

# 2023春半导体物理习题课

## 第三章 电磁场中的输运现象

宋冰睿 王民泽

2023.5.10

# Contents

- 1 题4.2
- 2 题4.3
- 3 题4.7
- 4 题4.11
- 5 题4.13
- 6 题4.15
- 7 题4.16
- 8 补充题

# 本征Si和掺杂Si的电导率

对于本征Si:

- ① 试计算其在室温时的电导率. 设电子和空穴迁移率分别为  $1450\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$  和  $500\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ ;
- ② 当掺入百万分之一的As后, 设杂质全部电离, 试计算其电导率及相对本征Si增大的倍数.

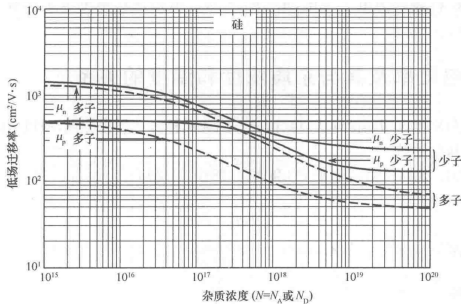


图: P107图4-14(a)

## 本征Si和掺杂Si的电导率(1)(2)

查P66表3-2知本征Si在室温时的 $n_i = 1.02 \times 10^{10} \text{cm}^{-3}$ , 因此电导率

$$\sigma_i = n_i e (\mu_n + \mu_p) \approx 3.182 \times 10^{-6} \text{S/cm} \quad (1.1)$$

查P378表B-1知Si的晶格常数 $a = 0.543 \text{nm}$ , 得到Si的原子密度

$$n(\text{Si}) = \frac{8}{a^3} \approx 5 \times 10^{28} \text{m}^{-3} \quad (1.2)$$

因此掺杂后, 杂质全部电离产生的载流子浓度

$$n = 5 \times 10^{16} \text{cm}^{-3} \gg n_i \quad (1.3)$$

可忽略本征激发. 查P107图4-14(a)知 $\mu_n \approx 800 \text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ , 可得电导率

$$\sigma = ne\mu_n = 6.4 \text{S/cm} \quad (1.4)$$

二者之比

$$\frac{\sigma}{\sigma_i} \approx 2.011 \times 10^6 \quad (1.5)$$

# Contents

- 1 题4.2
- 2 题4.3
- 3 题4.7
- 4 题4.11
- 5 题4.13
- 6 题4.15
- 7 题4.16
- 8 补充题

# 掺杂Si的载流子浓度

试估算电阻率为 $10\Omega \cdot \text{m}$ 的p-type Si样品在室温时的多子及少子浓度.

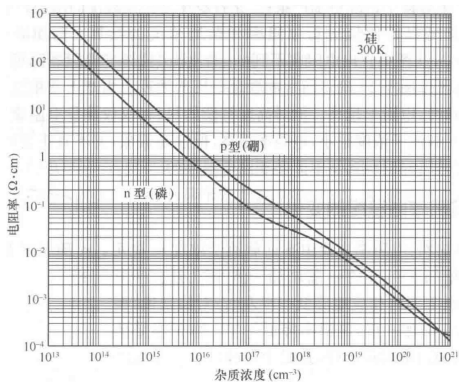


图: P109图4-15(b)

## 掺杂Si的载流子浓度

查P109图4-15(b)知,  $10^3 \Omega \cdot \text{cm}$  电阻率对应的受主B浓度  $N_A \approx 1.5 \times 10^{13} \text{cm}^{-3} > 10n_i$ .

