2023春半导体物理习题课

第四章 非平衡载流子

宋冰睿　王民泽

5-4 非平衡载流子的寿命

- **一块半导体材料的寿命 $\tau = 10\ \mu s$，光照会在材料中产生非平衡载流子，试求光照突然停止 $20\ \mu s$ 后，其中非平衡载流子将衰减到原来的百分之几。**

由式 $5-6$ 和 $5-7$ $(P128)$ 得

$$\Delta p(t) = (\Delta p)_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

因此当 $t = 20\ \mu s$ 时，非平衡载流子浓度会衰减到原来的

$$\frac{\Delta p(20\ \mu s)}{(\Delta p)_0} = e^{-\frac{20\ \mu s}{10\ \mu s}} = 13.53\%$$

假定一束光在一块 n 型半导体内部均匀地产生非平衡载流子 Δn 和 Δp。在 $t=0$ 时刻，光照突然停止，Δp 将随时间而变化，单位时间内非平衡载流子浓度的减少应为 $-\mathrm{d}\Delta p(t)/\mathrm{d}t$，它是由复合引起的，因此应当等于非平衡载流子的复合率，即

$$\frac{\mathrm{d}\Delta p(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\Delta p(t)}{\tau} \tag{5-4}$$

小注入时，τ 是一恒量，与 $\Delta p(t)$ 无关，式(5-4)的通解为

$$\Delta p(t) = C\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \tag{5-5}$$

设 $t=0$ 时，$\Delta p(0)=(\Delta p)_0$，代入式(5-5)得 $C=(\Delta p)_0$，则

$$\Delta p(t) = (\Delta p)_0 \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \tag{5-6}$$

这就是非平衡载流子浓度随时间按指数衰减的规律，如图 5-3 所示。这和实验得到的结论是一致的。

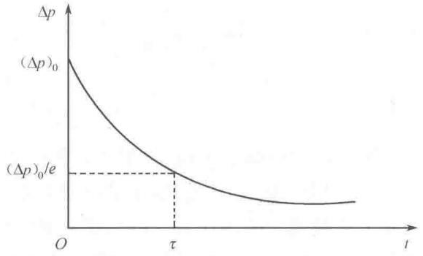


图 5-3 非平衡载流子随时间的衰减

利用式(5-6)可以求出$\boxed{\text{非平衡载流子平均生存的时间 } \bar{t} \text{ 就是 } \tau}$，即

$$\bar{t} = \int_0^\infty t\mathrm{d}\Delta p(t) \Big/ \int_0^\infty \mathrm{d}\Delta p(t) = \int_0^\infty t\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\mathrm{d}t \Big/ \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\mathrm{d}t = \tau \tag{5-7}$$

由式(5-6)也容易得到 $\Delta p(t+\tau)=\Delta p(t)/\mathrm{e}$，若取 $t=\tau$，则 $\Delta p(t)=(\Delta p)_0/\mathrm{e}$。所以寿命标志着非平衡载流子浓度减小到原值的 $1/\mathrm{e}$ 所经历的时间。寿命不同，非平衡载流子衰减的快慢不同，寿命越短，衰减越快。

5-5 非平衡载流子的注入和复合

- **n 型硅中，掺杂浓度 $N_D = 10^{16}\ cm^{-3}$，光注入的非平衡载流子浓度 $\Delta n = \Delta p = 10^{14}\ cm^{-3}$。计算无光照和有光照时的电导率。**

默认此时温度为 $T = 300K$，则硅的本征载流子浓度为 $n_i = 1.02 \times 10^{10}\ cm^{-3}$，因为是 n 型硅，所以

$$\begin{cases} n_0 = N_D = 10^{16}\ cm^{-3} \\ p_0 = n_i^2/n_0 = 1.0404 \times 10^4\ cm^{-3} \end{cases}$$

查图可得，此时硅的载流子迁移率为 $\mu_n = 1100\ cm^2/(V \cdot s)$，$\mu_p = 500\ cm^2/(V \cdot s)$；

无光照时，有

$$\sigma_0 = n_0 q \mu_n + p_0 q \mu_p = 1.7624\ S/cm$$

有光照时为

$$\sigma = \sigma_0 + \Delta p q(\mu_n + \mu_p) = 1.7880\ S/cm$$

5-7 准费米能级

- **掺施主浓度 $N_D = 10^{15}\ cm^{-3}$ 的 n 型硅，由于光的照射产生了 $\Delta n = \Delta p = 10^{14}\ cm^{-3}$ 的非平衡载流子。试计算这种情况下准费米能级的位置，并和原来的费米能级做比较。**

温度为室温 $T = 300K$，同理题 5-5 可得

$$\begin{cases} n_0 = N_D = 10^{15}\ cm^{-3} \\ p_0 = n_i^2/n_0 = 1.0404 \times 10^5\ cm^{-3} \end{cases}$$

当因此光照后其载流子浓度为

$$\begin{cases} n = n_0 + \Delta n = 1.1 \times 10^{15}\ cm^{-3} \\ p = p_0 + \Delta p \approx \Delta p = 10^{14}\ cm^{-3} \end{cases}$$

