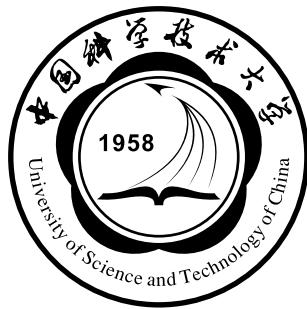


# 中国科学技术大学

## 半导体物理课程习题资料

宋冰睿 王民泽

2023 年 8 月



# 前　　言

中国科大的半导体物理课程开设历史悠久、选修学生众多，因而在同学之间已有零星的往年习题解答流传下来。但是笔者翻阅后发现，这些资料由于年代久远或编写不够系统等原因，其中不免常出现一些错误，易给读者造成误导和困扰。因此，在 2023 年春季学期肖正国老师半导体物理课程<sup>1</sup> (ELEC5306P.01) 中，两位助教针对课后习题较为系统地重新编撰了习题课课件并进行了讲授。本文档是对课件的汇总，衷心希望能对后续学期的课程教学有所帮助，广大读者能从中得到进益。

科大的半导体物理课程大体遵循刘恩科、朱秉升、罗晋生三位先生编著的《半导体物理学(第 7 版)》一书脉络，从固体物理的能带论开始，循序渐进地依次讲解半导体中的电子状态、载流子的平衡统计分布、半导体在电磁场中的输运现象、非平衡载流子、PN 结、半导体界面问题概要，内容覆盖前述教材的 1-8 章。值得注意的是，虽然半导体物理课程在本学期首次由本科生课程改为本研贯通课程，但课程内容基本没有发生变化。

由于笔者水平有限，本资料部分内容难免片面或存在疏漏，笔误亦在所难免，恳请广大读者批评指正。若不吝来信<sup>2</sup>赐教，我们将感激不尽！

中国科学技术大学少年班学院 2019 级

宋冰睿<sup>3</sup>

2023 年 8 月于湖北武汉

---

<sup>1</sup>详情请访问 [USTC 评课社区](#)。

<sup>2</sup>通过[邮件](#)联系我们。

<sup>3</sup>欢迎访问[个人主页](#)。

## Contents

# 2023春半导体物理习题课

## 第一章 半导体中的电子状态

宋冰睿 王民泽

2023年3月24日

## ① 题1.1

## ② 题1.2

## ③ 题1.3

## ④ 题1.4

## ⑤ 题2.7

## ⑥ 补充题1

## ⑦ 补充题2

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

1 / 29

题1.1

## 能带与有效质量的简单计算

设一维晶格的晶格常数为 $a$ . 其导带极小值附近能量 $E_c(k)$ 和价带极大值附近能量 $E_v(k)$ 分别为

$$\begin{cases} E_c(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{3m_0} + \frac{\hbar^2(k - k_1)^2}{m_0} \\ E_v(k) = \frac{\hbar^2 k_1^2}{6m_0} - \frac{3\hbar^2 k^2}{m_0} \end{cases} \quad (1.1)$$

式中,  $m_0$ 为电子惯性质量,  $k_1 = \frac{\pi}{a}$ ,  $a = 0.314\text{nm}$ . 试求:

- ① 禁带宽度;
- ② 导带底电子有效质量;
- ③ 价带顶电子有效质量;
- ④ 价带顶电子跃迁至导带底时准动量的变化.

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

3 / 29

题1.1

## 能带与有效质量的简单计算(2)(3)(4)

## 有效质量

$$\begin{cases} m_c^* = \left. \frac{\hbar^2}{\frac{d^2 E_c}{dk^2}} \right|_{k=k_c} = \frac{3}{8}m_0 = 3.416 \times 10^{-31}\text{kg} \\ m_v^* = \left. \frac{\hbar^2}{\frac{d^2 E_v}{dk^2}} \right|_{k=k_v} = -\frac{m_0}{6} = -1.518 \times 10^{-31}\text{kg} \end{cases} \quad (1.6)$$

## 准动量变化

$$\hbar \Delta k = \hbar (k_c - k_v) = \frac{3\pi\hbar}{4a} = 7.913 \times 10^{-25}\text{kg} \cdot \text{m/s} \quad (1.7)$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

5 / 29

题1.2

## 能带中电子在外电场中的运动

## 题1.2

## Contents

## ① 题1.1

## ② 题1.2

## ③ 题1.3

## ④ 题1.4

## ⑤ 题2.7

## ⑥ 补充题1

## ⑦ 补充题2

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

6 / 29

## 题1.2

## 能带中电子在外电场中的运动

某一维晶格的晶格常数为 $0.25\text{nm}$ . 当外加 $10^2\text{V/m}$ ,  $10^7\text{V/m}$ 的电场时, 试分别计算其中电子自能带底运动至能带顶所需的时间.

自能带底运动至能带顶, 电子波矢的变化为1st BZ的半宽 $\frac{\pi}{a}$ . 因此

$$T = \frac{\Delta k}{dk/dt} = \frac{\pi/a}{eE/\hbar} = \frac{\pi\hbar}{eEa} \quad (2.1)$$

代入 $a = 0.25\text{nm}$ , 当

- $E = 10^2\text{V/m}$ 时,  $T = 8.28 \times 10^{-8}\text{s}$ ;
- $E = 10^7\text{V/m}$ 时,  $T = 8.28 \times 10^{-13}\text{s}$ .

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

7 / 29

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

8 / 29

## Contents

- 1 题1.1
- 2 题1.2
- 3 题1.3
- 4 题1.4
- 5 题2.7
- 6 补充题1
- 7 补充题2

## 回旋共振实验结果分析

若n型半导体导带的极值在[110]轴及相应的对称方向上(即等效取向<110>), 其回旋共振的实验结果应如何?

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

9 / 29

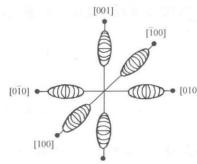
题1.3

## 回旋共振实验结果分析

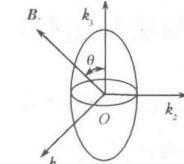
本题与题1.4解法类似, 在本次习题中相对较难, 需要对思路有细致清晰的把握.

参照教材1.6节“硅和锗的能带结构”中的处理, 我们选取 $k_1$ 轴使得 $\mathbf{B}$ 位于 $k_1$ 轴和 $k_3$ 轴所确定的平面内, 如图所示. 所得的有效质量表达式为

$$m_n^* = m_t \sqrt{\frac{m_l}{m_t \sin^2 \theta + m_l \cos^2 \theta}} \quad (3.1)$$



(a) 以Si为例的能带结构图

(b)  $\mathbf{B}$ 在 $k$ 空间局域坐标

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

11 / 29

## 回旋共振实验结果分析

•  $\mathbf{B}$ 沿[100]方向时, 将与

①  $[0, \pm 1, \pm 1]$ 共4个方向给出 $\cos^2 \theta = 0$ (注意此时的 $k_3$ 选取为 $[0, \pm 1, \pm 1]$ , 下面类似). 相应的 $m_n^* = \sqrt{m_l m_t}$ ;

②  $[\pm 1, \pm 1, 0], [\pm 1, 0, \pm 1]$ 共8个方向给出 $\cos^2 \theta = \frac{1}{2}$ . 相应

$$\text{的 } m_n^* = m_t \sqrt{\frac{2m_l}{m_l + m_t}}.$$

故此时有2个吸收峰.

•  $\mathbf{B}$ 沿[110]方向时, 将与

①  $[1, -1, 0], [-1, 1, 0]$ 共2个方向给出 $\cos^2 \theta = 0$ . 相应的 $m_n^* = \sqrt{m_l m_t}$ ;

②  $[\pm 1, \pm 1, 0]$ 共2个方向给出 $\cos^2 \theta = 1$ . 相应的 $m_n^* = m_t$ ;

③  $[\pm 1, 0, \pm 1], [0, \pm 1, \pm 1]$ 共8个方向给出 $\cos^2 \theta = \frac{1}{4}$ . 相应

$$\text{的 } m_n^* = m_t \sqrt{\frac{4m_l}{m_l + 3m_t}}.$$

故此时有3个吸收峰.

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

13 / 29

## Contents

- 1 题1.1
- 2 题1.2
- 3 题1.3
- 4 题1.4
- 5 题2.7
- 6 补充题1
- 7 补充题2

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

10 / 29

题1.3

## 回旋共振实验结果分析

需要注意的是, 上页图(b)的 $k$ 空间坐标系 $O-k_1k_2k_3$ 只是在材料导带底附近等能面处的局域坐标系, 而非在整个倒空间中考察材料时所用的坐标系 $OK_1K_2K_3$ ——后者确定了[100], [110]这些具体的方向.

既然是局域坐标系,  $k_3$ 便并不一定如教材中所述沿[001]方向, 而教材中如此选取只是基于硅这一特定材料的导带底附近等能面是沿<001>的旋转椭球面. 在本题语境下,  $k_3$ 需要被选取为所考察的这些不同的<110>.

经过简单分析不难得知, <100>, <110>, <111>是 $\mathbf{B}$ 的三类特殊取向, 因而下面进行分类讨论. 简便起见, 分别取这三类方向中具有代表性的[100], [110], [111]即可.

另外需明确, 等效取向<110>包含 $[\pm 1, \pm 1, 0], [\pm 1, 0, \pm 1], [0, \pm 1, \pm 1]$ 共12个取向.

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

12 / 29

题1.3

## 回旋共振实验结果分析

•  $\mathbf{B}$ 沿[111]方向时, 将与

①  $[1, 0, -1], [-1, 0, 1], [-1, 1, 0], [1, -1, 0], [0, 1, -1], [0, -1, 1]$ 共6个方向给出 $\cos^2 \theta = 0$ . 相应的 $m_n^* = \sqrt{m_l m_t}$ ;

②  $[1, 0, 1], [-1, 0, -1], [1, 1, 0], [-1, -1, 0], [0, 1, 1], [0, -1, -1]$ 共6个方向给出 $\cos^2 \theta = \frac{2}{3}$ . 相应的 $m_n^* = m_t \sqrt{\frac{3m_l}{2m_l + m_t}}$ .

故此时有2个吸收峰.

•  $\mathbf{B}$ 沿其他一般方向时, 不难得知 $\cos^2 \theta$ 最多将给出6个( $12/2$ )不同值, 故有6个吸收峰.

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

14 / 29

题1.4

## 回旋共振实验结果分析

已知n型Ge导带极值在[111]轴及相应的对称方向上(即等效取向<111>), 其回旋共振的实验结果应如何?

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

15 / 29

## Contents

- 1 题1.1
- 2 题1.2
- 3 题1.3
- 4 题1.4
- 5 题2.7
- 6 补充题1
- 7 补充题2

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

15 / 29

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年3月24日

16 / 29

## 回旋共振实验结果分析

需明确, 等效取向 $<111>$ 包含 $[\pm 1, \pm 1, \pm 1]$ 共8个取向.

与上题类似, 就 $\mathbf{B}$ 的取向情况进行分类讨论:

- $\mathbf{B}$ 沿[100]方向时, 将与全部的8个方向给出 $\cos^2 \theta = \frac{1}{3}$ . 相应的 $m_n^* = m_t \sqrt{\frac{3m_l}{m_l + 2m_t}}$ . 故此时有1个吸收峰.
- $\mathbf{B}$ 沿[110]方向时, 将与
  - ①  $[-1, 1, \pm 1], [1, -1, \pm 1]$ 共4个方向给出 $\cos^2 \theta = 0$ . 相应的 $m_n^* = \sqrt{m_l m_t}$ ;
  - ②  $[1, 1, \pm 1], [-1, -1, \pm 1]$ 共4个方向给出 $\cos^2 \theta = \frac{2}{3}$ . 相应的 $m_n^* = m_t \sqrt{\frac{3m_l}{2m_l + m_t}}$ .
 故此时有2个吸收峰.