下面计算室温下杂质全部电离的浓度上限. 查P43图2-8知B的电离能  $\Delta E_A = 0.044 \text{eV}$ , 查P66表3-2知室温下Si的  $N_v = 1.1 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$ . 根据P71式3-52的变体, 可得浓度上限

$$\begin{aligned} N_{A,\max} &= \frac{D - N_v}{g_A} \exp\left(-\frac{\Delta E_A}{k_B T}\right) \\ &= \frac{0.1 \times 1.1 \times 10^{19}}{4} \times \exp\left(-\frac{0.044}{0.0258}\right) \approx 5 \times 10^{16} (\text{cm}^{-3}) \end{aligned} \quad (2.1)$$

因此样品处于强电离区, 多子

$$p \approx N_A \approx 1.5 \times 10^{13} \text{cm}^{-3} \quad (2.2)$$

少子

$$n = \frac{n_i^2}{p} \approx 6.94 \times 10^6 \text{cm}^{-3} \quad (2.3)$$

# Contents

- 1 题4.2
- 2 题4.3
- 3 题4.7**
- 4 题4.11
- 5 题4.13
- 6 题4.15
- 7 题4.16
- 8 补充题



## 补偿掺杂Ge的电导率

一长2cm的Ge样品掺有 $10^{22}\text{m}^{-3}$ 受主，其矩形截面的线度分别为1mm和2mm.

- ① 试求室温时的电导率和电阻;
- ② 再掺入 $5 \times 10^{22}\text{m}^{-3}$ 施主后，求室温时样品的电导率和电阻.

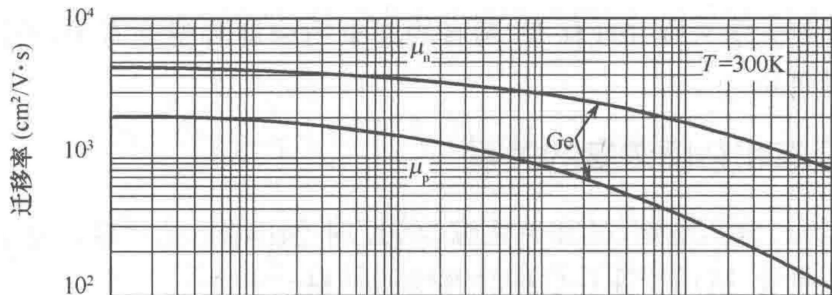


图: P107图4-14(b)-Ge

## 补偿掺杂Ge的电导率

类似式2.1计算得到, 室温下杂质(假设施主为P, 受主为B)全部电离的浓度上限

$$\begin{cases} N_{D,\max} = \frac{0.1 \times 1.1 \times 10^{19}}{2} \times \exp\left(-\frac{0.012}{0.0258}\right) \approx 3.454 \times 10^{17} \text{ (cm}^{-3}\text{)} \\ N_{A,\max} = \frac{0.1 \times 3.9 \times 10^{18}}{4} \times \exp\left(-\frac{0.01}{0.0258}\right) \approx 6.617 \times 10^{16} \text{ (cm}^{-3}\text{)} \end{cases} \quad (3.1)$$

因此题中掺入施主前后均可视为完全电离.

## 补偿掺杂Ge的电导率(1)(2)

查P107图4-14(b)-Ge知,  $N = N_A + N_D = 10^{16} \text{cm}^{-3}$ 时, 多子空穴迁移率  $\mu_p \approx 1500 \text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ . 电导率

$$\sigma_1 = N_A e \mu_p \approx 2.4 \text{S/cm} \quad (3.2)$$

电阻

$$R_1 = \frac{l}{\sigma_1 S} \approx 41.67 \Omega \quad (3.3)$$

同理,  $N = N_A + N_D = 6 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ 时, 多子电子迁移率  $\mu_n \approx 3200 \text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ . 电导率

$$\sigma_2 = (N_D - N_A) e \mu_n \approx 20.48 \text{S/cm} \quad (3.4)$$

电阻

$$R_2 = \frac{l}{\sigma_2 S} \approx 4.88 \Omega \quad (3.5)$$

# Contents

- 1 题4.2
- 2 题4.3
- 3 题4.7
- 4 题4.11**
- 5 题4.13
- 6 题4.15
- 7 题4.16
- 8 补充题

## 掺杂Si在电场中的性质

一截面积为 $10^{-3}\text{cm}^2$ 的p-type Si样品掺有 $10^{13}\text{cm}^{-3}$ 受主, 其内部加有 $10^3\text{V/cm}$ 电场. 试求如下情况时样品的电导率及流过的电流密度和电流:

- ① 室温时;
- ② 400K时.