再由式 $5-10\ (P129)$ 得

$$n = n_i e^{\frac{E_{F_n} - E_i}{k_0 T}}, \quad p = n_i e^{\frac{E_i - E_{F_p}}{k_0 T}}$$

5-7 准费米能级

- **掺施主浓度 $N_D = 10^{15}\ cm^{-3}$ 的 n 型硅，由于光的照射产生了 $\Delta n = \Delta p = 10^{14}\ cm^{-3}$ 的非平衡载流子。试计算这种情况下准费米能级的位置，并和原来的费米能级做比较。**

由此可得准费米能级为

$$\begin{cases} E_{F_n} - E_i = k_0T\ ln\dfrac{n}{n_i} = 0.2996\ eV \\ E_{F_p} - E_i = -k_0T\ ln\dfrac{p}{n_i} = -0.2376\ eV \end{cases}$$

平衡状态下有 $E_F - E_i = k_0T\ln\frac{N_D}{n_i} = 0.2971\ eV$，因此准费米能级与费米能级的区别为

$$\begin{cases} E_{F_n} - E_F = 0.0025\ eV \\ E_{F_p} - E_F = -0.5347\ eV \end{cases}$$

5-8 间接复合

- **在一块 p 型半导体中，有一种复合—产生中心，小注入时，这些被中心俘获的电子发射回导带的过程和它与空穴复合的过程具有相同的概率。试求这种复合—产生中心的能级位置，并说明它能否成为有效的复合中心。**

由题可知复合中心电子产生率与空穴俘获率相等，由式 $5-26$，$5-27\ (P134)$可得

$$r_n n_1 n_t = r_p p n_t$$

因为是小注入，因此 $\Delta p \ll p_0$，且对于一般的复合中心，可认为 $r_n \approx r_p$，因此上式可化简为

$$n_1 = p_0$$

即

$$N_c e^{\frac{E_t - E_c}{k_0 T}} = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{k_0 T}}$$

由此可得 $E_t = E_c + E_v - E_F - k_0 T \ln \frac{N_c}{N_v}$，又 $E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{k_0 T}{2} \ln \frac{N_v}{N_c}$，得到

$$E_t - E_i = E_i - E_F$$

得到该复合中心位置远在禁带中央之上，为浅能级，不能起到有效复合中心的作用。

5-12 强 n 型区的非平衡载流子复合

- **在掺杂浓度 $N_D = 10^{16}\ cm^{-3}$，少数载流子寿命为 $10\ \mu s$ 的 n 型硅中，如果由于外界作用，少数载流子全部被清除，那么在这种情况下电子—空穴对的产生率是多大？（设 $E_t = E_i$）**

由题意可得

$$\begin{cases} n = n_0 = N_D = 10^{16}\ cm^{-3} \\ p_0 = n_i^2/n_0 = 1.0404 \times 10^4\ cm^{-3}, p = 0 \end{cases}$$

由式 $5-35\ (P135)$ 得，产生率

$$G = -U = -\frac{N_t r_n r_p \left(np - n_i^2\right)}{r_n(n+n_1) + r_p(p+p_1)} = \frac{N_t r_n r_p n_i^2}{r_n(n+n_1) + r_p p_1}$$

由于 $E_t = E_i$，则 $n_1 = N_c e^{\frac{E_t - E_c}{k_0 T}} = N_c e^{\frac{E_i - E_c}{k_0 T}} = n_i$，同理 $p_1 = n_i$，由于 $n_0 = n \gg n_i$，得到

$$G \approx \frac{N_t r_n r_p n_i^2}{r_n n} = \frac{n_i^2}{n_0} \Big/ \frac{1}{N_t r_p} = \frac{p_0}{\tau_p} = 1.0404 \times 10^9\ \ cm^{-3}/s$$

5-13 爱因斯坦关系式

- **室温下，p 型锗半导体中的电子寿命为 $\tau_n = 350\ \mu s$，电子的迁移率 $\mu_n = 3600\ cm^2/(V \cdot s)$。试求电子的扩散长度。**

由爱因斯坦关系式得

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{k_0 T}{q}$$

所以电子的扩散长度

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = \sqrt{\frac{k_0 T}{q} \mu_n \tau_n} = 0.1805\ cm$$

5-14 载流子的漂移扩散

- **设空穴浓度是线性分布，在 $3\ \mu m$ 内浓度差为 $10^{15}\ cm^{-3}$，$\mu_p = 400\ cm^2/(V\cdot s)$。试计算空穴扩散电流密度。**

由式 $5-114\ (P147)$ 可得，空穴扩散电流密度

$$J_p = -qD_p\frac{d\big(p_0(x)\big)}{dx} = -q\frac{k_0T}{q}\mu_p\frac{\Delta p}{\Delta x} = -5.522\ \mathrm{A}/cm^2$$