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023年3月24日 17/29 题2.7

## Contents

- 1 题1.1
- 2 题1.2
- 3 题1.3
- 4 题1.4
- 5 题2.7
- 6 补充题1
- 7 补充题2

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023年3月24日 19/29 题2.7

## 类氢模型应用(1)(2)

参照教材2.1.4节及课件中的讨论, 施主杂质电离能

$$\Delta E_D = \frac{m_n^* E_0}{m_0 \varepsilon_r^2} = 0.015 \times \frac{13.6}{17^2} \approx 7.06 \times 10^{-4} (\text{eV}) \quad (5.1)$$

施主的弱束缚电子基态轨道半径

$$a^* = \frac{m_0}{m_n^*} \varepsilon_r a_0 = 17 \times 0.53 / 0.015 \approx 601 (\text{\AA}) \quad (5.2)$$

◇ 轨道半径表达式可由Bohr的简单氢原子模型导出. 在该模型中, Bohr半径

$$a_0 = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 E_0} \quad (5.3)$$

现在需要作替换 $\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0 \varepsilon_r, E_0 \rightarrow \Delta E_D$ , 得到

$$a^* = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 \varepsilon_r \Delta E_D} \quad (5.4)$$

再将式5.1代入即可.

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023年3月24日 21/29 补充题1

## 电子-空穴对的产生

某一半导体材料价带顶附近电子能量可表示为 $E(k) = -10^{-36}k^2 (\text{J})$ , 能量零点取在价带顶. 此时, 若 $-k_0 = 10^8 \text{m}^{-1}$ 处的电子被激发到导带, 而在该处产生一个空穴. 试求此空穴的:

- ① 有效质量;
- ② 动量;
- ③ 共有化运动速度和能量.

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023年3月24日 23/29

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023年3月24日 24/29

## 回旋共振实验结果分析

•  $\mathbf{B}$ 沿[111]方向时, 将与

- ①  $[1, 1, 1], [-1, -1, -1]$ 共2个方向给出 $\cos^2 \theta = 1$ . 相应的 $m_n^* = m_t$ ;
- ②  $[-1, 1, 1], [1, -1, 1], [1, 1, -1], [-1, -1, 1], [-1, 1, -1], [1, -1, -1]$ 共6个方向给出 $\cos^2 \theta = \frac{1}{9}$ . 相应的 $m_n^* = m_t \sqrt{\frac{9m_l}{m_l + 8m_t}}$ .

故此时有2个吸收峰.

•  $\mathbf{B}$ 沿其他一般方向时, 不难得知 $\cos^2 \theta$ 最多将给出4个( $8/2$ )不同值, 故有4个吸收峰.

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023年3月24日 18/29 题2.7

## 类氢模型应用

已知锑化铟的禁带宽度 $E_g = 0.18 \text{eV}$ , 相对介电常数 $\varepsilon_r = 17$ , 电子有效质量 $m_n^* = 0.015m_0$ ,  $m_0$ 为电子惯性质量. 求:

- ① 施主杂质电离能;
- ② 施主的弱束缚电子基态轨道半径.

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023年3月24日 20/29 补充题1

## Contents

- 1 题1.1
- 2 题1.2
- 3 题1.3
- 4 题1.4
- 5 题2.7
- 6 补充题1
- 7 补充题2

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023年3月24日 22/29 补充题1

## 电子-空穴对的产生(1)(2)

### 有效质量

$$m_p^* = \left| \frac{\hbar^2}{\frac{d^2 E}{dk^2}} \right|_{k=k_0} \approx 5.56 \times 10^{-33} \text{kg} \quad (6.1)$$

电子被激发至导带后, 在原处产生空穴的波矢 $k_p = k_0 = 10^8 \text{m}^{-1}$ . 空穴准动量

$$-\hbar k_p \approx -1.055 \times 10^{-26} \text{kg} \cdot \text{m/s} \quad (6.2)$$

## 电子-空穴对的产生(3)

空穴能量应为

$$E_p(k) = -E(k) = 10^{-36}k^2 = 10^{-20}(J) \quad (6.3)$$

共有化运动速度与电子相同, 为

$$v_p = \frac{1}{\hbar} \frac{dE(k)}{dk} \Big|_{k=k_0} = -\frac{1}{\hbar} \frac{dE_p(k)}{dk} \Big|_{k=k_p} \approx -1.90 \times 10^6 \text{m/s} \quad (6.4)$$

◇ 有关空穴各性质的符号约定请参见教材1.4节或课件P82-83.

## Contents

1 题1.1

2 题1.2

3 题1.3

4 题1.4

5 题2.7

6 补充题1

7 补充题2

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023年3月24日 25/29 补充题2

## 类氢模型应用

已知硅的电子有效质量为  $m_l = 0.98m_0$ ,  $m_t = 0.19m_0$ , 相对介电常数为 11.9. 现掺入施主杂质, 利用类氢模型估算:

- ① 杂质电离能;
- ② 杂质的等效Bohr半径;
- ③ 当相邻杂质原子的电子轨道发生交迭时的施主浓度.

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023年3月24日 27/29 补充题2

## 类氢模型应用(3)

所谓相邻杂质原子的电子轨道发生交迭, 不妨理解为杂质原子的分布为“密堆积”, 即两杂质原子的离子实间距为  $2a^*$ .

因此根据“密堆积”的结构不同(杂质的排布方式不必严格与硅晶格主体保持一致), 估算结果可以有多种.

- 假设为SC结构, 则施主浓度为

$$N_D = \frac{1}{(2a^*)^3} \approx 8.76 \times 10^{24} \text{m}^{-3} \quad (7.4)$$

- 粗略地考虑, 也可以认为

$$N_D = \frac{1}{V_D} = \frac{3}{4\pi(a^*)^3} \approx 1.67 \times 10^{25} \text{m}^{-3} \quad (7.5)$$

总之, 只需给出数量级约为  $10^{25} \text{m}^{-3}$  即可.

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023年3月24日 29/29

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023年3月24日 26/29 补充题2

## 类氢模型应用(1)(2)

根据教材4.3.2节(P104)的讨论, 有效质量

$$m_n^* = \frac{3}{\frac{1}{m_l} + \frac{2}{m_t}} \approx 0.26m_0 \quad (7.1)$$

因而由式5.1, 杂质电离能

$$\Delta E_D = \frac{m_n^* E_0}{m_0 \varepsilon_r^2} \approx 0.26 \times \frac{13.6}{11.9^2} \approx 0.025(\text{eV}) \quad (7.2)$$

等效Bohr半径

$$a^* = \frac{m_0}{m_n^*} \varepsilon_r a_0 = 11.9 \times 0.53 / 0.26 \approx 24.26(\text{\AA}) \quad (7.3)$$

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023年3月24日 28/29

# 2023春半导体物理习题课

## 第二章 载流子中的平衡统计分布

宋冰睿 王民泽

宋冰睿

王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/4/21

1

### 3-7 杂质半导体的载流子浓度

- ① 在室温下，锗的有效状态密度  $N_c = 1.05 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_v = 3.9 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ , 试求锗的载流子有效质量  $m_n^*$ ,  $m_p^*$ 。计算 77K 时的  $N_c$  和  $N_v$ 。已知 300K 时,  $E_g = 0.67 \text{ eV}$ 。77K 时  $E_g = 0.76 \text{ eV}$ 。求这两个温度时锗的本征载流子浓度。

以导带有效状态密度  $N_c$  举例，它是把导带中所有量子态都集中在导带底  $E_c$  时的状态密度，此时导带中的电子浓度是  $N_c$  中有电子占据的量子态数，有效状态密度表达式为

$$N_c = 2 \frac{(2\pi m_n^* k_b T)^{3/2}}{\hbar^3}, N_v = 2 \frac{(2\pi m_p^* k_b T)^{3/2}}{\hbar^3}$$

由此可算出

$$\begin{cases} m_n^* = \frac{1}{2\pi k_b T} \left( \frac{N_c \hbar^3}{2} \right)^{2/3} = 5.0968 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0.5596 m_0 \\ m_p^* = \frac{1}{2\pi k_b T} \left( \frac{N_v \hbar^3}{2} \right)^{2/3} = 2.6336 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0.2892 m_0 \end{cases}$$

宋冰睿

王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/4/21

3

### 3-7 杂质半导体的载流子浓度

- ② 77K 时，锗的电子浓度为  $10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ，假定受主浓度为零，而  $E_c - E_D = 0.01 \text{ eV}$ ，求锗中施主浓度  $N_D$  为多少？

由 ① 中可知，77K 时的本征载流子浓度很小，可以忽略不计，因此可以近似认为电离施主浓度等于锗中的电子浓度

$$n_0 \approx n_D^+ = \frac{N_D}{1 + g_D e^{\frac{E_D - E_F}{k_b T}}} = \frac{N_D}{1 + g_D e^{\frac{(E_D - E_c) + E_c - E_F}{k_b T}}} = \frac{N_D}{1 + 2e^{\frac{E_c - E_F}{k_b T}} \cdot \frac{n_0}{N_c}}$$

由此可得

$$N_D = n_0 \left( 1 + 2e^{\frac{E_c - E_F}{k_b T}} \cdot \frac{n_0}{N_c} \right) = 1.6614 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

可以看到  $n_D^+$  与  $N_D$  为同一数量级，因此此时并不处于低温弱电离区，不可以使用低温弱电离区的电子浓度公式（式 3-46, P70）。

宋冰睿

王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/4/21

5

### 3-8 一般情况下的载流子统计分布

- 利用题 3-7 所给的  $N_c$  和  $N_v$  数值及  $E_g = 0.67 \text{ eV}$ ，求温度为 300K 和 500K 时，含施主浓度  $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ，受主浓度  $N_A = 2 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$  的锗中电子及空穴浓度为多少？

解得

$$\begin{cases} n_0 = \frac{N_D - N_A + [(N_D - N_A)^2 + 4n_0^2]^{1/2}}{2} = 8.7982 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \\ p_0 = -\frac{N_D - N_A}{2} + \frac{[(N_D - N_A)^2 + 4n_0^2]^{1/2}}{2} = 3.7982 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \end{cases}$$

如果考虑  $E_g$  的变化，由  $E_g(T = 500K) = 0.581 \text{ eV}$  则可算得

$$\begin{cases} n_0 = 1.6239 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \\ p_0 = 1.8930 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \\ n_0 = 1.3930 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \end{cases}$$

宋冰睿

王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/4/21

7

### 3-10 n 型半导体的强电离区载流子浓度

- 以施主杂质电离为 90% 作为强电离的标准，就掺砷的 n 型锗在 300K 时，以杂质电离为主的饱和区掺杂杂质的浓度范围。

本题中  $D_- < 10\%$ ,  $\Delta E_D = 0.0127 \text{ eV}$  (P39, 表 2-1),  $N_c = 1.05 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  (P66, 表 3-2)，可算出

$$N_D < \left( \frac{10\% \cdot N_c}{2} \right) e^{-\frac{\Delta E_D}{k_b T}} = 3.2152 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

在 300K 时， $G_e$  的本征载流子浓度  $n_i = 2.33 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  (测量值，计算值为  $1.7 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ )，由题意此时应以杂质电离为主，因此施主浓度至少为此时本征载流子浓度的 10 倍，即

$$N_D > 10n_i = 2.33 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

综上所述，掺杂杂质的浓度范围为

$$2.33 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} < N_D < 3.2152 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

宋冰睿

王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/4/21

9

### 3-3 电子的统计分布

- 当  $E - E_F$  为  $1.5k_b T$ ,  $4k_b T$ ,  $10k_b T$  时，分别用费米分布函数和玻尔兹曼分布函数计算电子占据各能级的概率。

根据量子统计理论，服从泡利不相容原理的电子遵循费米统计律。对于能量为  $E$  的一个量子态被电子占据的概率  $f(E)$  为

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{k_b T}}}$$

当  $E - E_F \gg k_b T$  时， $e^{\frac{E-E_F}{k_b T}} \gg 1$ ，此时费米分布（简并系统）可以近似为玻尔兹曼分布（非简并系统）

$$f_B(E) = e^{-\frac{E-E_F}{k_b T}}$$

当  $E - E_F = 1.5k_b T$ ,  $f(E) = 0.1824$ ,  $f_B(E) = 0.2231$ ;

当  $E - E_F = 4k_b T$ ,  $f(E) = 0.01799$ ,  $f_B(E) = 0.01832$ ;

当  $E - E_F = 10k_b T$ ,  $f(E) = 4.540 \times 10^{-5}$ ,  $f_B(E) = 4.540 \times 10^{-5}$ ;

在半导体中， $E_F$  一般位于禁带中且与允带距离较远，因此一般可以认为  $E - E_F \gg k_b T$ 。

宋冰睿

王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/4/21

2

### 3-7 杂质半导体的载流子浓度

- ① 在室温下，锗的有效状态密度  $N_c = 1.05 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_v = 3.9 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ , 试求锗的载流子有效质量  $m_n^*$ ,  $m_p^*$ 。计算 77K 时的  $N_c$  和  $N_v$ 。已知 300K 时,  $E_g = 0.67 \text{ eV}$ 。77K 时  $E_g = 0.76 \text{ eV}$ 。求这两个温度时锗的本征载流子浓度。