## 掺杂Si在电场中的性质(1)

根据题4.3结论, 室温下该掺杂浓度的p-Si处于强电离区. 查P107表4-1知此时 $\mu_p = 500\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ , 故电导率

$$\sigma_1 = 10^{13} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 500 = 8 \times 10^{-4} (\text{S/cm}) \quad (4.1)$$

电流密度及电流

$$\begin{aligned} j_1 &= \sigma_1 E = 0.8 \text{A/cm}^2 \\ I_1 &= j_1 S = 8 \times 10^{-4} \text{A} \end{aligned} \quad (4.2)$$

## 掺杂Si在电场中的性质(2)

忽略禁带宽度随温度的变化, 可计算400K时的本征载流子浓度

$$n'_i = n_i \left( \frac{T'}{T} \right)^{3/2} \exp \left[ \frac{E_g}{2k_B} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T'} \right) \right] \approx 3.43 \times 10^{12} \text{ (cm}^{-3}\text{)} > 0.1N_A \quad (4.3)$$

因而样品已处于过渡区. 根据式3-74, 多子空穴

$$\begin{aligned} p &= \frac{N_A}{2} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{4n_i^2}{N_A^2} \right)^{1/2} \right] \\ &= \frac{10^{13}}{2} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{4 \times 3.43^2 \times 10^{24}}{10^{26}} \right)^{1/2} \right] \approx 1.1 \times 10^{13} \text{ (cm}^{-3}\text{)} \end{aligned} \quad (4.4)$$

少子电子

$$n = \frac{n_i^2}{p} \approx 1.063 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3} \quad (4.5)$$

## 掺杂Si在电场中的性质(2)

设已知 $\mu_n = 700\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ ,  $\mu_p = 220\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ , 可得电导率

$$\sigma_2 = ne\mu_n + pe\mu_p \approx 5.063 \times 10^{-4}\text{S/cm} \quad (4.6)$$

并有

$$\begin{aligned} j_2 &= \sigma_2 E \approx 0.506\text{A/cm}^2 \\ I_2 &= j_2 S \approx 5.063 \times 10^{-4}\text{A} \end{aligned} \quad (4.7)$$



# Contents

- 1 题4.2
- 2 题4.3
- 3 题4.7
- 4 题4.11
- 5 题4.13**
- 6 题4.15
- 7 题4.16
- 8 补充题

# 补偿掺杂Si的性质

试计算掺有 $1.1 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ 的B及 $9 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ 的P的Si样品，其在室温下的多子，少子浓度及电阻率。

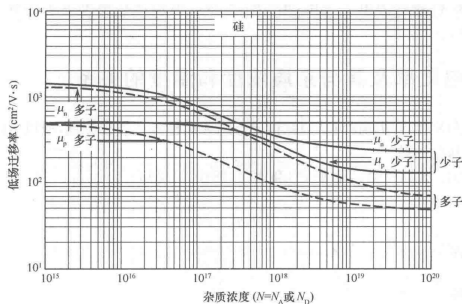


图: P107图4-14(a)

## 补偿掺杂Si的性质

查P107图4-14(a)知,  $N = N_A + N_D = 2 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ 时, 多子空穴迁移率  $\mu_p \approx 360 \text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ .

根据题4.3结论知样品处于强电离区, 故多子

$$p = N_A - N_D = 2 \times 10^{15} \text{cm}^{-3} \quad (5.1)$$

少子

$$n = \frac{n_i^2}{p} \approx 5.202 \times 10^4 \text{cm}^{-3} \quad (5.2)$$

电阻率

$$\rho = \frac{1}{pe\mu_p} \approx 8.68 \Omega \cdot \text{cm} \quad (5.3)$$

注: 本题不可直接查P109图4-15(b), 因为根据4.4.1节开头所述该曲线仅适用于非补偿或轻补偿的材料.