5-16 载流子的扩散运动

- **一块电阻率为 $3\ \Omega\cdot cm$ 的 n 型硅样品，空穴寿命 $\tau_p = 5\ \mu s$，在其平面处有稳定的空穴注入，过剩空穴浓度 $(\Delta p)_0 = 10^{13}\ cm^{-3}$。计算从这个表面扩散进入半导体内部的空穴电流密度，以及在离表面多远处过剩空穴浓度等于 $10^{12}\ cm^{-3}$。**

过剩空穴遵循的连续性方程为稳态扩散方程

$$D_p \frac{d^2(\Delta p(x))}{dx^2} = \frac{\Delta p(x)}{\tau_p}$$

查 $P109$ 图 $4-15(b)$ 得，电阻率为 $3\ \Omega\cdot cm$ 的 n 型硅的杂质浓度约为 $N_D = 3\times 10^{15}\ cm^{-3}$，再由 $P107$ 图 $4-14(a)$ 得 $\mu_p = 500\ cm^2/(V\cdot s)$，由此可得

$$D_p = \frac{k_0 T}{q}\mu_p = 12.925\ \ cm^2/s$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 0.00804\ cm$$

5-16 载流子的扩散运动

- **一块电阻率为 $3\ \Omega\cdot cm$ 的 n 型硅样品，空穴寿命 $\tau_p = 5\ \mu s$，在其平面处有稳定的空穴注入，过剩空穴浓度 $(\Delta p)_0 = 10^{13}\ cm^{-3}$。计算从这个表面扩散进入半导体内部的空穴电流密度，以及在离表面多远处过剩空穴浓度等于 $10^{12}\ cm^{-3}$。**

认为样品足够厚，所以空穴电流密度为

$$J_p = qD_p \frac{d(\Delta p)}{dx}\bigg|_{x=0} = qD_p \frac{(\Delta p)_0}{L_p} = q\sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}}(\Delta p)_0 = 2.576\times 10^{-3}\ \ \mathrm{A}/cm^2$$

设在 x 处过剩空穴浓度等于 $10^{12}\ cm^{-3}$，则有

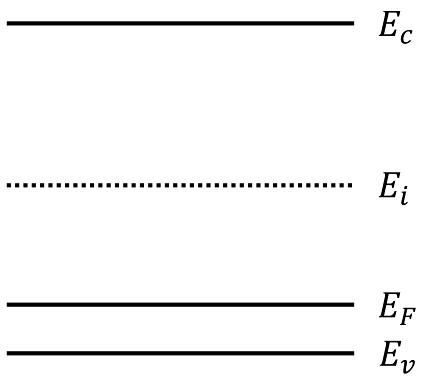
$$10^{12}\ cm^{-3} = (\Delta p)_0 e^{-\frac{x}{L_p}}$$

得到 $x = L_p \ln 10 = 0.01851\ cm$。

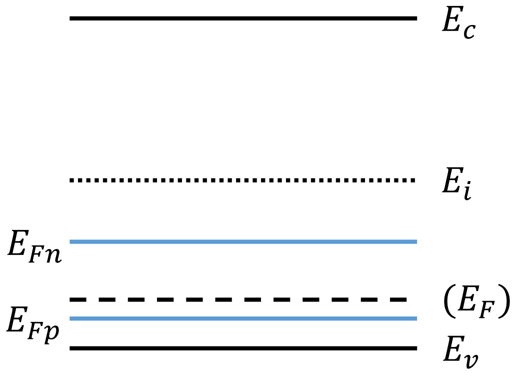
补充题

- **室温下一块中等掺杂的 p 型半导体，画出下列情况下的能带简图，并标出费米能级或准费米能级的位置。① 无光照；② 有光照，小注入，且 $\Delta n=\Delta p<n_i$；③有光照，小注入，且 $\Delta n=\Delta p>n_i$。**

① 无光照



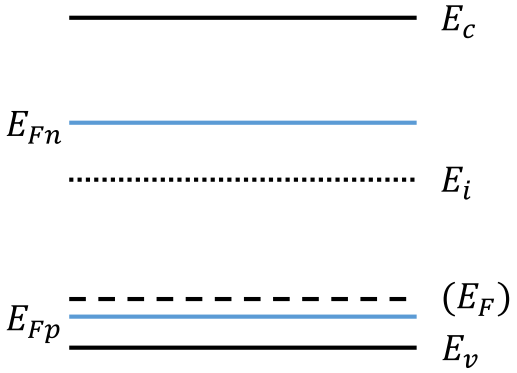
② 有光照，小注入，且 $\Delta n=\Delta p<n_i$



$$E_{F_n}-E_i=k_0T\,ln\frac{n}{n_i}<0$$

$$E_{F_p}-E_i=k_0T\,ln\frac{n_i}{p}<0$$

③ 有光照，小注入，且 $\Delta n=\Delta p>n_i$



$$E_{F_n}-E_i=k_0T\,ln\frac{n}{n_i}>0$$

$$E_{F_p}-E_i=k_0T\,ln\frac{n_i}{p}<0$$