由于有效质量随温度的变化很小，因此由  $N_c$  和  $N_v$  表达式可得

$$\frac{N_c(T=77K)}{N_c(T=300K)} = \left( \frac{77}{300} \right)^{\frac{3}{2}}, \frac{N_v(T=77K)}{N_v(T=300K)} = \left( \frac{77}{300} \right)^{\frac{3}{2}}$$

可得当  $T = 77K$  时， $N_c = 1.365 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_v = 5.071 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ；

本征载流子浓度

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \cdot e^{-\frac{E_g}{2k_b T}}$$

当  $T = 300K$  时， $n_i = 1.5064 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ；

当  $T = 77K$  时， $n_i = 1.1132 \times 10^{-7} \text{ cm}^{-3}$ 。

TIPS：常温 (300K) 下  $k_b T = 0.02585 \text{ eV}$ 。

宋冰睿

王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/4/21

4

### 3-8 一般情况下的载流子统计分布

- 利用题 3-7 所给的  $N_c$  和  $N_v$  数值及  $E_g = 0.67 \text{ eV}$ ，求温度为 300K 和 500K 时，含施主浓度  $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ，受主浓度  $N_A = 2 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$  的锗中电子及空穴浓度为多少？

本题中  $E_g$  的变化很小，可以忽略不计，根据本征载流子公式

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \cdot e^{-\frac{E_g}{2k_b T}}$$

$T = 300K$  时， $n_i = 1.5064 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3} \ll N_D - N_A$  且  $N_D \gg N_A$ ，则有近似

$$\begin{cases} n_0 \approx N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \\ p_0 = n_i^2/n_0 = 4.5385 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3} \end{cases}$$

$T = 500K$  时， $N_c = 2.2592 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_v = 8.3915 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $n_i = 5.7808 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ，与  $N_D - N_A$  的数量级相同，无法近似，联立  $(N_D \gg N_A, N_A \approx 0)$

$$\begin{cases} n_0 + N_A = p_0 + N_D \\ n_0 \cdot p_0 = n_i^2 \end{cases}$$

宋冰睿

王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/4/21

6

### 3-10 n 型半导体的强电离区载流子浓度

- 以施主杂质电离为 90% 作为强电离的标准，就掺砷的 n 型锗在 300K 时，以杂质电离为主的饱和区掺杂杂质的浓度范围。

饱和区：载流子浓度  $n_0$  等于杂质浓度。因此可得

$$n_0 = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_b T}} = N_D$$

半导体位于强电离区，有  $n_D^+ \approx N_D$ ，故  $(E_D - E_F) \gg k_b T$ ，则有

$$n_D = \frac{N_D}{1 + \frac{1}{g_D} e^{\frac{E_D - E_F}{k_b T}}} \approx 2N_D e^{-\frac{E_D - E_F}{k_b T}} = 2N_D e^{\frac{E_c - E_D}{k_b T}} e^{-\frac{E_c - E_F}{k_b T}} = 2N_D \left( \frac{N_D}{N_c} \right) e^{\frac{\Delta E_D}{k_b T}} = D_- N_D$$

其中  $D_- = \left( \frac{2N_D}{N_c} \right) e^{\frac{\Delta E_D}{k_b T}}$ ，代表未电离施主占施主杂质的百分比。

宋冰睿

王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/4/21

7

### 3-12 杂质半导体中的电离

- 若硅中施主杂质电离能  $\Delta E_D = 0.04 \text{ eV}$ ，施主杂质浓度分别为  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 。计算 ① 99% 电离；② 90% 电离；③ 50% 电离时温度各为多少？

对于 99% 和 90% 电离，可以认为此时位于强电离区 (P72)，将  $N_c$  表达式代入上题中的  $D_-$  表达式，可计算得 (式 3-54, P72)

$$\left( \frac{\Delta E_D}{k_b} \right) \left( \frac{1}{T} \right) = \left( \frac{3}{2} \right) \ln T + \ln \left[ \frac{D_-}{N_D} \cdot \frac{(2\pi k_b m_n^*)^{3/2}}{\hbar^3} \right]$$

① 99% 电离时， $D_- = 1\%$ ，则有

$$\begin{cases} N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464.21}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 3.64 \Rightarrow T = 127.72K \\ N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464.21}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 10.55 \Rightarrow T = 1411.70K \end{cases}$$

② 90% 电离时， $D_- = 10\%$ ，则有

$$\begin{cases} N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 1.33 \Rightarrow T = 86.58K \\ N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 8.24 \Rightarrow T = 469.73K \end{cases}$$

宋冰睿

王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/4/21

9

## 3-12 杂质半导体中的电离

- 若硅中施主杂质电离能  $\Delta E_D = 0.04 \text{ eV}$ , 施主杂质浓度分别为  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 。计算 ① 99% 电离; ② 90% 电离; ③ 50% 电离时温度各为多少?
- 对于 50% 电离情况, 此时不位于强电离区 ( $n_D^+ \approx N_D$ ), 不能使用  $D_-$  表达式来进行推导。

由题  $n_D^+ = 50\% N_D$ , 即  $n_D = N_D - n_D^+ = N_D$

$$\frac{N_D}{1 + \frac{1}{g_D} e^{\frac{E_F - E_F}{k_0 T}}} = \frac{N_D}{1 + g_D e^{\frac{E_F - E_F}{k_0 T}}}$$

计算出  $E_D - E_F = k_0 T \ln 2$ , 同理题 3-7 ②, 此时  $n_0 \approx n_D^+ = 50\% N_D$ , 可得

$$n_0 = 2 \frac{(2\pi m_n^* k_B T)^{3/2}}{h^3} \cdot e^{-\frac{E_F - E_F}{k_0 T}} = \frac{N_D}{2}$$

再把  $E_F = E_D - k_0 T \ln 2$  以及  $\Delta E_D$  定义带入上式

宋冰霞 王民泽

2023春季学期物理习题课

2023/4/21

11

## 3-12 杂质半导体中的电离

- 若硅中施主杂质电离能  $\Delta E_D = 0.04 \text{ eV}$ , 施主杂质浓度分别为  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 。计算 ① 99% 电离; ② 90% 电离; ③ 50% 电离时温度各为多少?
- 推导出

$$\left( \frac{\Delta E_D}{k_0} \right) \left( \frac{1}{T} \right) = \left( \frac{3}{2} \right) \ln T + \ln \left[ \frac{2}{N_D} \cdot \frac{(2\pi k_0 m_n^*)^{3/2}}{h^3} \right]$$

$$\text{则有 } \begin{cases} N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464.21}{T} = \frac{3}{2} \ln T + 1.66 \Rightarrow T = 59.58K \\ N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464.21}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 5.24 \Rightarrow T = 181.31K \end{cases}$$

宋冰霞 王民泽

2023春季学期物理习题课

2023/4/21

12

## 3-14 杂质半导体的费米能级

- 计算含有施主杂质浓度  $N_D = 9 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  及受主杂质浓度为  $1.1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  的硅在  $300K$  时的电子和空穴浓度以及费米能级的位置。

在  $T = 300K$  时, 硅的本征载流子浓度  $n_i = 1.02 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3} \ll N_A - N_D$ , 则有

$$\begin{cases} p_0 = N_A - N_D = 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \\ n_0 = n_i^2 / p_0 = 5.202 \times 10^4 \text{ cm}^{-3} \end{cases}$$

由表 3-2 (P66) 得此时  $N_c = 2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_v = 1.1 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

算得

$$E_F = \begin{cases} E_i - k_0 T \ln \frac{p_0}{n_i} = E_i - 0.315 \text{ eV} \\ E_c - k_0 T \ln \frac{n_0}{N_c} = E_c - 0.877 \text{ eV} \\ E_v - k_0 T \ln \frac{p_0}{N_v} = E_v + 0.223 \text{ eV} \end{cases}$$

宋冰霞 王民泽

2023春季学期物理习题课

2023/4/21

13

## 3-18 杂质半导体的费米能级

- 掺磷的  $n$  型硅, 已知磷的电离能为  $0.044 \text{ eV}$ , 求室温下杂质一半电离时费米能级的位置和磷的浓度。

由杂质一半电离 (此时不处于强电离区) 可知

$$n_D^+ = \frac{N_D}{2} = \frac{N_D}{1 + g_D e^{\frac{E_F - E_F}{k_0 T}}}$$

计算出  $E_F = E_D - k_0 T \ln 2 = E_c - 0.044 \text{ eV} - 0.018 \text{ eV} = E_c - 0.062 \text{ eV}$ , 则可算得

$$n_0 = N_c e^{-\frac{E_F - E_F}{k_0 T}} = 2.544 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3} \gg n_i$$

因此可近似认为  $n_D^+ \approx n_0$ , 因此磷的掺杂浓度

$$N_D \approx 2n_0 = 5.088 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

宋冰霞 王民泽

2023春季学期物理习题课

2023/4/21

15

## 补1 状态密度

- 分别计算一维、二维、三维半导体晶格的状态密度。

因此对于二维和三维的  $k$ , 它在一维的分量  $k_i (i = x, y, z)$  可以取到分立取值  $2\pi n_i / L_i$ , 那么可求得取值密度为

$$\text{电子自旋} \rightarrow g_k = 2 \begin{cases} L/2\pi, & \text{一维} \\ S/(2\pi)^2, & \text{二维} \\ V/(2\pi)^3, & \text{三维} \end{cases}$$

以导带底为例, 由式 1-22 (P12) 可知, 导带底附近有

$$E(k) = E_c + \frac{\hbar^2 k}{2m_n^*}$$

由上式可求得

$$k = \frac{(2m_n^*)^{1/2}(E-E_c)^{1/2}}{\hbar} \quad \text{及} \quad kdk = \frac{m_n^* dE}{\hbar^2} \quad (*)$$

宋冰霞 王民泽

2023春季学期物理习题课

2023/4/21

17

## 补1 状态密度

- 分别计算一维、二维、三维半导体晶格的状态密度。

带入 \* 式, 同理上得

$$g_c(E) = \frac{m_n^* S}{\pi \hbar^2}$$

三维状态下等能面为球体,  $E \sim (E + dE)$  之间的量子态数为

$$dZ = 4\pi k^2 dk \cdot g_k = \frac{V}{\pi^2} k^2 dk$$

带入 \* 式, 同理上得

$$g_c(E) = \frac{V}{2\pi^2} \cdot \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{\hbar^3} \sqrt{E - E_c}$$

价带顶附近的情况, 同理可得 (将  $E - E_c$  换为  $E_F - E$ ,  $m_n^*$  换为  $m_p^*$  即可)。

对于实际半导体, 例如锗、硅的实际等能面为椭球面, 其状态密度的推导详见 P58。

**TIPS:** 在本课程中, 掺杂对有效质量的影响可以忽略不记。

宋冰霞 王民泽

2023春季学期物理习题课

2023/4/21

19

## 3-12 杂质半导体中的电离

- 若硅中施主杂质电离能  $\Delta E_D = 0.04 \text{ eV}$ , 施主杂质浓度分别为  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 。计算 ① 99% 电离; ② 90% 电离; ③ 50% 电离时温度各为多少?
- 推导出

$$\left( \frac{\Delta E_D}{k_0} \right) \left( \frac{1}{T} \right) = \left( \frac{3}{2} \right) \ln T + \ln \left[ \frac{2}{N_D} \cdot \frac{(2\pi k_0 m_n^*)^{3/2}}{h^3} \right]$$

$$\text{则有 } \begin{cases} N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464.21}{T} = \frac{3}{2} \ln T + 1.66 \Rightarrow T = 59.58K \\ N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464.21}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 5.24 \Rightarrow T = 181.31K \end{cases}$$

宋冰霞 王民泽

2023春季学期物理习题课

2023/4/21

12

## 3-17 $n$ 型半导体的费米能级和载流子分布

- 施主浓度为  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$  的  $n$  型硅, 计算  $400K$  时本征载流子浓度、多子浓度、少子浓度和费米能级的位置。

