

2023春半导体物理习题课

第二章 载流子中的平衡统计分布

宋冰睿 王民泽



3-3 电子的统计分布

- 当 $E - E_F$ 为 $1.5k_0T$, $4k_0T$, $10k_0T$ 时, 分别用费米分布函数和玻尔兹曼分布函数计算电子占据各该能级的概率。

根据量子统计理论, 服从泡利不相容原理的电子遵循费米统计律。对于能量为 E 的一个量子态被电子占据的概率 $f(E)$ 为

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_F}{k_0T}}}$$

当 $E - E_F \gg k_0T$ 时, $e^{\frac{E-E_F}{k_0T}} \gg 1$, 此时费米分布 (简并系统) 可以近似为玻尔兹曼分布 (非简并系统)

$$f_B(E) = e^{-\frac{E-E_F}{k_0T}}$$

当 $E - E_F = 1.5k_0T$, $f(E) = 0.1824$, $f_B(E) = 0.2231$;

当 $E - E_F = 4k_0T$, $f(E) = 0.01799$, $f_B(E) = 0.01832$;

当 $E - E_F = 10k_0T$, $f(E) = 4.540 \times 10^{-5}$, $f_B(E) = 4.540 \times 10^{-5}$;

在半导体中, E_F 一般位于禁带中且与允带距离较远, 因此一般可以认为 $E - E_F \gg k_0T$ 。



3-7 杂质半导体的载流子浓度

- ① 在室温下，锗的有效状态密度 $N_c = 1.05 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $N_v = 3.9 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, 试求锗的载流子有效质量 m_n^* , m_p^* 。计算 77K 时的 N_c 和 N_v 。已知 300K 时, $E_g = 0.67 \text{ eV}$ 。77K 时 $E_g = 0.76 \text{ eV}$ 。求这两个温度时锗的本征载流子浓度。

以导带有效状态密度 N_c 举例, 它是把导带中所有量子态都集中在导带底 E_c 时的状态密度, 此时导带中的电子浓度是 N_c 中有电子占据的量子态数, 有效状态密度表达式为

$$N_c = 2 \frac{(2\pi m_n^* k_0 T)^{3/2}}{h^3}, \quad N_v = 2 \frac{(2\pi m_p^* k_0 T)^{3/2}}{h^3}$$

由此可算出

$$\begin{cases} m_n^* = \frac{1}{2\pi k_0 T} \left(\frac{N_c h^3}{2} \right)^{2/3} = 5.0968 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0.5596 m_0 \\ m_p^* = \frac{1}{2\pi k_0 T} \left(\frac{N_v h^3}{2} \right)^{2/3} = 2.6336 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0.2892 m_0 \end{cases}$$



3-7 杂质半导体的载流子浓度

- ① 在室温下，锗的有效状态密度 $N_c = 1.05 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $N_v = 3.9 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, 试求锗的载流子有效质量 m_n^* , m_p^* 。计算 77K 时的 N_c 和 N_v 。已知 300K 时, $E_g = 0.67 \text{ eV}$ 。77K 时 $E_g = 0.76 \text{ eV}$ 。求这两个温度时锗的本征载流子浓度。

由于有效质量随温度的变化很小, 因此由 N_c 和 N_v 表达式可得

$$\frac{N_c(T=77K)}{N_c(T=300K)} = \left(\frac{77}{300}\right)^{\frac{3}{2}}, \quad \frac{N_v(T=77K)}{N_v(T=300K)} = \left(\frac{77}{300}\right)^{\frac{3}{2}}$$

可得当 $T = 77K$ 时, $N_c = 1.365 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_v = 5.071 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$;

本征载流子浓度

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \cdot e^{-\frac{E_g}{2k_0 T}}$$

当 $T = 300K$ 时, $n_i = 1.5064 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$;

当 $T = 77K$ 时, $n_i = 1.1132 \times 10^{-7} \text{ cm}^{-3}$ 。

TIPS: 常温 (300K) 下 $k_0 T = 0.02585 \text{ eV}$ 。



3-7 杂质半导体的载流子浓度

② 77K 时, 锗的电子浓度为 10^{17} cm^{-3} , 假定受主浓度为零, 而 $E_c - E_D = 0.01 \text{ eV}$, 求锗中施主浓度 N_D 为多少?

