contiguous districts, explicit neighborhood information for

the basic areas is required. Although there exist several models which are based on

a neighborhood graph for the basic areas, we will not incorporate this graph into our

considerations. However, the described solution procedures can easily be extended to

take a neighborhood graph of the basic areas into account.

**Compactness** We model compactness, depending on the solution method, in two different

ways. The first is to minimize the total weighted distance

*p*

\_

*i*=1

\_

*v∈Bi*

*wvdiv*

(Euclidean, squared Euclidean or network–based) from district centers to basic areas.

For the geometric approach we will derive a compactness measure based on convex hulls

to achieve compact territories (see Section 6 for details).

**Objective** The objective can be informally described as follows: partition the set *V* of basic

areas into a number *p* of territories which satisfy the specified planning criteria like

balance, compactness and contiguity.

To end this section we summarize the notation introduced above.

*V* set of basic areas

(*xv, yv*) coordinates of *v ∈ V*

*wv ∈ IR*+ activity measure of *v ∈ V*

*Vc* set of territory centers

*p* number of territories

*Bi ⊂V i*-th territory

*w*(*Bi*) sizeof*Bi*

*μ* = *w*(*V* )*/p* average size of territories

*div* distance between *v* and the center of *Bi*

3.1.1 Generelle Voraussetzungen

Kleinste Gebietseinheiten (KGE). Wir gehen davon aus, da\_ das aufzuteilende

Gebiet als eine Menge V kleinster Gebietseinheiten (KGE) gegeben ist, und da\_ durch

Zusammenfassen dieser KGE das Gebiet in Bezirke aufgeteilt wird. Obwohl die KGE

achenhafte Gebilde sind, werden sie zumeist als punktformig lokalisiert angenommen.

(Diese topologischen Voraussetzungen diskutieren wir im nachsten Abschnitt.)

Zentren. Jeder Bezirk ist durch einen geographischen Ort, sein Zentrum, charakterisiert.

Die Modelle des Kapitels 7 setzen gegebene Zentren voraus; Verfahren zur

Bestimmung von Zentren(-orten), zum Beispiel im Fall bekannter Bezirke, sind Gegenstand

von Kapitel 9. Wir bezeichnen die Menge der Zentren mit I.

Anzahl Bezirke. Alle im weiteren Verlauf diskutierten Modelle gehen von einer

vorgegebenen Anzahl zu bildender Bezirke aus. Wir bezeichnen diese Anzahl

durchgangig mit p. Die Menge der Zentren ist hau\_g I = f1; : : : ; pg.

Eindeutige Zuordnung der KGE. Jede KGE soll genau einem Bezirk zugewiesen

werden. Dazu werden Bezirke Bi, i 2 I, gebildet, die eine Partition der Menge V

darstellen, also

; 6= Bi \_ V; Bi \ Bj = ;; i; j 2 I; i 6= j; und [i2I

Bi = V:

Balancierung. Die zu bildenden Bezirke sollen hinsichtlich eines Gro\_en{Attributes

moglichst gleich gro\_ sein. Dieses Attribut wird additiv aggregiert aus entsprechenden

Attributen der KGE. Wir gehen also davon aus, da\_ zu jeder KGE v 2 V

ein positives Attribut wv 2 R

>0 gehort, und da\_ die Gro\_e des Bezirks Bi \_ V durch

w(Bi) = Xv2Bi

wv

gegeben ist. Mit

\_ =

1

pXv2V

wv

bezeichnen wir die mittlere Gro\_e der Bezirke. Im Idealfall sollte jeder Bezirk eine

Gro\_e von \_ haben. Diese Zielsetzung bezeichnen wir als Balance{Bedingung. Sie

la\_t sich in der Regel nicht gleichzeitig mit der eindeutigen Zuordnung aller KGE

erreichen. Deshalb streben die Modelle danach, ein moglichst hohes Ma\_ an Balance

der Bezirksgro\_en zu erzielen.

Zusammenhang. Jeder Bezirk soll aus einer geographisch zusammenhangenden

Landache bestehen. Ein Modell, das diese Forderung explizit berucksichtigt, benotigt

Informationen daruber, welche KGE benachbart sind. Wird das Benachbartsein mittels

eines Graphen4

G = (V;E), dessen Ecken die KGE sind, beschrieben, so mu\_ das

Modell diesen Graphen einbeziehen. In den einfacheren Modellen des Kapitels 7 ist

dies nicht realisiert. Zusammenhangende Bezirke konnen deswegen nicht zugesichert

werden, oft werden sie jedoch indirekt als Folge von Kompaktheit erreicht. Modelle,

die den Graphen G explizit berucksichtigen, werden in Kapitel 8 vorgestellt.

Kompaktheit. Die Zielsetzung einer kompakten Gebietsaufteilung wird modelliert,

indem die Minimierung eines distanzbasierten Ma\_es angestrebt wird. Ist div

die Entfernung zwischen der KGE v und dem Zentrum des Bezirkes Bi, so soll die

gewichtete totale Entfernung

p

Xi=1 Xv2Bi

wvdiv

moglichst klein sein.

## Previous Work

Der wesentliche Vorteil des location{allocation Ansatzes ist die Moglichkeit, auch

sehr gro\_e Probleme mit vielen KGE zu behandeln. Dies zeigen zum Beispiel George

et al. [42], die Wahlkreise fur Neuseeland auf der Basis von 35000 KGE erstellen. Sie

fuhren das Zuordnungsproblem im Kern auf das Losen eines Netzwerku\_{Problems

zuruck, fur welches die genannte Gro\_enordnung leicht zu beherrschen ist.

Unter den in Abschnitt 3.1 aufgefuhrten Voraussetzungen la\_t sich das Problem

der Gebietsaufteilung gut mit dem location{allocation Ansatz erfassen. Es sind auch

Erweiterungen denkbar, wie zum Beispiel das Balancieren mehrerer Attribute (Zoltners

und Sinha [115]).

Dennoch ist der Ansatz nicht sehr exibel. Um ein lineares Programm in den die

Zuordnungsaufgabe beschreibenden Variablen

xiv =8<:

1 KGE v wird Zentrum i zugeordnet,

0 sonst

zu erhalten, mussen die einbezogenen Gro\_en sich auf lineare Terme in diesen Variablen

abbilden lassen. Dies schrankt zum Beispiel die Verwendung von Kompaktheitsma

\_en ein.6

Trotz seiner eingeschrankten Flexibilitat bauen viele Arbeiten, die Gebietsaufteilungsprobleme

mit Optimierungsmethoden losen, auf dem location{allocation Ansatz

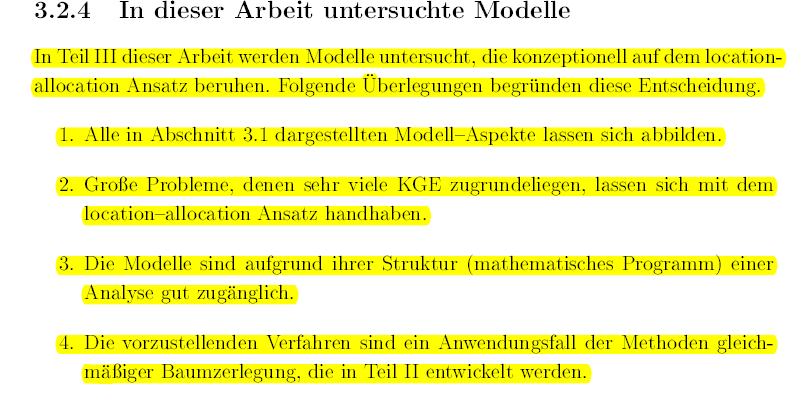
auf (zum Beispiel Fleischmann und Paraschis [35], Hess et al. [50], Hess und Samuels

[51], Hojati [52], Marlin [68], Ronen [93], Zoltners und Sinha [115]). Auch unter

den einschrankenden Annahmen des Abschnitts 3.1 lassen sich somit realitatsnahe

Modelle formulieren.