在  $400K$  时, 硅的本征载流子浓度  $n_i = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  (图 3-7, P67), 可以认为此时杂质完全电离, 由电中性条件有

$$\begin{cases} n_0 = N_D + p_0 \\ n_0 \cdot p_0 = n_i^2 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} n_0 = \frac{N_D}{2} + \frac{(N_D^2 + 4n_i^2)^{1/2}}{2} = 1.618 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3} (\text{多子}) \\ p_0 = n_i^2 / n_0 = 6.18 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3} (\text{少子}) \end{cases}$$

具有相当高的空穴浓度, 因此可以认为处于过渡区, 有

$$E_F = E_i + k_0 T \ln \frac{n_0}{n_i} = E_i - k_0 T \ln \frac{p_0}{n_i} = E_i + k_0 T \operatorname{arcsinh} \frac{N_D}{2n_i} = E_i + 0.0124 \text{ eV}$$

宋冰霞 王民泽

2023春季学期物理习题课

2023/4/21

14

## 补1 状态密度

- 分别计算一维、二维、三维半导体晶格的状态密度。

状态密度: 在能量  $E$  附近, 每单位能量间隔内的量子态数, 即

$$g(E) = dZ/dE$$

想要求得上式, 需要计算出单位  $k$  空间中的量子态数, 使之与  $E \sim (E + dE)$  之间的  $k$  空间体积相乘得到在能量  $E \sim (E + dE)$  之间的量子态数, 最后利用上式求得状态密度。

首先求单位  $k$  空间中的量子态数, 在一维条件下, 设晶格总长度为  $L = Na$ ,  $a$  为晶格常数,  $N$  为原胞数。

实际晶体包含的原子是有限的, 故每个能带所包含的状态数是有限的, 又由于边界条件的差异对大块晶体性质并无本质影响, 故引入周期性边界条件

$$V(x) = V(x + sa)$$

可算得 (详见 P7~9)  $k$  只能取到分立数值  $2\pi n/L$ , 则取值密度 (单位  $k$  空间中的量子态数) 为  $L/2\pi$ 。此外, 由于第一布里渊区长度为  $2\pi/a$ , 因此其中包含的状态数恰好等于  $L/a = N$ 。 $k$  空间的取值密度也可以拿原胞总数除以布里渊区长度来计算 (二维除以面积, 三维除以体积)。

宋冰霞 王民泽

2023春季学期物理习题课

2023/4/21

16

## 补1 状态密度

- 分别计算一维、二维、三维半导体晶格的状态密度。

一维状态下等能面为抛物线, 如右图所示,  $E \sim (E + dE)$  之间的量子态数为

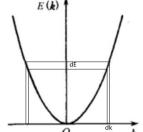
$$dZ = 2dk \cdot \frac{2L}{\pi} dk$$

带入 \* 式得  $dZ = \frac{2L}{\pi h} \sqrt{\frac{m_n^*}{2(E-E_c)}} dE$ , 则一维时状态密度为

$$g_c(E) = \frac{2L}{\pi h} \sqrt{\frac{m_n^*}{2(E-E_c)}}$$

二维状态下等能面为圆,  $E \sim (E + dE)$  之间的量子态数为

$$dZ = 2\pi kdk \cdot \frac{S}{\pi} kdk$$



## 补1 状态密度

- 分别计算一维、二维、三维半导体晶格的状态密度。

带入 \* 式, 同理上得

$$g_c(E) = \frac{m_n^* S}{\pi \hbar^2}$$

三维状态下等能面为球体,  $E \sim (E + dE)$  之间的量子态数为

$$dZ = 4\pi k^2 dk \cdot g_k = \frac{V}{\pi^2} k^2 dk$$

带入 \* 式, 同理上得

$$g_c(E) = \frac{V}{2\pi^2} \cdot \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{\hbar^3} \sqrt{E - E_c}$$

价带顶附近的情况, 同理可得 (将  $E - E_c$  换为  $E_F - E$ ,  $m_n^*$  换为  $m_p^*$  即可)。

对于实际半导体, 例如锗、硅的实际等能面为椭球面, 其状态密度的推导详见 P58。

**TIPS:** 在本课程中, 掺杂对有效质量的影响可以忽略不记。

宋冰霞 王民泽

2023春季学期物理习题课

2023/4/21

17

## 补2 载流子浓度

- 试推导热平衡时导带电子浓度和价带空穴浓度表达式:  $n_0 = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{k_0 T}}$ ,  $p_0 = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{k_0 T}}$ 。

本题为第二章 PPT 第 46 页的等式推导, 载流子浓度与状态密度之间的表达式以及本征载流子浓度的表达式推导见书本 P61~65, 下面推导

$$\begin{cases} n_0 = N_c e^{-\frac{E_F - E_i}{k_0 T}} = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{k_0 T}} & ① \\ p_0 = N_v e^{-\frac{E_i - E_F}{k_0 T}} = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{k_0 T}} & ② \end{cases}$$

对于本征半导体有  $E_F = E_i$ , 则有

$$n_i = N_c e^{-\frac{E_i - E_i}{k_0 T}} = N_c e^{-\frac{E_i - E_i}{k_0 T}} = n_i e^{-\frac{E_i - E_i}{k_0 T}} \quad (*)$$

将式 ① 前两项与 \* 式前两项做比值, 有

$$\frac{n_0}{n_i} = e^{-\frac{E_F - E_i - (E_i - E_F)}{k_0 T}} = e^{\frac{E_F - E_i}{k_0 T}}$$

宋冰霞 王民泽

2023春季学期物理习题课

2023/4/21

20

宋冰霞 王民泽

2023春季学期物理习题课

2023/4/21

19

## 补2 载流子浓度

- 试推导热平衡时导带电子浓度和价带空穴浓度表达式:  $n_0 = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{k_B T}}$ ,  $p_0 = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{k_B T}}$ 。

因此可以证明

$$n_0 = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{k_B T}}$$

同理, 将式②前两项与\*式一、三项做比值, 可算得

$$p_0 = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{k_B T}}$$

利用\*式右边等号, 可以推出本征半导体的费米能级为

$$E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \frac{N_v}{N_c} = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3k_B T}{4} \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$$

对于硅, 锗和砷化镓来说, 上式的带 $\ln(\cdot)$ 项比前一项小得多, 可以忽略, 因此可以认为本征半导体的费米能级基本上在禁带中线处。例外, 如锑化锢的 $E_i$ 远在禁带中线之上。

# 2023春半导体物理

## 关于强电离区的补充讨论

宋冰睿 王民泽

2023年4月23日



### 3-12 杂质半导体中的电离

- 若硅中施主杂质电离能  $\Delta E_D = 0.04 \text{ eV}$ , 施主杂质浓度分别为  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 。计算 ① 99% 电离; ② 90% 电离; ③ 50% 电离时温度各为多少?

对于 99% 和 90% 电离, 可以认为此时位于强电离区 (P72), 将  $N_c$  表达式代入上题中的  $D_-$  表达式, 可计算得 (式 3-54, P72)

$$\left(\frac{\Delta E_D}{k_0}\right)\left(\frac{1}{T}\right) = \left(\frac{3}{2}\right) \ln T + \ln \left[ \frac{D_-}{N_D} \cdot \frac{(2\pi k_0 m_n^*)^{3/2}}{h^3} \right]$$

① 99% 电离时,  $D_- = 1\%$ , 则有

$$\begin{cases} N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464.21}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 3.64 \Rightarrow T = 127.72K \\ N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464.21}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 10.55 \Rightarrow T = 1411.70K \end{cases}$$

② 90% 电离时,  $D_- = 10\%$ , 则有

$$\begin{cases} N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 1.33 \Rightarrow T = 86.58K \\ N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 8.24 \Rightarrow T = 469.73K \end{cases}$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/4/21

10

本题其实仍存在未解之处<sup>1</sup> —— 第(1)问  $N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  时, 按强电离区求得的  $T \sim 1400 \text{ K}$ , 是不是太高了? 此时, 根据  $n_i$  的表达式 3-34, 并计及  $E_g(T)$  随温度的变化 (P24), 不难算得

$$\frac{n_i(1400)}{n_i(300)} \approx 1.456 \times 10^9 \quad (1)$$

结合表 3-2 给出的  $n_i(300) = 1.02 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ , 得到  $n_i(1400) \approx 1.485 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3} > 10N_D$ . 因此本征激发已渐渐占据主导地位, 处于过渡区或本征激发区, 似不能直接套用强电离区的公式 (因为对应公式是根据略去了本征空穴浓度的简化电中性条件 3-47 推导出的).

然而按照惯常思路, 99% 电离正处于 "将要完全电离" 的边缘. 此时杂质肯定几乎完全电离 (因而排除低温弱电离区 & 中间电离区), 但又没有 "物理意义上的" 全部电离 (因而排除 (\*) 过渡区 & 本征激发区), 即只能位于强电离区. 为何会出现这样的矛盾呢?

结合 P71 下方的叙述 "若施主全部电离的大约标准是 90% 的施主杂质电离" 容易想到: 为什么不是 99%, 99.9% 甚至 100% 呢? 倘若果真如此, 对应的  $D_-$  即为 1%, 0.1% 和 0%, 那么根据 P71 最后一式 (其由式 3-52 改写而来), 将

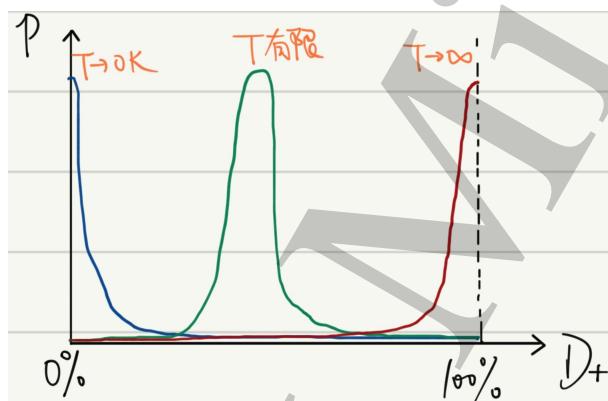
<sup>1</sup>感谢周星辰同学的提问.

直接导致求得的"杂质全部电离的浓度上限 $N_D$ "越来越小, 直至 $\rightarrow 0$ . 换句话说, 要想杂质真正完全电离, 除非 $N_D \rightarrow 0$ .

因此只能认为, 90%就是约定俗成的电离度上限, 或说处于强电离区的电离度上限. 一旦超过该电离度, 就进入过渡区或本征激发区了. 但该观点尚未得到物理意义上的诠释, 即, 为何升至本征激发占主导地位的温度时仍有杂质没有电离?

根据量子力学的概率诠释思想不难解释. 在原先考虑某一温度下的电离度时, 我们总认为它是可由温度唯一确定的值. 这是经典解释; 而根据概率幅观点, 即使温度保持不变, 在不同时刻对电离度作的"观测", 得到的结果也不一定相同. 测得的电离度可能按特定的概率分布在一定百分比内波动.

对照下图或许可以更清晰地理解这一思路. 在一般的量子力学语境下, "概率密度幅"产生离散的维度一般是实空间或动量空间, 即波函数(的模方); 而现在, 我们不过是将图像上横轴的维度换成了有限区间(0%~100%)的电离度(不妨记为 $D_+ = 1 - D_-$ ).



考虑高低温的两种极端情况.

- 0K时, 概率密度函数 $p(D_+, T = 0)$ 成为原点处的Dirac函数——可严格认为此时电离度不可能取0%以外的其它值, 因为此时没有任何能量可以激发杂质使其电离.
- 高温时(例如上述的1400K), 对应的 $D_+$ 约为99%. 但99%并非与0%对称的"极端情况", 100%才是. 然而可以预见, 无论怎么升高温度, 100%的 $D_+$ 都是达不到的. 这可以用化学反应平衡的观点来理解. 不妨认为杂质(1)完全不电离( $D_+ = 0\%$ )和(2)完全电离( $D_+ = 100\%$ )是该反应的两种端点状态, 并认为初始时杂质或处于(1)状态, 或处于(2)状态. 则在温度一定的情况下, 无论(1)(2)何种状态, 最终达到的电离度("反应进程")是相同的, 且这个终态不可能是(1)(2)两者其一. 上面所说的 $D_+ = 0\%$ 是由于0K本身即为理想情形, 不可能真实达到. 因此可以合理外推, 由于热力学温度没有上限(暂不考虑Planck温度), 完全电离的(2)状态也是达不到的.  $p(D_+, T)$ 始终无法成为100%处的Dirac函数.