# Contents

- 1 题4.2
- 2 题4.3
- 3 题4.7
- 4 题4.11
- 5 题4.13
- 6 题4.15**
- 7 题4.16
- 8 补充题

## 不同施主浓度的Ge与GaAs样品

有施主浓度分别为 $10^{14}\text{cm}^{-3}$ 和 $10^{17}\text{cm}^{-3}$ 的两Ge样品，设杂质全部电离：

- ① 分别计算室温时的电导率；
- ② 若为两GaAs样品，重复(1)的计算。

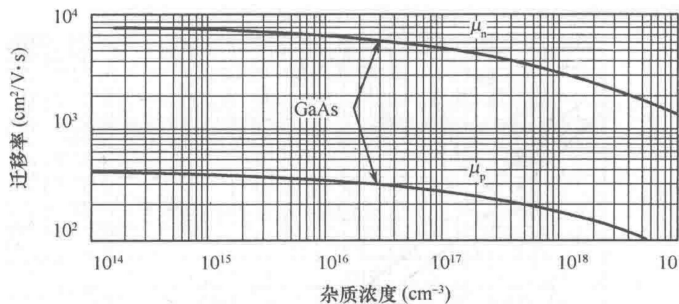


图: P107图4-14(b)-GaAs

## 不同施主浓度的Ge样品

查P66表3-2知室温下Ge的 $n_i = 2.33 \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$ , 对 $N_{D1} = 10^{14} \text{cm}^{-3}$ 的样品而言, 原则上应认为处于强电离区的边缘. 此时, 考虑少子空穴浓度

$$n = \frac{n_i^2}{p} \approx 5.43 \times 10^{12} \text{cm}^{-3} \quad (6.1)$$

与否对结果有一定影响, 但影响有限.

查P107图4-14(b)-Ge知,  $N_{D1}$ 和 $N_{D2} = 10^{17} \text{cm}^{-3}$ 时的多子电子迁移率分别为  $\mu_{n1} \approx 4800 \text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ 和 $\mu_{n2} \approx 3000 \text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ . 可得

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= N_{D1} e \mu_{n1} \approx 0.077 \text{S/cm} \\ \sigma_2 &= N_{D2} e \mu_{n2} \approx 48 \text{S/cm} \end{aligned} \quad (6.2)$$

## 不同施主浓度的GaAs样品

查P107图4-14(b)-GaAs知,  $N_{D1}$ 和 $N_{D2}$ 时的多子电子迁移率分别为  $\mu_{n1} \approx 8000\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ 和 $\mu_{n2} \approx 5200\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ . 可得

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= N_{D1}e\mu_{n1} \approx 0.128\text{S/cm} \\ \sigma_2 &= N_{D2}e\mu_{n2} \approx 83.2\text{S/cm}\end{aligned}\tag{6.3}$$

# Contents

- 1 题4.2
- 2 题4.3
- 3 题4.7
- 4 题4.11
- 5 题4.13
- 6 题4.15
- 7 题4.16**
- 8 补充题



# 多种不同补偿掺杂Si的性质

分别计算掺有下列杂质的Si在室温下的载流子浓度, 迁移率和电阻率:

- ①  $3 \times 10^{15} \text{cm}^{-3} \text{B}$ ;
- ②  $1.3 \times 10^{16} \text{cm}^{-3} \text{B} + 10^{16} \text{cm}^{-3} \text{P}$ ;
- ③  $1.3 \times 10^{16} \text{cm}^{-3} \text{P} + 10^{16} \text{cm}^{-3} \text{B}$ ;
- ④  $3 \times 10^{15} \text{cm}^{-3} \text{P} + 10^{17} \text{cm}^{-3} \text{Ga} + 10^{17} \text{cm}^{-3} \text{As}$ .