Siehe pdf gebietoptimalaufteilen seite 30ff



- split resolution problem: erkenntis: However we found that the running time is still too high for the solution of large-scale problems with many thousands of basic areas in an interactive environment. We can make the allocation step much faster by assigning every basic area to the nearest center. This means that we drop constraints (2). This AllocMinDist heuristic has a greatly reduced running time. However, as one would expect and as the computational results in

Section 7 show, the balance of the territories obtained is not satisfactory. Therefore in the next section we present a new heuristic based on geometric ideas. It

has the desirable property of being very fast (comparable to location-allocation with Alloc-

MinDist) and producing territories that are balanced comparable to location-allocation with

TRANSP and split resolution with AssignMAX. deswegen versucht andere algorithmen zu finden, Quelle: bericht71.pdf

Bericht71.pdf:

**4.1 Location–allocation methods**

The first mathematical programming approach was proposed by Hess et al. [HWS+65] in

1965 for a center–seeking political districting problem. They modeled the problem as a

capacitated *p−*median facility location problem. In this problem, we are given a number of

already existing facilities (customers) and a number of candidate locations for new facilities.

Furthermore, with every customer a demand for a specific product or service is associated

which has to be satisfied. Moreover, the new facilities have a limited capacity for satisfying

the customer demands. The task is now to locate a certain number of new facilities (e.g.

plants, warehouses) among the candidate locations and allocate the already existing facilities

to them, taking the capacity of the new facilities into account, such that the demands of the

customers are satisfied ”efficiently” from or at the new facilities.

Unfortunately, due to its combinatorial complexity, the practical use of this model is fairly

limited. To this end, Hess et al. [HWS+65] (and subsequently Hess and Samuels [HS71] in their

GEOLINE model) used a *location–allocation* heuristic to solve the problem. In this heuristic,

the simultaneous location and allocation decisions of the underlying facility location problem

are decomposed into two independent phases, a location and an allocation phase, which are

iteratively performed until a satisfactory result is obtained. In the location phase the centers

of the territories are chosen while in the allocation phase the basic areas are assigned to these

centers.

**Location phase**

There exist several approaches for determining a new configuration of territory centers. A

fairly simple and commonly used method is to solve in each territory resulting from the

last allocation phase a 1*−*median problem. See e.g. Fleischmann and Paraschis [FP88],

George et al. [GLW97]. Alternatively, one can take the territory centers of the previous

iteration and perturb them utilizing some local search technique to obtain a new configuration

of centers, see e.g. Kalcsics et al. [KMNG02]. Hojati [Hoj96] proposes to determine new

centers based on the solution of a Lagrangean subproblem. It shows that the choice of territory

centers has a considerable impact on the resulting territories in that a ”bad” selection

of centers will seldom yield acceptable territories.

**Allocation phase**

In most cases, the problem of allocating basic areas to territory centers is formulated as a

capacitated assignment problem, see e.g. Hess et al. [HWS+65] and also Section 5. While

the balancing requirement is generally included as a side constraint, compact and contiguous

territories are tried to be obtained by minimizing the sum of weighted distances between basic

areas and territory centers. For political districting problems, authors tend to use squared

Euclidean distances (e.g. Hess et al. [HWS+65], Hojati [Hoj96]), whereas for sales territory

design problems, largely straight line (Cloonan [Clo72], Marlin [Mar81]) or network distances

(Segal and Weinberger [SW77], Zoltners and Sinha [ZS83]) are employed. Marlin [Mar81]

observes for his problem, that using squared Euclidean instead of straight line distances

produces compact but disconnected territories. He concludes that the success of squared

Euclidean distances depends on the ability to redefine territory centers and is not appropriate

for the case of fixed centers. A similar phenomenon was observed by Hojati [Hoj96]. Although

the model can easily be extended, e.g. to balance more than one activity measure, only those

criteria can be incorporated which can be formulated in linear terms. This excludes for

example more complex measures of compactness.

The assignment problem now is usually tackled by relaxing the integrality constraints on

the assignment variables and solving the resulting capacitated transportation problem using

specialized algorithms, like network flow methods, which are suitable for solving large scale

problems. Using this approach, George et al. [GLW97] solved a problem with up to 25000

basic areas. However, solving the relaxed problem yields optimal solutions which satisfy the

balancing constraints but usually assign portions of basic areas to more than one territory

center. To this end, Hess and Samuels [HS71] proposed a simple tie breaking rule, named

*AssignMAX*, which exclusively assigns the so–called *split areas* to the territory (center) which

”owns” the largest share of the split area. In their applications they found, that a rate,

i.e. mean number of areas per territory, of *n/m ≥* 20 was more than adequate to provide

territories whose size was within *}*10% of the average. Fleischmann and Paraschis [FP88],

however, report that for their application this simple heuristic gave very poor results. For

about 50% of the resulting territories the restriction on the size of the territories was violated,

in many cases heavily. (The mean number of areas per territory was approximately 8.) To this

end, they presented a more sophisticated split resolution technique which tries to maximize

the number of split areas that can be resolved without violating the size restriction on the

territories. However, in this way, not all splits could be resolved automatically and some

manual postprocessing was required. A quite similar idea to resolve split areas was proposed

by Hojati [Hoj96]. Optimal split resolution techniques minimizing the maximal, total or

standard deviation from the average are proposed by Schr¨oder [Sch01] and will be discussed

in more detail in Section 5.

Hess&stuart implement somthing like smallest distance – Geoline leifert nicht zusammenhängende Gebiete (Seite 55 pdf gebietoptimalaufteilen), somit nicht geeignet

Zoltner und Sihna, zusammenhängende Gebiete, jedoch große differenz (Seite 55 pdf gebietoptimalaufteilen)

Das von Zoltners und Sinha [115] vorgeschlagene Verfahren kann als Lagrange{

Heuristik angesehen werden. Ausgehend von einer Lagrange{Relaxation16 des Zuordnungsmodells

(7.1) wird mit dem Subgradienten{Verfahren der Lagrange{Dual

approximativ gelost. Dabei ist man aber in erster Linie nicht am Wert der Lagrangefunktion

oder an den Lagrange{Multiplikatoren sondern an den Losungen

der Lagrange{Subprobleme interessiert. Dies sind | in gewissem Sinne | primale

Losungen, die KGE{Zentren{Zuordnungen charakterisieren. Unter den im Verlauf

der Iterationen des Subgradienten{Verfahrens berechneten dieser Losungen wahlt

man schlie\_lich die beste hinsichtlich der vorgegebenen Zielsetzung, die in diesem

Fall in der Balance der entsprechenden Gebietsaufteilung gegeben ist.

Der Vorteil der Vorgehensweise nach Zoltners und Sinha [115] gegenuber der

Bestimmung einer Gebietsaufteilung mittels Transportproblem und Splitauosung,

scheint somit vor allem darin zu bestehen, da\_ hier viele Gebietsaufteilungen berechnet

werden, unter denen dann die beste gewahlt werden kann, wahrend im zweiten

Fall nur eine Gebietsaufteilung bestimmt wird. Da die Tendenz des Subgradienten{

Verfahrens zu balancierten Bezirken geht, wird man erwarten, da\_ so moglicherweise

eine besser balancierte Gebietsaufteilung bestimmt werden kann, als mit den Methoden

des Abschnitts 7.2. Wir werden jedoch zeigen, da\_ dies nur sehr selten vorkommen

kann (siehe 7.3.3).

