读书报告

吴秉哲

2015 年 2 月 8 日

第一部分　一些准备

1　概率论方面的一些概念

define 1 *(σfield)* 设 Ω 是试验 S 的样本空间，用 F 表示 Ω 的某些子集构成的集合，如果 $\mathscr{F}$ 满足*:*

1. $\Omega \in \mathscr{F}$;

2. 若 $A \in \mathscr{F}$, 则 $\overline{A} \in \mathscr{F}$

3. 若 $A_j \in \mathscr{F}$, 则 $\bigcup\limits_{n=1}^{\infty} A_j \in \mathscr{F}$

就称 $\mathscr{F}$ 是 Ω 的事件域或 σ 域，称 $\mathscr{F}$ 中的元素为事件，$(\Omega, \mathscr{F})$ 为可测空间

define 2 *(probability space)* 设 $(\Omega, \mathscr{F})$ 为可测空间，P 是定义在 $\mathscr{F}$ 上的函数，如果 P 满足下列条件：

1. 非负性：对于 $A \in \mathscr{F}, P(A) \geq 0$

2. 完全性：$P(\Omega) = 1$;

3. 可列可加性*:* 对于 $\mathscr{F}$ 中互不相容的事件 $A_1, A_2, \cdots$,

$$P(\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j) = \sum_{j=1}^{\infty} P(A_j)$$

就称 P 为 $\mathscr{F}$ 上的概率测度，简称概率，称 $(\Omega, \mathscr{F}, P)$ 为概率空间

define 3 *(conditionnal probability)Probability of an event A given that an event B has happened is denoted by $P(A|B)$ and is computed by*

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, P(B) > 0$$

Event A is said to be independent from event B if:

$$P(A|B) = P(A)$$

define 4 *(Random Variables)* 设 $(\Omega, \mathscr{F})$ 是可测空间，如果 Ω 上的函数 $X(\omega)$ 满足：对任何实数 x，

$$\{\omega | X(\omega) \leqslant x\} \in \mathscr{F}$$

define 5 *(随机变量的独立性)* 设 $X_1, X_2, \cdots$ 是随机变量.

1. 如果对于任何实数 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，

$$\begin{aligned} &P(X_1 \leqslant x_1, X_2 \leqslant x_2, \cdots, X_n \leqslant x_n) \\ &= P(X_1 \leqslant x_1) P(X_2 \leqslant x_2) \cdots P(X_n \leqslant x_n) \end{aligned} \tag{1}$$

   则称随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立

2. 如果对任何 n，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立，则称随机变量序列 $\{X_i\}$ 为独立序列

define 6 *(probability distribution function，PDF)* 对随机变量 X，则称函数

$$F(x) = P(X \leqslant x)$$

为 X 的概率分布函数。有如下两条性质：

1. F 单调不减右连续；
2. $F(\infty) = 1, F(-\infty) = 0$

define 7 *(pdf,probability density function)* 设 X 为随机变量，如果存在非负函数 $f(x)$ 使得对任何 $a<b$，

$$P(a < X \leqslant b) = \int_a^b f(x) dx$$

就称 X 是连续性随机变量，称 $f(x)$ 为 X 的概率密度函数

define 8 *1. (mean,expection)* $\langle X\rangle = E(x) = \int_{-\infty}^{-\infty} xf(x)dx$

2. (Variance) $Var(X) = E(X - \langle X\rangle)^2 = EX^2 - (EX)^2$

3. (k-th moment) $m_k(X) = E(X^k)$

define 9 *1. (joint distribution of) Let X and Y be two random variables. The joint distribution of X and Y is defined by:*

$$F_{XY}(x,y) = P(X \leqslant x, Y \leqslant y)$$

2. (joint density) defined by:

$$f_{XY}(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} F(x,y)$$

3. Notice that marginal distributions are:

$$F(x) = F_{XY}(x,\infty)$$

4. X and Y are independent identically distributed (i.i.d.) if they are independent and have the same distribution.

define 10 *1. (covariance)The covariance C_{XY} of X and Y is defined be :*

$$C_{XY} = E(X - E(X))E(Y - E(Y))$$

2. The correlation coefficient of X and Y is defined be

$$\rho_{XY} = \frac{C_{XY}}{\sigma_x \sigma_y}$$

3. X and Y are uncorrelated if:

$$C_{XY} = 0, or E(XY) = EXEY$$

define 11 随机变量函数函数的分布函数

设 $\eta(\xi)$ 为随机变量 ξ 的函数，$F(x)$ 为 ξ 的分布函数，则 η 的分布函数为 $G(x) = \int_{\eta(y)<x} dF(y)$*(*由此定义可以直接得到阅读的文献中 *Chapter2* 中的 *Hilbert* 公式*)*

第二部分　相关文献阅读

1. 文献 25

   在文献 25 中，引入了如下几个概念及记号：

   (a) Let $X = C^0(\overline{I})$ be the linear space of continuous functions in the interval $\overline{I}$ Let $w : I \to R$ be a continuous integrable function satisfying $w > 0$.Then ,when I is bounded,the inner product $(,)_w$ and its corresponding norm $\|\cdot\|_w$ are defined by:

   $$(u, v)_w = \int_I uvwdx, \forall u, v \in C^0(\overline{I})$$

第三部分　正文部分笔记

Chapter1 介绍部分