综上, 第一页末尾(\*)处的叙述是不严谨的. 我们只能认为此时就是过渡区或本征激发区, 甚至即使进入本征激发区后的很高温度, 杂质还是不能"物理意义上的"全部电离.

由该结论衍生出的问题非常明显——1400K的答案不准确. 为保险起见, 使用原始的电中性条件3-42来求解, 不过给出的温度数值不在正常预期. 对此, 我们尚未找到很好的解决方法; 如同学们就此问题有自己的思路和观点, 欢迎联系我们讨论~

## Contents

## 2023春半导体物理习题课

### 第三章 电磁场中的输运现象

宋冰睿 王民泽

2023.5.10

## 1 题4.2

## 2 题4.3

## 3 题4.7

## 4 题4.11

## 5 题4.13

## 6 题4.15

## 7 题4.16

## 8 补充题

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 1 / 32

題4.2

**本征Si和掺杂Si的电导率**

对于本征Si:

- ① 试计算其在室温时的电导率. 设电子和空穴迁移率分别为  $1450\text{cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$  和  $500\text{cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ ;
- ② 当掺入百万分之一的As后, 设杂质全部电离, 试计算其电导率及相对本征Si增大的倍数.

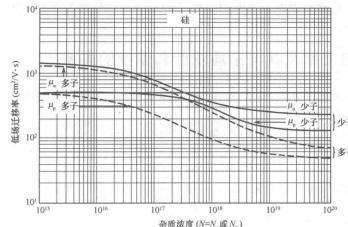


图: P107图4-14(a)

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 3 / 32

題4.3

## Contents

**本征Si和掺杂Si的电导率(1)(2)**查P66表3-2知本征Si在室温时的  $n_i = 1.02 \times 10^{10}\text{cm}^{-3}$ , 因此电导率

$$\sigma_i = n_i e (\mu_n + \mu_p) \approx 3.182 \times 10^{-6}\text{S/cm} \quad (1.1)$$

查P378表B-1知Si的晶格常数  $a = 0.543\text{nm}$ , 得到Si的原子密度

$$n(\text{Si}) = \frac{8}{a^3} \approx 5 \times 10^{28}\text{m}^{-3} \quad (1.2)$$

因此掺杂后, 杂质全部电离产生的载流子浓度

$$n = 5 \times 10^{16}\text{cm}^{-3} \gg n_i \quad (1.3)$$

可忽略本征激发. 查P107图4-14(a)知  $\mu_n \approx 800\text{cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ , 可得电导率

$$\sigma = n e \mu_n = 6.4\text{S/cm} \quad (1.4)$$

二者之比

$$\frac{\sigma}{\sigma_i} \approx 2.011 \times 10^6 \quad (1.5)$$

題4.3

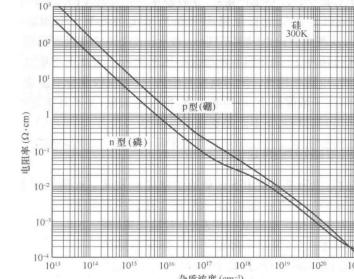
**掺杂Si的载流子浓度**试估算电阻率为  $10\Omega \cdot \text{m}$  的 p-type Si样品在室温时的多子及少子浓度.

图: P109图4-15(b)

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 5 / 32

題4.3

**掺杂Si的载流子浓度**查P109图4-15(b)知,  $10^3\Omega \cdot \text{cm}$  电阻率对应的受主B浓度  $N_A \approx 1.5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3} > 10n_i$ .下面计算室温下杂质全部电离的浓度上限. 查P43图2-8知B的电离能  $\Delta E_A = 0.044\text{eV}$ , 查P66表3-2知室温下Si的  $N_v = 1.1 \times 10^{19}\text{cm}^{-3}$ . 根据P71式3-52的变体, 可得浓度上限

$$N_{A,\max} = \frac{D_- N_v}{g_A} \exp\left(-\frac{\Delta E_A}{k_B T}\right) \\ = \frac{0.1 \times 1.1 \times 10^{19}}{4} \times \exp\left(-\frac{0.044}{0.0258}\right) \approx 5 \times 10^{16} (\text{cm}^{-3}) \quad (2.1)$$

因此样品处于强电离区, 多子

$$p \approx N_A \approx 1.5 \times 10^{13}\text{cm}^{-3} \quad (2.2)$$

少子

$$n = \frac{n_i^2}{p} \approx 6.94 \times 10^6\text{cm}^{-3} \quad (2.3)$$

## Contents

## 1 题4.2

## 2 题4.3

## 3 题4.7

## 4 题4.11

## 5 题4.13

## 6 题4.15

## 7 题4.16

## 8 补充题

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 7 / 32

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 8 / 32

## 补偿掺杂Ge的电导率

一长2cm的Ge样品掺有 $10^{22}\text{m}^{-3}$ 受主, 其矩形截面的线度分别为1mm和2mm.

- ① 试求室温时的电导率和电阻;
- ② 再掺入 $5 \times 10^{22}\text{m}^{-3}$ 施主后, 求室温时样品的电导率和电阻.

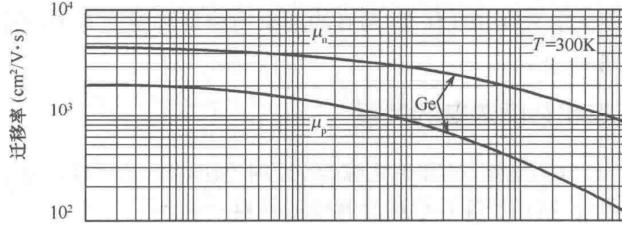


图: P107图4-14(b)-Ge

## 补偿掺杂Ge的电导率(1)(2)

查P107图4-14(b)-Ge知,  $N = N_A + N_D = 10^{16}\text{cm}^{-3}$ 时, 多子空穴迁移率 $\mu_p \approx 1500\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ . 电导率

$$\sigma_1 = N_A e \mu_p \approx 2.4\text{S/cm} \quad (3.2)$$

电阻

$$R_1 = \frac{l}{\sigma_1 S} \approx 41.67\Omega \quad (3.3)$$

同理,  $N = N_A + N_D = 6 \times 10^{16}\text{cm}^{-3}$ 时, 多子电子迁移率 $\mu_n \approx 3200\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ . 电导率

$$\sigma_2 = (N_D - N_A) e \mu_n \approx 20.48\text{S/cm} \quad (3.4)$$

电阻

$$R_2 = \frac{l}{\sigma_2 S} \approx 4.88\Omega \quad (3.5)$$

## 掺杂Si在电场中的性质

一截面积为 $10^{-3}\text{cm}^2$ 的p-type Si样品掺有 $10^{13}\text{cm}^{-3}$ 受主, 其内部加有 $10^3\text{V}/\text{cm}$ 电场. 试求如下情况时样品的电导率及流过的电流密度和电流:

- ① 室温时;
- ② 400K时.

## 掺杂Si在电场中的性质(2)

忽略禁带宽度随温度的变化, 可计算400K时的本征载流子浓度

$$n'_i = n_i \left( \frac{T'}{T} \right)^{3/2} \exp \left[ \frac{E_g}{2k_B} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T'} \right) \right] \approx 3.43 \times 10^{12} (\text{cm}^{-3}) > 0.1 N_A \quad (4.3)$$

因而样品已处于过渡区. 根据式3-74, 多子空穴

$$\begin{aligned} p &= \frac{N_A}{2} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{4n'_i^2}{N_A^2} \right)^{1/2} \right] \\ &= \frac{10^{13}}{2} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{4 \times 3.43^2 \times 10^{24}}{10^{26}} \right)^{1/2} \right] \approx 1.1 \times 10^{13} (\text{cm}^{-3}) \end{aligned} \quad (4.4)$$

少子电子

$$n = \frac{n'_i^2}{p} \approx 1.063 \times 10^{12} \text{cm}^{-3} \quad (4.5)$$

## 补偿掺杂Ge的电导率

类似式2.1计算得到, 室温下杂质(假设施主为P, 受主为B)全部电离的浓度上限

$$\begin{cases} N_{D,\max} = \frac{0.1 \times 1.1 \times 10^{19}}{2} \times \exp \left( -\frac{0.012}{0.0258} \right) \approx 3.454 \times 10^{17} (\text{cm}^{-3}) \\ N_{A,\max} = \frac{0.1 \times 3.9 \times 10^{18}}{4} \times \exp \left( -\frac{0.01}{0.0258} \right) \approx 6.617 \times 10^{16} (\text{cm}^{-3}) \end{cases} \quad (3.1)$$

因此题中掺入施主前后均可视为完全电离.

## Contents

- 1 题4.2
- 2 题4.3
- 3 题4.7
- 4 题4.11
- 5 题4.13
- 6 题4.15
- 7 题4.16
- 8 补充题

## 掺杂Si在电场中的性质(1)

根据题4.3结论, 室温下该掺杂浓度的p-Si处于强电离区. 查P107表4-1可知此时 $\mu_p = 500\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ , 故电导率

$$\sigma_1 = 10^{13} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 500 = 8 \times 10^{-4} (\text{S/cm}) \quad (4.1)$$

电流密度及电流

$$\begin{aligned} j_1 &= \sigma_1 E = 0.8 \text{A}/\text{cm}^2 \\ I_1 &= j_1 S = 8 \times 10^{-4} \text{A} \end{aligned} \quad (4.2)$$

## 掺杂Si在电场中的性质(2)

设已知 $\mu_n = 700\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ ,  $\mu_p = 220\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ , 可得电导率

$$\sigma_2 = ne\mu_n + pe\mu_p \approx 5.063 \times 10^{-4} \text{S/cm} \quad (4.6)$$

并有

$$\begin{aligned} j_2 &= \sigma_2 E \approx 0.506 \text{A}/\text{cm}^2 \\ I_2 &= j_2 S \approx 5.063 \times 10^{-4} \text{A} \end{aligned} \quad (4.7)$$

## Contents

- 1 题4.2
- 2 题4.3
- 3 题4.7
- 4 题4.11
- 5 题4.13
- 6 题4.15
- 7 题4.16
- 8 补充题

## 补偿掺杂Si的性质

试计算掺有  $1.1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  的B及  $9 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  的P的Si样品，其在室温下的多子，少子浓度及电阻率。

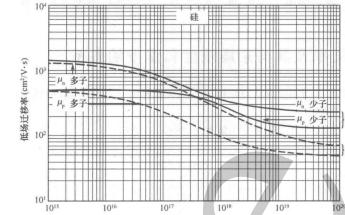


图: P107图4-14(a)

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023.5.10 17 / 32

## 补偿掺杂Si的性质

查P107图4-14(a)知,  $N = N_A + N_D = 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  时, 多子空穴迁移率  $\mu_p \approx 360 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ .

根据题4.3结论知样品处于强电离区, 故多子

$$p = N_A - N_D = 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \quad (5.1)$$

少子

$$n = \frac{n_i^2}{p} \approx 5.202 \times 10^4 \text{ cm}^{-3} \quad (5.2)$$

电阻率

$$\rho = \frac{1}{pe\mu_p} \approx 8.68 \Omega \cdot \text{cm} \quad (5.3)$$

注: 本题不可直接查P109图4-15(b), 因为根据4.4.1节开头所述该曲线仅适用于非补偿或轻补偿的材料.

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023.5.10 19 / 32

## 不同施主浓度的Ge与GaAs样品

有施主浓度分别为  $10^{14} \text{ cm}^{-3}$  和  $10^{17} \text{ cm}^{-3}$  的两Ge样品, 设杂质全部电离:

- ① 分别计算室温时的电导率;
- ② 若为两GaAs样品, 重复(1)的计算.

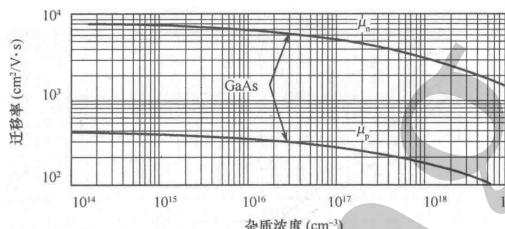


图: P107图4-14(b)-Ge

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023.5.10 21 / 32

## 不同施主浓度的GaAs样品

查P107图4-14(b)-GaAs知,  $N_{D1}$  和  $N_{D2}$  时的多子电子迁移率分别为  $\mu_{n1} \approx 8000 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$  和  $\mu_{n2} \approx 5200 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ . 可得

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= N_{D1}e\mu_{n1} \approx 0.128 \text{ S/cm} \\ \sigma_2 &= N_{D2}e\mu_{n2} \approx 83.2 \text{ S/cm} \end{aligned} \quad (6.3)$$

## Contents

- 1 题4.2
- 2 题4.3
- 3 题4.7
- 4 题4.11
- 5 题4.13
- 6 题4.15
- 7 题4.16
- 8 补充题

题4.15

## Contents

题4.15

## 不同施主浓度的Ge样品

查P66表3-2知室温下Ge的  $n_i = 2.33 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ , 对  $N_{D1} = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  的样品而言, 原则上应认为处于强电离区的边缘. 此时, 考虑少子空穴浓度

$$n = \frac{n_i^2}{p} \approx 5.43 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3} \quad (6.1)$$

与否对结果有一定影响, 但影响有限.