由 ① 中可知, 77K 时的本征载流子浓度很小, 可以忽略不计, 因此可以近似认为电离施主浓度等于锗中的电子浓度

$$n_0 \approx n_D^+ = \frac{N_D}{1 + g_D e^{-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}}} = \frac{N_D}{1 + g_D e^{-\frac{(E_D - E_c) + E_c - E_F}{k_0 T}}} = \frac{N_D}{1 + 2e^{\frac{E_c - E_D}{k_0 T}} \cdot \frac{n_0}{N_c}}$$

由此可得

$$N_D = n_0 \left(1 + 2e^{\frac{E_c - E_D}{k_0 T}} \cdot \frac{n_0}{N_c} \right) = 1.6614 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

可以看到 n_D^+ 与 N_D 为同一数量级, 因此此时并不处于低温弱电离区, 不可以使用低温弱电离区的电子浓度公式 (式 3-46, P70)。



3-8 一般情况下的载流子统计分布

- 利用题 3-7 所给的 N_c 和 N_v 数值及 $E_g = 0.67 \text{ eV}$, 求温度为 300K 和 500K 时, 含施主浓度 $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, 受主浓度 $N_A = 2 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$ 的锗中电子及空穴浓度为多少?

本题中 E_g 的变化很小, 可以忽略不计, 根据本征载流子公式

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \cdot e^{-\frac{E_g}{2k_0 T}}$$

$T = 300\text{K}$ 时, $n_i = 1.5064 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3} \ll N_D - N_A$ 且 $N_D \gg N_A$, 则有近似

$$\begin{cases} n_0 \approx N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \\ p_0 = n_i^2 / n_0 = 4.5385 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3} \end{cases}$$

$T = 500\text{K}$ 时, $N_c = 2.2592 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $N_v = 8.3915 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $n_i = 5.7808 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, 与 $N_D - N_A$ 的数量级相同, 无法近似, 联立 ($N_D \gg N_A$, N_A 也可近似为 0)

$$\begin{cases} n_0 + N_A = p_0 + N_D \\ n_0 \cdot p_0 = n_i^2 \end{cases}$$



3-8 一般情况下的载流子统计分布

- 利用题 3-7 所给的 N_c 和 N_v 数值及 $E_g = 0.67 \text{ eV}$, 求温度为 300K 和 500K 时, 含施主浓度 $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, 受主浓度 $N_A = 2 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$ 的锗中电子及空穴浓度为多少?

解得

$$\begin{cases} n_0 = \frac{N_D - N_A}{2} + \frac{[(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2]^{1/2}}{2} = 8.7982 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \\ p_0 = -\frac{N_D - N_A}{2} + \frac{[(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2]^{1/2}}{2} = 3.7982 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \end{cases}$$

如果考虑 E_g 的变化, 由 $E_g(T = 500\text{K}) = 0.581 \text{ eV}$ 则可算得

$$\begin{cases} n_i = 1.6239 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \\ n_0 = 1.8930 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \\ p_0 = 1.3930 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3} \end{cases}$$



3-10 n 型半导体的强电离区载流子浓度

- 以施主杂质电离为 90% 作为强电离的标准，就掺砷的 n 型锗在 300K 时，以杂质电离为主的饱和区掺杂杂质的浓度范围。

饱和区：载流子浓度 n_0 等于杂质浓度。因此可得

$$n_0 = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_0 T}} = N_D$$

半导体位于强电离区，有 $n_D^+ \approx N_D$ ，故 $(E_D - E_F) \gg k_0 T$ ，则有

$$n_D = \frac{N_D}{1 + \frac{1}{g_D} e^{\frac{E_D - E_F}{k_0 T}}} \approx 2N_D e^{-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}} = 2N_D e^{\frac{E_c - E_D}{k_0 T}} e^{-\frac{E_c - E_F}{k_0 T}} = 2N_D \left(\frac{N_D}{N_c} \right) e^{\frac{\Delta E_D}{k_0 T}} = D_- N_D$$

其中 $D_- = \left(\frac{2N_D}{N_c} \right) e^{\frac{\Delta E_D}{k_0 T}}$ ，代表未电离施主占施主杂质的百分比。



3-10 n 型半导体的强电离区载流子浓度

- 以施主杂质电离为 90% 作为强电离的标准, 就掺砷的 n 型锗在 300K 时, 以杂质电离为主的饱和区掺杂杂质的浓度范围。

本题中 $D_- < 10\%$, $\Delta E_D = 0.0127 \text{ eV}$ (P39, 表 2-1), $N_c = 1.05 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ (P66, 表 3-2), 可算出

$$N_D < \left(\frac{10\% \cdot N_c}{2} \right) e^{-\frac{\Delta E_D}{k_0 T}} = 3.2152 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