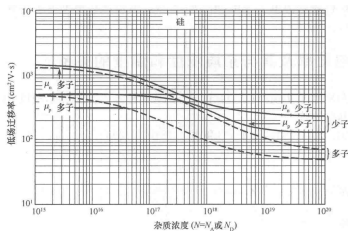


图: P107 图4-14(a)

## 多种不同补偿掺杂Si的性质(1)

说明：本题所查得迁移率数值均来自P107图4-14(a)，且不难证明题述四种情况均处于强电离区。

载流子浓度

$$\begin{aligned} p &= N_A = 3 \times 10^{15} \text{cm}^{-3} \\ n &= \frac{n_i^2}{p} = 3.468 \times 10^4 \text{cm}^{-3} \end{aligned} \quad (7.1)$$

迁移率

$$\begin{aligned} \mu_p &\approx 480 \text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \\ \mu_n &\approx 1500 \text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \end{aligned} \quad (7.2)$$

电阻率

$$\rho = \frac{1}{pe\mu_p} \approx 4.34 \Omega \cdot \text{cm} \quad (7.3)$$

## 多种不同补偿掺杂Si的性质(2)

载流子浓度同(1). 迁移率

$$\begin{aligned}\mu_p &\approx 350\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \\ \mu_n &\approx 1100\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})\end{aligned}\tag{7.4}$$

电阻率

$$\rho = \frac{1}{pe\mu_p} \approx 5.95\Omega \cdot \text{cm}\tag{7.5}$$

## 多种不同补偿掺杂Si的性质(3)

载流子浓度

$$\begin{aligned}n &= 3 \times 10^{15} \text{cm}^{-3} \\p &= \frac{n_i^2}{n} = 3.468 \times 10^4 \text{cm}^{-3}\end{aligned}\tag{7.6}$$

迁移率

$$\begin{aligned}\mu_n &\approx 950 \text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \\ \mu_p &\approx 500 \text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})\end{aligned}\tag{7.7}$$

电阻率

$$\rho = \frac{1}{ne\mu_n} \approx 2.19 \Omega \cdot \text{cm}\tag{7.8}$$

## 多种不同补偿掺杂Si的性质(4)

载流子浓度同(3). 迁移率

$$\begin{aligned}\mu_n &\approx 500\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \\ \mu_p &\approx 450\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})\end{aligned}\tag{7.9}$$

电阻率

$$\rho = \frac{1}{ne\mu_n} \approx 4.167\Omega \cdot \text{cm}\tag{7.10}$$

# Contents

- 1 题4.2
- 2 题4.3
- 3 题4.7
- 4 题4.11
- 5 题4.13
- 6 题4.15
- 7 题4.16
- 8 补充题**

# GaAs中的Si掺杂

Si原子加至GaAs中, 可取代Ga原子成为施主杂质或取代As原子成为受主杂质. 假定Si原子浓度为 $2 \times 10^{14} \text{cm}^{-3}$ , 其中5%取代As原子, 95%取代Ga原子, 并在室温下全部电离. 求样品的:

- ① 电导率;
- ② Hall系数.

# GaAs中的Si掺杂(1)(2)

依题

$$\begin{aligned} N_D &= 1.9 \times 10^{14} \text{cm}^{-3} \\ N_A &= 10^{13} \text{cm}^{-3} \end{aligned} \quad (8.1)$$

故  $n = N_D - N_A = 1.8 \times 10^{14} \text{cm}^{-3}$ . 查P66表3-2知室温下GaAs的  $n_i = 1.1 \times 10^7 \text{cm}^{-3}$ , 因而  $p \ll n$  可略.  
查P107图4-14(b)-GaAs知

$$\begin{aligned} \mu_n &\approx 8000 \text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \\ \mu_p &\approx 380 \text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \end{aligned} \quad (8.2)$$

得到电导率

$$\sigma = ne\mu_n \approx 0.23 \text{S/cm} \quad (8.3)$$

由于  $p \ll n$  可略, 故可视为单种载流子的Hall效应. 有

$$R_H = -\frac{1}{ne} \approx -3.472 \times 10^4 \text{cm}^3/\text{C} \quad (8.4)$$