Sowohl das Verfahren von Zoltners und Sinha [115] als auch die Vorgehensweise in

7.2 haben als Ausgangspunkt das ganzzahlige Programm ZP0 (7.26). Aufgrund von

(7.26c) hat es im allgemeinen keine zulassigen Losungen. Wahrend in 7.2 nun der

Weg beschritten wurde, die lineare Relaxation TP (7.2) zu losen und dann durch

Splitauosung (also Runden der gebrochenen Variablen) eine ganzzahlige Losung zu

bestimmen, die moglichst balanciert ist, losen Zoltners und Sinha [115] approximativ

den Lagrange{Dual LD (7.28), der sich durch Relaxation von (7.26c) ergibt. Unter

den Losungen der Lagrange{Subprobleme (diese sind ganzzahlig) wird dabei die am

besten balancierte gewahlt.

Beobachtung 2 macht deutlich, da\_ das von Zoltners und Sinha [115] vernachlassigte

Problem der Mehrdeutigkeit bei der Losung des Lagrange{Subproblems (siehe

Beobachtung 1 in 7.3.1) gerade dann zu Tage tritt, wenn dabei mit den optimalen

Lagrange{Multiplikatoren gearbeitet wird. Die an sich naheliegende Regel, Mehrdeutigkeiten

per Zufallsentscheidung aufzulosen, entspricht damit einer zufalligen

Splitauosung.

Anders formuliert hei\_t das: Die Problematik, die auftretenden Mehrdeutigkeiten

im Lagrange{Subproblem bei optimalen Multiplikatoren zu behandeln, ist aquivalent

zur Problemstellung der Splitauosung, wie sie in Abschnitt 7.2.2 formuliert wurde.

Bei Verwendung von \_\_

i steht man somit vor der Frage der optimalen Splitauosung

in ihrer ganzen Komplexitat.

Das damit aufgeworfene Problem ist jedoch fur Zoltners und Sinha [115] tatsachlich

vernachlassigbar, da sie nicht mit optimalen Lagrange{Multiplikatoren arbeiten.

Vielmehr werden diese durch das Subgradienten{Verfahren nur approximiert. Folglich

werden Mehrdeutigkeiten in aller Regel nicht auftreten, und es ist nicht notig,

sich Gedanken uber deren systematische Behandlung zu machen. Es kann davon ausgegangen

werden, da\_ in jeder Iteration die \_i eindeutig eine Gebietsaufteilung als

Losung des Lagrange{Subproblems determinieren.

Haben wir mit der eingehenden Untersuchung des Splitauosungsproblems in 7.2

also vollig Unnotiges geleistet? Ist der von Zoltners und Sinha [115] eingeschlagene

Weg der einfachere und elegantere?

Die Antwort darauf ergibt sich, wenn man das Verhalten des Subgradienten{

Verfahrens genauer in den Blick nimmt. Bis auf

"

Einschwingvorgange\ in den ersten

Iterationen schwanken die Multiplikatoren | darauf zielt das Verfahren! | nahe

um ihren optimalen Wert. Durch eine kleine Abweichung werden zwar die Mehrdeu

tigkeiten im Lagrange{Subproblem vermieden, andererseits wird die dabei erzeugte

Gebietsaufteilung in aller Regel unter denen zu \_nden sein, die sich durch eine

Splitauosung aus der Losung von TP gewinnen lassen. Bezeichnen wir die Menge

der durch Splitauosung erreichbaren Gebietsaufteilungen mit GS, so la\_t sich die

Suche nach balancierten Gebietsaufteilungen per Subgradienten{Verfahren dahingehend

interpretieren, da\_ (ganz uberwiegend) Gebietsaufteilungen aus GS erzeugt und

hinsichtlich des Balance{Ziels bewertet werden.

Optimale Splitauosung ist die Bestimmung der besten Gebietsaufteilung in GS

hinsichtlich dieses Ziels und wurde in 7.2 durch Baumzerlegung erreicht. Das Subgradienten{

Verfahren dagegen leistet vor allem ein Durchsuchen der Menge GS, in der

Ho\_nung, durch ausreichend lange Suche eine gut balancierte Gebietsaufteilung zu

\_nden.

Damit kann optimale Splitauosung als der direkte Weg zum Ziel angesehen werden,

wahrend die Vorgehensweise von Zoltners und Sinha [115] mehr einer etwas

unsystematischen Suche entspricht.

Betrachtet man dies unter EÆzienzgesichtspunkten, wird der Unterschied noch

deutlicher. Wahrend die optimale Splitauosung aufgrund der in Praxis{Problemen

kleinen Grade in der Splitadjazenz auch fur gro\_e Probleme in Sekundenbruchteilen

vorgenommen werden kann, mussen fur das Subgradienten{Verfahren Dutzende bis

Hunderte Iterationen ausgefuhrt werden. Bei gro\_en Problemen erfordert dies durchaus

Rechenzeiten im Minutenbereich.19 Zwar wird dabei hau\_g die Gebietsaufteilung

gefunden, die aus optimaler Splitauosung hervorgeht, doch hat man auch hierfur

keine Gewahr.

In den vorangehenden Abschnitten wurde das Verhalten der Verfahren aus 7.2 und

7.3 bei Zugrundelegung von Netzwerk{Topologie diskutiert. Diese Verfahren setzen

Zentren voraus, die in diesem Fall durch eine p{elementige Teilmenge der KGE gegeben

sind. Die in die Zielfunktion eingehenden Distanzen div werden als KW{Distanz

realisiert.

Wenn die Lage der Zentren nicht so ist, da\_ die Bezirke

"

um sie herum\ gebildet

werden konnen, stellen sich die Verfahren als unbrauchbar heraus.

Um Gebietsaufteilungsprobleme mit Netzwerk{Topologie zu bearbeiten, sind deshalb

Methoden notig, die entweder unabhangig von (der Lage von) Zentren sind, oder

die Bestimmung guter Zentren ermoglichen. Der ersten Moglichkeit wird im folgenden

Abschnitt nachgegangen, die zweite ist Gegenstand von Kapitel 9.

Auch das Verfahren von Zoltners und Sinha [115] bildet in aller Regel zusammenh

angende Bezirke, wenn es mit KW{Distanzen benutzt wird (Satz 8.1).11 Jedoch ist

der Algorithmus bei diesem Distanz{Typ auf gut gewahlte Bezirkszentren angewiesen

(Beispiel 8.2). Au\_erdem benotigt das Subgradienten{Verfahren eine deutlich langere

Rechenzeit, als Algorithmus 8.2.12 Selbst wenn gute Bezirkszentren bekannt sind, ist

daher die hier entwickelte Vorgehensweise im Vorteil gegenuber dem Verfahren von

Zoltners und Sinha [115].

Die Berechnung einer Gebietsaufteilung durch Losen des Transportproblems und

anschlie\_ende Splitauosung (siehe 7.2) erzeugt sehr hau\_g unzusammenhangende

Bezirke, auch wenn durch Verwendung von KW{Distanzen der Nachbarschaftsgraph

der KGE indirekt einbezogen, und von gut verteilten Bezirkszentren ausgegangen

wird.13 Daher ist dieser Ansatz im Falle einer strikten Zusammenhangsforderung

nicht geeignet.

Das location{allocation Prinzip ist die alternierende Bestimmung von Zentren und

die Zuordnung von KGE zu diesen Zentren. Begonnen wird mit der Festlegung einer

ersten Zentrenmenge Z

0, den Startzentren. Diesen werden die KGE zugeordnet, zum

Beispiel durch Losen des Transportproblems TP (7.2). Dadurch wird eine Gebietsaufteilung

de\_niert (die Splits enthalten kann). Fur die Bezirke dieser Gebietsaufteilung

werden Mediane, d.h. optimale Zentren, mit den Methoden des vorangehenden Abschnitts

bestimmt. Die so erhaltene Zentrenmenge Z

1 erlaubt das erneute Berechnen

einer Gebietsaufteilung. In dieser Weise wird zwischen den Schritten location und

allocation abgewechselt, bis ein Abbruchkriterium erfullt ist.

