1. **习题 1-2**

   画出下列信号的波形

   (1)$f_1(t)=\varepsilon(-2+3)$;
   (2)$f_2(t)=t\varepsilon(t-1)$;

   (3)$f_3(t)=(t-1)\varepsilon(t-1)$;
   (4)$f_4(t)=[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]e^{-t}\cos[10(\pi t)]$;

   (5)$f_5(t)=[\varepsilon(t)-2\varepsilon(t-T)+\varepsilon(t-2T)]sin(\frac{4\pi}{T}t)$。

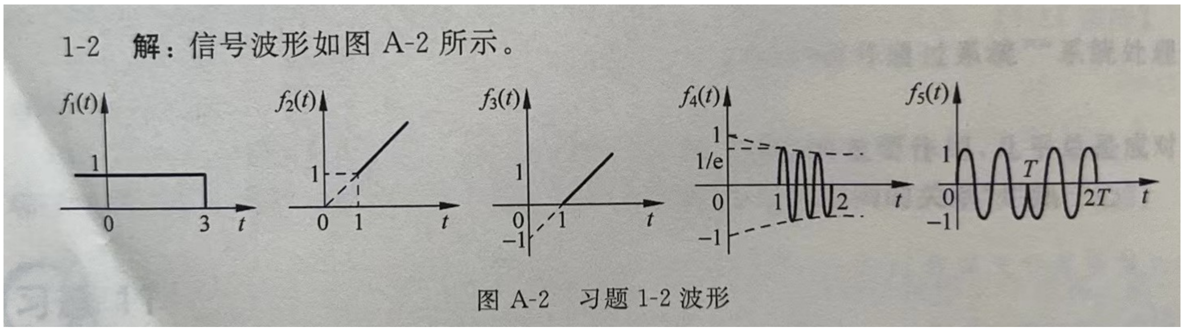
   

   图 A-2 习题 1-2 波形

2. **例题1-8**

   如图1-27（a）所示的门信号$f(t)$,请作出$y(t)=f(-2t+3)$的波形

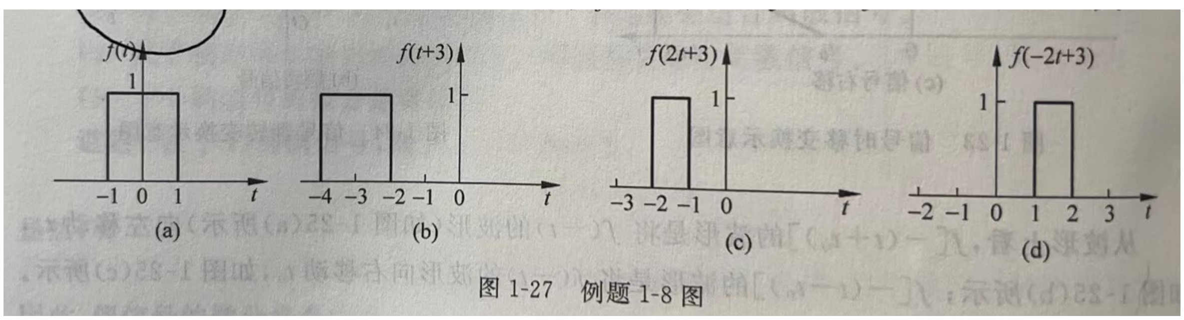
   

   图 1-27 例题 1-8 图

3. **例题2-3**

   判断下列系统是否为线性系统

   (1)$y(t)=t\cdot f^2(t)$;
   (2)$y(t)=t\cdot f(t)$;
   (3)$y(t)=x(0\_)+f^2(t)$
   (4)$y(t)=x^2(0\_)+\int_0^t f(\tau)d\tau$;
   (5)$y(t)=5x(0\_)f(t)$(6)$y(t)=3f(t)+6$

   【解】设$f_1\rightarrow y_1$,$f2\rightarrow y_2$有

   （1）应为$af_1+bf_2\rightarrow t(af_1+bf_2)^2=t(af_1)^2+t(bf_2)^2+t2adf_1f_2\neq ay_1+ay_2$，所以该系统不满足线性条件，是非线性系统。

   （2）因为$af_1+bf_2\rightarrow t(af_1+bf_2)=atf_1+btf_2=ay_1+by_2$，所以该系统满足新型条件，是线性系统。