查P107图4-14(b)-Ge知,  $N_{D1}$  和  $N_{D2} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  时的多子电子迁移率分别为  $\mu_{n1} \approx 4800 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$  和  $\mu_{n2} \approx 3000 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ . 可得

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= N_{D1}e\mu_{n1} \approx 0.077 \text{ S/cm} \\ \sigma_2 &= N_{D2}e\mu_{n2} \approx 48 \text{ S/cm} \end{aligned} \quad (6.2)$$

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023.5.10 22 / 32

## Contents

- 1 题4.2
- 2 题4.3
- 3 题4.7
- 4 题4.11
- 5 题4.13
- 6 题4.15
- 7 题4.16
- 8 补充题

题4.16

## Contents

题4.16

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023.5.10 23 / 32

宋冰睿 王民泽 2023春半导体物理习题课 2023.5.10 24 / 32

## 多种不同补偿掺杂Si的性质

分别计算掺有下列杂质的Si在室温下的载流子浓度,迁移率和电阻率:

- ①  $3 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \text{ B}$ ;
- ②  $1.3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \text{ B} + 10^{16} \text{ cm}^{-3} \text{ P}$ ;
- ③  $1.3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \text{ P} + 10^{16} \text{ cm}^{-3} \text{ B}$ ;
- ④  $3 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \text{ P} + 10^{17} \text{ cm}^{-3} \text{ Ga} + 10^{17} \text{ cm}^{-3} \text{ As}$ .

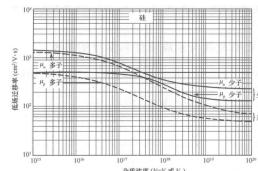


图: P107图4-14(a)

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 25 / 32

题4.16

## 多种不同补偿掺杂Si的性质(2)

载流子浓度同(1). 迁移率

$$\begin{aligned}\mu_p &\approx 350 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \\ \mu_n &\approx 1100 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})\end{aligned}\quad (7.4)$$

电阻率

$$\rho = \frac{1}{pe\mu_p} \approx 5.95 \Omega \cdot \text{cm} \quad (7.5)$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 27 / 32

题4.16

## 多种不同补偿掺杂Si的性质(4)

载流子浓度同(3). 迁移率

$$\begin{aligned}\mu_n &\approx 500 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \\ \mu_p &\approx 450 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})\end{aligned}\quad (7.9)$$

电阻率

$$\rho = \frac{1}{ne\mu_n} \approx 4.167 \Omega \cdot \text{cm} \quad (7.10)$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 29 / 32

补充题

## GaAs中的Si掺杂

Si原子加至GaAs中,可取代Ga原子成为施主杂质或取代As原子成为受主杂质.假定Si原子浓度为 $2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ,其中5%取代As原子,95%取代Ga原子,并在室温下全部电离.求样品的:

- ① 电导率;
- ② Hall系数.

## 多种不同补偿掺杂Si的性质(1)

说明:本题所查得迁移率数值均来自P107图4-14(a),且不难证明题述四种情况均处于强电离区.

载流子浓度

$$\begin{aligned}p &= N_A = 3 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \\ n &= \frac{n_i^2}{p} = 3.468 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}\end{aligned}\quad (7.1)$$

迁移率

$$\begin{aligned}\mu_p &\approx 480 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \\ \mu_n &\approx 1500 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})\end{aligned}\quad (7.2)$$

电阻率

$$\rho = \frac{1}{pe\mu_p} \approx 4.34 \Omega \cdot \text{cm} \quad (7.3)$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 25 / 32

题4.16

## 多种不同补偿掺杂Si的性质(3)

载流子浓度

$$\begin{aligned}n &= 3 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \\ p &= \frac{n_i^2}{n} = 3.468 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}\end{aligned}\quad (7.6)$$

迁移率

$$\begin{aligned}\mu_n &\approx 950 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \\ \mu_p &\approx 500 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})\end{aligned}\quad (7.7)$$

电阻率

$$\rho = \frac{1}{ne\mu_n} \approx 2.19 \Omega \cdot \text{cm} \quad (7.8)$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 27 / 32

题4.16

补充题

## Contents

- ① 题4.2
- ② 题4.3
- ③ 题4.7
- ④ 题4.11
- ⑤ 题4.13
- ⑥ 题4.15
- ⑦ 题4.16
- ⑧ 补充题

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 29 / 32

补充题

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 30 / 32

补充题

## GaAs中的Si掺杂(1)(2)

依题

$$\begin{aligned}N_D &= 1.9 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} \\ N_A &= 10^{13} \text{ cm}^{-3}\end{aligned}\quad (8.1)$$

故 $n = N_D - N_A = 1.8 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ .查P66表3-2知室温下GaAs的 $n_i = 1.1 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$ ,因而 $p \ll n$ 可略.  
查P107图4-14(b)-GaAs知

$$\begin{aligned}\mu_n &\approx 8000 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \\ \mu_p &\approx 380 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})\end{aligned}\quad (8.2)$$

得到电导率

$$\sigma = ne\mu_n \approx 0.23 \text{ S/cm} \quad (8.3)$$

由于 $p \ll n$ 可略,故可视为单种载流子的Hall效应.有

$$R_H = -\frac{1}{ne} \approx -3.472 \times 10^4 \text{ cm}^3/\text{C} \quad (8.4)$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 31 / 32

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023.5.10 32 / 32

# 2023春半导体物理习题课

## 第四章 非平衡载流子

宋冰睿 王民泽

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/6/16

1

### 5-5 非平衡载流子的注入和复合

- n型硅中，掺杂浓度  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ，光注入的非平衡载流子浓度  $\Delta n = \Delta p = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ 。计算无光照和有光照时的电导率。

默认此时温度为  $T = 300K$ ，则硅的本征载流子浓度为  $n_i = 1.02 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ，因为是n型硅，所以

$$\begin{cases} n_i = N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3} \\ p_0 = n_i^2/n_0 = 1.0404 \times 10^4 \text{ cm}^{-3} \end{cases}$$

查图可得，此时硅的载流子迁移率为  $\mu_n = 1100 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ ， $\mu_p = 500 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ ；

无光照时，有

$$\sigma_0 = n_0 q \mu_n + p_0 q \mu_p = 1.7624 \text{ S/cm}$$

有光照时为

$$\sigma = \sigma_0 + \Delta p q (\mu_n + \mu_p) = 1.7880 \text{ S/cm}$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/6/16

3

### 5-7 准费米能级

- 掺施主浓度  $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  的n型硅，由于光的照射产生了  $\Delta n = \Delta p = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  的非平衡载流子。试计算这种情况下准费米能级的位置，并和原来的费米能级做比较。

由此可得准费米能级为

$$\begin{cases} E_{F_n} - E_i = k_0 T \ln \frac{n}{n_i} = 0.2996 \text{ eV} \\ E_{F_p} - E_i = -k_0 T \ln \frac{p}{n_i} = -0.2376 \text{ eV} \end{cases}$$

平衡状态下有  $E_F - E_i = k_0 T \ln \frac{N_p}{n_i}$ ，因此准费米能级与费米能级的区别为

$$\begin{cases} E_{F_n} - E_F = 0.0025 \text{ eV} \\ E_{F_p} - E_F = -0.5347 \text{ eV} \end{cases}$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/6/16

5

### 5-12 强n型区的非平衡载流子复合

- 在掺杂浓度  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ，少数载流子寿命为  $10 \mu\text{s}$  的n型硅中，如果由于外界作用，少数载流子全部被清除，那么在这种情况下电子—空穴对的产生率是多大？（设  $E_t = E_i$ ）

由题意可得

$$\begin{cases} n = n_0 = N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3} \\ p_0 = n_i^2/n_0 = 1.0404 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}, p = 0 \end{cases}$$

由式5-35(P135)得，产生率

$$G = -U = -\frac{N_t r_n r_p (np - n_i^2)}{r_n (n + n_i) + r_p (p + p_1)} = \frac{N_t r_n r_p n_i^2}{r_n (n + n_i) + r_p p_1}$$

由于  $E_t = E_i$ ，则  $n_1 = N_c e^{\frac{E_t - E_c}{k_0 T}} = N_c e^{\frac{E_t - E_i}{k_0 T}} = n_i$ ，同理  $p_1 = n_i$ ，由于  $n_0 = n \gg n_i$ ，得到

$$G \approx \frac{N_t r_n r_p n_i^2}{r_n n} = \frac{n_i^2}{n_0^2} / \frac{1}{N_t r_p} = \frac{p_0}{r_p} = 1.0404 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}/\text{s}$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/6/16

7

### 5-14 载流子的漂移扩散

- 设空穴浓度是线性分布，在  $3 \mu\text{m}$  内浓度差为  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ， $\mu_p = 400 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ 。试计算空穴扩散电流密度。

由式5-114(P147)可得，空穴扩散电流密度

$$J_p = -q D_p \frac{d(p_0(x))}{dx} = -q \frac{k_0 T}{q} \mu_p \frac{\Delta p}{\Delta x} = -5.522 \text{ A/cm}^2$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/6/16

9

### 5-4 非平衡载流子的寿命

- 一块半导体材料的寿命  $\tau = 10 \mu\text{s}$ ，光照会在材料中产生非平衡载流子，试求光照突然停止后  $20 \mu\text{s}$  后，其中非平衡载流子将衰减到原来的百分之几。

由式5-6和5-7(P128)得

$$\Delta p(t) = (\Delta p_0) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

因此当  $t = 20 \mu\text{s}$  时，非平衡载流子浓度会衰减到原来的

$$\frac{\Delta p(20 \mu\text{s})}{(\Delta p_0)} = e^{-\frac{20 \mu\text{s}}{10 \mu\text{s}}} = 13.53\%$$

假定一束光在一块n型半导体内部均匀引起产生非平衡载流子  $\Delta n$  和  $\Delta p$ 。在  $t=0$ 时刻，光照强度为  $\Delta p_0$ ， $\Delta n$  的值等于  $\Delta p_0$ 。在  $t$ 时刻，光照强度为  $\Delta p(t)$ ， $\Delta n$  的值等于  $\Delta p(t)$ 。设  $\Delta p(t) = C e^{-\frac{t}{\tau}}$ ，代入式(5-5)得  $C = \Delta p_0$ 。因此  $\Delta n(t) = (\Delta p_0) e^{-\frac{t}{\tau}}$ 。这就是非平衡载流子浓度随时间按指数函数衰减的规律。即5-5所云，这和平衡载流子浓度随时间按指数函数衰减的规律不同。非平衡载流子浓度随时间按指数函数衰减的规律，利用式(5-6)以及非平衡载流子浓度在0时的初值是 $\Delta p_0$ ，得

$$-\int_0^t \Delta p(t') dt' = \Delta p_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (5-6)$$

由此可见，如果光照强度  $\Delta p(t) = \Delta p_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ ，则  $\Delta p(t) = (\Delta p_0) e^{-\frac{t}{\tau}}$ ， $\Delta n(t) = (\Delta p_0) e^{-\frac{t}{\tau}}$ ，所以会标出非平衡载流子浓度随时间按指数函数衰减的规律。

### 5-7 准费米能级

- 掺施主浓度  $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  的n型硅，由于光的照射产生了  $\Delta n = \Delta p = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  的非平衡载流子。试计算这种情况下准费米能级的位置，并和原来的费米能级做比较。

温度为室温  $T = 300K$ ，同理题5-5可得

$$\begin{cases} n_0 = N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \\ p_0 = n_i^2/n_0 = 1.0404 \times 10^5 \text{ cm}^{-3} \end{cases}$$

当因此光照后其载流子浓度为

$$\begin{cases} n = n_0 + \Delta n = 1.1 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \\ p = p_0 + \Delta p \approx \Delta p = 10^{14} \text{ cm}^{-3} \end{cases}$$