Dieses Prinzip wurde von Hess et al. [50] fur die Gebietsaufteilung zunachst im

Zusammenhang der Einteilung von Wahlkreisen eingefuhrt, und etablierte sich dann

als GEOLINE{Modell fur die Verkaufsgebietsgestaltung (Hess und Samuels [51]).

Spater verwendeten es in modi\_zierter Form zum Beispiel auch Fleischmann und

Paraschis [35].

Das GEOLINE{Verfahren in der Form von Hess und Samuels [51] arbeitet mit

quadriert{euklidischen Distanzen (Zeile 5) und Splitauosung mittels AssignMAX

(Zeile 7; siehe 7.2.3). Fleischmann und Paraschis [35] fuhren das Runden nur in

der letzten Iteration durch und verwenden dabei die in 7.2.6 vorgestellte partielle

Splitauosung.

Algorithmus 9.1 abstrahiert von solchen Festlegungen. Alternative Distanz{Modelle

(euklidisch, kurzeste Wege) oder Rundungsverfahren (optimale Splitauosung

unter verschiedenen Kriterien) lassen sich integrieren, indem die Zeilen 5 und 8 beziehungsweise

7 entsprechend ausgefuhrt werden. In GAMOR ist das GEOLINE{

Verfahren in dieser modularen Form integriert, das gewunschte Distanzmodell und

das Rundungsverfahren lassen sich uber Kommandoparameter auswahlen.

Algorithmus 8.2 Seite 203 pdf gebietoptimalaufteilen

Hess et all nonpartisa…?

Algorithm using splits…

Bericht71.pdf

Among these methods, the *successive dichotomies* strategy of Forrest [For64] and the *wedge–*

*cutting* method of Chance [Cha65] can be mentioned. In the latter case, every district has

the shape of a slice of cake and thus touches both the center and the boundary of the region

under consideration. However, this approach does not pay much attention to compactness.

Forrest solves the problem by using the principle of diminishing halves. The idea of these

types of methods is to iteratively partition the region under consideration into smaller and

smaller subproblems, where a subproblem is defined by a set of basic areas and the number of

territories, this set has to be partitioned into. The iteration stops if a level has been reached

where the territory design problem for each of the subproblems can be solved easily; usually, if

the subproblems have to be partitioned just into one territory and therefore already constitute

a territory. Hence, given a subproblem, the basic operation is to divide the set of basic areas

of the subproblem in a suitable way into two ”halves”. Unfortunately, Forrest did not provide

any details on how he performed this division.

A simple, yet efficient way is to place a straight line in the plane through the set of basic

areas of the subproblem, separating it into a right and a left half. The line should placed in

such a way, that the two resulting subproblems are likely to yield contiguous, compact and

well balanced territories upon further partitioning. See Section 6 for more details.

= KIT Algorithm

**Set–partitioning models** Garfinkel and Nemhauser [GN70] proposed a set partitioning

based approach to tackle the problem. In a first step, candidate territories are generated

which are contiguous, compact and have a total electorate within the tolerance and, in

a second step, territories are selected from the set of candidates to optimize the overall

balance of the district plan. See also Garfinkel [Gar68].

Mehrotra et al. [MJN98] picked up this model, merely exchanging the objective function

by one which minimizes the overall compactness of the territories. They developed

a column generation algorithm, which is capable to consider many more potential

districts than the initial approach of Garfinkel and Nemhauser and applied it

to a districting problem with up to 50 basic areas. Similar approaches are taken by

Shanker et al. [STZ75] and Nygreen [Nyg88].

A major advantage compared to location–allocation methods is, that almost any criterion

can be applied on the generation of candidate districts. However, due to the

combinatorial complexity, set–partitioning models have not been used with more than

100 basic areas.

**Eat–up** In this approach, one territory after the other is extended at its boundary through

successively adding yet unassigned, adjacent basic areas to the district, until it is sufficiently

large. See e.g. Mehrotra et al. [MJN98].

**Clustering** Deckro [Dec77] proposed an approach, where each basic area is initially treated

as a single district. Then iteratively pairs of districts are merged together forming new

and bigger territories until the prescribed number of districts is reached.

**Multi–kernel growth** This method starts by selecting a certain number of basic areas as

”seeds”(centers) for the districts. The algorithm then successively adds to each center

neighboring basic areas, in order of decreasing distance, until the desired territory size

is reached. See e.g. Bodin [Bod73].

**Local search** The well known local search techniques are heuristic methods, which try to

improve an existing territory plan by successively shifting basic areas between neighboring

territories with the aim of minimizing a weighted additive function of different

planning criteria.

A simple approach is employed by Bourjolly et al. [BLR81]. More sophisticated algorithms

based on simulated annealing are proposed by Browdy [Bro90], Macmillan and

Pierce [MP92] and D’Amico et al. [DWBR02]. Ricca [Ric96] develops descent, simulated

annealing and tabu search algorithms. The latter technique has been successfully

applied in the recent papers of Bozkaya et al. [BEL03] and Blais et al. [BLL03]. See

also the upcoming book of Bozkaya et al. [BELN05].

**Genetic algorithms** Genetic algorithms for solving territory design problems have been

introduced recently by Forman and Yue [FY03] and Bergey et al. [BRH03]. The former

authors utilize a technique based on an encoding and on genetic operators used to

solve Traveling Salesman Problems. The encoding chosen is a path representation and

a single chromosome travels through each basic area, and as the areas are traversed,

territories are formed by the sequence of basic areas. Bergey et al. [BRH03] use their

own representation and, moreover, incorporate a simulated annealing method to improve

results.

Hess et al. (1965) [HWS+65] were the first to model the problem of designing political districts

as a mixed integer linear program. Essentially the model is discrete capacitated facility

location problem.

Trying to solve this *NP*-hard MIP with a commercial solver was not possible at the time

of the paper of Hess et al. and is today still not suitable for a decision support system in an

interactive environment. The reason is that the running time of the solver to find an optimal

solution and to prove its optimality depends in a non-predictable way on the problem data.

The user in the interactive environment on the other hand will not accept such a behavior of

his software tool.

Therefore to solve their MIP in a heuristic fashion, Hess et al. use a location-allocation

procedure. In the location phase the centers of the districts are chosen while in the allocation

phase the basic areas are assigned to these centers. The location part is simple, in each

territory resulting from the last allocation phase a 1-median problem is solved.

In the following, we will compare the successive dichotomies heuristic, named *Dicho*, with

two location–allocation based methods. The first one, called *Inter*, employs the AllocMinDist

method in the allocation phase and a local search technique based on Teitz and Bart’s interchange

method ([TB68]) in the location part. The second heuristic, called *Split*, uses

TRANSP in the allocation phase and resolves split areas using the AssignMAX method. The

location phase utilizes a Lagrangean relaxation method.

Comparing the two location–allocation methods one can easily see that the better solution

quality in terms of maximal deviation of the *Split* heuristic is traded off against a considerably

larger solution time compared to the *Inter* heuristic. Moreover the *Dicho* algorithm

outperforms in average the other two heuristics with respect to running time and solution

quality for almost all problem sizes. This underlines the quality and speed of the successive

dichotomies heuristic and stresses its suitability for the use in an interactive environment

The first one is based on

the location–allocation principle. In the allocation phase we contribute a method to solve

the split resolution problem in an optimal fashion. However, even if the instances of the

transportation problem in the allocation phase can be solved efficiently, we found that on

large-scale problems the running times were still to high.