   （3）该系统满足分解特性和零输入线性,但不满足零状态线性,是非线性系统。

   （4）该系统满足分解特性和零状态线性,但不满足零输入线性,是非线性系统。

（5）该系统不满足分解特性，是非线性系统。

（6） 该系统满足分解特性、零输入线性和零状态线性,在拉斯定义下是线性系统。

4. **例题2-4**

   判断系统$y(t) = tf(t)$是否为事实不变系统。

   【解】响应时移t_0后的表达式为

   $y(t-t_0) = (t-t_0)f(t-t_0)$

   而激励时移t_0后所对应的响应为

   $T[f(t-t_0)] = tf(t-t_0)$

   显然，$T[f(t-t_0)] \neq y(t-t_0)$,因此该系统时时变系统。

5. **例题3-5**

   某二阶连续系统的微分方程为

   $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 4\frac{d}{dt}y(t) + 3y(t) = \frac{d}{dt}f(t) + 2f(t)$

   求该系统的冲击响应$h(t)$。

   令$f(t) = \delta(t)$并考虑零状态条件，则$y(t) = h(t)$。这样，有
   $h''(t) + 4h'(t) + 3h(t) = \delta'(t) + 2\delta(t)$
   特征方程为
   $\lambda^2 + 4\lambda + 3 = 0$
   特征根为
   $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -3$
   因为$n > m$。所以，冲击响应为
   $h(t) = (c_1e^{-t} + c_2e^{-3t})\varepsilon(t)$
   对上式求导得

   $$h'(t) = (c_1 + c_2)\delta(t) - (c_1e^{-t} + 3c_2e^{-3t})\delta(t)$$

   $$h''(t) = (c_1 + c_2)\delta'(t) - (c_1 + 3c_2)\delta(t) + (c_1e^{-t} + 9c_2e^{-3t})\delta(t)$$

   整理得

   $$(c_1 + c_2)\delta'(t) + (3c_1 + c_2)\delta(t) = \delta'(t) + 2\delta(t)$$

   比较等式两端系数可得

   $$\begin{cases} c_1 + c_2 = 1 \\ 3c_1 + c_2 = 2 \end{cases}$$

   解得

   $$c_1 = \frac{1}{2}, c_2 = \frac{1}{2}$$

   则冲激响应为

   $$h(t) = \frac{1}{2}(e^{-t} + e^{-3t})\varepsilon(t)$$

6. **例题3-6**

某线性时不变系统的输入输出方程为

$$y''(t)+5y'(t)+6y(t)=3f'(t)+f(t)$$

求系统的阶跃响应和冲激响应。

【解】令$f(t)=\varepsilon(t)$并考虑零状态条件，则方程可改写为

$$g''(t)+5g'(t)+6g(t)=3\varepsilon'(t)+\varepsilon(t)$$

由特征方程

$$\lambda^2+5\lambda+6=0$$

得特征根

$$\lambda_1=-2,\lambda_2=-3$$

阶跃响应中的齐次解部分为

$$g_e(t)=(c_1e^{-2t}+c_2e^{-3t})\varepsilon(t)$$

阶跃响应中的特解

$$g_p(t)=\frac{b_0}{a_0}\varepsilon(t)=\frac{1}{6}\varepsilon(t)$$

又因为$n>m$,所以，阶跃响应为

$$g(t)=(c_1e^{-2t}+c_2e^{-3t})\varepsilon(t)+\frac{1}{6}\varepsilon(t)$$

其一阶导函数为

$$g'(t)=(c_1+c_2+\frac{1}{6})\delta(t)-2c_1e^{-2t}-3c_2e^{-3t}$$

二阶导函数为

$$g''(t)=(c_1+c_2+\frac{1}{6})\delta'(t)-(2c_1+3c_2)\delta(t)+4c_1e^{-2t}\varepsilon(t)+9c_2e^{-3t}\varepsilon(t)$$

整理得

$$(c_1+c_2+\frac{1}{6})\delta'(t)+(3c_1+2c_2+\frac{5}{6})\delta(t)=3\delta(t)$$

比较上式两端系数,得

$$\begin{cases} c_1+c_2+\frac{1}{6}=0 \\ 3c_1+2c_2+\frac{5}{6}=3 \end{cases}$$

解得

$$c_1=\frac{5}{2},c_2=-\frac{8}{3}$$

阶跃响应为

$$g(t)=(\frac{5}{2}e^{-2t}-\frac{8}{3}e^{-3t})\varepsilon(t)+\frac{1}{6}\varepsilon(t)$$