再由式5-10(P129)得

$$n = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{k_0 T}}, \quad p = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{k_0 T}}$$

### 5-8 间接复合

- 在一块p型半导体中，有一种复合—产生中心，小注入时，这些被中心俘获的电子发射回导带的过程和它与空穴复合的过程具有相同的概率。试求这种复合—产生中心的能级位置，并说明它能否成为有效的复合中心。

由题可知复合中心电子产生率与空穴俘获率相等，由式5-26, 5-27(P134)可得

$$r_n r_t n_t = r_p p t$$

因为是小注入，因此  $\Delta p \ll p_0$ ，且对于一般的复合中心，可认为  $r_n \approx r_p$ ，因此上式可化简为

$$n_t = p_0$$

即

$$N_c e^{\frac{E_t - E_c}{k_0 T}} = N_v e^{\frac{E_F - E_v}{k_0 T}}$$

由此可得  $E_t = E_c + E_v - E_F - k_0 T \ln \frac{N_p}{N_v}$ ，又  $E_t = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{k_0 T}{2} \ln \frac{N_p}{N_c}$ ，得到

$$E_t - E_i = E_t - E_F$$

得到该复合中心位置远在禁带中央之上，为浅能级，不能起到有效复合中心的作用。

### 5-13 爱因斯坦关系式

- 室温下，p型锗半导体中的电子寿命为  $\tau_n = 350 \mu\text{s}$ ，电子的迁移率  $\mu_n = 3600 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ 。试求电子的扩散长度。

由爱因斯坦关系式得

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{k_0 T}{q}$$

所以电子的扩散长度

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = \sqrt{\frac{k_0 T}{q} \mu_n \tau_n} = 0.1805 \text{ cm}$$

### 5-14 载流子的漂移扩散

- 设空穴浓度是线性分布，在  $3 \mu\text{m}$  内浓度差为  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ， $\mu_p = 400 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ 。试计算空穴扩散电流密度。

由式5-114(P147)可得，空穴扩散电流密度

$$J_p = -q D_p \frac{d(p_0(x))}{dx} = -q \frac{k_0 T}{q} \mu_p \frac{\Delta p}{\Delta x} = -5.522 \text{ A/cm}^2$$

### 5-16 载流子的扩散运动

- 一块电阻率为  $3 \Omega \cdot \text{cm}$  的n型硅样品，空穴寿命  $\tau_p = 5 \mu\text{s}$ ，在其平面处有稳定的空穴注入，过剩空穴浓度  $(\Delta p)_0 = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ 。计算从这个表面扩散进入半导体内部的空穴电流密度，以及在离表面多远处过剩空穴浓度等于  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$ 。

过剩空穴遵循的连续性方程为稳态扩散方程

$$D_p \frac{d^2(\Delta p(x))}{dx^2} = \frac{\Delta p(x)}{\tau_p}$$

查P109图4-15(b)得，电阻率为  $3 \Omega \cdot \text{cm}$  的n型硅的杂质浓度约为  $N_D = 3 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ，再由P107图4-14(a)得  $\mu_p = 500 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ ，由此可得

$$D_p = \frac{k_0 T}{q} \mu_p = 12.925 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 0.00804 \text{ cm}$$

## 5-16 载流子的扩散运动

- 一块电阻率为  $3 \Omega \cdot cm$  的  $n$  型硅样品，空穴寿命  $\tau_p = 5 \mu s$ ，在其平面处有稳定的空穴注入，过剩空穴浓度  $(\Delta p)_0 = 10^{13} cm^{-3}$ 。计算从这个表面扩散进入半导体内部的空穴电流密度，以及在离表面多远处过剩空穴浓度等于  $10^{12} cm^{-3}$ 。

认为样品足够厚，所以空穴电流密度为

$$J_p = q D_p \frac{d(\Delta p)}{dx} \Big|_{x=0} = q D_p \frac{(\Delta p)_0}{L_p} = q \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} (\Delta p)_0 = 2.576 \times 10^{-3} A/cm^2$$

设在  $x$  处过剩空穴浓度等于  $10^{12} cm^{-3}$ ，则有

$$10^{12} cm^{-3} = (\Delta p)_0 e^{-\frac{x}{L_p}}$$

得到  $x = L_p \ln 10 = 0.01851 cm$ 。

## 补充题

- 室温下一块中等掺杂的  $p$  型半导体，画出下列情况下的能带简图，并标出费米能级或准费米能级的位置。① 无光照；② 有光照，小注入，且  $\Delta n = \Delta p < n_i$ ；③ 有光照，小注入，且  $\Delta n = \Delta p > n_i$ 。

① 无光照

$$E_c \dots E_i \dots E_F \dots E_v$$

② 有光照，小注入，且  $\Delta n = \Delta p < n_i$

$$E_{F_n} \dots E_i \dots E_F \dots (E_F) \dots E_v$$

$$E_{F_n} - E_i = k_0 T \ln \frac{n}{n_i} < 0$$

$$E_{F_p} \dots E_i \dots (E_F) \dots E_v$$

$$E_{F_p} - E_i = k_0 T l \frac{n_i}{p} < 0$$

③ 有光照，小注入，且  $\Delta n = \Delta p > n_i$

$$E_{F_n} \dots E_i \dots E_F \dots (E_F) \dots E_v$$

$$E_{F_n} - E_i = k_0 T l \frac{n}{n_i} > 0$$

$$E_{F_p} - E_i = k_0 T l \frac{n_i}{p} < 0$$

## Contents

# 2023春半导体物理习题课

## 第五章 PN结

宋冰睿 王民泽

2023年6月12日

## 1 题6.1

## 2 题6.5

## 3 题6.6

## 4 题6.7

## 5 题6.9

## 6 题6.11

## 7 题6.12

## 8 补充题

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

1 / 27

題6.1

## Ge突变pn结

若一Ge突变pn结的 $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , 求室温下该结的 $V_D$ .

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

2 / 27

題6.1

## Ge突变pn结

查P66表3-2知Ge的 $n_i = 2.33 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ , 故

$$\begin{aligned} V_D &= \frac{k_B T}{q} \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right) \\ &\approx 0.02585 \times \ln \left( \frac{5 \times 10^{32}}{2.33^2 \times 10^{26}} \right) \\ &\approx 0.355(\text{V}) \end{aligned} \quad (1.1)$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

3 / 27

題6.5

## Contents

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

4 / 27

題6.5

## Si突变pn结: PART I

现有一Si突变pn结, 其N区的 $\rho_n = 5\Omega \cdot \text{cm}$ ,  $\tau_p = 1\mu\text{s}$ , P区的 $\rho_p = 0.1\Omega \cdot \text{cm}$ ,  $\tau_n = 5\mu\text{s}$ . 试计算室温下该结:

- ① 空穴电流与电子电流之比;
- ② 饱和电流密度;
- ③ 正向偏压为0.3V时流过的电流密度.

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

5 / 27

題6.5

## Si突变pn结: PART I

由给出的电阻率值查P109图4-15(b)知

$$\begin{aligned} N_D &= 9 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} \\ N_A &= 3 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3} \end{aligned} \quad (2.1)$$

进而根据P107图4-14(a), 得到N区少子空穴迁移率和P区少子电子迁移率分别为

$$\begin{aligned} \mu_p(\text{N}) &= 500 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \\ \mu_n(\text{P}) &= 550 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

借助Einstein关系即有

$$\begin{aligned} D_p &= \frac{k_B T}{q} \mu_p \approx 12.9 \text{ cm}^2/\text{s} \\ D_n &= \frac{k_B T}{q} \mu_n \approx 14.2 \text{ cm}^2/\text{s} \end{aligned} \quad (2.3)$$

## Si突变pn结: PART I(1)

另一方面, 两边少子浓度分别为

$$\begin{aligned} p_{n0} &= \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{1.02^2 \times 10^{20}}{9 \times 10^{14}} \approx 1.156 \times 10^5 (\text{cm}^{-3}) \\ n_{p0} &= \frac{n_i^2}{N_A} = \frac{1.02^2 \times 10^{20}}{3 \times 10^{17}} \approx 3.468 \times 10^2 (\text{cm}^{-3}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

且由于空穴电流和电子电流

$$\begin{aligned} J_{sp} &= J_p(x_n) = \frac{q D_p p_{n0}}{L_p} \left[ \exp \left( \frac{qV}{k_B T} \right) - 1 \right] \\ J_{sn} &= J_n(-x_p) = \frac{q D_n n_{p0}}{L_n} \left[ \exp \left( \frac{qV}{k_B T} \right) - 1 \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

故根据 $L_\square = \sqrt{D_\square \tau_\square}$ 可计算二者之比

$$\frac{J_{sp}}{J_{sn}} = \frac{D_p L_n p_{n0}}{D_n L_p n_{p0}} = \sqrt{\frac{D_p \tau_n}{D_n \tau_p} \frac{N_A}{N_D}} = \sqrt{\frac{12.9 \times 5}{14.2} \cdot \frac{3 \times 10^{17}}{9 \times 10^{14}}} \approx 711 \quad (2.6)$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

7 / 27

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

8 / 27

## Si突变pn结: PART I(2)(3)

总的饱和电流密度则为

$$J_s = J_{sp} + J_{sn} = \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{qD_n n_{p0}}{L_n} \\ = q \left( p_{n0} \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} + n_{p0} \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} \right) \approx 6.652 \times 10^{-11} (\text{A/cm}^2) \quad (2.7)$$

在正向偏压  $V = 0.3\text{V}$  时,

$$J = J_s \left[ \exp \left( \frac{qV}{k_B T} \right) - 1 \right] \approx 6.652 \times 10^{-11} \times \left[ \exp \left( \frac{0.3}{0.02585} \right) - 1 \right] \\ \approx 7.297 \times 10^{-6} (\text{A/cm}^2) \quad (2.8)$$

Tips: 查P107图4-14(a)写出式2.2时, 需注意横轴数值 “ $N_D + N_A$ ” 在不同结区的物理意义.

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

9/27

题6.6

## Si突变pn结: PART II

对于一各条件与上题相同的pn结, 试计算下列偏压时其势垒区宽度和单位面积电容:

- ①  $-10\text{V}$ ;
- ②  $0\text{V}$ ;
- ③  $0.3\text{V}$ .

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

11/27

题6.7

## Contents

- ① 题6.1
- ② 题6.5
- ③ 题6.6
- ④ 题6.7
- ⑤ 题6.9
- ⑥ 题6.11
- ⑦ 题6.12
- ⑧ 补充题

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

13/27

题6.7

## Si-pn结的反向电流

因扩散系数等物理量依赖于温度, 根据P167叙述可设  $D/\tau \propto T^\gamma$ ,

$$J_s = \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{qD_n n_{p0}}{L_n} = qn_i^2 \left( \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} \frac{1}{N_D} + \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} \frac{1}{N_A} \right) \\ \propto n_i^2 T^{\gamma/2} \propto T^{3+\gamma/2} \exp \left( -\frac{E_g}{k_B T} \right) \quad (4.1)$$

不妨设  $\gamma = 1$ , 并忽略  $E_g \sim T$  变化, 则

$$\frac{J_s(400\text{K})}{J_s(300\text{K})} = \left( \frac{400}{300} \right)^{3.5} \times \exp \left( \frac{1.12}{0.02585 \times 4} \right) \approx 1.385 \times 10^5 \quad (4.2)$$

Tips: 指数项占主导地位, 可认为  $\gamma$  值的选取无关紧要.  
该结果同时表明, 热效应在pn结中具有十分重要的影响.

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

15/27

## Contents

- ① 题6.1
- ② 题6.5
- ③ 题6.6
- ④ 题6.7
- ⑤ 题6.9
- ⑥ 题6.11
- ⑦ 题6.12
- ⑧ 补充题

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

16/27

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

10/27

题6.6

## Si突变pn结: PART II

首先计算内建电势

$$V_D = \frac{k_B T}{q} \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right) \approx 0.739\text{V} \quad (3.1)$$

由于  $N_A \gg N_D$ , 故势垒区宽度和单位面积电容可简化计算如下:

| 物理量   | $-10$                  | $0$                    | $0.3$ |
|---|------------------------|------------------------|-------|
| $X_D = \sqrt{\frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{qN_D} (V_D - V)} (\mu\text{m})$    | 3.964                  | 1.040                  | 0.802 |
| $C'_T = \sqrt{\frac{\epsilon_r \epsilon_0 q N_D}{2(V_D - V)}} (\text{F/m}^2)$ | $2.657 \times 10^{-5}$ | $1.010 \times 10^{-4}$ | *     |

特别地, \*处的势垒电容应按正向偏压下的式6-105计算:

$$C'_T = 4C'_T(0) = 4.040 \times 10^{-4} (\text{F/m}^2) \quad (3.2)$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

12/27

题6.7

## Si-pn结的反向电流

试计算当温度从300K增加至400K时, Si-pn结反向电流增加的倍数.