在 300K 时, Ge 的本征载流子浓度 $n_i = 2.33 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ (测量值, 计算值为 $1.7 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$), 由题意此时应以杂质电离为主, 因此施主浓度至少为此时本征载流子浓度的 10 倍, 即

$$N_D > 10n_i = 2.33 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

综上所述, 掺杂杂质的浓度范围为

$$2.33 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} < N_D < 3.2152 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$



3-12 杂质半导体中的电离

- 若硅中施主杂质电离能 $\Delta E_D = 0.04 \text{ eV}$, 施主杂质浓度分别为 10^{15} cm^{-3} , 10^{18} cm^{-3} 。计算 ① 99% 电离; ② 90% 电离; ③ 50% 电离时温度各为多少?

对于 99% 和 90% 电离, 可以认为此时位于强电离区 (P72), 将 N_c [表达式](#) 代入上题中的 D_- [表达式](#), 可计算得 (式 3-54, P72)

$$\left(\frac{\Delta E_D}{k_0}\right) \left(\frac{1}{T}\right) = \left(\frac{3}{2}\right) \ln T + \ln \left[\frac{D_-}{N_D} \cdot \frac{(2\pi k_0 m_n^*)^{3/2}}{h^3} \right]$$

① 99% 电离时, $D_- = 1\%$, 则有

$$\begin{cases} N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464.21}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 3.64 \Rightarrow T = 127.72K \\ N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464.21}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 10.55 \Rightarrow T = 1411.70K \end{cases}$$

② 90% 电离时, $D_- = 10\%$, 则有

$$\begin{cases} N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 1.33 \Rightarrow T = 86.58K \\ N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464}{T} = \frac{3}{2} \ln T - 8.24 \Rightarrow T = 469.73K \end{cases}$$



3-12 杂质半导体中的电离

- 若硅中施主杂质电离能 $\Delta E_D = 0.04 \text{ eV}$ ，施主杂质浓度分别为 10^{15} cm^{-3} ， 10^{18} cm^{-3} 。计算 ① 99% 电离；② 90% 电离；③ 50% 电离时温度各为多少？

③ 对于 50% 电离情况，此时不位于强电离区 ($n_D^+ \approx N_D$)，不能使用 D_- 表达式 来进行推导。

由题 $n_D^+ = 50\% N_D$ ，即 $n_D = N_D - n_D^+ = n_D^+$ 得

$$\frac{N_D}{1 + \frac{1}{g_D} e^{\frac{E_D - E_F}{k_0 T}}} = \frac{N_D}{1 + g_D e^{-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}}}$$

计算出 $E_D - E_F = k_0 T \ln 2$ ，同理题 3-7 ②，此时 $n_0 \approx n_D^+ = 50\% N_D$ ，可得

$$n_0 = 2 \frac{(2\pi m_n^* k_0 T)^{3/2}}{h^3} \cdot e^{-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}} = \frac{N_D}{2}$$

再把 $E_F = E_D - k_0 T \ln 2$ 以及 ΔE_D 定义带入上式



3-12 杂质半导体中的电离

- 若硅中施主杂质电离能 $\Delta E_D = 0.04 \text{ eV}$, 施主杂质浓度分别为 10^{15} cm^{-3} , 10^{18} cm^{-3} 。计算 ① 99% 电离; ② 90% 电离; ③ 50% 电离时温度各为多少?

③ 推导出

$$\left(\frac{\Delta E_D}{k_0}\right)\left(\frac{1}{T}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)\ln T + \ln \left[\frac{2}{N_D} \cdot \frac{(2\pi k_0 m_n^*)^{3/2}}{h^3} \right]$$

则有
$$\begin{cases} N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464.21}{T} = \frac{3}{2}\ln T + 1.66 \Rightarrow T = 59.58K \\ N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{464.21}{T} = \frac{3}{2}\ln T - 5.24 \Rightarrow T = 181.31K \end{cases}$$



3-14 杂质半导体的费米能级

- 计算含有施主杂质浓度 $N_D = 9 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 及受主杂质浓度为 $1.1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ 的硅在 300K 时的电子和空穴浓度以及费米能级的位置。

在 $T = 300\text{K}$ 时, 硅的本征载流子浓度 $n_i = 1.02 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3} \ll N_A - N_D$, 则有

$$\begin{cases} p_0 = N_A - N_D = 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \\ n_0 = n_i^2 / p_0 = 5.202 \times 10^4 \text{ cm}^{-3} \end{cases}$$

由表 3-2 (P66) 得此时 $N_c = 2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $N_v = 1.1 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