对$g(t)$求导即得$h(t)$:

$$h(t)=(8e^{-3t}-5e^{-2t})\varepsilon(t)$$

7. **因果性判断**

   若一个连续系统的冲激响应为$h(t)$满足
   $h(t)=0(t<0)$
   则该系统就是一个因果系统。或者说,冲激响应为因果信号的系统就是因果系统

8. **例题4-1**

   将如图 4-4(b)所示的方波 f(t)展开为傅里叶级数。

   【解】因为$f(t)$为奇对称十奇谐对称,所以$a_0=0,a_n=0$,无偶次谐波。

$$b_n=\frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}f(t)\sin\omega_0tdt=\frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}\sin\omega_0rdt=-\frac{4}{T}\frac{1}{n\omega_0}\cos n\omega_0t|_0^{\frac{T}{2}}$$

$$=-\frac{4}{T}\frac{1}{n\omega_0}(\cos n\omega_0\frac{T}{2}-1)=\frac{2}{n\pi}(1-\cos n\pi)=y=\begin{cases}0, & (n=2m)\\ \frac{4}{n\pi}, & (n=2m+1)\end{cases}$$

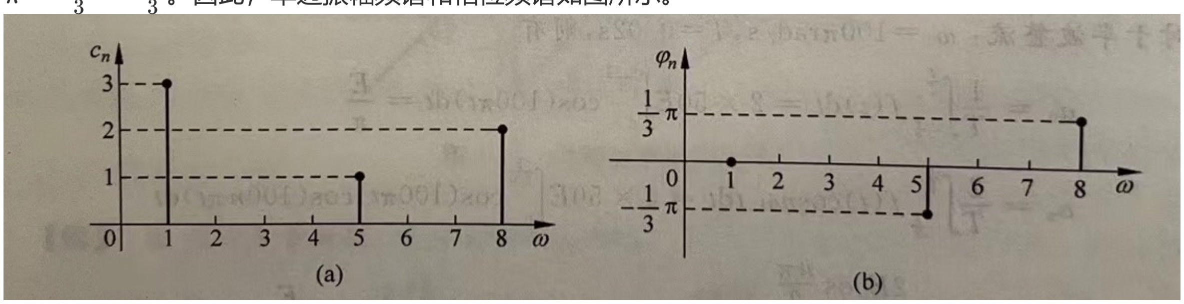
   则有

$$f(t)=\frac{4}{\pi}[\sin\omega_0t+\frac{1}{3}\sin 3\omega_0t+\frac{1}{5}\sin 5\omega_0t+\cdots+\frac{1}{n}\sin\omega_0t+\cdots](n=1,2,5,\cdots)$$

9. **例题4-8**

   画出周期信号$f(t)=3\cos st+s\sin(5t+\frac{\pi}{6})-2\cos(8t-\frac{2\pi}{3})$,的单边振幅频谱和相位频谱。

   【解】显然,$f(t)$只在1,5,8三个频率点存在。正弦项要化成余弦项,即
   $\sin(5t+\frac{\pi}{6})=\cos(5t+\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{2})=\cos(5t-\frac{\pi}{3})$。另外,因 $f(t)$第三项为负号,所以相位要变
   $\pi-\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi}{3}$。因此，单边振幅频谱和相位频谱如图所示。



10. **习题5-4（1）-（4）**

    已知信号$f(t)$的傅里叶变换为$F(j\omega)$,求下列信号的频谱。

    (1)$f(2t-5)$ 解 $\frac{1}{2}F(j\frac{\omega}{2})e^{-j2.5\omega}$

    (2)$f(3-5t)$ 解 $\frac{1}{5}F(j\frac{-\omega}{2})e^{-j\frac{3}{5}\omega}$

    (3)$tf(2t)$ 解 $\frac{j}{2}F'(j\frac{\omega}{2})$

    (4)$(t-4)f(-2t)$ 解 $\frac{j}{2}F'(-j\frac{\omega}{2})-2F(j\frac{-\omega}{2})$

11. **例题6-15**

    求$F(s)=\frac{2s+1}{s^2+8s+15}$的原函数$f(t)$。

【解】

$$F(s)=\frac{2s+1}{s^2+8s+15}=\frac{2s+1}{(s+3)(s+5)}=\frac{k_1}{s+3}+\frac{k_2}{s+5}$$

$$k_1=\frac{2x+1}{s+5}|_{x=-3}=-\frac{5}{2},k_2=\frac{2x+1}{s+3}|_{x=-5}=\frac{9}{2}$$