Therefore we detail out a heuristic approach, so far only sketched in the literature, that

solves the territory design problem geometrically. This successive dichotomies heuristic proves

to be very fast and flexible. All the necessary requirements for the heuristic are basic procedures

in computational geometry: polygon–line intersection, convex hull, coordinate transformation

(rotation) etc. These are computationally fast and easy to implement. Especially

in contrast to most of the classical methods there is no need for specialized solvers or methods

for mathematical programming problems like for the transportation problem. Despite its

simplicity the successive dichotomies heuristic provides surprisingly good results.

Zoltner

For example, Hess and Samuels [7,

p. P-53] admit that their procedure, GEOLINE, "does not provide optimal sales

territories" and Segal and Weinberger [13, p. 374] indicate that the geographic

properties for alignments developed using their algorithm "are not guaranteed to be

satisfactory" and that their algorithm has a potential of creating "disconnected"

territories

The heuristic approaches have two major shortcomings. First, they are trial and

error procedures which rely on an adjust-and-evaluate mechanism to arrive at reasonable

territory configurations. For example, Easingwood [3, p. 527 and p. 530] recommends

that sales management "successively adjust the boundaries until workload is

uniformly allocated," Step 3 of Lodish's alignment procedure [9, p. 34] is "Management

decides which men should have areas added and subtracted from their

territories to lower the deficiencies or surpluses in Step *2"* and Heschel [6, p. 41] states

that "various territory alternatives were considered." As a result, these approaches

provide sales management with data and an objective for sales territory alignment, but

do not provide a methodology for actually designing sales territories. They are

imsuitable for major territory restructuring and can overlook good territory alignments

even when they are used for minor adjustments.

Two types of mathematical programming models have been employed for sales

territory design. Shanker, Turner and Zoltners [14] have formulated a set-partitioning

model for sales territory design. Altematively, the models developed by Hess and

Samuels [7], Segal and Weinberger [13], Zioltners [16], Richardson [12], and the model

presented in this paper can be classified as SCU-assignment models. Of the two types

of models, the SCU-assignment models are more effective. In sales territory alignment

experiments conducted by the authors, the set-partitioning formulation was found to

be cumbersome and computationally unattractive.

The Hess and Samuels LP relaxation plus rounding approach has several shortcomings.

First, the solution may not be optimal. It may be embarrassing for the model user

to develop a sales territory alignment which is not as good as an alignment developed

by a sales manager or a sales analyst looking at a map. Second, the rounded solution

may significantly disrupt the balance specified by constraints (2). This is bound to

happen whenever the fractional variables correspond to SCUs which have large

attribute values. For their seven applications, however, Hess and Samuels [7, p. P-51]

report that most of the rounded solutions have created territories within ± 10% of

balance. Third, the Hess and Samuels approach does not guarantee that sales territories

are contiguous or connected. A salesperson may be required to enter a different

sales territory in an effort to reach another part of his/her territory. Fourth, because it

is a single attribute approach, the Hess and Samuels approach does not accommodate

multiple territory alignment criteria. Finally, Hess originally developed this approach

for political redistricting [8]. Whereas Euclidean compactness is an important criterion

for political redistricting, the same is not true for sales territory alignment. The

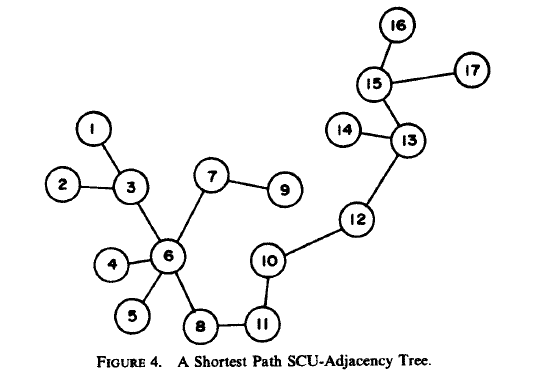
accessibility of SCUs from a territory center via travel lanes (e.g., highways, airline

routes) is considerably more important. The inability of the Hess and Samuels

approach to accommodate travel lanes and nontraversable obstacles such as mountains

and waterways represents a serious deficiency in their approach.

Zoltner implements an alorithm using binary tree whith shortest paths (dependent on roads)



Our solution approach is demonstrated for the single attribute (i e A = 1) territorv

center independent (i.e., a^ = a,, for all /), weighted-distance model (e.g *a'* « *ad)*

fall into this category

mehrotra.pdf

Local search based methods were used in Kaiser

(1966) and in Nagel (1965) to improve an existing dis-

tricting plan by swapping population units that im-

proved some measure of fitness such as population

equality. An iterative facility location model that allo-

cates population units to legislative district centers was

developed in Weaver and Hess (1963). An implicit enu-

meration technique was developed (Garfinkel and

Nemhauser 1970). The problem of determining New

Zealand’s electoral districts has been studied in George

et al. (1993), in which a location-allocation based itera-

tive method is used in conjunction with a geographic

information system (GIS). A similar approach is used

in designing sales territories in Fleischmann and Par-

aschis (1988). The problem of school districting has

been studied in Ferland and Gue

́nette (1990) and an

interactive decision support system has been devel-

oped. The primary objectives are to assign contiguous

sectors to a school and to ensure that the students attend

the same school from year to year while meeting the

capacity constraints of the school

3.4 Use cases

# Approaches of area segmentation and their implementation (alle mit Flow-Diagramm)

## Tests ausgeführt auf PLZ5 und PLZ8 Gebiete mit existierenden Sparkassenstandorten

Vorher allgemeine information: location-allocation algorithmen, welche bedingungen können beachtet werden,…

Mehorta.pdf

Postprocessing

The districts generated by using the previous models

are not (exactly) equal in population. We suggest at-

taining a required balance in populations by shifting

district boundaries. Let each district be represented as

a node on a graph

H

with an edge between two nodes

i

and

j

if districts

i

and

j

are neighboring districts in the

resulting plan, that is,

i

and

j

contain population units

that are adjacent nodes in

G

pdf gebietoptimalaufteilen, S 150

Ausgehend von den Punkten lassen sich nun Entfernungen div zwischen Zentren

und KGE berechnen. Hierfur gibt es verschiedene Vorschlage in der Literatur. Wir

besprechen kurz die wichtigsten.

Euklidische Distanzen. Die Entfernung zwischen Zentrum i 2 I und KGE v 2 V

ist

div = 􀀀(Osti 􀀀 ostv)2 + (Nordi 􀀀 nordv)2\_1=2

:

Dies entspricht der Luftlinienentfernung und stellt eine plausible Art der Entfernungsmessung

dar (Cloonan [25]).

Quadrierte euklidische Distanzen. Hierbei ist die Formel zur Berechnung der

Distanz

div = (Osti 􀀀 ostv)2 + (Nordi 􀀀 nordv)2

:

Diese Art der Entfernungsmessung erscheint zunachst merkwurdig, da sie kaum als

tatsachliche Entfernung interpretiert werden kann. Dennoch wird sie von vielen Autoren

verwendet (Fleischmann und Paraschis [35], George et al. [42], Hess et al. [50],

Hess und Samuels [51], Hojati [52], Marlin [68]). Nach Einschatzung des Verfassers

gibt es dafur zwei Grunde.

1. In location{allocationModellen ist der location Schritt besonders einfach umzusetzen,

wenn mit quadriert euklidischen Distanzen gearbeitet wird (vgl. 9.1.1.1).

Diese Begrundung wird in der Literatur hau\_g zugunsten dieser Art der Distanzmessung

vorgebracht.