算得

$$E_F = \begin{cases} E_i - k_0 T \ln \frac{p_0}{n_i} = E_i - 0.315 \text{ eV} \\ E_c - k_0 T \ln \frac{n_0}{N_c} = E_c - 0.877 \text{ eV} \\ E_v - k_0 T \ln \frac{p_0}{N_v} = E_v + 0.223 \text{ eV} \end{cases}$$



3-17 n 型半导体的费米能级和载流子分布

- 施主浓度为 10^{13} cm^{-3} 的 n 型硅，计算 400K 时本征载流子浓度、多子浓度、少子浓度和费米能级的位置。

在 400K 时，硅的本征载流子浓度 $n_i = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ (图 3-7, P67)，可以认为此时杂质完全电离，由电中性条件有

$$\begin{cases} n_0 = N_D + p_0 \\ n_0 \cdot p_0 = n_i^2 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} n_0 = \frac{N_D}{2} + \frac{(N_D^2 + 4n_i^2)^{1/2}}{2} = 1.618 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3} \text{ (多子)} \\ p_0 = n_i^2 / n_0 = 6.18 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3} \text{ (少子)} \end{cases}$$

具有相当高的空穴浓度，因此可以认为处于过渡区，有

$$E_F = E_i + k_0 T \ln \frac{n_0}{n_i} = E_i - k_0 T \ln \frac{p_0}{n_i} = E_i + k_0 T \operatorname{arcsinh} \frac{N_D}{2n_i} = E_i + 0.0124 \text{ eV}$$



3-18 杂质半导体的费米能级

- 掺磷的 n 型硅，已知磷的电离能为 0.044 eV ，求室温下杂质一半电离时费米能级的位置和磷的浓度。

由杂质一半电离 (此时不处于强电离区) 可知

$$n_D^+ = \frac{N_D}{2} = \frac{N_D}{1 + g_D e^{-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}}}$$

计算出 $E_F = E_D - k_0 T \ln 2 = E_c - 0.044 \text{ eV} - 0.018 \text{ eV} = E_c - 0.062 \text{ eV}$ ，则可算得

$$n_0 = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_0 T}} = 2.544 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3} \gg n_i$$

因此可近似认为 $n_D^+ \approx n_0$ ，因此磷的掺杂浓度

$$N_D \approx 2n_0 = 5.088 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$



补1 状态密度

- 分别计算一维、二维、三维半导体晶格的状态密度。

状态密度：在能量 E 附近，每单位能量间隔内的量子态数，即

$$g(E) = dZ/dE$$

想要求得上式，需要计算出单位 k 空间中的量子态数，使之与 $E \sim (E + dE)$ 之间的 k 空间体积相乘得到在能量 $E \sim (E + dE)$ 之间的量子态数，最后利用上式求得状态密度。

首先求单位 k 空间中的量子态数，在一维条件下，设晶格总长度为 $L = Na$ ， a 为晶格常数， N 为原胞数。

实际晶体包含的原子是有限的，故每个能带所包含的状态数是有限的，又由于边界条件的差异对大块晶体性质并无本质影响，故引入周期性边界条件

$$V(x) = V(x + sa)$$

可算得 (详见 P7~9) k 只能取到分立数值 $2\pi n/L$ ，则取值密度 (单位 k 空间中的量子态数) 为 $L/2\pi$ 。此外，由于第一布里渊区长度为 $2\pi/a$ ，因此其中包含的状态数恰好等于 $L/a = N$ 。 k 空间的取值密度也可以拿原胞总数除以布里渊区长度来计算 (二维除以面积，三维除以体积)。



补1 状态密度

- 分别计算一维、二维、三维半导体晶格的状态密度。

因此对于二维和三维的 k ，它在一维的分量 $k_i (i = x, y, z)$ 可以取到分立取值 $2\pi n_i / L_i$ ，那么可求得取值密度为

$$\text{电子自旋} \rightarrow g_k = 2 \begin{cases} L/2\pi, & \text{一维} \\ S/(2\pi)^2, & \text{二维} \\ V/(2\pi)^3, & \text{三维} \end{cases}$$

以导带底为例，由式 1-22 (P12) 可知，导带底附近有

$$E(\mathbf{k}) = E_c + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_n^*}$$

由上式可求得

$$k = \frac{(2m_n^*)^{1/2}(E-E_c)^{1/2}}{\hbar} \quad \text{及} \quad kdk = \frac{m_n^* dE}{\hbar^2} \quad (*)$$