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

14/27

题6.9

## Contents

- ① 题6.1
- ② 题6.5
- ③ 题6.6
- ④ 题6.7
- ⑤ 题6.9
- ⑥ 题6.11
- ⑦ 题6.12
- ⑧ 补充题

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

16/27

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日

17/27

## 单边突变结

设一突变结两边的杂质浓度 $N_A = 10^{16}\text{cm}^{-3}$ ,  $N_D = 10^{20}\text{cm}^{-3}$ .

- ④ 求势垒的高度和宽度;
- ⑤ 画出 $\mathcal{E}(x), V(x)$ 关系图.

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日 17/27

题6.11

### Contents

- ① 题6.1
- ② 题6.5
- ③ 题6.6
- ④ 题6.7
- ⑤ 题6.9
- ⑥ 题6.11**
- ⑦ 题6.12
- ⑧ 补充题

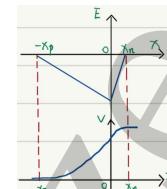
## 单边突变结(1)(2)

结材料设为Si, 则该单边结的势垒高度

$$V_D = \frac{k_B T}{q} \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right) \approx 0.95\text{V} \quad (5.1)$$

宽度

$$X_D = \sqrt{\frac{2\varepsilon_r \varepsilon_0}{q N_A}} V_D \approx 0.355\mu\text{m} \quad (5.2)$$



宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日 18/27

题6.11

### Si-n<sup>+</sup>p结

分别计算Si-n<sup>+</sup>p结在正向偏压0.6V和反向偏压40V时的势垒区宽度. 设已知 $N_A = 5 \times 10^{17}\text{cm}^{-3}$ ,  $V_D = 0.8\text{V}$ .

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日 19/27

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日 20/27

题6.12

### Contents

### Si-n<sup>+</sup>p结

如法炮制,

$$X_D = \sqrt{\frac{2\varepsilon_r \varepsilon_0}{q N_A} (V_D - V)} \approx \begin{cases} 22.95\text{nm} & , 0.6\text{V} \\ 327.8\text{nm} & , -40\text{V} \end{cases} \quad (6.1)$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日 21/27

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日 22/27

题6.12

### Si-p<sup>+</sup>n结

分别计算Si-p<sup>+</sup>n结在平衡和反向偏压45V时的最大电场强度. 设已知 $N_D = 5 \times 10^{15}\text{cm}^{-3}$ ,  $V_D = 0.7\text{V}$ .

由式6-79,

$$\mathcal{E}_m = \frac{q N_D}{\varepsilon_r \varepsilon_0} X_D = \sqrt{\frac{2q N_D}{\varepsilon_r \varepsilon_0} (V_D - V)} \approx \begin{cases} 3.26 \times 10^4 \text{V/cm} & , 0\text{V} \\ 2.63 \times 10^5 \text{V/cm} & , -45\text{V} \end{cases} \quad (7.1)$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日 23/27

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023年6月12日 24/27

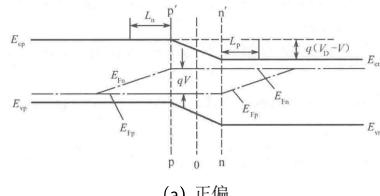
题6.12

- 1 题6.1
- 2 题6.5
- 3 题6.6
- 4 题6.7
- 5 题6.9
- 6 题6.11
- 7 题6.12
- 8 补充题

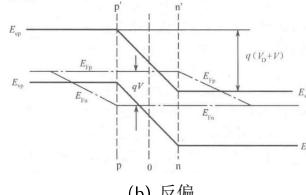
分别画出小注入条件下正偏及反偏pn结的能带示意图。(用准Fermi能级表示)

## 补充题

参见P163图6-13 (正偏) & P164图6-14 (反偏).



(a) 正偏



(b) 反偏

# 2023春半导体物理习题课

## 第六章 半导体界面问题概要

宋冰睿 王民泽

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/6/16

1

### 2 肖特基势垒

- 某硅基 Shottky 二极管，其中半导体中施主浓度为  $2.5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ，半导体侧势垒高度为  $0.64 \text{ eV}$ ，加上  $10 \text{ V}$  的反向电压时，试求出势垒区的宽度。

由式 7-14 (P193) 可得势垒区宽度为

$$x_d = \sqrt{\frac{2\varepsilon_r \varepsilon_0 (V_s - V)}{qN_D}} = 7.487 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/6/16

3

### 3 MOS结构的C-V曲线

- 在  $n$  型半导体衬底上制作的 MOS 结构上加栅压  $V_g$ ，分析其表面势、空间电荷层状态随  $V_g$  变化的情况，并简要解释其 C-V 曲线（分高低频情况讨论）。

当  $V_g < 0$  且  $-2V_B < V_s < 0$  时，半导体表面处于多子耗尽状态，此时  $C/C_0$  逐渐减小；

Si中的电荷有储层为耗尽层，因此，Si电容主要由耗尽层厚度决定，表现为耗尽层电容

$$C_d = \frac{dQ_d}{dV_g} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \Phi N_A}{2V_s}} = \frac{\varepsilon_0}{W_s}$$

栅压方程可写为  $V_g = \frac{Q_N W_d}{C_{ox}} + \psi_s = \frac{2\varepsilon_0 \Phi N_A V_s}{C_{ox}} + \psi_s$

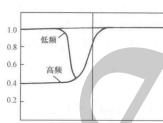
将耗尽电容表达式带入  $C_d$  的定义式，消去表面势，可求得

$$C = \frac{C_{ox}}{\sqrt{1 + (2C_{ox}^2 V_s / \varepsilon_0 q N_A)^2}}$$

低频时，当  $V_g < 0$  且  $V_s < -2V_B$  时，出现反型层， $C_s$  很大， $C/C_0$  趋于 1；

高频时，反型层中电子的增减跟不上频率的变化，空间电荷区电容呈现的是耗尽层电容的最小值；

得到其 C-V 曲线（纵坐标为  $C/C_0$ ）如右所示。



宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/6/16

5

### 4 MOSFET器件的阈值电压

- 有一  $n$  沟 MOSFET 硅器件，衬底掺杂浓度  $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ，栅金属为 Al， $\Phi_{MS} = -0.8 \text{ V}$ ，栅绝缘体  $\text{SiO}_2$  膜厚度为  $100 \text{ nm}$ ，并具有  $Q_{ox} = 1.6 \times 10^{-9} \text{ C/cm}^2$ 。计算其阈值电压。

强反型时耗尽区有最大宽度

$$x_{dm} = \sqrt{\frac{4\varepsilon_r \varepsilon_0 V_B}{qN_A}} = 4.224 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

所以

$$Q_{dm} = -qN_A x_{dm} = -3.3792 \times 10^{-8} \text{ C/cm}^2$$

得栅氧化层压降为

$$V_{ox} = -\frac{Q_{dm}}{C_{ox}} = 0.9786 \text{ V}$$

计算出阈值电压为

$$V_T = V_{ox} + V_s + V_{FB} = 0.8108 \text{ V}$$

◆ 当绝缘层中有分布电荷，则有：  
 $V_{rs} = -\frac{Q_{ds}}{C_{ds}}$   
其中，氧化层中总有效电荷密度  
 $Q_{ds} = \int_{d_{ox}}^{2d_{ox}} \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}{d_{ox}} dx$   
◆ 实际MOS结构的阈值电压：  
 $V_t = V_{T1} + V_{rs}$   
 $V_{T1} = V_{ox} + V_s = -(Q_{ox}/C_{ox}) + 2V_B$   
 $V_{rs} = -V_{ns} \cdot (Q_{ox}/C_{ox})$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/6/16

7

### 1 金属与半导体的接触

- 一块施主浓度为  $7.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  的  $n$  型 Si 与 Al 形成金属与半导体接触，Al 的功函数为  $4.20 \text{ eV}$ ，Si 的电子亲和能为  $4.05 \text{ eV}$ ，试画出理想情况下金属-半导体接触的能带图并求出半导体的表面势。

由于是  $n$  型硅，因此可得

$$N_D = n_0 = N_c e^{\frac{E_F - E_C}{k_B T}}$$

由于室温下硅的  $N_c = 2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  (表 3-2, P66)，所以

$$E_C - E_F = -k_B T \ln \frac{N_D}{N_c} = 0.1549 \text{ eV}$$

硅的功函数

$$W_s = \chi + (E_c - E_F) = 4.2049 \text{ eV} > W_m$$

因此其接触能带图如图 7-5 (P190) 所示，表面势为

$$V_s = -(W_m - W_s)/q = 0.0049 \text{ V}$$

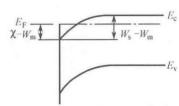


图 7-5 金属和  $n$  型半导体接触能带图 ( $W_m < W_s$ )

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/6/16

2

### 3 MOS结构的C-V曲线

- 在  $n$  型半导体衬底上制作的 MOS 结构上加栅压  $V_g$ ，分析其表面势、空间电荷层状态随  $V_g$  变化的情况，并简要解释其 C-V 曲线（分高低频情况讨论）。

其等效电路如右所示：

$$C/C_0 = \frac{1}{1 + C_0/C_s}$$

参照教材 P216~P220  $p$  型半导体制作的 MOS 结构：

当  $V_g > 0$  时，半导体表面处于电子堆积状态，表面势  $V_s > 0$ ，此时  $C/C_0$  趋于 1；

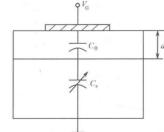
MOS电容表示为： $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} \left( 1 + \frac{2kT/q}{|V_s - \psi_s|} \right)$

$2kT/q \approx 0.0329 \text{ eV}$ ， $\psi_s = 0.1 \text{ eV} \ll 0.3 \text{ eV}$ ，当  $V_g$  足够大时，

电容  $C$  将趋于  $C_{ox}$ ，说明在强积累情形，MOS电容等效为平行板电容器。

当  $V_g = 0$  时，半导体表面能带无弯曲， $V_s = 0$ ，对应于平带电容  $C_{FB}$ ；

在平带处的MOS结构电容  $C_p$  稍稍比  $C_{ox}$  小一些。



宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/6/16

4

### 4 MOSFET器件的阈值电压

- 有一  $n$  沟 MOSFET 硅器件，衬底掺杂浓度  $N_A = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ，栅金属为 Al， $\Phi_{MS} = -0.8 \text{ V}$ ，栅绝缘体  $\text{SiO}_2$  膜厚度为  $100 \text{ nm}$ ，并具有  $Q_{ox} = 1.6 \times 10^{-9} \text{ C/cm}^2$ 。计算其阈值电压。

由于  $V_s = 2V_B$  时有  $V_g = V_T$ ，因此计算阈值电压需要讨论强反型时的情况。

栅氧化电容

$$C_{ox} = \frac{\varepsilon_{ox} \varepsilon_0}{d_{ox}} = 3.453 \times 10^{-8} \text{ F/cm}^2$$

所以平带电压

$$V_{FB} = \Phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} = -0.8452 \text{ V}$$

强反型时的表面势

$$V_s = 2V_B = \frac{2k_B T}{q} \ln \left( \frac{N_A}{n_i} \right) = 0.6774 \text{ V}$$

◆ 当绝缘层中有分布电荷，则有：  
 $V_{rs} = -\frac{Q_{ds}}{C_{ds}}$   
其中，氧化层中总有效电荷密度  
 $Q_{ds} = \int_{d_{ox}}^{2d_{ox}} \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}{d_{ox}} dx$   
◆ 实际MOS结构的阈值电压：  
 $V_t = V_{T1} + V_{rs}$   
 $V_{T1} = V_{ox} + V_s = -(Q_{ox}/C_{ox}) + 2V_B$   
 $V_{rs} = -V_{ns} \cdot (Q_{ox}/C_{ox})$

宋冰睿 王民泽

2023春半导体物理习题课

2023/6/16

5