2. Ebenso wichtig erscheint aber eine Beobachtung, die in 7.3.2 herausgearbeitet

wird, und die auch im allocation Schritt fur die Verwendung von quadriert

euklidischen Distanzen spricht. In diesem Fall namlich wird die Ebene in Gebiete

aufgeteilt, die konvexen Polygonen entsprechen und damit eine Tendenz

zur Bildung von Bezirken, die der intuitiven Vorstellung von kompakter Form

entsprechen, gescha\_en.

## Approaches and Implementation

### Segmentations considering only homogenous distribution

#### segmentation considering just the criteria

##### Zuordnung des Polys zu Standort, wo weniger Criteriasum, Zuordnung erfolgt nach Reihenfolge der Polys

##### **Kriterien:** homogene Verteilung der Variable

##### **Erkenntnis:** Variable ist homogen verteilt, aber keine Kompaktheit und Zusammenhängigkeit gegeben; in dieser Form nicht zu empfehlen, sondern Kombination mit Distanz notwendig; Ergebnis nicht reproduzierbar, da Anordnung des Flickenteppichs abhängig von Reihenfolge der Gebiete in Datenbank, da einfach Reihenfolge in Datenbank abgearbeitet wird; dennoch entsteht immer ein Flickenteppich; homogene Gleichverteilung ist nicht an Schwellwert gekoppelt, somit besteht Gefahr einer Diskrepanz, da zb das letzte zugewiesene Gebiet ein zu hohes Kriterium hat und so die Summe dieses Gebietes nach oben schnellt

#### Segmentation considering sum of criteria / number of locations

##### X=sum of criteria/number of locations; jeder Standort bekommt so viele Polys damit x erfüllt **Kriterien:** homogene Verteilung der Variable

###### **Erkenntnis:** Kompaktheit ist bedingt durch Reihenfolge der Polys in der DB --> stehen benachbarte Polys hintereinander, dann kompakt, ansonsten kann Flickenteppich entstehen; homogene Verteilung ist nur bedingt möglich: wenn ersten Standorte zu viel über y drüber sind, weil die letzte Zuordnung so groß vom Wert her war, weißt der letzte Standort eine große Diskrepanz auf (siehe 4 locations); Zuordnung der Gebiete zu location nicht an die Position des Standortes gebunden, sondern das zugehörige Gebiet kann ganz woanders liegen (siehe 4 locations, PLZ5 und PLZ8); keine Beachtung der Distanz zum Standort während der Zuordnung --> somit unbedingt Beachtung der Distanz notwendig, damit sinnvolleres Ergebnis

### Segmentations considering only distance/compactness

#### segmentation considering just the distance

approach. They model the allocation problem as an integer program utilizing so–called SCU–

adjacency trees and solve it using Lagrangian relaxation and subgradient optimization.

A completely different allocation approach is to sequentially assign basic areas to territory

centers based on distance, i.e. a basic area will be allocated to closest territory center. This

minimal distance allocation yields disjoint, compact and often connected, however, usually

not well balanced territories as the balance criterion is completely neglected when deciding

about the allocation. The attractiveness of this method, denoted as *AllocMinDist*, primarily

lies in its simplicity and computational speed. See Kalcsics et al. [KMNG02].

Bericht71.pdf s 19

The assignment of SCUs to a sales person is based on the minimum distance

criterium. The set of SCUs assigned to the same candidate site now

defines a sales territory. This means that the catchment area of an SP contains

all sales coverage units that are closer to this sales person than to all

other SPs. The main advantages of this approach are:

*•* Locations of sales persons can but need not be fixed in advance.

*•* Connected STs are obtained as a result of assigning each SCU to the

closest selected candidate site, in the case that the distance matrix fulfills

the triangular inequality.

*•* No neighborhood information (of SCUs) is needed for the planning process.

*•* A broad range of techniques for solving discrete facilitylo cation problems

is available.

Kalcsics.pdf

##### Zuordnung des Polys zu dem Standort, der am nähsten

##### **Kriterien:** geringe Fahrtdistanz = Kompaktheit

##### **Erkenntnis:** Kompaktheit wird gewährleistet, aber es können Löcher entstehen, wenn Standorte ungünstig liegen, große Diskrepanz der Untersuchungsvariable --> keine homogene Verteilung

##### **Frage:** um das Gesamtergebnis kompakter zu bekommen, erst nach Distanz und dann umsortierung damit homogen möglich?

### segmentations combining criteria and distance

#### criteria + Distance: from inside to outside

###### smallestCritGetsNearest

Zuordnung des Polys zu Standort, der am nähsten; Standort mit wenigsten Criteriasum bekommt nächstes Poly  
**Kriterien:** Kompaktheit + Gleichverteilung  
**Erkenntnis:** Kompaktheit ist nur bedingt gewährleistet; bei Zuordnung der Polys entstehen Löcher, da zwar Distanz geprüft wird, aber nur von den Polys, die bisher noch nicht verteilt sind, dazwischen kann aber bereits ein Gebiet einem anderen Standort zugeteilt worden sein; somit Prüfung auf Zusammenhängigkeit notwendig; Es können „Nasen“ entstehen, da andere näher liegende Polys bereits anderen Standort zugeordnet sind; Die Werte sind relativ gut gleichverteilt; homogene Verteilung nicht gebunden an Schwellwert, somit Gefahr von Diskrepanz  
**Fazit:** Unbedingt notwendig ist die Prüfung von zusammenhängenden Gebieten; Kompaktheit ist nur bedingt gewährleistet

###### smallestCritGetsTrueNearest

Zuordnung des Polys zu Standort, der am nähsten, aber nur, wenn das zu keinem anderen Standort gehören würde, weil dieser näher; falls anderer Standort näher, schaue, ob es von diesem Gebiet ein Poly gibt, was ich nehmen kann, weil näher zu mir --> nehme das Poly weg; nur wenn das Gebiet benachbart; falls nicht, nehme von den benachbarten gebieten ein Poly von dem Gebiet, was höchste CritSumme; Standort mit wenigsten Criteriasum bekommt nächstes Poly  
**Kriterien**: Kompaktheit + Gleichverteilung  
**Erkenntnis**: Die Werte sind sehr gut gleichverteilt, vermutlich besteht jedoch die Gefahr, dass Diskrepanz entstehen kann, je nach Größe des Kriteriums je Gebiet, da lediglich Verteilung aller Gebiete, aber keine nachträgliche Prüfung, ob gleichverteilt; Kompaktheit wird besser gewährleistet als bei smallestCritGetsNearest, da immer das zugeordnet wird, was am nahsten gelegen, Gefahr von Löchern nur, wenn durch Form des Gebietes bedingt (zb wenn Gesamtgebiet eine Nase hat, die mehrere Gebiete beinhaltet, die Standort A zugeordnet sind, aber das Gebiet in der äußersten Ecke Standort B zugeordnet wird, da am nahesten); Gefahr von Nasen besteht, siehe 4 Locations; Standort liegt zT außerhalb des Gebietes siehe PLZ5  
**Fazit**: Das Ergebnis ist besser als bei smallestCritGetsNearest, aber nachträgliche Prüfung auf Gleichverteilung notwendig, um diese zu gewährleisten

##### criteria + Distance*:* from outside to inside + inside to outside

###### Einschränken der Anzahl an Polys, indem äußere Polys, die eindeutig einem Standort zugeordnet werden können, zugeordnet werden: alle Polys werden 1x durchgegangen; anschließend Zuordnung wie bei smallestCritGetsNearest