原函数为

$$f(t)=(\frac{9}{2}e^{-5t}-\frac{5}{2}e^{-3t})\varepsilon(t)$$

12. **例题6-19**

已知系统阶跃响应为$g(t)=(1-e^{-2})e(t)$,为使其零状态响应为
$y(t)=(1-e^{-2t}-te^{-2t})e(t)$, 求对应的激励$f(t)$。

【解】已知阶跃响应 $g(t)$是在 $e(t)$激励下产生的零状态响应。由系统函数定义有

$$H(s)=\frac{Y_f(s)}{F(s)}=\frac{\frac{1}{s}-\frac{1}{s+2}}{\frac{1}{s}}=\frac{2}{x+2}$$

因为

$$F(s)=\frac{Y_f(s)}{H(s)}=\frac{\frac{1}{s}-\frac{1}{s+2}-\frac{1}{(s+2)^2}}{\frac{2}{s+2}}=\frac{1}{s}-\frac{1}{2(s+2)}$$

所以,对应的激励 $f(t)$为

$$f(t)=\psi^{-1}[F(s)]=\psi^{-1}[\frac{1}{s}-\frac{1}{2(s+2)}]=(1-\frac{1}{2}e^{-2t})\varepsilon(t)$$

13. **例题8-10**

设某离散系统的激励序列为 $f[n]=n\varepsilon[n]$,且初始条件 $y[0]=1$。求差分方程
$y[n]+\frac{1}{2}y[n-1]=f[n]$解的前4项。

所谓选代法,就是将$f[n]$逐点代入差分方程,从而求出相应$y[n]$值的过程。
原式整理为。

$$y[n]=-\frac{1}{2}y[n-1]+f[n]$$

当$n=1$时，有

$$y[1]=-\frac{1}{2}y[0]+f[1]$$

将$y[0]=1,f[1]=1$代入上式，有

$$y[1]=-\frac{1}{2}+1=0.5$$

当$n=2$时，有

$$y[2]=-\frac{1}{2}y[1]+f[2]$$

将$y[1]=0.5, f[2]=2$代入上式，有

$$y[2]=-\frac{1}{2}\times 0.5+2=1.75$$

当$n=3$时，有

$$y[3]=-\frac{1}{2}y[2]+f[3]$$

将$y[2]=1.75, f[3]=3$代入上式，有

$$y[3]=-\frac{1}{2}\times 1.75+3=2.125$$

因此$y[n]$为

$$y[n]=[1,0.2,1.75,2.215,\cdots]$$

14. **例题8-12**

    求一阶因果系统$y[n]+0.5y[n-1]=f[n]$的单位响应。

    【解】特征方程为

$$\lambda+0.5=0$$

特征根为

$$\lambda=0.5$$

则单位响应为

$$h[n]=c(-0.5)^n\varepsilon[n]$$

根据单位响应定义和系统方程，有

$$h[n]=0.5h[n-1]=\delta[n]$$

将$n=0$代入,有

$$h[0]+0.5h[-1]=\delta[0]$$

因为是因果系统,$h[-1]=0, 且\delta[0]=1$,所以

$$h[0]=1$$

令$n=0$得

$$h[0]=c(-0.5)^0\varepsilon[0]$$

$$c=1$$

则该系统的单位响应为

$$h[n]=(-0.5)^n\varepsilon[n]$$

15. **例题9-1**

    求如图所示序列的z变换(0,1)(1,1)(2,1)(3.1)(4,0)

【解】对于这种有限长序列，可直接利用z变换的定义进行求解。

$$F(z)=\psi[f[n]]=\sum_{n=0}^{3}z^{-1}$$

$$=z^{0}+z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}$$

$$=\frac{z^{3}+z^{2}+z+1}{z^{3}}$$

其收敛域为除$z=0$外的整个z平面

16. **例题9-3**

求单位阶跃序列$\varepsilon[n]$的z变换。

【解】

$$F(z)=\psi[\varepsilon[n]]=\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon[n]z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}z^{-n}$$

当$|z^{-1}|<1$即$|z|>1$时，级数$\sum_{n=0}^{\infty}z^{-n}$收敛，故有

$$F(z)=\frac{1}{1-z^{-1}}=\frac{z}{z-1}$$

$$\varepsilon[n]\longleftrightarrow^{\psi}\frac{z}{z-1}$$

17. **稳定系统判断**

若$H(s)$的极点全部位于复平面的左半开平面,那么,该系统必是稳定系统，只要有一个极点位于右半平面或虚轴上,系统就不稳定。