补1 状态密度

- 分别计算一维、二维、三维半导体晶格的状态密度。

一维状态下等能面为抛物线，如右图所示， $E \sim (E + dE)$ 之间的量子态数为

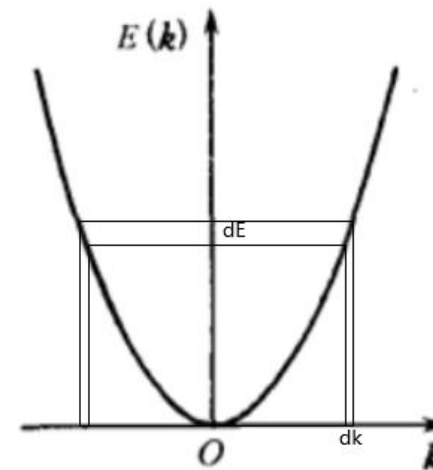
$$dZ = 2dk \cdot g_k = \frac{2L}{\pi} dk$$

带入 * 式得 $dZ = \frac{2L}{\pi\hbar} \sqrt{\frac{m_n^*}{2(E-E_c)}} dE$ ，则一维时状态密度为

$$g_c(E) = \frac{2L}{\pi\hbar} \sqrt{\frac{m_n^*}{2(E-E_c)}}$$

二维状态下等能面为圆， $E \sim (E + dE)$ 之间的量子态数为

$$dZ = 2\pi k dk \cdot g_k = \frac{S}{\pi} k dk$$





补1 状态密度

- 分别计算一维、二维、三维半导体晶格的状态密度。

带入 * 式, 同理上得

$$g_c(E) = \frac{m_n^* S}{\pi \hbar^2}$$

三维状态下等能面为球体, $E \sim (E + dE)$ 之间的量子态数为

$$dZ = 4\pi k^2 dk \cdot g_k = \frac{V}{\pi^2} k^2 dk$$

带入 * 式, 同理上得

$$g_c(E) = \frac{V}{2\pi^2} \cdot \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{\hbar^3} \sqrt{E - E_c}$$

价带顶附近的情况, 同理可得 (将 $E - E_c$ 换为 $E_v - E$, m_n^* 换为 m_p^* 即可)。

对于实际半导体, 例如锗、硅的实际等能面为椭球面, 其状态密度的推导详见 P58。

TIPS: 在本课程中, 掺杂对有效质量的影响可以忽略不记。



补2 载流子浓度

- 试推导热平衡时导带电子浓度和价带空穴浓度表达式： $n_0 = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{k_0 T}}$, $p_0 = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{k_0 T}}$ 。

本题为第二章 PPT 第 46 页的等式推导，载流子浓度与状态密度之间的表达式以及本征载流子浓度的表达式推导见书本 P61~65，下面推导

$$\begin{cases} n_0 = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_0 T}} = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{k_0 T}} & \text{①} \\ p_0 = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{k_0 T}} = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{k_0 T}} & \text{②} \end{cases}$$

对于本征半导体有 $E_F = E_i$ ，则有

$$n_i = N_c e^{-\frac{E_c - E_i}{k_0 T}} = N_v e^{-\frac{E_i - E_v}{k_0 T}} \quad (*)$$

将式 ① 前两项与 * 式前两项做比值，有

$$n_0/n_i = e^{-\frac{E_c - E_F - (E_c - E_i)}{k_0 T}} = e^{\frac{E_F - E_i}{k_0 T}}$$

载流子浓度

❖ 载流子浓度可以用带边 (E_c, E_v) 与 E_F 的差来表示, 也可以用 E_F 与 E_i 的差来表示:

$$\begin{aligned} n_0 &= N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}} = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{kT}} \\ p_0 &= N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}} = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} \end{aligned}$$



补2 载流子浓度

- 试推导热平衡时导带电子浓度和价带空穴浓度表达式： $n_0 = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{k_0 T}}$, $p_0 = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{k_0 T}}$ 。

因此可以证明

$$n_0 = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{k_0 T}}$$

同理，将式 ② 前两项与 * 式一、三项做比值，可算得

$$p_0 = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{k_0 T}}$$

利用 * 式右边等号，可以推出本征半导体的费米能级为

$$E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{k_0 T}{2} \ln \frac{N_v}{N_c} = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3k_0 T}{4} \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$$

对于硅，锗和砷化镓来说，上式的带 $\ln()$ 项比前一项小得多，可以忽略，因此可以认为本征半导体的费米能级基本上在禁带中线处。例外，如锑化铟的 E_i 远在禁带中线之上。