**Kriterien:** Kompaktheit + Gleichverteilung  
**Erkenntnis:** Kompaktheit ist besser als bei iii1ai, dennoch entstehen Löcher wodurch Prüfung auf Zusammenhängigkeit notwendig; Kriterium ist annähernd gleich verteilt, wobei das nicht immer gegeben sein muss (wenn ein Gebiet zu viele äußere Polys zugeordnet bekommen hat, dass Abweichung nicht mehr aufgeholt werden kann), somit Umverteilung notwendig, um Gleichverteilung zu wahren  
**Fazit:** Unbedingt notwendig ist die Prüfung von zusammenhängenden Gebieten; Kompaktheit ist nur bedingt gewährleistet, ebenso Gleichverteilung, weniger zerrupfte Gebiete als bei smallestCritGetsNearest und weniger Nasen, somit besser geeignet als smallestCritGetsNearest, da weniger Umverteilung am Ende notwendig, smallestCritGetsTrueNearest scheint dennoch geeigneter

#### sum of criteria/number of locations + Distance

##### jeder Standort bekommt die Polys, die ihm am nahesten liegen, bis X erfüllt **Kriterien:** Kompaktheit + homogene Verteilung **Erkenntnis:** im Gegensatz zu „considering sum of criteria / number of locations“ von der Verteilung her eine Verbesserung zu sehen: die Gebiete weisen eine kürzere Fahrtdistanz auf, zudem sind um den Standort eher gebiet verteilt, die zu diesem gehören, ist jedoch nicht immer gewährleistet, nicht wenn um einen Standort bereits alle Gebiete verteilt sind und einem anderen Standort zugewiesen worden sind, um für diesen X zu erfüllen (siehe PLZ5 und PLZ8) ; homepoly wird nicht beachtet; Diskrepanz zwischen ersten und letzten Standort ist immer noch vorhanden; Bei den letzteren Standort kann es passieren, dass Gebiet nicht mehr zusammenhängend oder weit von Standort entfernt, da nur noch Polygone übrig, die abseits liegen --> somit wäre Umsortierung nötig, jedoch aufgrund der vielen weiteren Mängel ist der Algorithmus nicht zu empfehlen

#### Distance + criteria – rearranging

Zunächst werden die Polys nach Distanz zugeordnet, anschließend wird so lange umverteilt, bis Gleichverteilung erfüllt  
**Kriterien:** Kompaktheit + homogene Verteilung  
**Problem:** bei 4 Standorten wird Endlosscheife erzeugt, Lösung notwendig!  
**Erkenntnis**: Homogene Verteilung der Variable nur bedingt möglich; theoretisch durch Angabe eines Schwellwertes so exakt möglich, wie vom User gefordert; Wenn Diskrepanz der Werte am Anfang jedoch zu groß, endet die Umsortierung in Endlosschleifen; Kompaktheit gut gegeben, aber Gefahr der Bildung von Inseln (siehe 4 locations, PLZ5, PLZ8), somit Prüfung auf Zusammenhängigkeit notwendig; Problem der Endlosschleife wurde gelöst, indem das aktuelle Gebiet kein Teilgebiet des Gebietes nehmen darf, was im Durchlauf zuvor ein Gebiet hinzubekommen hat; Gefahr der Endlosschleife somit nicht zu 100% gebannt, aber bisher bei Tests keine Probleme, zudem wird Threshold hoch gesetzt, falls Endlosschleife  
**Fazit**: Es ist unbedingt auf zusammenhängende Gebiete zu achten

## Problems of approachs

### Performance

#### Needed improvements; warum, welche

### Requirements from the field of Geomarketing

#### Formation of holes

##### Problem + Solution

##### Auf Zusammenhang prüfen; mittel ST\_Intersects oder ST\_Touches; ST\_Touches schneller, da weniger Punkte geprüft werden müssen, in unserem Fall jedoch nicht geeinigt, da nicht immer gewährleistet, dass Gebiete richtig digitalisiert sind und bündig abschließen; Alternative: Speicherung der Nachbargeometrien zu Beginn: vorteilhafter, da so weniger Datenbankzugriffe notwendig --> Performance

#### Inhomogeneous distribution

##### Problem + Solution

#### Rearrangement/Infinite loops during rearrangment

##### Problem + Solution

#### Need of threshold values

##### Problem + Solution

# Comparison of approaches

## Performance

## Problems

## Requirements

## Conclusion

## Entscheidungsmatrix nutzen, including evaluation: Welche Planungskriterien werden beachtet und welche gäbe es noch (ausgeglichenheit, Kompaktheit, Zusammenhängend,… 🡪 weitere Beispiele siehe seite des Kit)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Algorithmus | Kompaktheit | Gleichverteilung | Rechenzeit PLZ5 in s | RZ PLZ8 | Gefahren / Probleme | Potential | Fazit |
| I JustCrit | 5 | 3 | 1,338 | 1,972 | * Diskrepanz * Flickenteppich | - | 5 |
| II sumDivNum | 5 | 3 | 1,423 | 2,092 | * Diskrepanz * Flickenteppich | Wenn Distanz mitbetrachtet | 4 |
| III JustDist | 1 | 5 | 113,218 1 min 53s | 797,723  13 min 17s | * Keine homogene Verteilung | Nachher umsortieren | 3 |
| IV CritDistInOut | 3 | 2 | 112,324  1 min 52s | 812,291 13 min 32s | * Diskrepanz * Viel Umsortieren im vgl zu V | Prüfen auf Zusammenhang, umsortierien mit Schwellwert | 3 |
| V CritDistInOutTrueNearest | 3 | 2 | 156,7545  2 min 36s | 997,299  16 min 37s | * Diskrepanz möglich * Standort liegt evtl außerhalb des Gebietes | Prüfen auf Zusammenhang, umsortieren mit Schwellwert | 3 |
| VI CritDistOutInInOut | 3 | 3 | 164,656  2 min 40s | 805,777  13min 25s | * Diskrepanz * Flickenteppich | Prüfen auf Zusammenhang, umsortieren mit Schwellwert | 3 |
| VII sumDivNumDist | 4 | 3 | 110,654  1 min 50s | 809,697  13 min 29s | * Diskrepanz * Flickenteppich |  | 4 |
| VIII DistCrit | 2 | 1 | 138,505  2 min 18s | 952,984  15 min 52s | * Standort liegt evtl außerhalb * Inseln | Schwellwert wird beachtet!; Pürfen auf Zusammenhang | 2 |

Werte von 1-5: 5 ungenügend; 4 ausreichend, 3 befriedigend, 2 gut, 1 sehr gut;

Bewertungs-/Güteformel ausdenken

GüteKompaktheit = Anzahl der Inseln / Anzahl der korrekten Gebiete <- Sollte möglichst klein sein

(GüteGleichverteilung=größterWert-kleinsterWert <- Sollte möglichst klein sein

ODER)

GüteGleichverteilung=SummeDerAbweichungenvomMittelwert/Anzahl an Werten

Gesamtgüte = (GüteKompaktheit + GüteGleichverteilung)\*Zeit

# Application of area segmentation to Geomarketing analysis

Einleitung, wieso,weshlab, warum, welchen Vorteil, vorteile des online systems

## Optimization of Areas

### Conditions and Aim

### Gegebene Daten, gegebene Standorte, algorithmus der area segmentation

### Approach of Optimization algorithm

### algorithmus der area segmentation unter Beachtung der Bedingungen fürs Geomarketing, Workflowdiagram, was wurde beachtet, wie umgesetzt

## Greenfieldanalysis

Mehrotra.pdf

A simple heuristic to generate a district starts at a

node and accumulates neighboring nodes until the pop-

ulation restrictions are met. This greedy approach of

growing a district usually generates a contiguous and

compact district. Then the nodes in the district are re-

moved from further consideration and the process is

repeated until

K

districts are formed. The difficulty with

this approach is similar to the difficulty with most

greedy heuristics where the initial clusters are good, but

they leave behind a set of nodes towards the end that

can not form a compact and contiguous district. To

overcome this difficulty, we start by choosing a refer-

ence node and then growing districts starting from

nodes that are far away from the reference node. The

idea is that the units left behind at the end, which are

all near the reference unit, will comprise a contiguous

and compact district. We describe this heuristic next

### Conditions and Aim

### Gegeben: daten, keine Standorte, Algorithmus zur Area segmentation

### Approach of Greenfield algorithm

### Workflowdiagram

## Whitespotanalysis

### Conditions and Aim

### Gegeben: daten, Standorte + Anzahl wieviel neue Standorte, Algorithmus zur Area segmentation

### Approach of Whitespotalgorithm

### Workflowdiagram

# Realworld scenario: integrated Algorithm to the mapChart Manager

Evaluation

# Discussion and Perspective

## Summary

## Limitations

## Comparison to related work

## Perspective#

Multiple criterias 🡪 can be integrated into the weigth function

Mehrotra-pdf:

Typically, we try to use counties as population units but

this is not always possible. For example, a county may

have more population than the target population of a

district. If a county’s population is more than

p

V

, then a

district (or districts) consisting of only part of the county

with population equal to

p

V

is extracted and the number

of districts to be formed from the remaining counties is

reduced by 1. Extracted districts are assumed to comprise

the central part of the county and hence do not require

modifying adjacencies in the graph. This simplifying as-

sumption is removed in the postprocessing step.

Population equality of districts may not be possible

to achieve unless counties are split into two or more

population units. We split counties with populations

greater than 0.25

p

V

and less than

p

V

so that the resulting

units have population equal to or less than 0.25

p

V

. Split-

ting of a county will typically require re-establishing

adjacencies between population units.

Sometimes, the geographic location of counties im-

plies that they need to be together in a district. For ex-

ample, if a county is adjacent to only one other county,

it must belong in the same district as the adjacent

county. In this case we coalesce them into a single pop-

ulation unit. This reduces the size of the graph

G

over

which the column generation problem is solved and

makes the problem easier to solve. We also combine

counties with very little population. Specifically, a

county with population less than 0.02

p

V

is combined

with the smallest county to which it is adjacent. As a

result of these steps, all units will have a population

between 2% and 25% of

p

V

Gebietoptimalaufteilen

KW{Zusammenhang. Hierbei wird von gegebenen Bezirkszentren Z \_ V , jZj =

p ausgegangen. Zu jedem i 2 Z wird ein Baum T(i) = (V;E(i)) de\_niert. E(i) ist

die Vereinigung der kurzesten Wege aller Ecken v 2 V nach i, das hei\_t,

E(i) = [ v2V 􀀀fig

KW[v; i]: (8.2)

Da\_ T(i) Baumstruktur hat, ist bei Eindeutigkeit der kurzesten Wege o\_ensichtlich,

andernfalls konnen geeignete Wege gewahlt werden. Der Baum T(i) wird nun als

Wurzelbaum mit Wurzel i aufgefa\_t.

Ein Bezirk B(i) zu i ist nur dann zulassig, wenn B(i) einen Teilbaum von T(i)

induziert, der i enthalt. Neben dem graphentheoretischen Zusammenhang ist hier ein

Kompaktheitsaspekt einbezogen, denn mit einer KGE v mussen auch alle KGE, die

auf dem kurzesten Weg KW[v; i] zum Zentrum i liegen, Teil des Bezirkes sein. Im

folgenden bezeichnen wir solche Bezirke als KW{zusammenhangend.

Der Vorteil dieser verstarkten Formulierung ist ein zweifacher. Erstens entspricht

sie mehr der Vorstellung guter Bezirke und zweitens, und das ist wesentlich, ist sie

sehr einfach zu modellieren. Dazu reichen die Nebenbedingungen

xiv \_ xi;prei(v) (i 2 Z; v 2 V 􀀀 fig) (8.3)

aus, wobei prei(v) den Vorganger von v in T(i) angibt.

Prazedenz{Zusammenhang. Auf der anderen Seite wurde das Konzept KW{

zusammenhangender Bezirke auch als zu einschrankend empfunden (Zoltners und

Sinha [115]). Eine Abschwachung, die immer noch starker als blo\_er Zusammenhang

ist, wird erzielt, wenn an die Stelle des Wurzelbaumes T(i) eine Prazedenz mit

Eckenmenge V und Wurzel i tritt.6 Die Kantenmenge dieser Prazedenz wird aus einer

Teilmenge von E gebildet, indem deren Elementen eine Richtung

"

hin zur Wurzel\

aufgepragt wird. Im Unterschied zum Wurzelbaum ist die Vorgangerbeziehung in

einer Prazedenz nicht eindeutig. Daher wird (8.3) ersetzt durch

xiv \_ X u2Prei(v)

xiu (i 2 Z; v 2 V 􀀀 fig) (8.4)

wobei Prei(v) die Menge der (direkten) Vorganger von v in der zur Wurzel i gehorenden

Prazedenz bezeichnet. Mit v mu\_ also mindestens ein Vorganger von v zum

Bezirk B(i) gehoren.

Eine solche Prazedenz verwenden Mehrotra et al. [71]. In ihrem Modell sind alle

Kanten von G mit Eins bewertet (d(e) = 1 fur alle e 2 E). Aus (8.2) ergibt sich

daher kein Baum (da die kurzesten Wege vielfach nicht eindeutig sind), sondern,

durch Aufpragen der Richtung hin zu i auf die Kanten, eine Prazedenz. Mehrotra et

al. verwenden in ihrem Modell die Nebenbedingungen (8.4).

Gerust{Zusammenhang. Die Konzepte von KW{ und Prazedenz{Zusammenhang

sind bezuglich gegebenen Zentren Z \_ V de\_niert. Wenn solche Zentren nicht

ohne weiteres verfugbar sind, ist es nutzlich, eine Zusammenhangsformulierung zu

haben, die ohne sie auskommt, andererseits aber algorithmisch einfacher zu handhaben

ist, als die Formulierungen von 8.1.3.1 und 8.1.3.2. Die Idee hierzu ist recht

naheliegend und ermoglicht | im Rahmen unserer Arbeit besonders interessant |

die Anwendung gleichma\_iger Baumzerlegung. Dieselbe Idee wird von Maravalle und

Simeone [66] im Kontext des regional clustering (siehe 2.3.3) verwendet.

Man wahle im Graphen G in geeigneter Weise ein Gerust T = (V;E0), mit

E0 \_ E. Ein Bezirk, dessen zugehorige KGE einen Teilbaum von T induzieren, ist

T{zusammenhangend. Unmittelbar einsichtig ist, da\_ er einem zusammenhangenden

Subgraphen von G entspricht. Andererseits sind nicht alle zusammenhangenden Subgraphen

auch T{zusammenhangend.

Daraus lassen sich nun zwei wesentliche Vorteile ziehen. Erstens kann durch die

Wahl von T die Gestalt zulassiger Bezirke beeinu\_t werden, so da\_ Gebietsaufteilungen

wie in Abbildung 8.1 vermieden werden. Zweitens konnen nun Verfahren der

Baumzerlegung angewendet werden, um ausgehend von T eine Gebietsaufteilung zu

bestimmen. Da das Zerlegen eines Baumes in Teilbaume algorithmisch viel besser

zu handhaben ist, als das Zerlegen eines zusammenhangenden Graphen in zusammenh

angende Subgraphen (siehe 4.3 und 4.4), ero\_nen sich Perspektiven, auch sehr

gro\_e Gebietsaufteilungsprobleme zu losen, in denen die Zusammenhangsforderung

nicht vernachlassigt werden darf.

Vorschlage fur die Auswahl eines Gerustes T machen wir in 8.3.2. Zuvor untersuchen

wir die Auswirkung der Einbeziehung von KW{Distanzen in die Modelle von Kapitel 7